

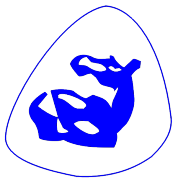


Лекция №3. «Основные виды микромеханических элементов. Механические свойства материалов. Тензоры механического напряжения и деформации»

Курс лекций: «Микроэлектромеханика»

Лекция №3: «Основные виды микромеханических элементов. Механические свойства материалов. Тензоры механического напряжения и деформации»

Лектор: к.т.н., доцент И.Е.Лысенко



Лекция №3. «Основные виды микромеханических элементов. Механические свойства материалов. Тензоры механического напряжения и деформации»

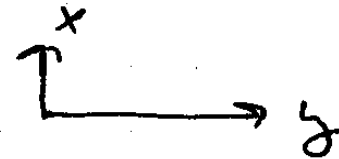
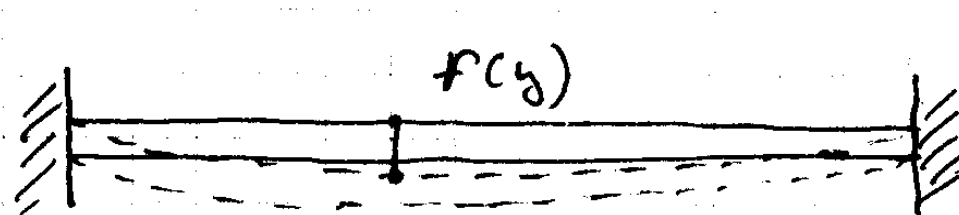
К основным видам конструкций относят: балки и пластины.

Стержень – это тело, длина которого существенно превышает характерные размеры поперечного сечения (толщину и ширину).

Стержни, работающие на изгиб, называются балками.

Стержни, работающие на кручение, называются торсионными.

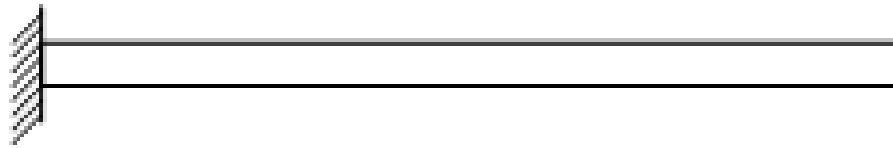
Физико-математическая модель балки характеризуется тем, что основные уравнения записываются относительно одной независимой переменной (одномерная задача).



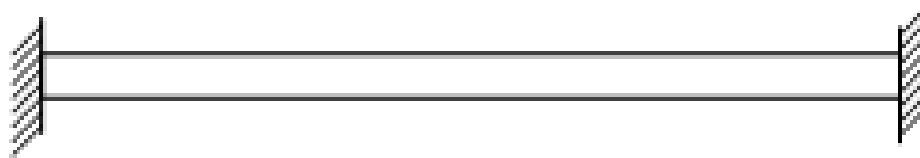


Типы балок

1) консоль – балка с одним жестко закрепленным и другим свободным концом;



2) мост – балка с двумя жестко закрепленными концами;





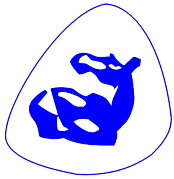
Типы балок

3) простая – балка, имеющая по концам шарнирные опоры, расстояние между которыми называется пролетом балки;



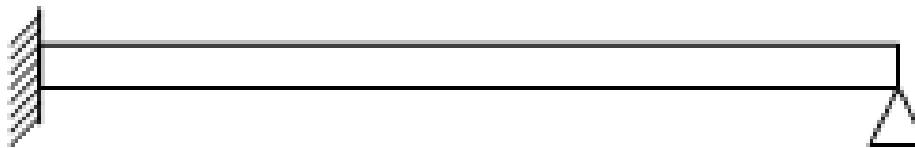
4) консольная – простая балка, имеющая одну или две консоли. Под консолью понимается часть балки, продолжающаяся за опору;

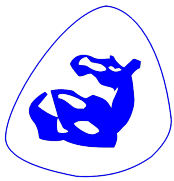




Типы балок

5) балка с одним жестко закрепленным концом и одним на шарнирной опоре.

