

УДК 519.21

**Б. В. Бондарев, В. О. Болдырева****СПОСОБ ПОЛУЧЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ВЕРОЯТНОСТИ НЕРАЗОРЕНИЯ СТРАХОВОЙ КОМПАНИИ НА БЕСКОНЕЧНОМ ИНТЕРВАЛЕ ВРЕМЕНИ**

В данной работе показан новый метод выведения уравнений на бесконечном интервале времени для вероятности неразорения страховой компании, работающей на (B,S)-рынке. Особенностью такого способа является то, что он не накладывает ограничений на существование гладких плотностей распределения для величин страховых исков и премий. В процессе доказательства использовались свойства резольвенты процесса.

*Ключевые слова:* вероятность неразорения, бесконечный интервал времени, модель П. Самуэльсона, финансовый (B,S)-рынок, резольвента, инфинитезимальный оператор.

**Введение.** Одной из основных задач в теории риска является исследование деятельности страховых компаний. Поскольку в современном обществе их влияние непрерывно растет, появляется необходимость как можно точнее предсказывать развитие любой из таких компаний, т. е. и владелец компании, и ее клиенты будут заинтересованы в том, чтобы компания продолжала свою работу как можно дольше. В качестве одного из главных параметров для определения платежеспособности страховой компании выбирают ее вероятность разорения либо неразорения. Данному исследованию посвящено множество работ как зарубежных, так и отечественных авторов [1–28].

Вопрос о нахождении вероятности неразорения страховой компании получил свое разрешение [2, 3, 12–15] для классической модели риска, а также некоторых моделей с частными случаями распределений. В случае отсутствия диффузионной составляющей в основном процессе Самуэльсона требовалось существование гладких плотностей распределения размеров премий, исков и цен акций [7, 19, 25], накладывало дополнительные ограничения. Целью данной работы является получение нового способа выведения уравнений для вероятности неразорения страховой компании на бесконечном интервале времени.

Данная статья опирается на результаты, полученные авторами в работе [21]. Для более ясного изложения мыслей читателям некоторые выкладки авторов были приведены из предыдущих работ.

**Основные результаты.** Будем рассматривать функционирование страховой компании на бесконечном промежутке времени. Пусть компания в нулевой момент времени  $t = 0$  стартует с начальным капиталом  $\xi_x(0) = x$ , а  $\xi_x(t)$  – капитал компании в момент времени  $t$ . Вероятность неразорения страховой компании на бесконечном интервале времени определим как вероятность того, что значение капитала компании не опустится ниже нуля, т. е.

$$\varphi(x) = P\{\xi_x(t) \geq 0, \forall t \geq 0\}.$$

Будем считать поступающие в компанию страховые иски и премии стохастическими. Предполагаем, что количество поступающих исков подчиняется пуассоновскому закону распределения  $Z(t)$ , а количество поступающих премий — пуассоновскому закону распределения  $Z_1(t)$ . Пусть  $\eta_k$  – величины исков с функцией распределения  $P(\eta_k < y) = F(y)$ ,  $F(dy) = F(y + dy) - F(y)$ . Суммарные иски  $\sum_{k=1}^{Z(t)} \eta_k$ , где  $\sum_{k=1}^0 \eta_k = 0$ , составляют сложный пуассоновский процесс с параметром  $\lambda$ , который представим в виде стохастического интеграла [29]

$$\int_0^t \int_0^\infty \alpha v(d\alpha, ds),$$

где  $v(d\alpha, ds)$  – пуассоновская мера,  $Mv(d\alpha, ds) = \lambda F(d\alpha)ds$ , а  $F(d\alpha)$  – мера интервала  $(\alpha, \alpha + d\alpha)$ .

