

На правах рукописи

ВСТОВСКИЙ Григорий Валентинович

**ФРАКТАЛЬНАЯ ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ  
СТРУКТУР В МЕТАЛЛАХ И СПЛАВАХ**

Специальность

01.04.07 "Физика конденсированного состояния"

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук

Москва 2001

Работа выполнена в Институте металлургии и материаловедения  
им.А.А.Байкова РАН и  
Институте химической физики им.Н.Н.Семенова РАН.

Официальные оппоненты: Чл.корр. РАН, д.х.н. А.Д.Изотов;  
д.ф.-м.н. В.Л.Клочихин;  
д.ф.-м.н. В.И.Ролдугин.

Ведущая организация:  
Институт прикладной физики РАН

Защита диссертации состоится «14» декабря 2001 г. в 15 час.  
в актовом зале Научно-исследовательского физико-химического института  
им. Л.Я.Карпова по адресу Москва 103064, ул. Воронцово поле, 10

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Научно-  
исследовательского физико-химического института им. Л.Я.Карпова

Автореферат разослан «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2001 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,  
к.ф.-м.н. С.Г.Лакеев

---

### **Общая характеристика работы**

Данная работа направлена на разработку физико-математических, методологических и методических основ нетрадиционных методов обработки изображений структур в металлах и сплавах. Теоретическое переосмысление предложенных Мандельбротом представлений о (мульти)фракталах на основе введенных в работе понятий мультифрактальной информации и фрактальной симметрии, в практическом плане, открывает новые перспективы развития экспериментальных методов обработки информации о структурах твердых тел и описания связи структуры со свойствами. Автором разработано и доведено до конкретного воплощения в виде компьютерной программы **MFRDrom** (Мультифракталодром) семейство новых методов анализа реальных структур в материалах.

**Актуальность проблемы.** Широкий круг актуальных проблем современной науки и техники, включая материаловедение, связан с разработкой все усложняющихся методов получения и исследования твердых тел со сверхсложной структурой, во многом определяющей прочностные, физические и др. свойства. Задача описания связи структуры со свойствами требует привлечения нетрадиционных методов исследования и обработки информации. Традиционные количественные методы описания структур твердых тел используют статистический подход. Большинство структур, поддающихся статистическому описанию "в среднем", тем не менее, являются неоднородными, и этой неоднородностью в большинстве случаев определяется пригодность конкретных изделий для тех или иных целей. Современные методы описания структур еще не используют в полной мере универсальное свойство самоподобия (фрактальности) стохастических структур, которое наблюдается в определенном диапазоне масштабов, причем границы этого диапазона несут важную информацию о физических свойствах. Привлечение концепции мультифракталов, основанной на использовании общего понятия меры, позволяет одновременно описывать универсальным образом как самоподобие вместе с его границами, так и неоднородность структур твердых тел самой различной природы, причем неоднородность даже стабильных структур может нести информацию о динамике их формирования или изменения. Структуры современных материалов с новыми необычными свойствами формируются в сильно неравновесных условиях, проходя через несколько стадий чередования устойчивых и неустойчивых (критических) состояний, и при этих переходах (бифуркациях) могут образовываться и распадаться, оставляя реликты, сильно неоднородные промежуточные фрактальные структуры. Использование концепции мультифракталов позволяет давать адекватную количественную оценку не только конфигурации исследуемой структуры в

целом, но так же неоднородности распределения на ней геометрических, физических, химических и др. характеристик, *соответственно природе изучаемой структуры*, что невозможно достигнуть обычными методами. Имеющийся опыт в области численного мультифрактального описания изображений структур самой различной природы показывает его эффективность при анализе скрытых процессов в металлах и сплавах, т.е. таких процессов, которые нельзя наблюдать непосредственно, но при этом они существенно влияют на характеристики изучаемых систем (см. статьи В.С.Ивановой и В.Ф.Терентьева и др. в сб. [27]. Еще более длительный опыт проведения испытаний на прочность, так же как экспериментальных исследований многих других свойств металлов и сплавов, показывает, что *очень часто нельзя соотнести изменения структурно зависимых свойств конкретного материала с изменениями традиционных количественных характеристик его структуры*. В связи с этим, возникла проблема разработки универсальной *методологии проведения мультифрактальной параметризации фактических структур материалов*, наблюдаемых в реальных экспериментах (поры, зерна, фазы и их границы, поверхности разрушения, реликтовые структуры различной природы и пр.) при помощи стандартных средств их представления - (микро)фотографий.

Усталостное разрушение является основным видом разрушения деталей машин и конструкций и составляет 70% всех случаев разрушения. Для его профилактики необходима разработка моделей усталостного разрушения, позволяющих прогнозировать повреждаемость материалов при циклическом нагружении. Модели микропроцессов разрушения на основе методов молекулярной динамики, Монте-Карло и др. не позволяют следить за динамикой макроскопических усталостных трещин в силу больших затрат машинного времени. Поэтому для решения основной задачи физики разрушения - установления связи микроскопических характеристик материала с его прочностными свойствами - требуются модели т.н. мезоскопического уровня, основанные на статистическом описании повреждения материала при усталостном разрушении. Это требует разработки физически обоснованного подхода к моделированию динамики макроскопических усталостных трещин, который позволил бы объяснить надежно установленные к настоящему времени эмпирические закономерности усталостного разрушения. В настоящей работе предложена модель усталостного разрушения, основанная на современных представлениях о фракталах, как самоподобных структурах, образующихся в критических условиях, в частности , в состоянии предразрушения. Мультифрактальный анализ неоднородного распределения микроповреждений в пластической зоне у вершины усталостной трещины позволяет оценить степень неоднородности этой зоны, состояние материала в которой определяет ход процесса усталостного разрушения.

Накопленный к настоящему времени опыт говорит, что в практическом плане данные мультифрактальной параметризации нужны не только для решения задач, связанных с прочностью материалов, но и для управления их свойствами, оптимизации технологических условий получения, диагностики качества изделий, прогнозирования остаточного ресурса конструкций на основе количественной оценки степени деградации структуры материала в процессе эксплуатации и т.д. Но главные перспективы мультифрактальной параметризации структур твердых тел видятся в использовании информационных свойств мультифракталов в свете связи нарушения фрактальной симметрии с геометрической асимметрией при разработке интеллектуальных технологий синтеза и обработки материалов, включая оптимизацию процессов, сенсорное восприятие *in situ* микроструктур и управление технологическими процессами на основе единого процессорного блока.

**Основными задачами** диссертационной работы были

1. Выявить совокупность общих феноменологических параметров поверхностных структур, имеющих ясный физический смысл, которые могут быть определены из анализа данных микроскопии (оптической, электронной, зондовой) на нано- и микроуровне и могут адекватно характеризовать прочностные и усталостные свойства металлов и сплавов, при выборе в качестве информационной основы представлений о фрактальной симметрии и ее нарушениях (мультифрактальном и псевдомультифрактальном) в реальных структурах.
2. Развить модельные представления о динамике усталостного разрушения (УР) - формирования поверхности УР, при установлении взаимосвязи микропараметров развиваемых моделей и феноменологических параметров мультифрактального формализма, что составляет основу адекватного понимания механизмов (природы) механического разрушения материалов и обоснованного выбора оптимальных способов обработки металлических материалов.
3. Разработать пакет программ для анализа структур реальных материалов.

**Основная цель работы.** Развить феноменологический подход к выявлению основных физических параметров сложных структур металлов и сплавов на нано- и микроуровнях их организации, имея ввиду, что любое последующее теоретическое моделирование функциональных (прочностных, усталостных, физических и др.) свойств материала должно ориентироваться на знание тех феноменологических параметров, которые могут быть определены в рамках развитого подхода. Разработать алгоритмы для расчета вводимых феноменологических параметров на основе анализа реальных структур металлов и сплавов. Выявить взаимосвязи определяемых параметров структур с функциональными свойствами материалов.

**Целью диссертационной работы** так же являлись

- развитие теоретических и методологических принципов проведения процедур мультифрактальной параметризации на основе информационного обоснования мультифрактального формализма, концепции фрактальной симметрии -  $\Phi$ -симметрии, и двух типов ее нарушения;
- развитие методологии и методики получения и использования мультифрактальных характеристик структур для их количественного описания (параметризации);
- разработка инструментальных средств в виде компьютерных программ обработки серий изображений структур и расчета их характеристик;
- дать физическую интерпретацию степенных эмпирических закономерностей усталостного разрушения на основе статистического описания динамики повреждений в пластической зоне у вершины усталостной трещины в терминах агрегации, ограниченной диффузией;
- развитие метода моделирования усталостного разрушения итерациями дискретных хаотических отображений.

**Научная новизна** диссертационной работы:

- Дано информационное обоснование мультифрактального формализма, на основе которого разработана методология параметризации структур, наблюдаемых в металлах и сплавах.
- Введены понятия фрактальной симметрии,  $\Phi$ -симметрии, количественной меры ее нарушения - мультифрактальной информации, и мультифрактальных мер упорядоченности и однородности.
- В работе выдвинута концепция псевдомультифрактальной параметризации и показана количественно связь нарушений фрактальной и геометрической симметрий, что предложено использовать как основу разработки универсальной классификации реальных структур.
- На основе представления усталостного разрушения в условиях автомодельного роста усталостной трещины как агрегации, ограниченной диффузией, микроповреждений в пластической зоне у вершины трещины дана физическая интерпретация степенных эмпирических закономерностей усталостного разрушения. На основе развитой модели выводится связь фрактальной размерности динамической структуры повреждения материала с показателем закона Пэриса и показателем степенной зависимости (характеризующей диссипативные свойства материала) плотности общей энергии, потраченной на разрушение, от числа циклов до разрушения. Это позволило трактовать указанные показатели как скейпинговые в духе теории критических явлений.
- Разработан метод моделирования динамики усталостного разрушения итерациями дискретных хаотических отображений, позволяющий

воспроизводить основные закономерности усталостного разрушения (кинетические диаграммы, усталостные бороздки и др.), а также получать модельные профили поверхностей усталостного разрушения с фрактальными свойствами.

- Для объяснения сильного отличия размерностей критических структур от евклидовой размерности охватывающего пространства вводится понятие доминирующей критической структуры, обладающей максимальным критическим показателем корреляционной длины.

**Практическая значимость** работы состоит:

- в создании метода моделирования роста усталостных трещин, допускающего обобщение на случай взаимодействия нескольких усталостных трещин, развивающихся одновременно, что важно для создания способов выявления неблагоприятных конфигураций конкретных деталей, находящихся под действием циклических нагрузок, с целью оптимизации геометрии деталей,
- в том, что изложенные в работе представления воплощены в практически используемой программе **MFRDrom**, прошедшей тесты, и позволяющей извлекать как точные абсолютные значения мультифрактальных характеристик, так и статистические данные по наборам мультифрактальных спектров реальных объектов. Разработка конкретного инструментария для измерения физических и др. величин, характеризующих соответствующие физические и др. понятия, с операционалистской бриджменовской точки зрения означает (равносильно) определение(ю) этих понятий безотносительно к наличию строгого теоретического обоснования их существования. Использование программы **MFRDrom** в экспериментальных работах с участием автора позволило решить в рамках данной работы ряд актуальных проблем материаловедения, среди которых наиболее значимыми являются:
  1. Феноменологическая оптимизация качества обработки поверхности молибденовой проволоки с целью улучшения ее прочностных свойств.
  2. Диагностика промышленных дисков компрессоров, изготовленных из титанового  $\alpha$ - $\beta$ -сплава ВТ-8 с определением зон неблагоприятного структурного состояния, не выявляемых при использовании традиционных методов микроструктурного анализа. Заключение о неблагоприятных зонах подтверждается прямыми испытаниями на сопротивление росту усталостных трещин. Получен акт о принятии результатов работы к внедрению в качестве основы разработки прикладной методики неразрушающего контроля структур дисков компрессоров турбореактивных двигателей из сплава ВТ-8.
  3. Прогнозирование границы реализации неразрушающих механизмов диссипации энергии (на примере стали Х12Г20В), определяющих срок

службы материала при воздействии на его поверхность импульсов дейтериевой плазмы.

4. Количественное описание изменения зеренной структуры в пластинах из медных сплавов Cu-4%Ni, Cu-10%Ga, Cu-2%Al толщиной 2 мм в зоне сквозного проплавления под воздействием импульсного лазерного излучения в режиме свободной генерации с длиной волны 1,06 мкм, когда изменения зеренной структуры материалов после лазерного воздействия не могут быть описаны на основе традиционных количественных методов, как, например, по ГОСТ 5639-82 по критериям бальности зерна и др.

**Апробация работы.** Основные результаты работы докладывались на Научно-технической конференции "Проблемы синергетики", 4-7 июня 1989, Уфа; на Всесоюзной школе "Диффузия и дефекты", 10-18 июня 1989, Пермь-Куйбышев-Пермь; на XII Всесоюзной конференции "Физика прочности и пластичности металлов и сплавов", 27-29 июня 1989, Куйбышев; на XIII Всесоюзной конференции по тепловой микроскопии "Структура и прочность материалов в широком диапазоне температур", 24-26 октября 1989, Каунас; на Конференции "EUROMAT 94 TOPICAL", Венгрия, Балатонщеплак, 30 мая - 1 июня 1994 г.; на 6-м Международном конгрессе по усталости «FATIGUE'96», Берлин, Германия, 6-10 мая 1996 г.; на 11-й Европейской конференции по усталости, ECF 11, "Mechanisms and Mechanics of Damage and Failure", Poitiers-Futuroscope, Франция, 3-6 сентября 1996 г.; на Симпозиуме "Синергетика. Структура и свойства материалов. Самоорганизующиеся технологии". Москва, 12-14 ноября 1996 г.; на Втором Всероссийском семинаре "Нелинейные процессы и проблемы самоорганизации в современном материаловедении" Воронеж, 3-5 февраля, 1999 г.; на Всероссийской научной конференции "Байкальские чтения по математическому моделированию процессов в синергетических системах". Улан-Удэ, 20-23 июля 1999 г.; на 6-й Международной конференции "Математика, компьютер, образование", г.Пушино, 24-31 января 1999 г.; на Междисциплинарном семинаре "Фракталы и прикладная синергетика" (ФиПС 99), Москва, 18-21 октября 1999 г.

**Публикации.** По материалам диссертации опубликовано свыше 40 печатных работ, в том числе более 25 статей в отечественных и зарубежных изданиях и одна монография.

**Структура и объем.** Диссертация состоит из пяти глав, приложения и перечня основных результатов и выводов. Она содержит 264 страниц машинописного текста с 93 рисунками, 17 таблицами и списками литературы по главам и параграфам и по алфавиту из 214 наименований. Оригинальные результаты автора отражены в выводах к каждой главе.