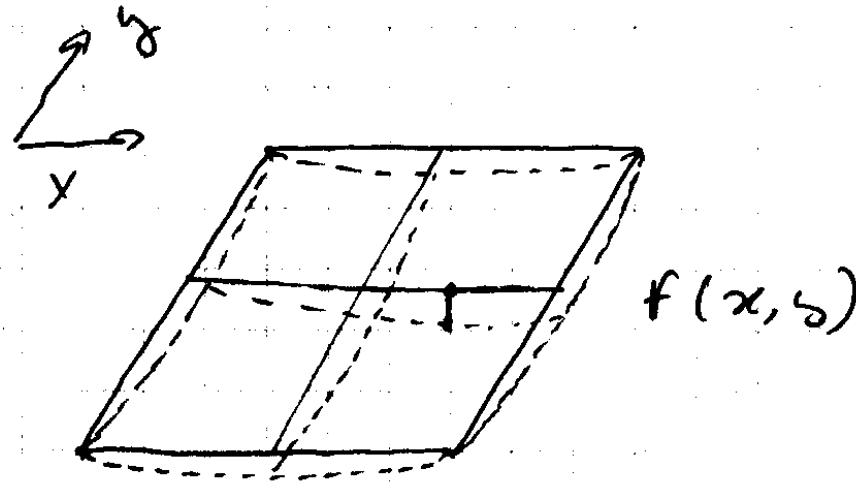




Лекция №3. «Основные виды микромеханических элементов. Механические свойства материалов. Тензоры механического напряжения и деформации»

Пластина – это тело, у которого толщина существенно меньше его длины и ширины.

Математическая модель пластины состоит из уравнений, зависящих от двух аргументов: x и y (двумерная задача).



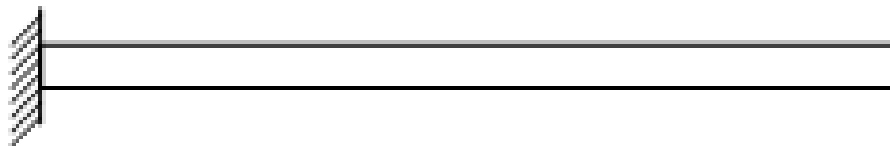


Типы пластин

1) пластина, имеющая по двум противоположным сторонам шарнирные опоры;



2) пластина с одной жестко закрепленной и одной свободной стороной;



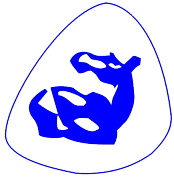


Типы пластин

3) пластина с двумя жестко закрепленными противоположными сторонами;



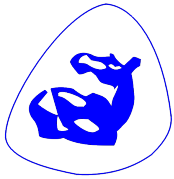
4) пластина с жестко закрепленными сторонами.



Лекция №3. «Основные виды микромеханических элементов. Механические свойства материалов. Тензоры механического напряжения и деформации»

Для упрощения физико-математической модели используются соединения пластин и балок. Тогда модель становится одномерной.

Конструкцию, состоящую из соединенных балок, называют рамой. Если же благодаря шарнирному соединению балок все они работают только на растяжение или сжатие, то конструкцию называют фермой.



Свойства материалов

Деформацией твердого тела называется изменение его размеров и объема.

Деформацией тела под действием приложенной силы называется растяжением или сжатием.

Сжатие можно рассматривать как отрицательное растяжение.

Деформация называется упругой, если она исчезает после прекращения действия силы ($\Delta l_{упр}$).

Деформация, остающаяся после прекращения действия силы, называется остаточной или пластической ($\Delta l_{ост} = \Delta l_{пл}$).