Пусть  $\gamma_i$  – величины страховых премий с функцией распределения  $P(\gamma_i < z) = G(z)$ ,  $G(dz) = G(z + dz) - G(z)$ . Тогда аналогично иском суммарные премии  $\sum_{i=1}^{Z_1(t)} \gamma_i$  являются сложным пуассоновским процессом с параметром  $\lambda_1$ , представимый с помощью стохастического интеграла [29]

$$\int_0^t \int_0^{+\infty} \beta \nu_1(d\beta, ds),$$

где  $\nu_1(d\beta, ds)$  – пуассоновская мера,  $M\nu_1(d\beta, ds) = \lambda_1 G(d\beta)ds$ ,  $G(d\beta)$  – мера интервала  $(\beta, \beta + d\beta)$ .

Будем считать, что страховая компания размещает весь свой капитал на финансовом на  $(B, S)$ -рынке, а именно, в каждый момент времени капитал компании разбивается на две части: доля  $0 \leq u \leq 1$  отводится на покупку акций, доля  $1 - u$  – на банковский счет под процентную ставку  $r$ . Пусть цена рискового актива описывается моделью П. Самуэльсона, т.е.

$$P(t) = P(0) \exp \left\{ \left( \mu - \sigma^2/2 \right) t + \sigma W(t) \right\}, \quad t \geq 0,$$

тогда по формуле Ито [30]

$$dP(t) = P(t)(\mu dt + \sigma dW(t)). \quad (1)$$

Запишем уравнение (1) в следующем виде

$$P(t + \Delta t) - P(t) \approx P(t)(\mu \Delta t + \sigma \Delta W(t)),$$

где

$$\Delta W(t) = W(t + \Delta t) - W(t),$$

отсюда с точностью до бесконечно малых высшего порядка имеем

$$P(t + \Delta t) = P(t)(1 + \mu \Delta t + \sigma \Delta W(t)).$$

Количество акций, которое можно купить на сумму  $u(1 - \delta \Delta t) \xi_x(t)$ , по цене  $P(t)$  за акцию, будет  $u(1 - \delta \Delta t) \xi_x(t)/P(t)$ , отсюда новая цена рискового актива к моменту времени  $t + \Delta t$

$$u(1 - \delta \Delta t) \xi_x(t)(1 + \mu \Delta t + \sigma \Delta W(t)).$$

Таким образом, эволюция капитала компании будет иметь вид

$$\xi_x(t + \Delta t) = \sum_{i=Z_1(t)}^{Z_1(t+\Delta t)} \gamma_i - \sum_{k=Z(t)}^{Z(t+\Delta t)} \eta_k + (1-u) \xi_x(t)(1 + r \Delta t) + u \xi_x(t)(1 + \mu \Delta t + \sigma \Delta W(t)).$$

Перейдем к пределу  $\Delta t \rightarrow 0$  в выражении

$$\xi_x(t + \Delta t) = \int_0^{+\infty} \beta \nu_1(d\beta, \Delta t) - \int_0^{+\infty} \alpha \nu(d\alpha, \Delta t) + (1-u) \xi_x(t)(1 + r \Delta t) + u \xi_x(t)(1 + \mu \Delta t + \sigma \Delta W(t)),$$

получим

$$d\xi_x(t) = \xi_x(t)(u\mu - ur + r)dt + u\sigma \xi_x(t)dW(t) + \int_0^{+\infty} \beta \nu_1(d\beta, dt) - \int_0^{+\infty} \alpha \nu(d\alpha, dt). \quad (2)$$

Воспользуемся идеями и методами работ [7, 13, 14, 19, 26]. Пусть первый скачок капитала происходит в момент времени  $\tau = s$ , а его величина равна  $y$ . До этого момента уравнение капитала имеет вид:

$$d\xi_x(t) = \xi_x(t)(u\mu - ur + r)dt + u\sigma \xi_x(t)dW(t), \quad \text{где } \xi_x(0) = x. \quad (3)$$

С помощью формулы полной вероятности составим уравнение для вероятности неразорения страховой компании для балансового уравнения (2) на бесконечном интервале времени  $[0, +\infty)$

$$\varphi(x) = \int_0^{+\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda)s} \int_0^{+\infty} P(x, s, dz) \left( \lambda \int_0^z \varphi(z-y) dF(y) + \lambda_1 \int_0^{+\infty} \varphi(z+y) dG(y) \right) ds, \quad (4)$$

где  $P(x, t, A) = P\{\xi_x(t) \in A\}$  – это вероятность перехода процесса  $\xi_x(t)$  из точки  $x$  за время  $t > 0$  во множество  $A$ .