**На защиту выносятся:**



- Информационное обоснование мультифрактального формализма и концепция фрактальной симметрии, Ф-симметрии, как основа введения количественных мультифрактальных мер упорядоченности и однородности носителя меры и представления структур в металлах и сплавах на диаграммах "однородность-упорядоченность".
- Метод генерации мер огрубленных разбиений и способы расчета статистик мультифрактальных спектров с непосредственным вычислением погрешностей определения каждой конкретной мультифрактальной характеристики с использованием различных способов генерации меры на основе метода представления плоских изображений в виде рельефа поверхности в трехмерном пространстве, расчета простейших характеристик внутренней геометрии поверхностей, аналогии между главными локальными кривизнами поверхностей и напряжениями плоской задачи сопромата, и метода нормированного размаха Херста.
- Метод определения (базовые алгоритмы) статистических характеристик мультифрактальных спектров на основе различения двух базовых типов спектров - канонических и псевдоспектров, как основа проведения двух типов количественной параметризации реальных структур - мультифрактальной и псевдомультифрактальной параметризации.
- Компьютерная программа **MFRDrom** как вычислительный инструмент для обработки как отдельных, так и серий изображений.
- Методология практического применения мультифрактальных показателей структур с использованием двух типов параметризации серий изображений реальных структур для решения актуальных задач материаловедения.
- Модель макроскопического роста усталостной трещины по типу I, отражающая основные закономерности усталостного разрушения,
- Фрактальная модель усталостного разрушения, учитывающая дискретность и автомодельность этого процесса, и дающая физическую интерпретацию степенной универсальной зависимости скорости роста усталостной трещины от коэффициента интенсивности напряжений и степенной зависимости плотности общей энергии, потраченной на разрушение, от числа циклов до разрушения;

## Содержание работы

В **первой главе** на основе анализа широкого класса математических моделей систем различной природы в данной работе введено качественно новое понятие информации как совокупности различий (вообще), извлекаемых активным агентом в *акте сравнения - фундаментальном акте обработки информации*. Этому определению соответствует понятие информации, используемой в обиходном смысле. На основе этого самого общего определения понятия информации в Гл.1 введена формальная количественная мера информации - *информация преобразования*. Показано, что такое формальное определение находится в полном согласии со всеми традиционными количественными мерами информации, позволяет их выводить, исходя из постановок конкретных задач, и связывает меры информации с нарушенной симметрией в исследуемых системах.

Поэтому в работе предложена принципиально новая, оригинальная трактовка понятия информации: *информация определяется нарушенной симметрией в рассматриваемых системах*, все ее известные количественные меры являются мерами нарушенной симметрии. Все объекты, системы, явления или процессы изучаемые той или иной частной научной дисциплиной неизбежно имеют некоторые ограничения на их симметрию (конечность, начальные или граничные условия, геометрическая структура, и т.д.), поэтому они должны содержать в себе некоторую нарушенную симметрию, то есть информацию. Возникновение нарушенной симметрии (НС) понимается в самом общем смысле. Это может быть изменение внутреннего состояния системы или ее внешних проявлений в силу влияния внешних условий или ее собственной эволюции, или НС может быть проявлением какой-либо неинвариантности уравнений или распределений, описывающих систему, по отношению к некоторым математическим преобразованиям ее характеристик. На базе такого подхода предложен в рамках единой схемы метод вывода нелинейных (дополнительно к линейным) уравнений математической физики, использующий вариационные принципы на основе обобщенной количественной меры информации - *информации преобразования*. В рамках этой единой схемы даны информационное обоснование принципа инвариантности действия - фундаментального принципа современной теоретической физики, и информационное обоснование мультифрактального формализма, которое используется далее, как основа нового метода параметризации реальных объектов - структур, наблюдаемых в металлах и сплавах.

Обобщенная формальная количественная мера информации - информация преобразования, введена на основе того обстоятельства, что имеется одна общая черта всех научных математических моделей, заключающаяся в том, что (физические) модели подразумевают

использование (не менее чем) двух множеств: базового множества (пространство, пространство-время, фазовое пространство, множество элементарных событий, узлы кристаллической решетки, и т.д.) и множества "мер интенсивностей" или "меток", приписанных областям или точкам базового множества (поля и их интенсивности, вероятностная мера или другие распределения). Например, в статистической физике базовым множеством является фазовое пространство или пространство состояний, а мерами интенсивности являются вероятности. В гидро- газодинамике базовым множеством является евклидово координатное пространство, а мерами интенсивностей являются распределения плотности, скорости, температуры, давления и других газодинамических параметров. В квантовой механике базовым множеством является координатное пространство или пространство-время, а мерой интенсивностей является волновая функция, квадрат абсолютной величины которой трактуется как вероятность. Хотя такая модель выглядит слишком примитивной, этот "бутерброд" замечательно работает в самой эффективной (по числу приложений) математической теории - теории вероятностей, где он фактически является основой рассмотрения, или даже способом мышления. В приложениях нас интересуют, как правило, распределения интенсивностей по базовому множеству. Ключевая идея состоит в том, чтобы подходящим образом трансформировать меры интенсивностей (или базовое множество, что влечет трансформацию интенсивностей) и *сравнить* распределения интенсивностей до и после трансформации, используя в качестве количественной меры их различия информацию преобразования (ИП):

$$I_{Tr} = \int d\xi \mu(\xi) \ln(\mu(\xi)/T_\alpha \mu(\xi)), \quad I_{Tr} = \sum_k \mu_k \ln(\mu_k/T_\alpha \mu_k), \quad (1)$$

где  $\{\xi\}$  или  $\{k\}$  - базовое множество, непрерывное или дискретное,  $\{\mu(\xi)\}$  или  $\{\mu_k\}$  - интенсивности приписанные точкам (областям) базового множества,  $T_\alpha \mu$  - результат некоторого преобразования  $T$  (сдвиг, вращение, унитарное преобразование, и пр.) интенсивностей,  $\alpha$  - параметр преобразования. Информационно производящее преобразование (ИПП)  $T$  может быть локальным или глобальным, но оно не должно искажать однородное распределение интенсивностей (не содержащее информации). Показано, как все классические количественные меры информации согласуются с базовой формой ИП (1), в связи с чем предложено приписывать смысл классическим мерам информации как мерам нарушенной симметрии в соответствии с их реинтерпретацией через информацию преобразования.

Материал первой главы в целом дает серьезный теоретический базис для более подробного обсуждения частных количественных информационных мер с общей точки зрения информации преобразования, см. Табл.1. Последующие разделы данной работы посвящены исследованию

и практическому применению одной из них - *мультифрактальной информации*, количественно выражающей нарушение *фрактальной симметрии* ( $\Phi$ -симметрии) в системе.

Таблица 1. Некоторые меры информации, как меры нарушения симметрии по отношению к соответствующим преобразованиям, и соответствующие вариационные принципы, где  $I_H$ ,  $I_F$ ,  $I_{NSW}$ ,  $I(\Delta)$  и  $I(q)$  - информации Хартли, Фишера, фон Неймана-Шеннона-Винера, сдвига и мультифрактальная информация, соответственно,  $D_q$  - обобщенные энтропии Реньи, МФФ - мультифрактальный формализм  $L(p/x)$  - функция подобия Фишера, ПЭФИ - принцип экстремальной физической информации Фридена,  $I_{aff}$  - аффинная информация, НКГ - нелинейное уравнение Клейна-Гордона, КдВ - уравнение Кортевега-де Вриза,  $\Delta S$  - изменение физической энтропии,  $I_{Tr}$  - информация преобразования.

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ	МЕРА ИНТЕНСИВНОСТИ		
	вероятность	вещественная	комплексная
перестановки	$I_H, I_{NSW}$		
сдвиг	$I_F, I(\Delta)$ , ПЭФИ, НКГ	$I(\Delta)$ , КдВ	$I(\Delta)$ , НКГ, $I_{aff}$ , инвариантность действия
мультифрактальное	$I(q), D_q$ МФФ	$I(q), D_q$ МФФ	
обратное преобразование измерения	$I_{NSW}, I_H$ , принцип Джейнса	$\Delta S \propto I_{Tr}$ по интенсивным переменным	
прямое преобразование измерения	$L(p/x)$ , принцип Фишера	$\Delta S \propto I_{Tr}$ по экстенсивным переменным	

Явные формулы мультифрактального (МФ) формализма (Б.Б.Мандельброт, Г.Г.Е.Хенчель, И.Прокачча, У.Фриш, Г.Паризи, Т.С.Хелси, и др.) выводятся как результат преобразования Лежандра общей формы экспоненты *мультифрактальной информации*. Для проведения этого вывода представим себе некоторый странный (нерегулярный, пористый, шершавый, и пр.) объект, погруженный в евклидово охватывающее пространство. Разобьем его на  $N$  пронумерованных ячеек размеров  $l_i \leq l$ ,  $i=1, \dots, N$ ,  $l < 1$  - характеристический размер ячеек, а размер всего объекта равен единице. Такое разбиение позволяет приписать ячейкам их меры ("веса")  $\{\mu_i\}$ ,  $\sum_{i=1}^N \mu_i = 1$ , соответственно природе изучаемого объекта.

Понятие меры формализует "творческий" подход к описанию изучаемых объектов соответственно их природе или функциям: если плотно заставить площадь яблоневого сада ящиками (охватывающее пространство - весь садовый участок), сбить все яблоки с деревьев, подсчитать числа яблок в ящиках и поделить их на общее число яблок, то можно получить *яблочную меру площади* яблоневого сада. Если исследуется массовый фрактальный агрегат, мерами ячеек могут быть

доли  $m_i/M$  общей массы агрегата  $M$ . Если изучается сечение Пуанкаре фазового пространства динамической системы, то можно подсчитать для каждой ячейки (разбиения сечения) число раз  $n_i$ , которое траектория динамической системы проходит через данную ячейку за достаточно большой промежуток времени, и взять отношения  $n_i/\sum n_i$  в качестве мер ячеек. Аналогично можно поступать при исследовании объема или площади несплошностей твердого тела или его сечений, энергии, пошедшей на разрушение различных структурных составляющих и пр. В качестве основы для генерации меры могут использоваться так же нормированный Фурье-спектр (охватывающим пространством являются ось частот или пространство волновых векторов), плотность энергетических состояний, инвариантная мера дискретного отображения, или любое другое распределение. Таким образом, при разбиении охватывающего пространства, в котором содержится изучаемый объект, мы можем генерировать на нем меру  $\{\mu_i\}$ ,  $\sum_{i=1}^N \mu_i = 1$ , - распределение некоторой эффективной, не меняющей свой знак величины соответственно природе изучаемого объекта, которое используется далее. Сам объект называется *носителем* меры.

В работе показано [1], что весь стандартный МФ-формализм можно рассматривать как следствие введения в рассмотрение информации

$$I(q) = \sum_{i=1}^N \mu_i \ln \left( \frac{\mu_i}{\mu_i(q)} \right). \quad (2)$$

мультифрактального преобразования (представляющего группу)

$$\mu_i(q) = \frac{(\mu_i)^q}{\chi(q)}, \quad \chi(q) = \sum_{i=1}^N \mu_i^q \quad (3)$$

что приводит к простой связи мультифрактальной информации  $I(q)$  со спектром размерностей Реньи ( $D_1$ - информационная размерность)

$$D_q = + \lim_{l \rightarrow 0} I(q) / ((q-1) \ln l), \quad (4)$$

Преобразование Лежандра экспоненты мультифрактальной информации

$$\tau_l(q) = \lim_{l \rightarrow 0} I(q) / \ln l = (q-1)(D_1 - D_q) \quad (5)$$

дает непосредственно явное представление сдвинутого  $f(\alpha)$ -спектра

$$\alpha_l(q) = d\tau_l/dq = \alpha(q) - D_1, \quad (6)$$

$$f_l(q) = q\alpha_l - \tau_l(q) = f(q) - D_1, \quad (7)$$

где  $\alpha(q)$  и  $f(q)$  - определения, вводимые ранее многими авторами (А.Чхамбра, М.Г.Дженсен, Д.Катцен, И.Прокачча и др.)

$$\alpha(q) = d\tau/dq = \lim_{l \rightarrow 0} \sum_i \mu_i(q) \ln(\mu_i) / \ln l, \quad (8)$$

$$f(q) = q\alpha(q) - \tau(q) = \lim_{l \rightarrow 0} \sum_i \mu_{li}(q) \ln(\mu_{li}(q)) / \ln l, \quad (9)$$

$$\tau(q) = \lim_{l \rightarrow 0} \ln \{ \chi(q) \} / \ln l = (q-1)D_q.$$

Эти определения *вводились без математического вывода*, формально, как формулы, удовлетворяющие преобразованию Лежандра экспоненты обобщенной корреляционной функции. Информационная интерпретация [1] дает *метод непосредственного вывода* этих формул из общей постановки задачи на основе вариационного принципа Джейнса.

Во **второй главе** вводится понятие мультифрактальной параметризации как обобщения по отношению к более простой параметризации на основе измерения одной лишь величины фрактальной размерности. Явная формула преобразования (3) и его групповое свойство позволяют записать обе характеристики  $f$  и  $\alpha$  в единой более общей форме, используя двухпараметрическое семейство обобщенных неопределенностей. При последовательном проведении двух мультифрактальных преобразований меры изучаемого объекта из соотношения

$$\mu_{2i}(q_1, q_2) = \frac{(\mu_i(q_1))^{q_2}}{\sum_{i=1}^N (\mu_i(q_1))^{q_2}} = \frac{(\mu_i)^{q_1 q_2} / \left[ \sum_{k=1}^N (\mu_k)^{q_1} \right]^{q_2}}{\sum_{i=1}^N (\mu_i)^{q_1 q_2} / \left[ \sum_{k=1}^N (\mu_k)^{q_1} \right]^{q_2}} = \frac{(\mu_i)^{q_1 q_2}}{\sum_{i=1}^N (\mu_i)^{q_1 q_2}} = \mu_{1i}(q_1 \times q_2), \quad (10)$$

легко видеть, что **преобразование (3) представляет группу**, т.к. переписывая его в виде  $\mu_{li}(q) = V[\{\mu_i\}, q]$ , получаем  $\mu_{2i}(q_1 q_2) = V[\{\mu_{1i}(q_1)\}, q_2] = V[\{\mu_i\}, q_1 q_2]$  (ассоциативность), и поскольку  $\mu_{1i}(1) = \mu_i$ , то  $\mu_{2i}(q_1 q_2) = \mu_i$ , если  $q_1 = 1/q_2$ . Т.е. действительно существуют единичное и обратное (по отношению к любому) преобразования. Однородное распределение является неподвижной точкой этой группы, действующей на пространстве нормированных на единицу мер. Таким образом, мультифрактальное описание основано не только на использовании собственной меры объекта, а на использовании целого семейства мер  $\{\mu_{li}\}$ , которое является классом транзитивности группы.

В отсутствие мультифрактальности все спектры становятся тривиальными, вырожденными:

$$D_q = D_0 = D_1 = D_2 = \dots = \alpha_{\max} = \alpha_{\min} = \alpha = f(\alpha), \quad \tau(q) = (q-1)D_1. \quad (11)$$

(Индексы 0,1,2 отвечают фрактальной, информационной и корреляционной размерностям, соответственно.) Такие фракталы называются *однородными*. С точки зрения мультифрактальной информации, см. ур.(2)-(4), меры таких фракталов обладают *фрактальной симметрией*, *Ф-симметрией*, проявляющейся в том, что их размерности Реньи не изменяются при групповом мультифрактальном преобразовании меры (3). Поэтому фрактальная параметризация с полным основанием может быть

использована только для однородных фракталов, как например, все регулярные одномасштабные фракталы. Применение простой фрактальной параметризации к естественным фракталам подразумевает пренебрежение нарушением  $\Phi$ -симметрии аналогично тому, как многие физические задачи упрощенно рассматриваются в предположении сферической или цилиндрической симметрии.

Как следствие информационной интерпретации МФ-формализма, величину  $f_\infty$ , или ее оценку  $f_Q$  по ур.(9) ( $Q \gg 1$  - некоторое большое положительное значение  $q$ , достижимое при конкретных вычислениях), можно использовать как *количественную меру однородности*, потому что: 1) эта величина должна быть нулем, если в стандартной интерпретации множество слабейших сингулярностей с наибольшей мерой стремится к точке в пределе  $l \rightarrow 0$ ; 2) преобразование (3) отражает неоднородность собственной меры объекта  $\mu$ ,  $\mu_1$  более неоднородным при  $|q| > 1$ . Поэтому в работе предложена следующая интерпретация: *чем больше  $f_\infty \approx f_Q$ , тем более однородна структура*.