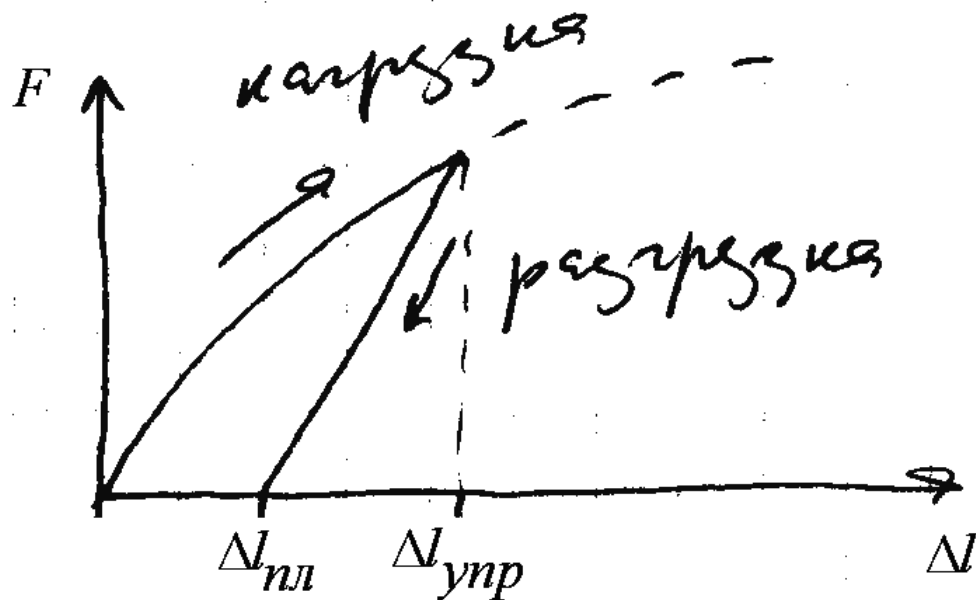
При достаточно больших силах материалы проявляют упругие или пластические свойства:

$$\Delta l = \Delta l_{упр} + \Delta l_{пл}.$$



Свойства материалов

Материал проявляющий упругие и пластические свойства называют упруго-пластическим.

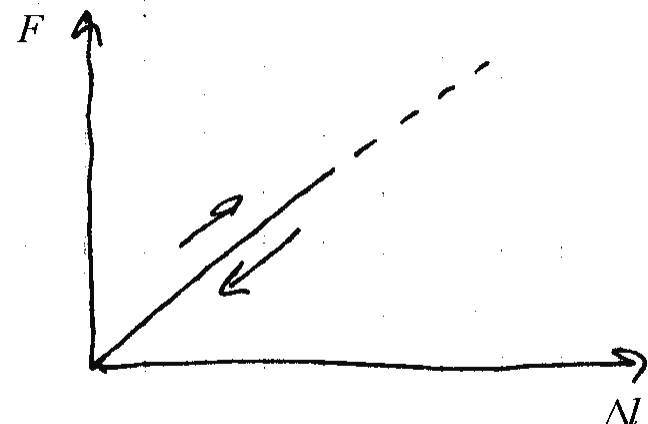
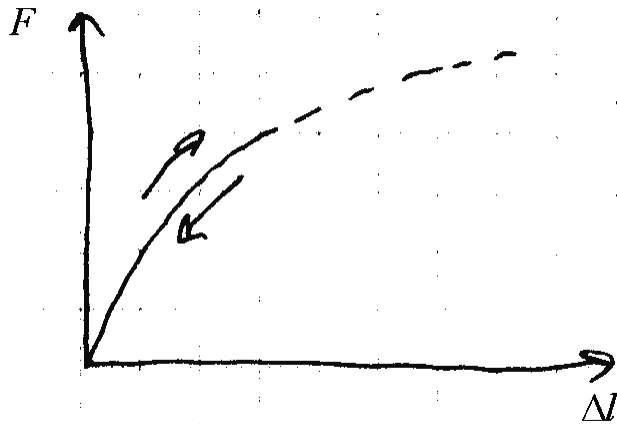


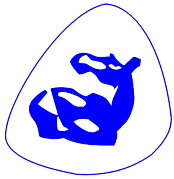


Свойства материалов

Материал, в котором возникают только упругие деформации, называют идеально-упругим.

Если диаграмма деформирования выражена нелинейной зависимостью, то материал называется нелинейно-упругим. Если линейной зависимостью – линейно-упругим.





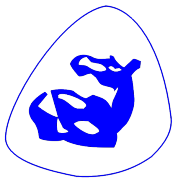
Свойства материалов

1) свойство сплошности, говорит о том, что не учитывается структура материала (кристаллическая, поликристаллическая), и считается, что материал непрерывно заполняет весь объем элемента;

2) свойство однородности говорит о том, что весь объем материала обладает одинаковыми механическими свойствами;

3) изотропным, называется материал, у которого механические свойства во всех направлениях одинаковы, то есть не зависят от кристаллографической ориентации кристалла. В противоположном случае его называют анизотропным.