Покажем, что у вероятности перехода существует плотность  $\rho(x, t, z)$ , а также существуют частные производные  $\frac{\partial \rho(x, t, z)}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial^2 \rho(x, t, z)}{\partial x^2}$ ,  $\frac{\partial \rho(x, t, z)}{\partial t}$ . Для этого необходимо найти явный вид плотности. Воспользовавшись формулой Ито, выпишем решение уравнения (3)

$$\xi_x(t) = x \exp \left\{ \left( \mu u + (1-u)r - u^2 \sigma^2 / 2 \right) t + u \sigma W(t) \right\}. \quad (5)$$

Введем следующую функцию  $u(t, x)$ :

$$u(t, x) = M \tilde{f}(\xi_x(t)) = M \tilde{f} \left( x \exp \left\{ \left( \mu u + (1-u)r - u^2 \sigma^2 / 2 \right) t + u \sigma W(t) \right\} \right), \quad (6)$$

где  $t > 0, x \in R, u(0, x) = \tilde{f}(x)$ . Функция  $\tilde{f} \in C^2[0, R]$  произвольная.

Тогда  $u(t, x)$  является решением [31] задачи

$$\frac{\partial u(t, x)}{\partial t} = \frac{1}{2} u^2 \sigma^2 x^2 \frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial x^2} + (u \mu - u r + r) x \frac{\partial u(t, x)}{\partial x}. \quad (7)$$

Теперь найдем  $\rho(x, t, y)$ , плотность вероятности перехода для процесса  $\xi_x(t)$ , т.е. такую функцию, что  $P(x, t, A) = P\{\xi_x(t) \in A\} = \int_A \rho(x, t, y) dy$ . Для построения плотности вероятности перехода воспользуемся следующим приемом [32, с. 203]:

$$\begin{aligned} u(t, x) &= M \tilde{f} \left( x \exp \left\{ \left( u \mu - u r + r - u^2 \sigma^2 / 2 \right) t + u \sigma W(t) \right\} \right) = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{f} \left( x \exp \left\{ \left( u \mu - u r + r - u^2 \sigma^2 / 2 \right) t + u \sigma \sqrt{t} \cdot y \right\} \right) \exp(-y^2 / 2) dy. \end{aligned}$$

Введем замену  $y \sqrt{t} = k$ . Тогда

$$u(t, x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi t}} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{f} \left( x \exp \left\{ \left( u \mu - u r + r - u^2 \sigma^2 / 2 \right) t + u \sigma k \right\} \right) \exp(-k^2 / (2t)) dk, \quad (8)$$

причем, с другой стороны,  $u(t, x)$  изначально можно было записать в виде

$$u(t, x) = \int_0^{+\infty} \tilde{f}(z) \rho(x, t, z) dz, \quad (9)$$

где  $\rho(x, t, z)$  – плотность вероятности перехода процесса  $\xi_x(t)$  из состояния  $x$  в состояние  $z$ .

Для того чтобы найти  $\rho(x, t, z)$ , осталось привести (8) к виду (9). Сделаем замену:

$$x \exp \left\{ \left( u \mu - u r + r - u^2 \sigma^2 / 2 \right) t + u \sigma k \right\} = z.$$

Отсюда, выразив  $k = \left( \ln(z/x) - \left( u \mu - u r + r - u^2 \sigma^2 / 2 \right) t \right) / (u \sigma)$ , получим

$$u(t, x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi t u \sigma}} \int_0^{+\infty} \tilde{f}(z) \frac{1}{z} \exp \left( - \frac{\left( \ln(z/x) - (u \mu - u r + r - u^2 \sigma^2 / 2) t \right)^2}{2 u^2 \sigma^2 t} \right) dz, \quad (10)$$