Принцип Джейнса может быть записан в форме, использующей информацию Кульбака:

$$-\sum_k p_k \ln \left( p_k / \exp \left( -\lambda - \sum_i \beta_i f_k^i \right) \right) = \text{extremum}. \quad (12)$$

Это подразумевает минимизацию отличий искомого распределения  $\{p_k\}$  от экспоненциального, которое удовлетворяет дополнительным ограничениям принципа. В этом смысле форму информации Кульбака (12) можно интерпретировать как меру порядка в системе. Сравнивая эту форму принципа Джейнса с его частными случаями, использованными для вывода МФ-формализма, и припоминая групповое свойство преобразования (3), можно сказать то же самое о мультифрактальной информации  $I(q)/(q-1)$  (деленной на порядок нецентрального момента самой меры, каковым по сути является обобщенная корреляционная функция  $\chi(q) = \sum_{i=1}^N \mu_i^q$ ). Эта величина имеет два (теоретических) экстремума: при  $q = -\infty$  и  $q = +\infty$ . Значение  $I(q \ll -1)$  рассчитать точно очень трудно, но второй экстремум можно реально оценить для  $q \gg 1$ . Таким образом, величину  $\Delta_\infty = D_1 - D_\infty$ , или ее оценку  $\Delta_Q = D_1 - D_Q$ , можно использовать как *мультифрактальную меру упорядоченности* в соответствии с ур.(4). *Чем больше  $\Delta_Q$ , тем более упорядочена структура*. Фактически эта величина количественно отражает нарушение  $\Phi$ -симметрии. Таким образом, на основе качественных особенностей мультифрактальных характеристик в стандартной и информационной интерпретациях в работе введены количественные мультифрактальные меры однородности и упорядоченности структур.

В работе предложен и на примере круглого ковра [3] применен смешанный метод вычисления мультифрактальных спектров, когда

полученное аналитически уравнение генератора решается численно. Обнаружено восстановление фрактальной симметрии круглого ковра при определенном сочетании параметров, задающих его структуру [3].

**В третьей главе** сформулирован метод генерации мер огрубленных разбиений (МГМОР) для проведения численной МФ-параметризации. Получены явные выражения расчета мультифрактальных характеристик. Поскольку данная работа ориентирована на разработку практического алгоритма определения мультифрактальных спектров наблюдаемых в экспериментах структур, приведем общую схему расчетов по МГМОР, частный случай которой использовался в ранних работах [9-14,24-27] и др.

Пусть имеется некоторый объект в евклидовом охватывающем пространстве размерности  $d$ , разбитом на как можно более "мелкие" равные ячейки размера  $l_0$ , которые будут называться здесь и далее *элементарными*. Величина элементарных ячеек может определяться условиями эксперимента, способом представления наблюдаемой структуры, чувствительностью аппаратуры и пр. Форма ячеек предполагается кубической в трехмерном пространстве, квадратной для изучаемой структуры на плоскости, гиперкубической в случае многомерного охватывающего пространства. Т.е. размеры элементарных ячеек во всех направлениях предполагаются равными, что является дополнительным условием, наложенным на равноячеечное разбиение. Число элементарных ячеек  $N_0$  должно быть достаточно большим. Практически во всех случаях исследования мультифрактальных свойств модельных и реальных объектов, описанных в литературе, введение такого разбиения и вычисление на нем меры, соответственно природе изучаемых объектов, реально осуществимы.

Пусть  $\{\mu_{i0}\}$ ,  $i=1,...,N_0$ , есть мера носителя, рассчитанная по разбиению на элементарные ячейки. Используя это разбиение и его меру, можно рассчитать меру более крупных (одинаковых) ячеек размером  $(l_k)^d$  элементарных ячеек,  $l_k=2,3,4,5,...$ ,  $k=1,...,M$ , причем число крупных ячеек в каждом таком разбиении равно  $N_k=[N_0/(l_k)^d]$  - целая часть отношения в степени, равной размерности охватывающего пространства, и каждой такой крупной ячейке приписать (на основании свойства аддитивности меры  $\{\mu_{i0}\}$ ) меру, равную сумме мер элементарных ячеек, которые в нее включены. Таким образом, получаем несколько (много) равноячеечных разбиений с размерами ячеек из заданного набора  $\{l_k\}$  и мерами  $\{\mu_{ik}, i=1,...,N_k\}$ , определенными по заданным мерам элементарных ячеек. Отметим особо, что не ставится обязательное условие охвата всеми огрубленными разбиениями всего охватывающего пространства. В качестве внешних дополнительных параметров процедуры построения таких огрубленных разбиений выступают размеры крупных ячеек из набора  $\{l_k\}$ . В случае применения этой технологии к геометрическим



структурам (плоским изображениям, рельефам и пр.) последующий расчет мультифрактальных характеристик следует отнести к прямым геометрическим методам. Если мера элементарных ячеек вычисляется по измерениям физических величин, метод расчета следует отнести к физическим методам расчета мультифрактальных характеристик.

Первый способ вычисления мультифрактальных характеристик состоит в том, что используя набор огрубленных разбиений с их мерами мы можем рассчитать для каждого разбиения его обобщенную корреляционную функцию

$$\chi_k(q) = \sum_{i=1}^{N_k} \mu_{ik}^q \quad (13)$$

для всех заданных величин  $q$  из некоторого диапазона. Построив для каждой такой обобщенной корреляционной функции аналог графика Ричардсона в двух логарифмических осях  $\ln l_k - \ln(\chi_k(q))$ , и определив его наклон по методу наименьших квадратов, получаем оценку экспоненты обобщенной корреляционной функции  $\tau(q)$ ,

$$\tau(q) = \frac{\partial \ln(\chi_k(q))}{\partial \ln l_k}, \quad (14)$$

что аналогично использованию правила Лопиталя.

Численно построив функцию  $\tau(q)$  для некоторого диапазона (чем шире, тем лучше) значений  $q$ , взятых с заданной частотой (чем чаще, тем лучше), мы можем далее, численно беря производную  $\alpha = d\tau/dq$ , рассчитать  $f(\alpha)$ -спектр,  $f(q) = q\alpha - \tau(q)$ , и спектр размерностей Реньи  $D_q$ ,  $D_q = \tau(q)/(q-1)$ ,  $D_1 = \alpha(q=1)$ .

Второй способ аналогичен предложенному впервые А.Чхамбра, Р.В.Дженсеном прямому определению  $f(\alpha)$ -спектров и состоит в вычислении сумм

$$A_k(q) = \sum_i \mu_{ik}(q) \ln(\mu_{ik}(q)), \quad F_k(q) = \sum_i \mu_{ik}(q) \ln(\mu_{ik}(q)), \quad \mu_{ik}(q) = \frac{(\mu_{ik})^q}{\chi_k(q)}, \quad (15)$$

для каждого огрубленного разбиения на ячейки объемов  $(l_k)^d$  элементарных ячеек для всех заданных величин  $q$  из некоторого диапазона. Далее для каждой использованной величины  $q$  определяются наклоны зависимостей  $A_k$  и  $F_k$  от  $\ln l_k$  методом наименьших квадратов.

$$\alpha(q) = \frac{\partial A_k(q)}{\partial \ln l_k}, \quad f(q) = \frac{\partial F_k(q)}{\partial \ln l_k}. \quad (16)$$

Отличие нового способа от предложенного ранее состоит в способе генерации огрубленных мер. По рассчитанным величинам  $\alpha(q)$  и  $f(q)$  можно определить спектр размерностей Реньи,  $\tau(q) = q\alpha(q) - f(q)$ ,  $D_q = \tau(q)/(q-1)$ ,  $D_1 = \alpha(q=1)$ .

Третий способ состоит в аналогичном подходе на основе формулы (4) с первоначальным расчетом информационной размерности  $D_1$ . По ряду причин предпочтительным является непосредственный расчет  $f(\alpha)$ -спектров с последующим расчетом размерностей Реньи.

Поскольку работа направлена на разработку алгоритмов расчета *абсолютных величин* МФ-характеристик экспериментально наблюдаемых структур, был проведен анализ погрешностей вычисления МФ-спектров по предлагаемой методике. Пусть мы имеем носитель исходной меры  $\{\mu_i\}$ , вычисленной по равноячеечному разбиению охватывающего пространства. Обозначим через  $\Delta a$  и  $\delta a = \Delta a/a$  абсолютную и относительную, соответственно, ошибки вычисления или измерения величины  $a$ . При вычислении меры в качестве внешних параметров будем считать известными погрешности измерения (вычисления) исходной меры  $\{\Delta \mu_i\}$ . Будем считать, что остальные внешние параметры, такие как величины  $q$  и размеры ячеек, заданы точно, без погрешностей. Обозначим среднее значение величины  $a$  на носителе, вычисленное по мере  $\{\mu_i(q)\}$ , через  $\langle a \rangle_1$ :

$$\langle a \rangle_1 = \sum_i a_i \mu_i(q), \quad \mu_i(q) = (\mu_i)^q / \sum_i (\mu_i)^q = (\mu_i)^q / \chi(q). \quad (17)$$

Для абсолютной погрешности экспоненты обобщенной корреляционной функции получаем

$$\Delta \tau = \Delta \ln \chi = \Delta \chi / \chi = \delta \chi = q \langle \delta \mu_i \rangle_1. \quad (18)$$

Таким образом, при расчете МФ-спектров по первому способу погрешность вычислений зависит исключительно от погрешности вычисления исходной меры  $\{\Delta \mu_i\}$  (умноженной на величину  $q$ ), т.к. погрешности последующих вычислений размерностей Реньи и  $f(\alpha)$ -спектра целиком зависят от погрешности  $\Delta \tau$ .

Если вычисляются МФ-спектры вторым способом, то следует отдельно вычислить погрешности расчета сумм  $A$  и  $F$ :

$$\Delta A = \langle \delta \mu_i \rangle_1 + q \text{cov}_1(\delta \mu_i, \ln \mu_i), \quad \Delta F = q^2 \text{cov}_1(\delta \mu_i, \ln \mu_i). \quad (19)$$

где использовано обозначение для *ковариации относительных ошибок* исходных мер ячеек и *логарифмов* этих мер, рассчитанной по мере  $\{\mu_i(q)\}$ . При использовании второго способа непосредственного расчета  $f(\alpha)$ -спектра, погрешность определения меры входит в погрешности МФ-спектров без множителя  $q$ , а дополнительный вклад, обусловленный корреляцией логарифмов и относительных ошибок определения исходной меры носителя, может быть очень мал (как известно, ковариация является мерой взаимозависимости, корреляции, случайных величин), что делает второй способ расчета предпочтительным.

Нужно отметить отдельно, что величины мультифрактальных характеристик и корректность спектров (см. ниже) определяются в первую очередь *выбором набора масштабов*  $\{l_k\}$ . Это влияние не связано напрямую с точностью вычисления конкретных спектров. Для описания этого эффекта в работе введено понятие *неадекватности представления* МФ-характеристик и предложен метод ее количественной оценки. Имея ввиду различную адекватность представления, *любой* (а не только специально "сконструированный") *объект может рассматриваться как носитель мультифрактальной меры с той или иной степенью адекватности применимости МФ-параметризации к его описанию*. Такой подход упраздняет деление объектов на "абсолютно фрактальные" и "абсолютно нефрактальные", что аналогично, например, признанию отсутствия абсолютно гладких, абсолютно твердых, абсолютно упругих, абсолютно пластичных и других идеализированных объектов.

Предположим, что исходная мера  $\{\mu_i\}$  рассчитывается на основе измерений некоторой величины  $P$ , распределенной на носителе, так что исходным распределением является набор средних по ячейкам разбиения значений этой величины  $\{P_i\}$  (который можно использовать для генерации меры независимо от размера ячеек в силу свойства аддитивности меры). При этом мы будем располагать набором погрешностей  $\{\Delta P_i = P_i \delta P_i\}$ , величина которых определяется условиями эксперимента и/или используемой аппаратурой. Тогда для меры каждой ячейки в предположении малости ошибки имеем

$$\mu_i = \frac{P_i \pm \Delta P_i}{\sum_i P_i \pm \Delta P} \approx \frac{P_i}{\sum_i P_i} \pm \frac{\Delta P_i}{\sum_i P_i} = \mu_{iucm} \pm \Delta \mu_i = \frac{P_i}{\sum_i P_i} \pm \frac{P_i \delta P_i}{\sum_i P_i} = \mu_{iucm} (1 \pm \delta \mu_i). \quad (20)$$

Далее рассмотрим две модели: 1)  $\Delta P_i = const$ , что дает  $\Delta \mu_i = const = \Delta_0 \ll 1$ , и 2)  $\delta P_i = const$ , что дает  $\delta \mu_i = const = \delta_0 \ll 1$ . Для первой модели получаем на основе приведенных выше формул погрешности (качественно, без отдельного рассмотрения двух способов расчета)

$$\Delta \tau = q \Delta_0 \sum_i \frac{\mu_i}{\mu_i}, \quad \Delta A = \frac{\Delta_0 \sum_i \frac{\mu_i}{\mu_i}}{1 - q \Delta_0 \left(1 - \sum_i \frac{\mu_i}{\mu_i}\right)}, \quad \Delta F = \frac{(q \Delta_0)^2 \left(1 - \sum_i \frac{\mu_i}{\mu_i}\right) \sum_i \frac{\mu_i}{\mu_i}}{1 - q \Delta_0 \left(1 - \sum_i \frac{\mu_i}{\mu_i}\right)}. \quad (21)$$

Погрешности по формулам (21) нужно рассчитывать для каждого значения  $q$ . Для второй модели аналогично получаем

$$\langle \delta \mu_i \rangle_1 = \delta_0 = const, \quad \delta \mu_i = 0, \quad \Delta \tau = q \delta_0, \quad \Delta F = 0, \quad \Delta A = \delta_0, \quad (22)$$

и даже если  $\Delta F$  не равна строго нулю, она по крайней мере много меньше  $\delta_0$ . Сравнение формул (21), (22) показывает, что для уменьшения погрешностей вычисления МФ-спектров предпочтительно использовать

для генерации меры величины с постоянной относительной погрешностью измерения, чего можно добиться как выбором так и методом измерения изучаемой характеристики носителя меры.

Практический опыт параметризации реальных структур показывает, что *мультифрактальные характеристики реальных и модельных объектов в большей степени определяются адекватностью выбора набора масштабов  $\{l_k\}$  по тем или иным критериям, а не точностью вычисления сумм в ур.(17), (19), или коэффициентами корреляции при регрессии по методу наименьших квадратов. Качество реальной параметризации характеризуется адекватностью (см. ниже).*

Разработан метод представления плоских изображений в виде рельефа поверхности в трехмерном пространстве. Предложены различные способы генерации меры на основе простейших характеристик внутренней геометрии поверхностей, аналогии между главными локальными кривизнами поверхностей и напряжениями плоской задачи сопромата, и метода нормированного размаха Херста.

В работе введены формальные критерии отбора корректных мультифрактальных спектров при их численном определении для реальных структур. На основе этих критериев и анализа длительного опыта проведения мультифрактальной параметризации различных структур введено понятие *псевдомультифрактальной параметризации*. Многолетний опыт [9-14,25,27] численного мультифрактального анализа изображений структур самой различной природы показывает его эффективность при анализе скрытых процессов в металлах и сплавах, т.е. таких процессов, которые нельзя наблюдать непосредственно, но при этом они существенно влияют на характеристики изучаемых систем. Почти всегда наблюдались устойчивые корреляции МФ-характеристик ( $D_q$ ,  $q>1$ ,  $\Delta_{40\div 80}$ , и др.) с измеряемыми свойствами или параметрами, характеризующими окружающую среду или технологические условия. В этом смысле МФ-формализм можно понимать как способ количественной параметризации структур - *мультифрактальной параметризации* (МФП). Это использование МФ-формализма напоминает измерение некоторого сигнала с помощью подходящего прибора, но вместо одной измеряемой величины - "точки" на шкале прибора, мы получаем две плоские кривые,  $D_q$  и  $f(\alpha)$ , и можем использовать любые их параметры для количественного описания наблюдаемых структур. При этом следует применять дополнительные критерии, например, измеряемые спектры должны быть корректными ("нисходящими"), т.е.

$$D_{q1} \geq D_{q2}, q1 \leq q2, f(\alpha(q=0)) = \text{maximum} = D_0$$

$$f(\alpha(q=1)) = \alpha(q=1) = D_1, f(\alpha(q1)) \leq f(\alpha(q2)), \alpha(q1) \leq \alpha(q2), q1 \geq q2 \geq 0, \quad (23)$$

и другие. Оказалось, что почти всегда НЕ возможно получить корректные ветви  $f(\alpha)$ - $\tilde{f}(\alpha)$  для  $q < -2 \div -5$ , но действительно можно получать корректные ветви  $f(\alpha)$ - $\tilde{f}(\alpha)$  для  $q \geq 0$ . Иногда на этой ветви появляется "рог", так что критерий (27) не удовлетворяется для  $q > 10 \div 20$ . Эта ситуация схематически представлена на рис.1.