Все материалы обладают свойствами сплошности и однородности.



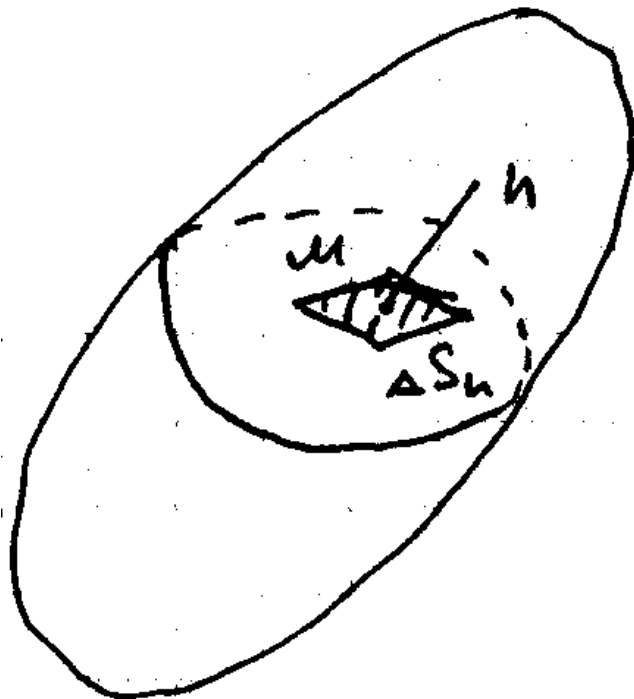
Тензор механического напряжения

Рассмотрим некоторое тело, в котором выделим некоторую точку М на некотором сечении площадью ΔS_n .

Ориентация в пространстве определяется нормалью n . Пусть на нее действует некоторая сила ΔF_n .

Интенсивность поверхностной нагрузки определяется как предел отношения равнодействующих сил на рассматриваемой площадке к ее площади, стремящейся к нулю, то есть:

$$p_n = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta F_n}{\Delta S_n} \quad \left[\frac{H}{m^2} \right]$$





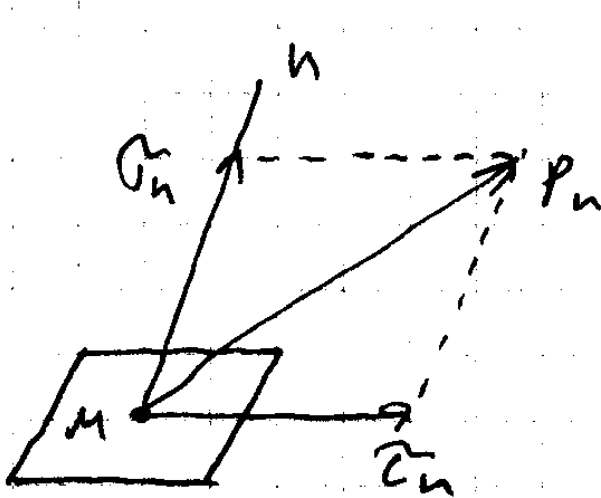
Тензор механического напряжения

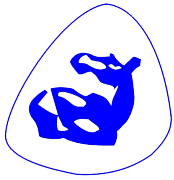
Интенсивность сил p_n , передающихся в точке через выделенную площадку, называется напряжением на данной площадке.

Вектор p_n выражает полное напряжение на данной площадке и разлагается на составляющие:

$$p_n^2 = \sigma_n^2 + \tau_n^2,$$

где σ_n , τ_n – нормальное и касательное напряжения на площадке с нормалью n , соответственно.