откуда

$$\rho(x, t, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi t u \sigma z}} \exp \left( - \frac{\left( \ln(z/x) - (u \mu - u r + r - u^2 \sigma^2 / 2) t \right)^2}{2 u^2 \sigma^2 t} \right). \quad (11)$$

Непосредственной проверкой можно убедиться в существовании производных у данной плотности и в том, что  $\rho(x, t, z)$  удовлетворяет обратному уравнению Колмогорова

$$\frac{\partial \rho(x, t, z)}{\partial t} = \frac{1}{2} u^2 \sigma^2 x^2 \frac{\partial^2 \rho(x, t, z)}{\partial x^2} + (u \mu - u r + r) x \frac{\partial \rho(x, t, z)}{\partial x}. \quad (12)$$

Определим резольвенту процесса  $R_\lambda$ :

$$R_{\lambda + \lambda_1} a(x) = \int_0^{+\infty} e^{-(\lambda + \lambda_1)s} \int_0^{+\infty} P(x, s, dz) a(z) ds = \int_0^{+\infty} e^{-(\lambda + \lambda_1)s} T_s a(x) ds, \quad (13)$$

где  $T_S$  – полугруппа операторов, соответствующих слабо измеримому процессу (т.е. их вероятность перехода измерима), а  $a(x) = \lambda \int_0^x \varphi(x-y) dF(y) + \lambda_1 \int_0^{+\infty} \varphi(x+y) dG(y)$ .

Теперь воспользуемся теоремой [33, с. 149]

$$AR_{\lambda+\lambda_1} a(x) = (\lambda + \lambda_1) R_{\lambda+\lambda_1} a(x) - a(x), \quad (14)$$

где  $A$  – инфинитезимальный оператор процесса. Заметим, воспользовавшись формулами (4) и (13), что  $R_{\lambda+\lambda_1} a(x) = \varphi(x)$ , откуда  $AR_{\lambda+\lambda_1} a(x) = A\varphi(x)$ .

$A\varphi(x)$  можно найти как правую производную от  $T_t\varphi(x)$  в нуле [30, с. 240]:

$$\begin{aligned} A\varphi(x) &= \left. \frac{d^+}{dt} T_t\varphi(x) \right|_{t=0} = \left. \frac{d^+}{dt} \int_0^{+\infty} P(x, t, dz) \varphi(z) \right|_{t=0} = \\ &= \left. \frac{d^+}{dt} \int_0^{+\infty} \rho(x, t, z) \varphi(z) dz \right|_{t=0} = \left. \int_0^{+\infty} \frac{\partial \rho(x, t, z)}{\partial t} \varphi(z) dz \right|_{t=0}. \end{aligned} \quad (15)$$

Воспользовавшись формулой (12), имеем

$$\begin{aligned} \left. \int_0^{+\infty} \frac{\partial \rho(x, t, z)}{\partial t} \varphi(z) dz \right|_{t=0} &= \left. \int_0^{+\infty} \varphi(z) \left[ \frac{1}{2} u^2 \sigma^2 x^2 \frac{\partial^2 \rho(x, t, z)}{\partial x^2} + (u\mu - ur + r)x \frac{\partial \rho(x, t, z)}{\partial x} \right] dz \right|_{t=0} = \\ &= \frac{1}{2} u^2 \sigma^2 x^2 \left. \int_0^{+\infty} \frac{\partial^2 \rho(x, t, z)}{\partial x^2} \varphi(z) dz \right|_{t=0} + (u\mu - ur + r)x \left. \int_0^{+\infty} \frac{\partial \rho(x, t, z)}{\partial x} \varphi(z) dz \right|_{t=0}. \end{aligned} \quad (16)$$