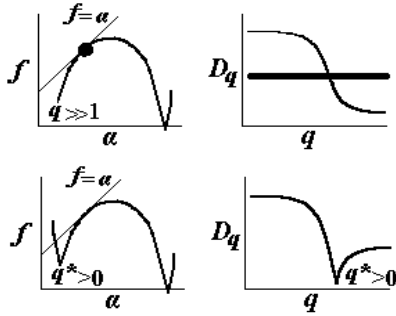


Рис.1. Типичный вид мультифрактальных (МФ) спектров (жирные точка и линия относятся к однородным, Ф-симметричным фракталам, см. ур.(11)), и типичная некорректность  $\tilde{f}(\alpha)$ - $\tilde{f}(\alpha)$ ов, получаемых численно для наблюдаемых реальных структур.

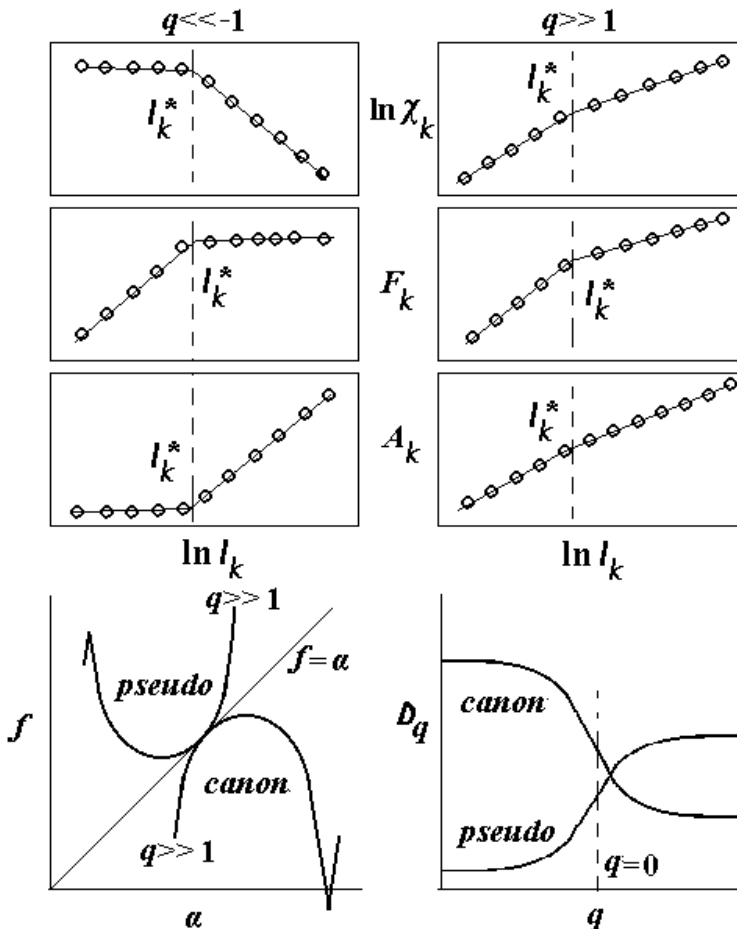


Рис.2. Типичные изломы на графиках аппроксимаций по методу наименьших квадратов и два типа мультифрактальных кривых, получаемых по шкалам  $l_k > l_k^*$  (canon) и  $l_k < l_k^*$  (pseudo).

исштабов  $\{l_k\}$  так, чтобы получить корректную ветвь  $f(\alpha)$ - $\tilde{f}(\alpha)$  для  $q \geq 0$ . Было обнаружено, что причиной таких "рогов" на ветви  $f(\alpha)$ - $\tilde{f}(\alpha)$  для  $q \geq 0$  является эффект  $\ln(\chi_k)$ ,  $F_k$  и  $A_k$  от  $\ln(l_k)$ , ур.(13)-(16), что схематически представлено на рис.2, причем  $F_k$  наиболее чувствительна к этому эффекту. Этот изгиб наиболее выражен для больших положительных и отрицательных величин  $q$ . Чтобы получить корректный  $f(\alpha)$ - $\tilde{f}(\alpha)$ ,

удовлетворяющий критерию (23), следует использовать большие шкалы  $l_k > l_k^*$  справа от точки изгиба  $l_k^*$ . Следует особо отметить, что величины МФ-характеристик, рассчитанные отдельно двумя способами, описанными выше, очень часто совпадают до пятого знака после запятой и лучше, а очень редкие различия были менее 0,02 по абсолютной величине.

Было также обнаружено, что очень часто мы можем получить "инвертированные" мультифрактальные спектры при использовании малых шкал  $l_k \rightarrow l_k^*$ . Такие инвертированные спектры были названы *псевдомультифрактальными спектрами*. В большинстве случаев возможно получить оба типа спектров: *канонический*, удовлетворяющий критерию (23), и *псевдоспектры* ("восходящие"), удовлетворяющие критериям

$$D_{q1} \leq D_{q2}, q1 \leq q2, f(\alpha(q=0)) = \text{minimum} = D_0 \\ f(\alpha(q=1)) = \alpha(q=1) = D_1, f(\alpha(q1)) \geq f(\alpha(q2)), \alpha(q1) \geq \alpha(q2), q1 \geq q2 \geq 0. \quad (24)$$

Их типичный вид представлен на рис.2. В работе показано, что *наличие псевдоспектров можно рассматривать как собственное свойство носителя меры, связанное с нарушением его геометрической симметрии*.

Несмотря на отсутствие строгого теоретического обоснования, появление таких спектров является более или менее стабильным эффектом. Более того, наблюдались структуры, позволяющие вычислить только псевдоспектры. Параметры таких псевдоспектров можно использовать для целей количественной параметризации, и этот способ мультифрактальной параметризации назван *псевдомультифрактальной параметризацией* (ПМФП).. Одновременное проявление обоих типов мультифрактальных спектров было названо *фрактальной диссимметрией* (ФДС) по аналогии с диссимметрией правых и левых изомеров белков и сахаров.

Разработаны *базовые алгоритмы "поточной" мультифрактальной обработки изображений*: алгоритм выбора набора шкал огрубленных разбиений для расчетов по МГМОР, и алгоритм статистического анализа корректных мультифрактальных спектров обоих типов. На основе использования базовых алгоритмов мультифрактальной обработки изображений введена количественная мера адекватности вычисления мультифрактальных характеристик. Разработаны две базовые *схемы OR и FE* обработки статистик спектров, на основе которых представляется возможным определить дополнительную количественную характеристику статистик мультифрактальных спектров - *индекс каноничности* (отношение числа корректных канонических спектров к числу корректных псевдоспектров). Предложен класс скрытых марковских моделей [8], на основе которого разработана процедура предварительной обработки изображений с целью очистки от локальных мелкомасштабных шумов или конденсации разреженных цветовых полей.

Описанные выше методы и алгоритмы с критериями отбора спектров были реализованы в виде компьютерной программы MFRDrom работающей в среде Windows 95 и выше, и позволяющей обрабатывать серии черно-белых, серых или цветных изображений размером до 2000x2000 пикселей в диапазоне значений параметра  $q$   $[-200, +200]$ . Эта программа была разработана автором на основе накопленного опыта численного мультифрактального анализа изображений структур в металлах и сплавах, проводимых в течение ряда лет. MFRDrom может рассчитывать спектры двумя способами, позволяет исследовать спектры в режиме игры задавая произвольную выборку масштабов, собирает в таблицы значения частных параметров спектров и результаты статистической обработки корректных (см. ниже) спектров, и записывает на диск в виде текстовых файлов все результаты расчетов, которые можно далее обрабатывать текстовыми редакторами или электронными таблицами. Разработка конкретного инструментария для измерения физических и др. величин, характеризующих соответствующие физические и др. понятия, с операционалистской бриджменовской точки зрения означает (равносильно) определение(ю) этих понятий безотносительно к наличию строгого теоретического обоснования их существования.

Программа была протестирована на модельных объектах, таких как прямые линии и ковры Серпинского, и давала правильные значения фрактальной размерности до 4-го (по первому способу) и до 8-го (по второму способу расчета) знака после запятой. При этом она правильно отражала наличие Ф-симметрии ковров Серпинского и других объектов.

Были проведены тесты программы, которые показывают принципиальную важность адекватного выбора набора масштабов при вычислении (мульти)фрактальных характеристик. При адекватном выборе масштабов значения мультифрактальных характеристик модельных фрактальных структур, полученные с помощью программы MFRDrom, совпадают с точно известными значениями с хорошей точностью. Это позволяет использовать предложенные базовые алгоритмы для измерения абсолютных величин МФ-характеристик. На реальной структуре побережья Норвегии, ввиду полного отсутствия корректных канонических спектров, показана безусловная необходимость рассмотрения других, отличных от канонических, классов спектров, таких как, например, псевдоспектров, из которых так же извлекаются количественные показатели степени нарушения Ф-симметрии. На серии модельных структур показана ***связь нарушения геометрической симметрии структур с нарушением Ф-симметрии, что может быть взято за основу мультифрактальной классификации реальных структур*** [7,13,30].

**В четвертой главе** на основе совокупности феноменологических данных об усталостном разрушении металлов и сплавов и привлечении фрактальной параметризации построена макроскопическая фрактальная модель процесса усталостного разрушения (УР) по типу нагружения I.

Традиционно УР описывается в рамках линейной механики разрушения эмпирическими зависимостями скорости распространения трещины от коэффициента интенсивности напряжений (КИН) в вершине трещины. Эксперименты по УР материалов заключаются в регистрации через определенные промежутки времени положения вершины трещины на боковой поверхности образца той или иной конфигурации при циклическом нагружении и заданных внешних условиях (температуре, наличии активной среды, и т.п.). Вместо визуального наблюдения вершины трещины используются так же другие физические (по электрическому сопротивлению и др.) и механические (по раскрытию и др.) методы эффективной оценки длины трещины. По измеренным данным по известным формулам механики тел с трещинами рассчитываются КИН соответствующей моды нагружения для каждого зарегистрированного положения вершины трещины, и строится зависимость  $\ln(da/dN)$  от  $\ln(\Delta K)$ , где  $da/dN$  - скорость изменения длины трещины  $a$ ,  $N$  - число циклов нагружения,  $\Delta K$  - размах КИН. Было предложено несколько эмпирических формул для описания этой зависимости. Наиболее часто используемой из них является закон Пэриса, который можно представить в виде

$$\frac{da}{dN} = A \left( \frac{\Delta K}{B} \right)^n. \quad (25)$$

где  $A, B, n$  - константы материала, причем параметр  $n$  является структурно чувствительным.

Предложенная макроскопическая модель УР основана на представлениях о локальности и дискретности УР, развитых на основе анализа реальных фрактографических данных, и исходит из следующих положений:

- трещина распространяется дискретными шагами так, что ее профиль состоит из прямолинейных сегментов;
- угол наклона по отношению к перпендикуляру к растягивающим напряжениям (на бесконечности) каждого последующего сегмента  $\varphi_{m+1}$  определяется углом наклона предыдущего сегмента  $\varphi_m$ ; аналитическая формула отображения выводится из рассмотрения конфигурации пластической зоны у вершины трещины, граница которой определяется из критерия начала пластического течения Мизеса с использованием решений Ирвина для полубесконечной трещины (предполагается, что сегмент у вершины трещины нагружен сочетанием напряжений при нагружении по I и II модам в силу его отклонения от магистрального направления распространения трещины, см. рис.3); полагается, что на каждом шаге



диссипация энергии деформации пластической зоны максимальна и трещина распространяется в направлении максимального размера этой зоны; показано, что такое отображение является хаотическим;

• величина однократного продвижения (шага) трещины зависит от полной магистральной длины трещины степенным образом, что обосновывается последующим построением фрактальной модели разрушения пластической зоны (см. ниже).

В работе приводятся подробные выкладки, результатом которых является отображение:

$$a_{m+1} = a_m + s_m \cos(\varphi_m), m=1,2,\dots, \quad (26a)$$

$$K_{I,m+1} = \sigma_\infty \sqrt{\pi a_{m+1}} \quad s_m = r_C^M \left[ \frac{r(\theta_m^{\max})}{r_C^M} \right]^\gamma, \gamma \cong n/2, \quad r_C^M = \frac{3K_{IIc}^2}{2\pi\sigma_T^2},$$

$$r(\theta) = \frac{3K_I^2}{2\pi\sigma_T^2} \left[ \frac{\sin^2 \theta}{4} (1 + A^2) + a \cos \theta (\sin \theta - A \cos \theta) \right]$$

$$\varphi_{m+1} = \varphi_m + \theta_m^{\max}, \quad (26b)$$

$$\theta_m^{\max} = \operatorname{arctg} \left( \operatorname{sign}(-\varphi_m) \sqrt{z^2 + 1} - z \right), \quad z = \frac{3A^2 - 1}{4A}, \quad A = \frac{K_{II}}{K_I} = \lambda \sin(-\varphi_m)$$

$$1. \lambda = \operatorname{const}; \quad 2. \lambda(a) = \chi \sqrt{s_m / a_m}.$$

Здесь  $\varphi_m$  - угол между направлением, перпендикулярным к растягивающим напряжениям на удалении от вершины трещины  $\sigma_\infty$  (т.е. между направлением магистрального распространения трещины), и отклонившимся кончиком трещины на шаге  $m$ ;  $s_m$  - шаг продвижения трещины;  $a_m$  - магистральная длина трещины,  $K_I$  и  $K_{II}$  - коэффициенты интенсивности напряжений I и II мод нагружения;  $\theta_m^{\max}$  - угол, соответствующий максимуму  $r(\theta)$  ( $r(\theta)$  - уравнение границы пластической зоны в цилиндрической системе координат у вершины трещины);  $\lambda(a)$  - функция, учитывающая изменение соотношения мод нагружения при изменении длины трещины и угла наклона кончика на каждом шаге продвижения;  $\sigma_T$  - предел текучести;  $\chi$  - численный коэффициент;  $r_C$  - критический размер пластической зоны при  $K_I = K_{IIc}$ , т.е. при достижении коэффициентом интенсивности критической величины.

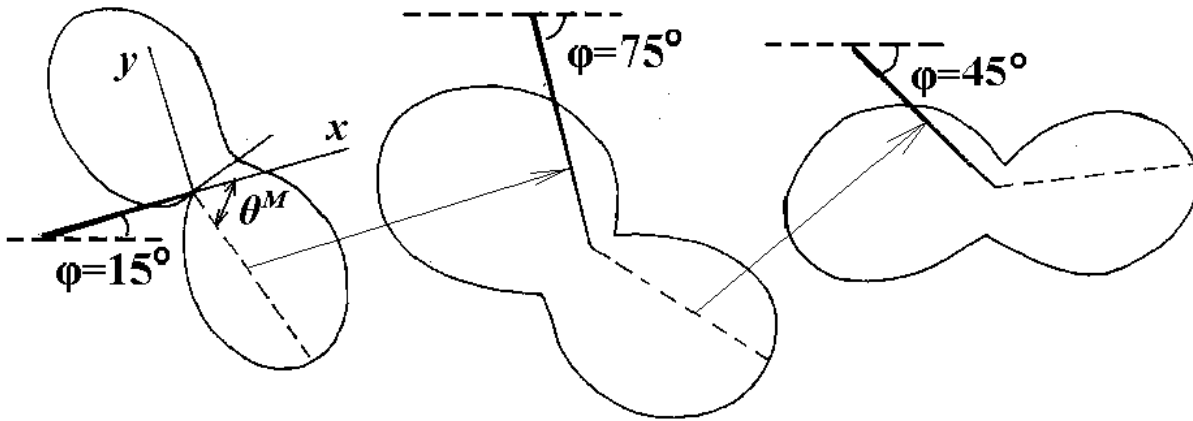


Рис.3. Конфигурации пластической зоны у вершины трещины и примерная схема ее модификации при распространении трещины. Горизонтальным пунктиром намечено магистральное направление распространения трещины "в среднем". Стрелками показано, как меняется положение направление последнего скачка трещины.