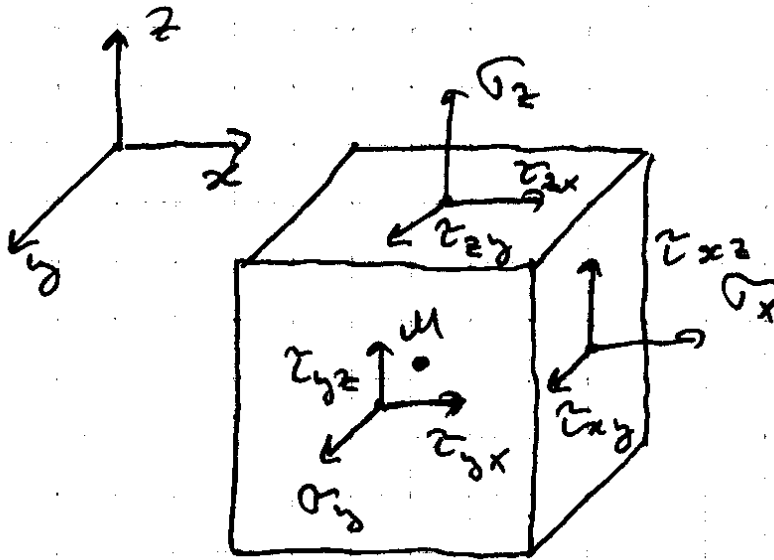
Тензор механического напряжения

На основе вышесказанного, можно сделать вывод, что в любой точке балки или пластины могут возникать два вида напряжений: нормальное σ или касательное τ .

Обычно в механике и микромеханике имеют дело не с полным напряжением p_n , а с его составляющими σ_n , τ_n .

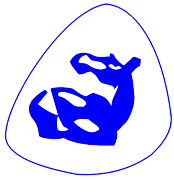


Тензор механического напряжения



В окрестности рассматриваемой точки M выделим бесконечно малый элемент в форме параллелепипеда со сторонами dx , dy , dz .

В общем случае на каждую грань параллелепипеда будет действовать одно нормальное и два касательных напряжения.



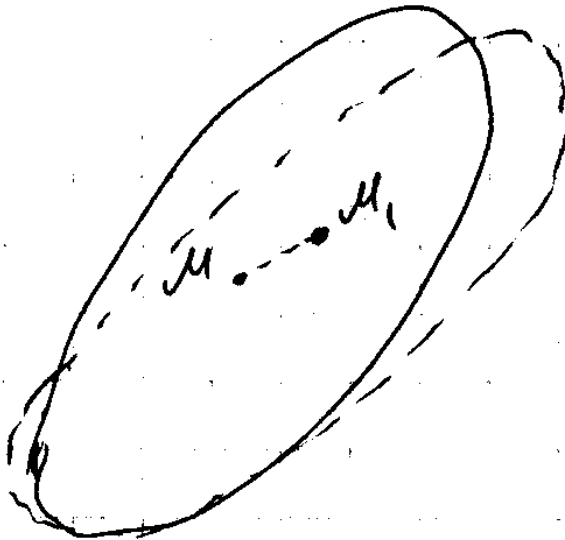
Тензор механического напряжения

Для трех граней элемента они образуют так называемый тензор напряжений:

$$T_{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix}$$



Тензор деформации

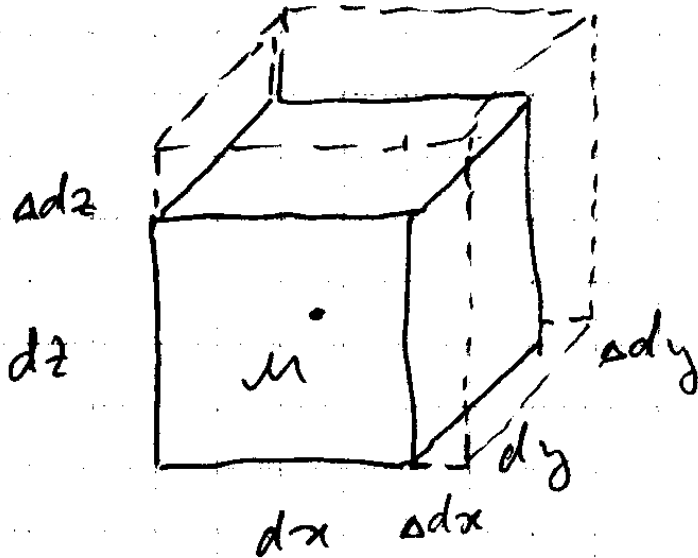


Рассмотрим некоторое тело, в котором выделим точку M .

От приложения силы тело деформируется, т.е. изменяет свои размеры и форму. Точка M переходит в точку M_1 .