В качестве функции  $\tilde{f}(x)$  из (6) выберем функцию  $\varphi(x)$ . Продолжая формулу (16), получим

$$\begin{aligned} \left. \int_0^{+\infty} \frac{\partial \rho(x, t, z)}{\partial t} \varphi(z) dz \right|_{t=0} &= \left. \frac{1}{2} u^2 \sigma^2 x^2 \frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial x^2} + (u\mu - ur + r)x \frac{\partial u(t, x)}{\partial x} \right|_{t=0} = \\ &= \frac{1}{2} u^2 \sigma^2 x^2 \varphi''(x) + (u\mu - ur + r)x \varphi'(x). \end{aligned} \quad (17)$$

Таким образом, мы получили с помощью (15)–(17), что инфинитезимальный оператор  $A\varphi(x)$  имеет вид

$$A\varphi(x) = \frac{1}{2} u^2 \sigma^2 x^2 \varphi''(x) + (u\mu - ur + r)x \varphi'(x). \quad (18)$$

Подводя итоги, которые следуют из объединения результатов формул (4), (13), (14), (18), имеем уравнение для вероятности неразорения страховой компании на бесконечном интервале времени

$$(\lambda_1 + \lambda)\varphi(x) = \lambda \int_0^x \varphi(x-y) dF(y) + \lambda_1 \int_0^{+\infty} \varphi(x+y) dG(y) + \frac{1}{2} u^2 \sigma^2 x^2 \frac{\partial^2 \varphi(x)}{\partial x^2} + (u\mu - ur + r)x \frac{\partial \varphi(x)}{\partial x}.$$

Сформулируем теорему.

**Теорема.** На бесконечном промежутке времени  $[0, \infty)$  функционирования страховой компании с эволюцией капитала, заданного уравнением (2), вероятность неразорения компании удовлетворяет интегро-дифференциальному уравнению

$$(\lambda_1 + \lambda)\varphi(x) = \lambda \int_0^x \varphi(x-y) dF(y) + \lambda_1 \int_0^{+\infty} \varphi(x+y) dG(y) + \frac{1}{2} u^2 \sigma^2 x^2 \frac{\partial^2 \varphi(x)}{\partial x^2} + (u\mu - ur + r)x \frac{\partial \varphi(x)}{\partial x}. \quad (19)$$

**Примечание.** Формальным переходом к бесконечности уравнение (19) можно было бы получить из случая конечного времени [21]

$$(\lambda_1 + \lambda)\varphi(x, t) + \frac{\partial \varphi(x, t)}{\partial t} = \lambda \int_0^x \varphi(x-y, t) dF(y) +$$

$$+ \lambda_1 \int_0^{+\infty} \varphi(x+y, t) dG(y) + \frac{1}{2} u^2 \sigma^2 x^2 \frac{\partial^2 \varphi(x, t)}{\partial x^2} + (u\mu - ur + r)x \frac{\partial \varphi(x, t)}{\partial x},$$

но тогда необходимо было бы обосновывать, что  $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\partial \varphi(x, t)}{\partial t} = 0$ .

**Выводы.** Таким образом, для модели страховой компании со стохастическими премиями, функционирующей на (B,S)-рынке, был получен способ выведения интегро-дифференциальные уравнения на бесконечном интервале времени.