Численное итерирование (26) с регистрацией продвижения трещины через 100 шагов при  $\sigma_\infty/\sigma_T = 9,26 \cdot 10^{-4}$ , длине разрушающей трещины  $a_C = 50$  мм и различных начальных длинах трещины  $a_0 = 5-30$  мм с различными величинами  $\gamma = 1-3$ , дает прямолинейную зависимость в координатах  $\ln(K_I) - \ln(da/dN)$  (кинетическая диаграмма усталостного разрушения) с наклоном (показателем Париса)  $n = 2\gamma$  с точностью лучше 0,2%, что говорит о "хороших" хаотических свойствах отображения (26).

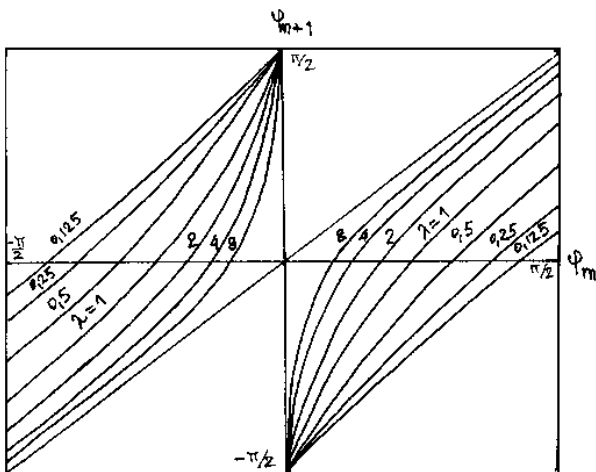


Рис. 4. Функция  $\varphi_{m+1}(\varphi_m)$  F-отображения при различных фиксированных значениях  $\lambda$ .

Хаотические свойства модели определяются свойствами отображения  $\varphi_{m+1}(\varphi_m)$ , даваемого формулами (26б). Упростим это отображение, фиксируя величину функции  $\lambda(a)$ . Поскольку это отображение было выведено из формул механики разрушения, назовем его F-отображением (от fatigue - усталость). На рис.4 приводится итерируемая функция  $\varphi_{m+1}(\varphi_m)$  при различных фиксированных значениях  $\lambda$ . Разрыв при  $\varphi_m = 0$ , обусловленный симметрией пластической зоны, делает это отображение

похожим на т.н. "сдвиг Бернулли" - кусочно-линейное отображение, итерации которого эквивалентны некоторой реализации последовательности бросаний монеты. Т.е. можно ожидать, что отображение (26б) также будет обладать хаотическими свойствами.

Ключевой характеристикой хаотичности динамических систем является показатель Ляпунова, определяющий скорость экспоненциального разбегания двух траекторий динамической системы с небольшой разницей начальных условий. У хаотических отображений величина показателя Ляпунова всегда положительна. Можно показать, что показатель Ляпунова дискретного отображения пропорционален потере информации о местонахождении точки в фазовом пространстве за одну итерацию хаотического отображения. Выпишем для наглядности F-отображение  $\varphi_{m+1}(\varphi_m)$  (при  $\lambda = \text{const}$ ):

$$\begin{aligned}\varphi_{m+1} &= \varphi_m + \arctg P, \quad P = \text{sign}(-\varphi_m) \sqrt{z^2 + 1} - z; \\ z &= \frac{3A^2 - 1}{4A}, \quad A = \lambda \sin(-\varphi_m),\end{aligned}\quad (27a)$$

а также его производную:

$$\frac{d\varphi_{m+1}}{d\varphi_m} = 1 + \frac{1}{1+P^2} \left[ \frac{\text{sign}(-\varphi_m)}{\sqrt{z^2+1}} z - 1 \right] \frac{24A^2 - 4(3A^2 - 1)}{16A^2} (-\lambda) \cos(-\varphi_m). \quad (27б)$$

Тогда показатель Ляпунова дискретного отображения (27) определяется соотношением:

$$\Lambda(x_0, \lambda) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \ln \left| \frac{d\varphi_{m+1}}{d\varphi_m} \right|. \quad (28)$$

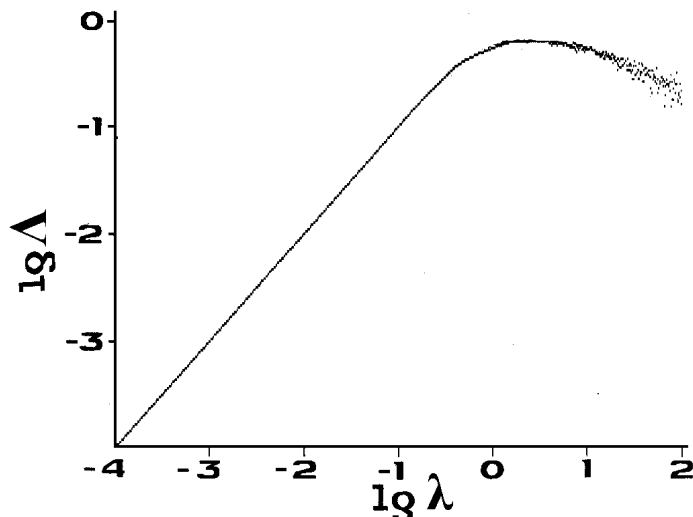


Рис.5. Зависимость показателя Ляпунова F-отображения (27) от фиксированной величины параметра  $\lambda$ .

На рис.5 приведена зависимость  $\Lambda(\lambda)$  F-отображения, а на рис.6 представлена его бифуркационная диаграмма, что дает некоторое представление о его инвариантной плотности. Положительность  $\Lambda$  при всех исследованных значениях  $\lambda$  свидетельствует о хаотичности F-отображения

(27), что уже само по себе оправдывает выбор критерия максимума  $r(\theta)$ , а также позволяет надеяться на возможность статистического учета влияния тех или иных особенностей материала на УР введением дополнительных параметров.

Дополнительно нужно отметить неоднородность инвариантной плотности F-отображения (27) и ее фрактальный характер даже при "хороших" хаотических режимах при  $\lambda > 0,3$ , что видно из бифуркационной диаграммы, рис.6. Несмотря на наличие узких "рукавов" при малых значениях  $\lambda$  на рис.6, F-отображение (27) является в этой области также хаотическим в силу положительности  $\Lambda$ . При очень малых  $\lambda$  узость "рукавов" дает возможность моделировать квазипериодический режим (перемежаемость) распространения усталостной трещины - т.н. бороздки. Недостаток стандартной точности вычислений чисел с плавающей точкой (19 цифр после запятой) не дает возможности выявить более тонкую структуру "рукавов".

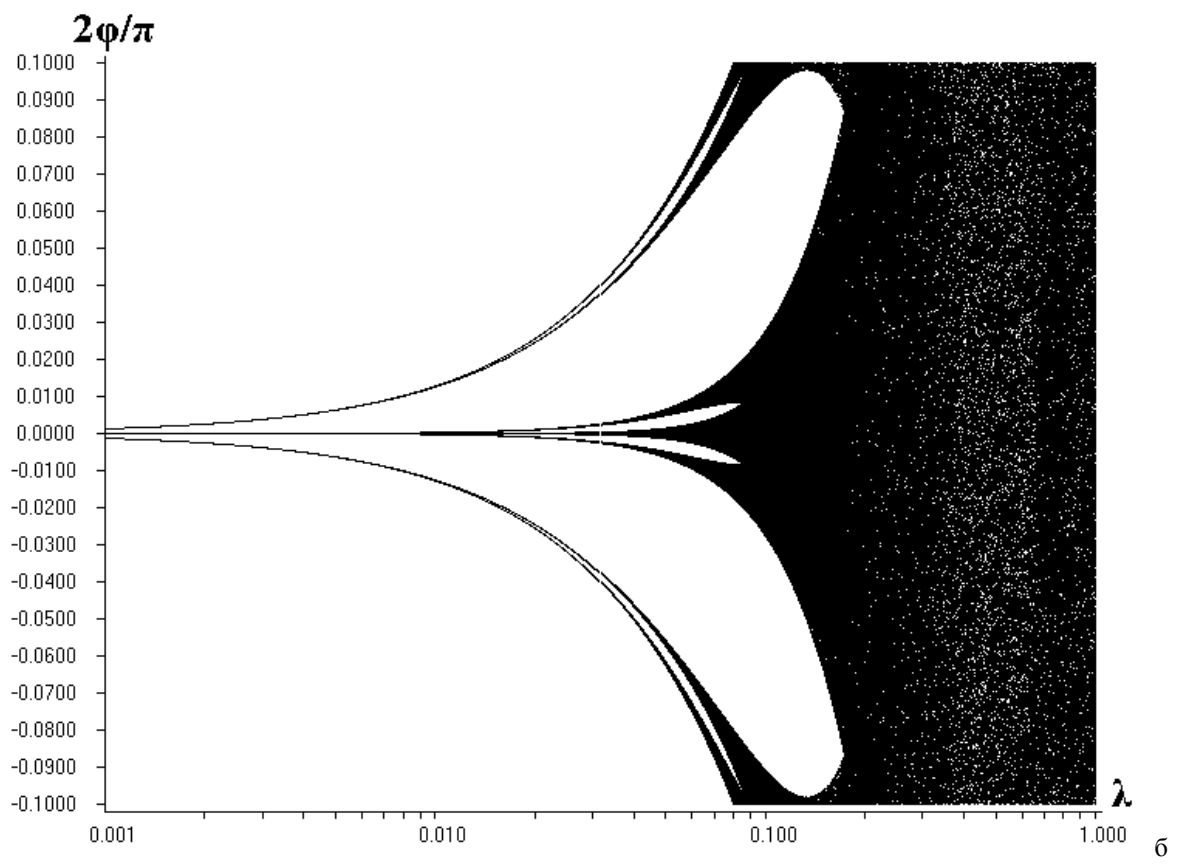
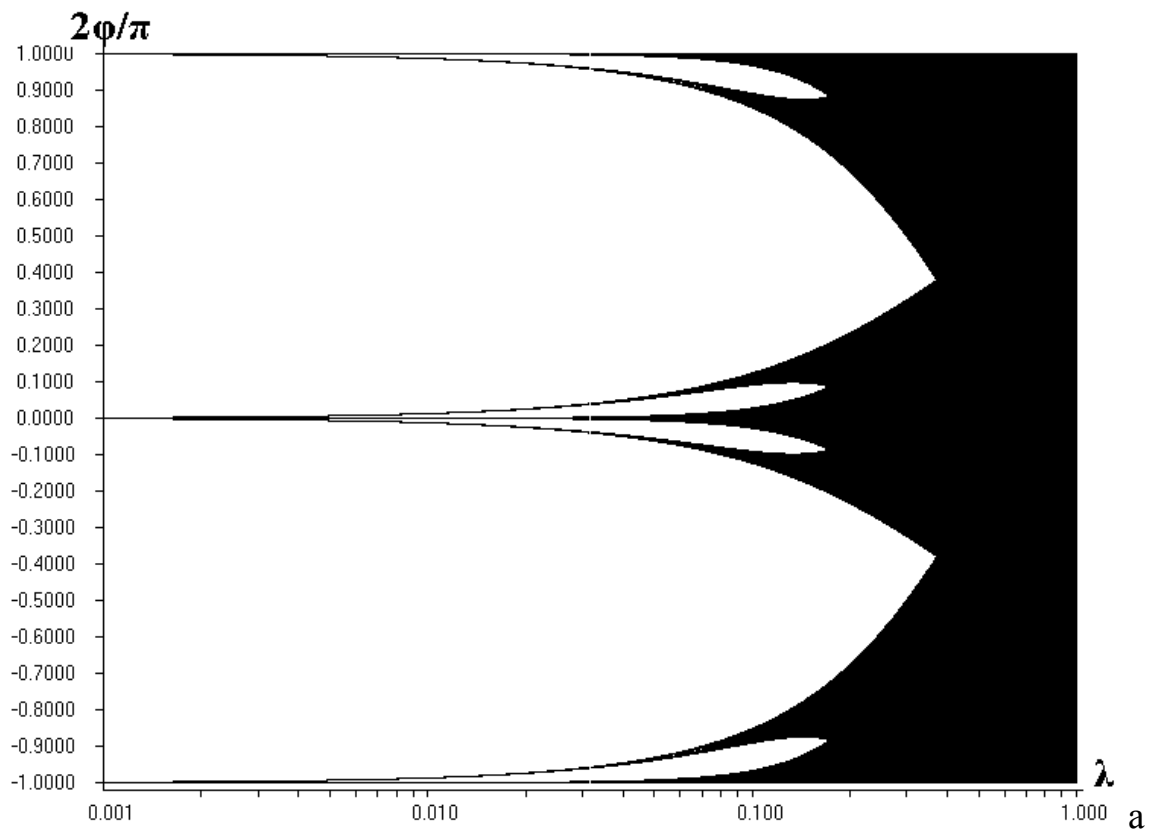
Таким образом, реальный процесс распространения усталостной трещины предлагается моделировать итерациями дискретного хаотического отображения (26). Учет зависимости параметра  $\lambda$  от переменных модели не изменяет хаотического характера F-отображения (27). В общем случае (26) на геометрии профиля будет сказываться величина коэффициента  $\chi$ , определяющая диапазон изменения функции  $\lambda(a)$ . На рис.7 приведены модельные профили, полученные с помощью итераций полного отображения (26).