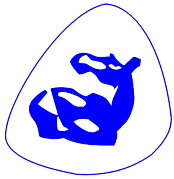
Тензор деформации



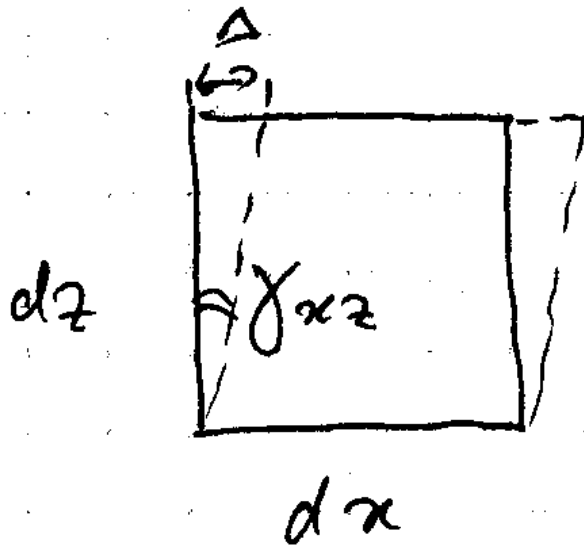
В окрестности рассматриваемой точки М выделим бесконечно малый элемент в форме параллелепипеда со сторонами dx , dy , dz .

За счет деформации длины его ребер получают абсолютное удлинение $\Delta dx, \Delta dy, \Delta dz$. Относительные линейные деформации определяют следующими выражениями:

$$\varepsilon = \frac{\Delta dx}{dx}; \quad \varepsilon = \frac{\Delta dy}{dy}; \quad \varepsilon = \frac{\Delta dz}{dz}.$$

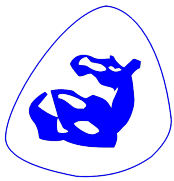


Тензор деформации



Кроме линейных деформаций возникают угловые деформации или углы сдвига, представляющие малые изменения прямых углов параллелепипеда.

Угловые деформации измеряются в радианах.



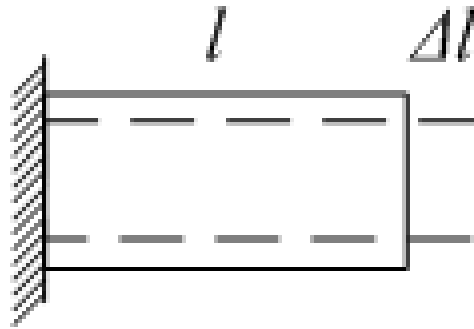
Тензор деформации

Для трех граней элемента линейные и угловые деформации образуют тензор деформации:

$$T_{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xz} & \frac{1}{2}\gamma_{yz} & \varepsilon_z \end{pmatrix}$$

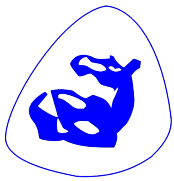


Тензор деформации



При растяжении балки, ее длина увеличивается и становится равной $(l + \Delta l)$, где Δl – абсолютная продольная деформация балки.

Поперечные размеры балки будут уменьшаться и примут значения: $(h - \Delta h)$, $(w - \Delta w)$, где Δh , Δw – абсолютные поперечные деформации балки.



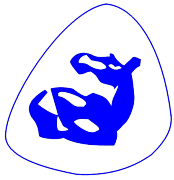
Тензор деформации

Отношение продольной абсолютной деформации к первоначальной длине называется относительной продольной деформацией:

$$\varepsilon_{\text{прод}} = \varepsilon_z = \frac{\Delta l}{l}$$

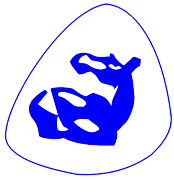
Отношение поперечной деформации балки к ее первоначальному поперечному размеру называется относительной поперечной деформацией:

$$\varepsilon_{\text{попер}} = \varepsilon_x = -\frac{\Delta w}{w}; \quad \varepsilon_{\text{попер}} = \varepsilon_y = -\frac{\Delta h}{h}$$



Контрольные вопросы

1. Микромеханические балки: определение, типы, особенности математической модели.
2. Пластины: Определение, типы, особенности математической модели.
3. Деформация твердого тела. Упругая и остаточная деформации. Свойства материалов.
4. Тензор механического напряжения.
5. Тензор деформации.



Лекция №3. «Основные виды микромеханических элементов. Механические свойства материалов. Тензоры механического напряжения и деформации»

Спасибо за внимание