Особенностью такого способа получения уравнений для вероятности неразорения является то, что он не накладывает ограничений на существование гладких плотностей распределения для величин страховых исков и премий.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Asmussen S. Ruin Probabilities / S. Asmussen, H. Albrecher // Advanced series on statistical science & applied probability World Scientific. – 2010. – Vol. 14. – 602 p.
2. Beard R. E. Risk theory. The stochastic basis of insurance. 3-rd edition / R. E. Beard, T. Pentikäinen, E. Pesonen. – London; New York: Chapman and Hall, 1984. – 408 p.
3. Delbaen F. Classical risk theory in an economic environment / F. Delbaen, J. Haezendonck // Insurance: Mathematics and Economics. – 1987. – Vol. 6, Iss. 2. – P. 85–116.
4. Konstantinides D. G. The probabilities of absolute ruin in the renewal risk model with constant force of interest / D. G. Konstantinides, K. W. Ng, Qihe Tang // Journal of Applied Probability. – 2010. – Vol. 47, No 2. – P. 323–334.
5. Livshits K. I. Probability of ruin of an insurance company for the Poisson model / K. I. Livshits // Russian Physics Journal. – 1999. – Vol. 42, No 4. – P. 394–399.
6. Panjer H. H. Insurance Risk Model. Society of Actuaries / H. H. Panjer, G. E. Willmot. – Schaumburg, 1992. – 540 p.
7. Pervozvansky A. A. Equation for survival probability in a finite time interval in case of non-zero real interest force / A. A. Pervozvansky, Jr. // Insurance: Mathematics and Economics. – 1998. – Vol. 23, Iss. 3. – P. 287–295.
8. Sundt B. Ruin estimates under interest force / Bjørn Sundt, Jozef L. Teugels // Insurance: Mathematics and Economics. – 1995. – Vol. 16, Iss. 1. – P. 7–22.
9. Баев А. В. Об оценке вероятности разорения страховой компании в модели со стохастическими премиями и исками и возможностью инвестиций в финансовый (B,S)-рынок / А. В. Баев, Б. В. Бондарев, Т. В. Жмыхова // Проблемы управления и информатики. – 2010. – № 5. – С. 111–122.
10. Баев А. В. Про ймовірність банкрутства страхової компанії, що функціонує на фінансовому (B,S)-ринку / А. В. Баев, Б. В. Бондарев // Теорія ймовірностей та математична статистика. – 2006. – Т. 74. – С. 10–22.
11. Баев А. В. Функционирование страховой компании на (B,S)-рынке / А. В. Баев, Б. В. Бондарев // Прикладна статистика. Актуарна та фінансова математика. – 2003. – № 1–2. – С. 11–26.
12. Бойков А. В. Модель Крамера-Лундберга со стохастическими премиями / А. В. Бойков // Теория вероятностей и ее применения. – 2002. – Т. 47, вып. 3. – С. 549–553.
13. Теоретико-ймовірнісні та статистичні методи в економетриці та фінансовій математиці / М. М. Леоненко, Ю. С. Мішура, В. М. Пархоменко, М. Й. Ядренко. – К.: Інформтехніка, 1995. – 380 с.
14. Мельников А. В. Математика финансовых обязательств / А. В. Мельников, С. Н. Волков, М. Л. Нечаев. – М.: ГУ ВШЭ, 2001. – 260 с.
15. Мельников А. В. Математические методы финансового анализа / А. В. Мельников, Н. В. Попова, В. С. Скорнякова. – М.: Анкил, 2006. – 440 с.
16. Норкин Б. В. Необходимые и достаточные условия существования и единственности решений интегральных уравнений страховой математики / Б. В. Норкин // Кибернетика и системный анализ. – 2006. – № 5. – С. 157–164.
17. Норкин Б. В. О методе последовательных приближений для вычисления вероятности банкротства классического процесса риска / Б. В. Норкин // Теорія оптимальних рішень. – 2003. – № 2. – С. 10–18.
18. Норкин Б. В. Стохастический метод последовательных приближений для оценки риска неплатежеспособности страховой компании / Б. В. Норкин // Кибернетика и системный анализ. – 2008. – № 6. – С. 116–130.
19. Рагуліна О. Ю. Про диференційовність ймовірності небанкрутства страхової компанії в моделях зі сталою відсотковою ставкою / О. Ю. Рагуліна // Прикладна статистика. Актуарна та фінансова математика. – 2010. – № 1–2. – С. 82–116.
20. Бондарев Б. В. Вероятность неразорения страховой компании для модели Крамера-Лундберга и Г-распределенных выплат / Б. В. Бондарев, Т. В. Жмыхова // Прикладна статистика. Актуарна та фінансова математика. – 2005. – № 1–2. – С. 54–70.
21. Бондарев Б. В. Вывод уравнения для вероятности неразорения страховой компании, работающей на (B,S)-рынке. Стохастические иски и стохастические премии / Б. В. Бондарев, В. О. Болдырева // Кибернетика и системный анализ. – 2014. – Т. 50, № 5. – С. 113–121.
22. Бондарев Б. В. Ймовірність банкрутства страхової компанії для узагальненої моделі Крамера-Лундберга за умови розміщення капіталу на фінансовому (B,S)-ринку / Б. В. Бондарев, Т. В. Жмихова // Прикладна статистика. Актуарна та фінансова математика. – 2008. – № 1–2. – С. 24–62.