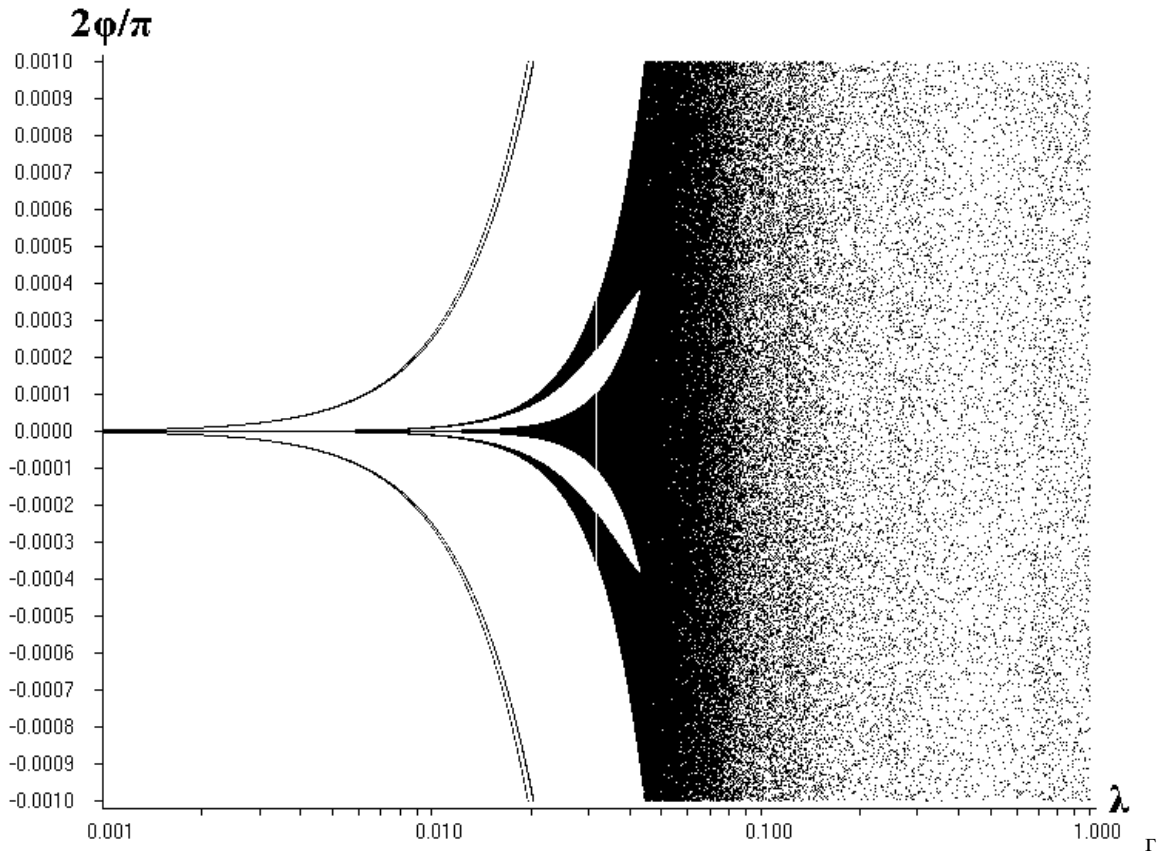
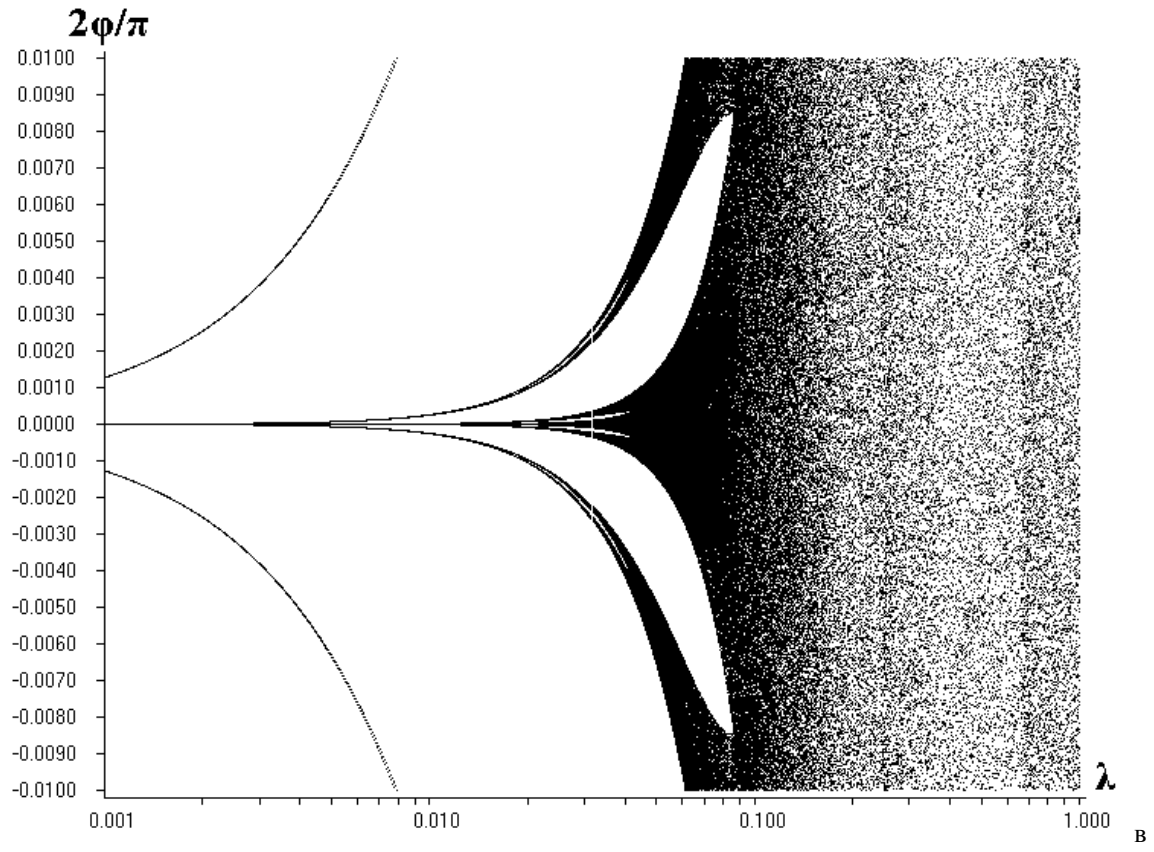
Таблица 2. Изменение фрактальной размерности (ФР)  $D$  профиля модели, построенной на основе упрощенного отображения (27) при изменении  $\lambda$ .

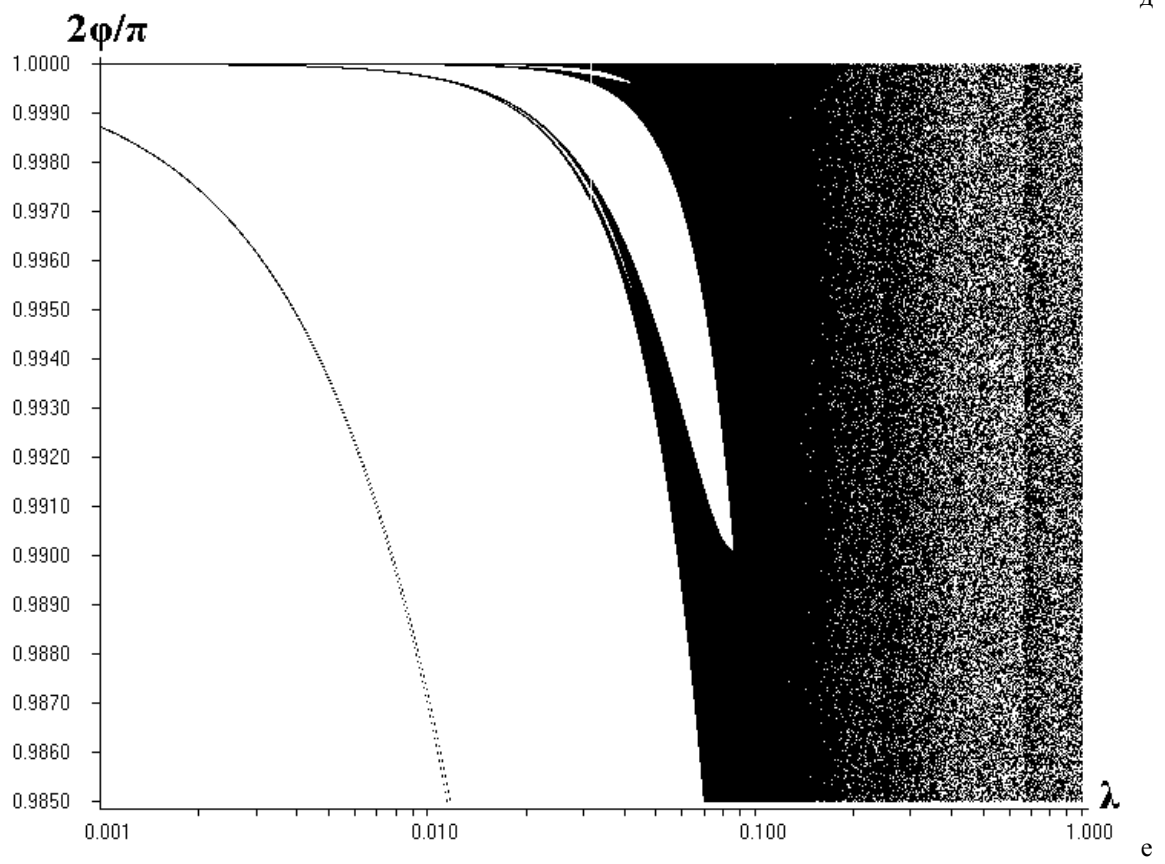
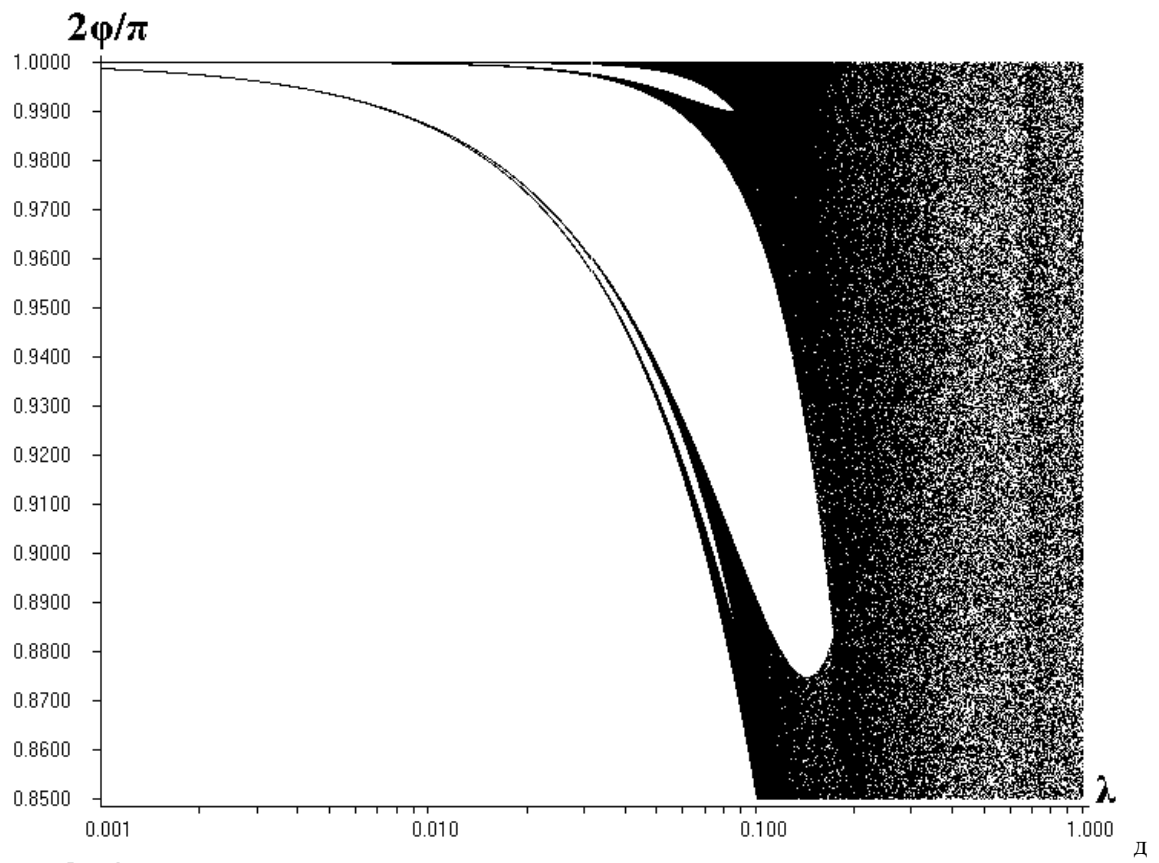
$\lambda$	1,5	1,0	0,5
$D$	1,0881	1,0635	1,0605

Таблица 3. Корреляция параметра  $\gamma = n/2$  с ФР профилей модели на основе полного отображения (26).

$\gamma$	1	2	3
$D$	1,0951	1,1202	1,1524
$\Delta\lambda$	0,3-0,5	0,2-0,3	0,13-0,15







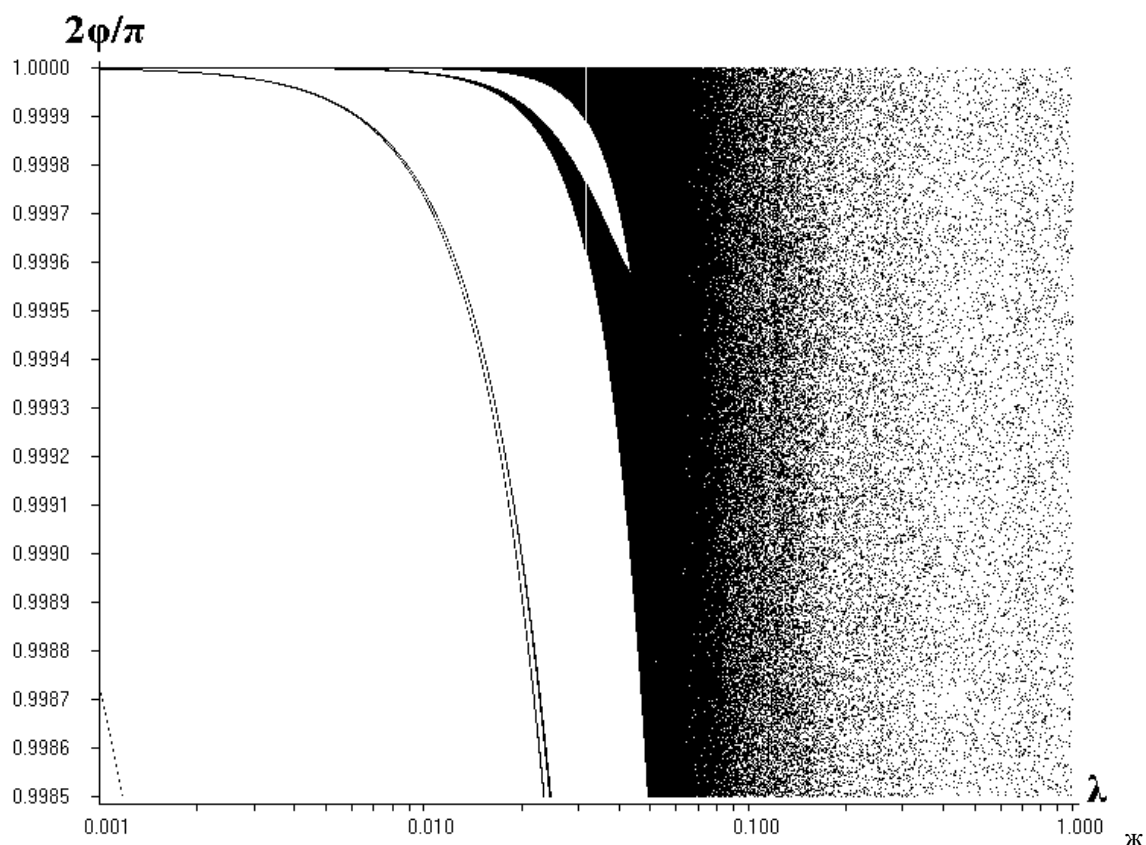


Рис.6. Бифуркационная диаграмма F-отображения (27) (целиком и ее узкие участки, взятые из середины и с краев диапазона изменения угла) на которых проявляется тонкая структура "рукавов" при малых значениях параметра  $\lambda$ ).

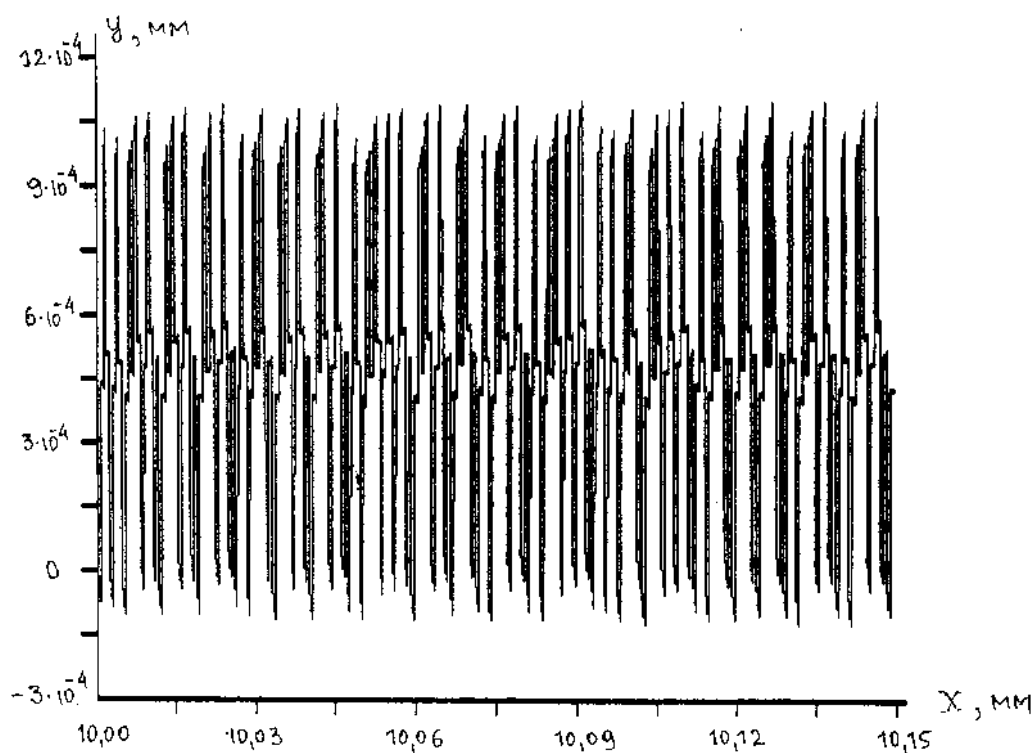


Рис.7а. Модельный профиль поверхности УР, полученный итерациями отображения (26) с параметрами:  $a_0=10$  мм,  $a_C=50$  мм,  $\sigma_\infty/\sigma_I=9,26 \cdot 10^{-4}$ ,  $\gamma=n/2=2$ ,  $\chi=10$ .



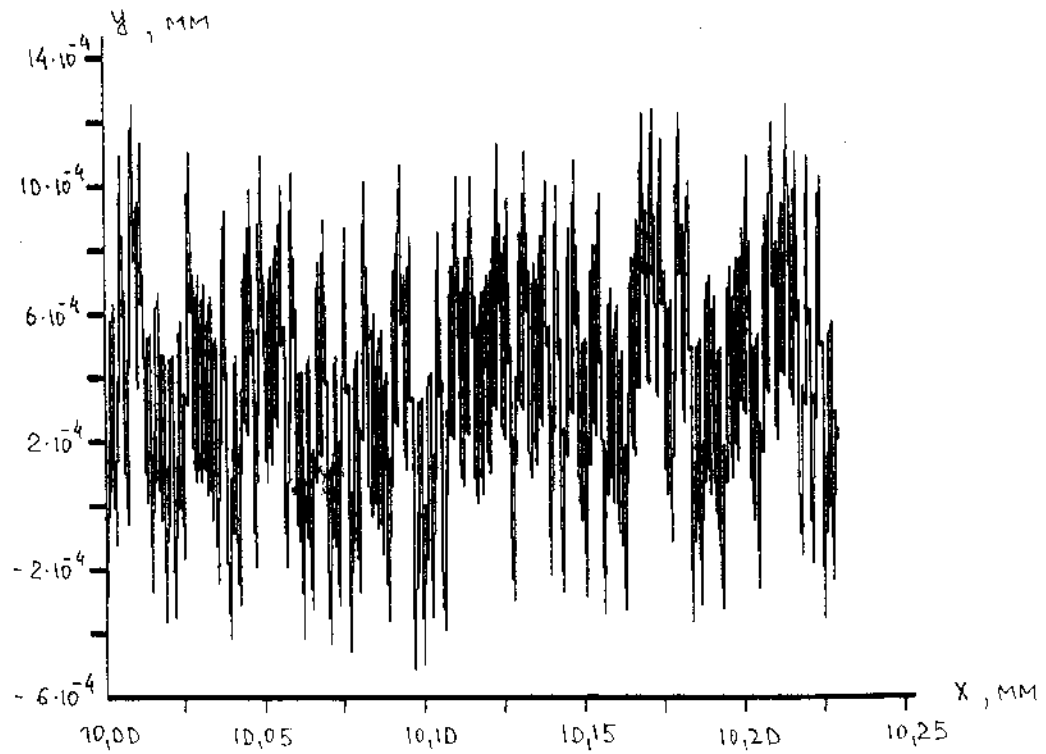


Рис.7б. То же, что на рис.7а,  $\chi=30$ .

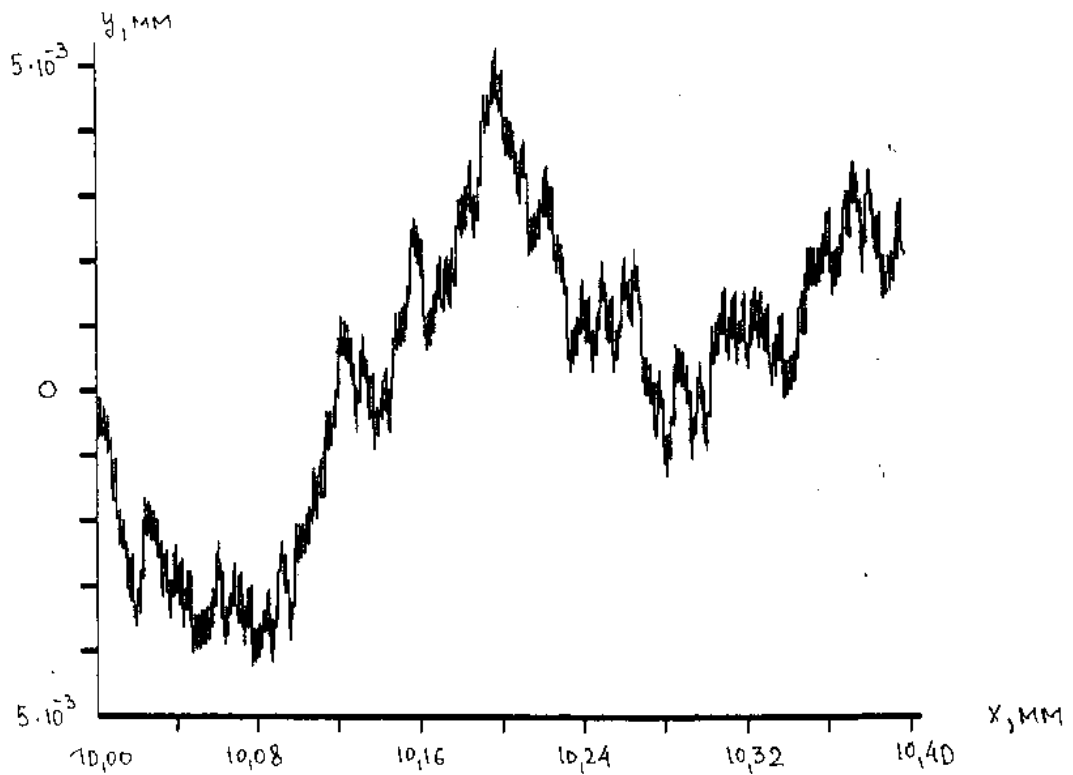


Рис.7в. То же, что на рис.7а,  $\chi=50$ .

В табл.2 приведены данные вычислений фрактальных размерностей (ФР) профилей модельных трещин, полученных с использованием

упрощенного отображения (27) с параметрами:  $a_0=5$  мм,  $a_c=50$  мм,  $\sigma_\infty/\sigma_I=9,26 \cdot 10^{-4}$ ,  $\gamma=n/2=1,5$ . ФР измерялись оригинальным методом смены центра.

В табл.3 приводятся результаты вычислений ФР профилей модели на основе полного отображения (26) с коэффициентом  $\chi=20$ , прочих параметрах, аналогичных вариантам табл.4, но с изменяющимися на каждой итерации значениями параметра  $\lambda$ .  $\Delta\lambda$  обозначает диапазон изменения функции  $\lambda(a)$ . Положительная корреляция  $\gamma=n/2$  и  $D$  качественно отвечает теоретической положительной корреляции между  $n$  и  $D$ , которая выводится ниже.

Нетрудно видеть, что по мере увеличения длины трещины величина  $\lambda$  растет как  $a^{(\gamma-1)/2}$ , поэтому в принципе можно смоделировать переход от квазипериодического режима распространения трещины (т.н. усталостные бороздки) к режимам без каких-либо проявлений периодических свойств с  $\lambda>0,3$ . В модель также нетрудно заложить фиксацию размера пластической зоны, обусловленную структурными особенностями некоторых материалов.

Для буквального воспроизведения усталостных диаграмм по величинам не только коэффициентов интенсивности напряжений, но и по величинам скоростей продвижения трещины, требуется ввести еще один параметр - константу, определяющую соотношение шага продвижения трещины с физическим временем, затрачиваемым на один шаг продвижения трещины. Это можно сделать только на основе предположений о микромеханизме разрушения пластической зоны.

Предлагаемый подход к моделированию распространения усталостных трещин на основе дискретных хаотических отображений представляет широкий спектр возможностей отражения в модели эмпирических закономерностей УР (закон Париса, усталостные бороздки и др.). Модель можно обобщить на случай более сложных полей напряжений и одновременного распространения нескольких взаимовлияющих усталостных трещин без принципиальных трудностей, что открывает путь к численному исследованию динамики УР конкретных деталей и конструкций. Дальнейшим развитием и углублением модели явилось бы создание микроскопической теории накопления и слияния микроповреждений в пластической зоне, без которой нельзя объяснить, например, такой эффект, как периодическое замедление усталостной трещины, и др.

Совокупность феноменологических данных об УР металлов и сплавов и привлечение фрактальной параметризации позволяет построить фрактальную модель разрушения пластической зоны у вершины усталостной трещины на основе использования закономерностей агрегации, ограниченной диффузией, для описания кинетики накопления

повреждений в активной зоне у вершины трещины [5]. Разрушение пластической зоны рассматривается как единичный акт процесса усталостного разрушения на каждом шаге продвижения усталостной трещины. Агрегация микроповреждений рассматривается "в усредненной геометрии" в приближении цилиндрической симметрии вдоль фронта трещины, что оправдано хаотичностью дискретного процесса распространения усталостной трещины. Показано, что количественные соотношения модели усталостного разрушения и величины параметров находятся в согласии с эмпирическими данными. Теоретически обоснована и прямо и косвенно сопоставлена с экспериментальными данными, как оригинальными, так и литературными, линейная положительная корреляция показателя  $n$  закона Пэриса (25) с фрактальной размерностью поверхности усталостного разрушения  $D$  [5,17]:

$$n=2+2D(2\omega-1), \quad (29)$$

где  $\omega > 1/2$  - параметр кластер-кластерной модели слияния микроповреждений у вершины растущей усталостной трещины. Косвенная проверка проведена на основе данных по измерениям параметров соотношения (К.Голос, Ф.Эллиин)

$$\Delta W_f = kN_f^\alpha + C, \quad (30)$$

где  $\Delta W_f$  - плотность общей энергии деформации в эксперименте по усталостному разрушению,  $N_f$  - число циклов до разрушения,  $k, C, \alpha$  - константы материала ( $\alpha < 0$ ). Предложенная модель позволяет вывести соотношение

$$(2\omega-1)D = -2/\alpha. \quad (31)$$

Таким образом, модель дискретного роста усталостной трещины на основе агрегации, ограниченной диффузией, с привлечением качественного предположения о фрактальном характере агрегатов микронесплошностей в пластической зоне у вершины трещины дает естественную интерпретацию эмпирического показателя  $\alpha$ , чего нельзя получить в рамках феноменологического рассмотрения. Предположение о фрактальном характере каких-либо структур означает (неявное) использование их фрактальной параметризации. Выведенные в работе соотношения (29) и (31) можно трактовать по аналогии с теорией критических явлений как "однопоказательный" скейлинг ( $\omega$  - один свободный параметр). По данным К.Голоса, Ф.Эллиина  $\alpha \approx -0,665$ , откуда  $\omega = (1 - 2/(\alpha D))/2 \approx 1,2 > 1/2$  (для  $1 < D < 3$ ), что качественно отвечает сделанным выше предположениям и положительной корреляции фрактальной размерности агрегатов микроповреждений с показателем Пэриса с теоретической оценкой наклона зависимости (29)  $2(2\omega-1) = 2,4$ . С другой стороны, постановка задачи

описания кинетики слияния микроповреждений на основе уравнений кластер-кластерной агрегации, ограниченной диффузией, с  $\omega > 1/2$  (что физически означает выживание одного наибольшего кластера) в силу полученных соотношений объясняет отрицательность эмпирического показателя  $\alpha$ , не очевидную при феноменологическом рассмотрении. Теоретически выведенная положительная корреляция  $D$  с  $n$  (29) [5] получила экспериментальное подтверждение в работе [17] на основе профилометрических измерений локальных зон поверхности усталостных изломов состаренной мартенситностареющей стали ЭП-678, соответствующих областям локального хрупко-вязкого перехода на кинетической диаграмме усталостного разрушения. При этом была установлена положительная корреляция показателя Пэриса  $n''$  (после перехода) с дробной частью размерности профилей поверхности усталостного разрушения  $\{D\}$

$$n'' = 1,85 \{D\} + 1,66, \quad (32)$$

с коэффициентом корреляции 0,8. Коэффициент 1,85 лишь немного выходит за границы теоретически установленного диапазона для наклона этой зависимости  $2 \div 6$ . Это расхождение можно считать незначительным, учитывая простоту предложенной дискретной фрактальной модели усталостного разрушения.

На основе развитых представлений о фрактальной параметризации и построенной модели усталостного разрушения предложен способ оценки локального предела пропорциональности материала по сопоставлению максимального масштаба, до которого наблюдается самоподобие поверхности усталостного разрушения, с размером пластической зоны у вершины трещины и последующему расчету предела пропорциональности через измеренный коэффициент интенсивности напряжений. Из рассуждений на основе агрегации, ограниченной диффузией, следует, что верхним предельным масштабом, до которого должно наблюдаться самоподобие поверхности усталостного разрушения, является максимальный размер пластической зоны у вершины усталостной трещины. Эта величина определялась в работе [17] по излому фрактальных графиков и составила  $r_0 = 25$  мкм. Длина профилей поверхности усталостного разрушения определялась методом смены центра. Здесь нужно отметить, что оценки этого размера, приведенные в работе [17], через предел текучести по известным формулам дают разброс значений радиуса пластической зоны более чем на порядок от 4 до 78 мкм. По обычной формуле, связывающей напряжения с коэффициентом интенсивности напряжений, получаем для предела текучести  $\sigma_T$

$$\sigma_T = \frac{K_\theta}{\sqrt{2\pi r_0}}, \quad (33)$$

что при экспериментальной величине, соответствующей размеру трещины в месте, где определялся  $r_0$ ,  $K_\theta=15,3$  МПа м<sup>1/2</sup> дает значение  $\sigma_T=1221$  МПа, что значительно ниже условного предела текучести  $\sigma_{0,2}$  и даже предела пропорциональности  $\sigma_e=1260$  МПа [17], поэтому оценку 1221 МПа по формуле (33) следует рассматривать, как оценку локального предела пропорциональности для материала у вершины трещины. Снижение этого значения по сравнению с величиной, полученной в испытаниях на растяжение можно объяснить как локальным нагревом материала в вершине трещины, так и значительными структурными изменениями под действием сильных локальных пластических деформаций. Таким образом, в работе доказано, что *образование фрактальной структуры в пластической зоне у вершины усталостной трещины является наиболее точным индикатором появления признаков локальной пластической неустойчивости.*

На основе анализа известного соотношения теории критических явлений между фрактальной размерностью и критическими показателями введено понятие *доминирующей критической структуры* и предсказано особое свойство материалов с фрактальной структурой, состоящее в том, что такой материал способен *глобально диссипировать энергию локального воздействия*, что обуславливает повышенную устойчивость его структуры при внешних воздействиях.