23. Бондарев Б. В. Модель Крамера-Лундберга зі стохастичними преміями за умови розміщення капіталу на банківському депозиті / Б. В. Бондарев, Т. В. Жмихова // Праці Інституту прикладної математики і механіки НАН України. – 2008. – Т. 16. – С. 55–62.
24. Бондарев Б. В. О вероятности неразорения для модели страховой компании с расходами на рекламу. I / Б. В. Бондарев, В. О. Болдырева // Прикладна статистика. Актуарна та фінансова математика. – 2012. – № 2. – С. 47–65.
25. Бондарев Б. В. О вероятности неразорения для модели страховой компании с расходами на рекламу. II / Б. В. Бондарев, В. О. Болдырева // Прикладна статистика. Актуарна та фінансова математика. – 2013. – № 1–2. – С. 21–39.
26. Бондарев Б. В. О вероятности неразорения страховой компании на конечном интервале времени при инвестировании капитала на финансовом (B,S)-рынке / Б. В. Бондарев, Е. Ю. Рагулина // Кибернетика и системный анализ. – 2012. – № 5. – С. 112–124.
28. Бондарев Б. В. Уравнения для вероятности неразорения страховой компании, работающей на (B,S)-рынке с учетом рекламной деятельности / Б. В. Бондарев, В. О. Болдырева // Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики». – 2014. – № 1. – С. 139–147.
29. Бондарев Б. В. Стохастические дифференциальные уравнения и их применение в финансовой математике и математической экономике / Б. В. Бондарев, Т. В. Жмихова. – Донецк: Норд компьютер, 2005. – 175 с.
30. Бондарев Б. В. Стохастическое исчисление в задачах финансовой и актуарной математики. Оценка рисков в страховании: монография / Б. В. Бондарев, О. Е. Сосницкий. – Донецк: ДонГУ, 2013. – 227 с.
31. Вентцель Д. А. Курс теории случайных процессов / Д. А. Вентцель. – М.: Наука, 1996. – 400 с.
32. Гихман И. И. Теория случайных процессов / И. И. Гихман, В. И. Скороход. – М.: Наука, 1971. – 664 с.
33. Оксендаль Б. Стохастические дифференциальные уравнения. Введение в теорию и приложения: Пер. с англ. / Б. Оксендаль. – М.: Мир, ООО «Издательство АСТ», 2003. – 408 с.
34. Гихман И. И. Теория случайных процессов. Т. 2 / И. И. Гихман, В. И. Скороход. – М.: Наука, 1973. – 640 с.

*Поступила в редакцию 28.05.2014 г.*

## РЕЗЮМЕ

У даній роботі розглянуто метод виведення рівнянь на нескінченному інтервалі часу для страхової компанії, що працює на (B, S) -ринку. Особливістю такого способу є те, що він не накладає обмежень на існування гладких щільностей розподілу для величин страхових позовів і премій. Протягом доведення використовувалися властивості резольвенти процесу.

*Ключові слова:* ймовірність небанкрутства, нескінченний інтервал часу, модель П. Самуельсона, фінансовий (B,S)-ринок, резольвента, інфінітезимальний оператор.

## SUMMARY

The method of deriving equations on infinite time interval for an insurance company operating in the (B, S)-market is shown in this paper. A feature of this method is that it does not impose restrictions on the existence of smooth density distribution for the values of insurance claims and premiums. In the process of proving the properties of the resolvent process are used.

*Keywords:* survival probability, infinite interval, model Paul Samuelson, financial (B, S)-market, the resolvent, infinitesimal operator.