Мультифрактальный анализ модельного неоднородного состояния пластической зоны у вершины усталостной трещины показывает, что расчетные МФ-характеристики определяются параметрами модели, контролирующими неоднородность. Это открывает перспективу обратного определения степени неоднородности состояния материала в процессе УР на основе МФ-анализа поверхностей УР.

**В пятой главе** на примере ранних результатов по мультифрактальной параметризации показано наличие корреляции между относительными изменениями мультифрактальных (что отражает изменения структур металлов количественно как нарушение Ф-симметрии) и механических характеристик. Т.е. *МФ-характеристики действительно можно использовать в качестве количественных параметров, отражающих изменения структур реальных материалов в связи с изменениями воздействий на материалы.* Развита новая методология использования мультифрактальной и псевдомультифрактальной параметризации при исследовании изображений реальных структур на основе применения однообразных (для каждой серии изображений) методов подготовки и оцифровывания изображений, а так же формальных

критериев вместе с использованием компьютерных алгоритмов, управляемых точными значениями управляющих параметров.

Первые результаты по мультифрактальной параметризации реальных структур были опубликованы в работе [9], в которой исследовалось влияние рениевых покрытий, полученных вакуумным напылением с одновременным облучением ионами аргона, на фрактографические особенности разрушения приповерхностных слоев молибденовых проволок, разрушенных при статической нагрузке. Исходным материалом служила проволока диаметром 1 мм из молибдена марки МЧ после волочения. Проволоки отмывали от аквадага и обрабатывали наждачными бумагами разной зернистости до удаления с поверхности дефектов волочения. После этого проволоки подвергали электрополировке в электролите. Общая толщина удаленного слоя составляла 20-25 мкм. Механические испытания проводились на машине «Инстрон ТТ-DM» со скоростью деформирования  $3,3 \cdot 10^{-2} \text{ с}^{-1}$ . Толщину рениевого покрытия определяли на шлифах с помощью светового микроскопа «Неофот-2» при увеличении  $\times 500$ . Измерения механических свойств проводили для толщин покрытия 0, 0,4, 0,8, 2,4, 3,2, и 4,2 мкм. МФ-спектры исследовались для толщин 0, 0,4 и 3,2 мкм. Фрактографические исследования проводили на сканирующем электронном микроскопе «JSM-U3». Фотографии участков изломов охватывали зону на 100-130 мкм в глубину от свободной поверхности. Более подробно экспериментальные данные описаны в оригинальной работе [9], монографии [6] и недавнем обзоре [27].

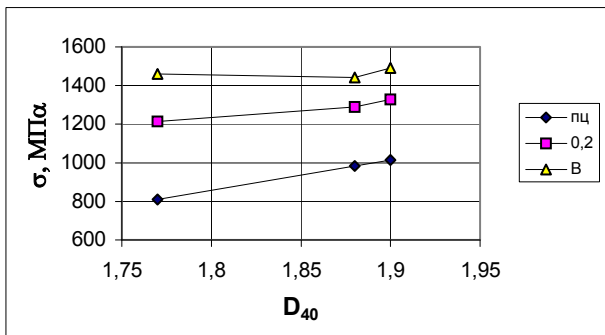
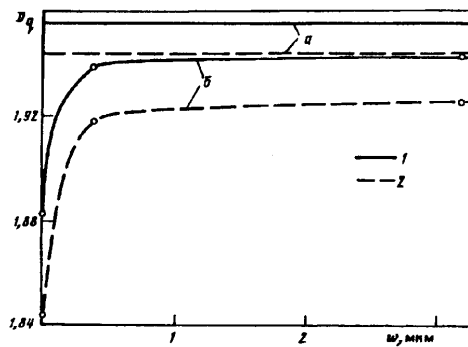
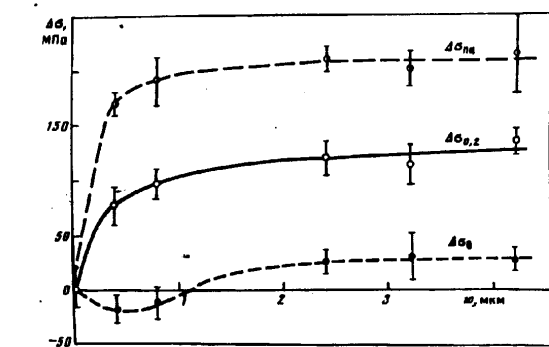


Рис.8. Зависимость механических свойств (а) и размерностей  $D_1$ ,  $D_2$  (б) от толщины покрытия (видно, что и механические  $\sigma_{нв}$ ,  $\sigma_{0,2}$ ,  $\sigma_B$  (предел пропорциональности, предел текучести, временное сопротивление), и МФ-характеристики выходят на насыщение с увеличением толщины покрытия), и корреляция механических свойств с  $D_{40}$ .

Мультифрактальный анализ проводился на основе простейшего варианта МГМОР на сетке 64x64 элементарных ячеек. Размер одной ячейки составлял 1 мкм. Мера генерировалась по матрице нулей и единиц (черно-белые изображения) в элементарных ячейках. Нули соответствовали продольным трещинам, единицы - материалу. С использованием набора масштабов (шкал) {4,6,8,10,12,16,21,32} (в элементарных ячейках) были рассчитаны МФ-спектры по первому способу для  $q$  из диапазона [-30,40]. Все спектры были каноническими, корректными. Для получения корректных спектров из набора шкал была исключена шкала 2. О возможности псевдомультифрактальной параметризации (ПМФП) тогда не подозревали. На рис.8 приведены результаты испытаний и вычислений, откуда видно, что корреляция мультифрактальных характеристик статических изломов и механических характеристик проволок действительно имеет место.

В работах [6,7,10,13,14] приводятся как переработанные данные по влиянию рениевых покрытий на механические и мультифрактальные характеристики изломов молибденовых проволок, так и первые результаты использования второго способа вычислений МФ-спектров (через непосредственное определение  $f(\alpha)$ -спектров) при анализе ударных изломов мартенситностареющей стали ЭП-678. При исследовании молибденовых проволок использовался алгоритм, аналогичный описанному выше для сетки 64x64 элементарных ячейки, но с тем отличием, что единицами метились ячейки, приходящиеся на области транскристаллитного, а нулями - ячейки, приходящиеся на области интеркристаллитного разрушения.

При обработке ударных изломов стали ЭП-678 использовались изображения участков 170x170 мкм, разбитые на сетку 128x128 элементарных ячеек. Ячейки помечались единицами, если они соответствовали элементам структуры вязких микровытяжек. С использованием шкал {4,5,6,7,8,9,11,12,14,16,18,21,32,42,64} непосредственно вычислялись  $f(\alpha)$ -спектры, по которым вычислялись далее спектры размерностей Реньи в диапазоне значений  $q$  [-30,40]. Использование информационного обоснования МФФ позволило представить результаты в виде графиков «порядок-однородность», рис.9.

В обоих исследованиях величины  $\Delta_{40}$  и  $f_{40}$ , которые можно рассматривать как хорошие оценки величин  $\Delta_{\infty}$  и  $f_{\infty}$ , использовались в качестве эффективных количественных мер порядка и однородности поверхностей разрушения. Результаты расчетов рис.9 находятся в хорошем качественном согласии с современными представлениями о процессах разрушения в исследованных материалах. Более того, использование МФ-характеристик позволяет делать качественные выводы об эволюции дефектной структуры, характерных временах процессов и многом другом.

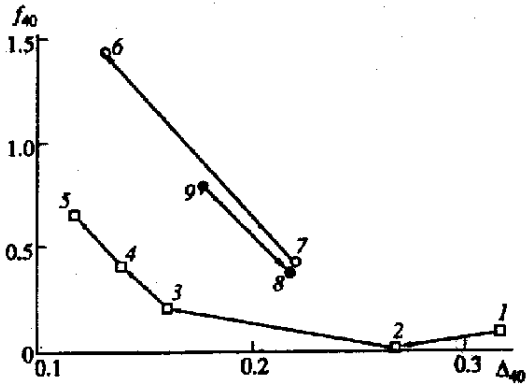


Рис.9. Изменение индексов однородности  $f_{40}$  и упорядоченности  $\Delta_{40}=D_1-D_{40}$  структур поверхностей разрушений молибдена с рениевым покрытием (точки 1-5; 1 - образец без покрытия, 2- то же с электро-полировкой, 3 и 4 с покрытием 0,4 и 3,2 мкм, 5 - внутренний объем металла), и ударных изломов стали ЭП-678 ( точки 6 и 7 - закаленная сталь, 8 и 9 - состаренная, ударная вязкость (30,8, 8,4, 16,5, 0, 86) $10^2$  Мдж/м<sup>2</sup>, соотв-но, испытания при 20 (6 и 8) и -196°C (7 и 9)).

Например, как было показано ранее в [9], процессы самоорганизации фрактальных структур в приповерхностных слоях молибденовых проволок протекают быстрее по сравнению с таковыми во внутренних объемах материала. Изменение геометрии поверхностей проволок при уменьшении размеров дефектов (полировка, нанесение покрытий) приводит к изменению динамики эволюции структуры металла в приповерхностных слоях при статическом растяжении, сначала понижая, а затем повышая ее однородность ( $f_{40}$ ), и сглаживая ее локализацию вблизи дефектов (уменьшение  $\Delta_{40}$ ). Рениевые покрытия замедляют темпы самоорганизации фрактальных структур в приповерхностных слоях и увеличивают их однородность. С увеличением толщины покрытий динамика процессов самоорганизации в приповерхностных слоях приближается к таковой во внутренних объемах материала.

Поведение МФ-характеристик ударных изломов стали ЭП-678 объясняются следующим образом. Почти полное отсутствие диффузионных процессов, интенсивный теплоотвод из локальных зон предразрушения при температуре испытаний -196°C и более равномерное распределение частиц упрочняющей фазы делают изломы состаренной стали более однородными по сравнению с закаленной (точки 7 и 9). При температуре испытаний 20°C активизация процессов диффузии микроповреждений в вершине микротрещины (на стадии зарождения) делает структуру изломов состаренной стали более однородной, чем при -196°C. Однако при 20°C более интенсивная диффузия микродефектов в состаренной стали приводит к их более интенсивной локализации на частицах упрочняющей фазы, что делает структуру излома еще более неоднородной по сравнению с изломом, образованным при -196°C. Т.е. наблюдается «переход» на графике рис.9 в обратном порядке: 9→8 для состаренной, и 7→6 для закаленной сталей. Поэтому можно сделать общий вывод, что состаренная сталь находится в сильно неравновесном состоянии и процессы разрушения приводят к самоорганизации более упорядоченных структур благодаря диффузионным процессам. Уменьшение ударной



вязкости после старения говорит о том, что скорости процессов самоорганизации меньше, чем скорости процессов разрушения. Но поскольку отношение величин ударной вязкости закаленной и состаренной сталей равно 10 при  $-196^{\circ}\text{C}$  и всего лишь 2 при  $20^{\circ}\text{C}$ , можно заключить, что самоорганизация структур микродефектов при разрушении состаренной стали не происходит при  $-196^{\circ}\text{C}$  и протекает, но медленнее процессов разрушения, при  $20^{\circ}\text{C}$ .

Таким образом, даже относительно грубые оценки МФ-характеристик в соединении с их качественной нагрузкой на основании информационной интерпретации МФФ позволяют извлекать дополнительные сведения о процессах разрушения в реальных материалах, хотя эти процессы невозможно наблюдать непосредственно.

В работах [11,12.14] описан очень интересный пример приложения МФП к более тонкому исследованию влияния поверхностной обработки на механические свойства молибденовых проволок. Этот пример использовался в качестве дополнительного теста программы MFRDrom и для демонстрации *новой методологии проведения (псевдо)мультифрактальной параметризации*.

Взаимосвязь между механическими свойствами и качеством металлической поверхности была продемонстрирована на проволоках из коммерчески чистого поликристаллического молибдена (0.025C, 0.005N, 0.16Ti вес.%). Диаметр проволоки был  $d=1$  мм после волочения. Механическая обработка поверхности моделировалась последовательностью полировок (вдоль оси проволоки) с помощью наждачных бумаг различной зернистости. Примерная величина максимальной глубины дефектов  $R$  предполагалась равной их ширине, величины относительных размеров  $R/d$  дефектов даны в Табл.4. Принимая во внимание, что влияние дефектов размера  $R/d$  мене 0.001-0.002 на механические свойства мало, изучались конфигурации дефектов размером более 1 мкм.

Была использована оригинальная методика МФП [9]  $\text{êññëääóâíûð ñòðóêóðð. Êîðîðëî, îðîääóðà íàðááîðèè èçíàðæáíèè ñññîýëà èç òðáðð øääíâ. 1) Ðáññíçíáááíèà ñòðóêóðð ñááððóíññóíûð íèèðíááðæòíâ: ôòîíðáðèè íæáñðáé íááððóíññòè ðáçíáððí 64x64 ìêì ðàçäåëÿëèñÿ íà 64x64 êâàäðàòíûõ ÿ÷ååê, êîòîðûå ìåòèëèñÿ åäèíèöàìè, åñëè îíè ðàñïîëàãàëèñÿ íà îáëàñòè ìèêðîäåôåêòà, èëè íóëÿìè â ïðîòèâíîì ñëó÷àå (ò.å. äåôåêòû ðàçìåðîì ìåíåå 1 ìêì èãíîðèðîâàëèñÿ). 2) Ïîëó÷åííûå äâîè÷íûå ìàòðèöû çàãðóæàëèñÿ â ÏÊ äëÿ äàëüíåéøåé ìàòåìàòè÷åñêîé îáðàáîòêè. Îöèôðîâàííûå èçîáðàæåíèÿ ïðåäñòàâëåíû íà ðèñ.10. 3) Áàçîâûå äâîè÷íûå ìàòðèöû ðàçäåëÿëèñÿ íà ÿ÷åéêè áîëüøåãî ðàçìåðà, ñîñòîÿùèå èõ  $l_k \times l_k$  ýëåìåíòàðíûõ ÿ÷ååê,  $l_k=4,6,8,10,12,16,21,32$ ,  $k=1,...,8$ , ñîîòâåòñòâåííî. Äëÿ êàæäîãî òàêîãî áîëåå ãðóáîãî ðàçáèåíèÿ âû÷èñëÿëàñÿ òåðìèíèñòè÷åñêàÿ$

мера  $\{\mu_i\}_{i=1,\dots,N}$  ( $\mu_i = M_i / \sum_i M_i$ , где  $M_i$  - суммы единиц в  $i$ -й более крупной ячейке,  $N = [(64)^2 / (l_k)^2]$  (целая часть)). Традиционные мультифрактальные характеристики,  $f(\alpha)$ -спектры и размерности Реньи, вычислялись первым способом для каждой оцифрованной фотографии с использованием такого набора восьми огрубленных разбиений. На этом шаге использовались 300 значений  $q$  из интервала  $[-30, 40]$ . В нескольких словах, вычислялись зависимости обобщенной корреляционной функции  $\chi(q)$  от размера крупных ячеек  $l_k$ ,  $\chi(q) = \sum_i (\mu_i)^q \propto (l_k)^{\tau(q)}$ , с использованием метода наименьших квадратов в двух-логарифмических осях. Наклон такой двух-логарифмической зависимости дает оценку  $\tau(q)$ . Затем, численно беря производную  $\alpha(q) = d\tau/dq$ , вычислялись  $f(\alpha)$ -спектры,  $f(\alpha) = \alpha q - \tau(q)$ , и размерности Реньи,  $D_q = \tau(q)/(q-1)$ . Коэффициенты корреляции этих двух-логарифмических аппроксимаций были более 0.98.

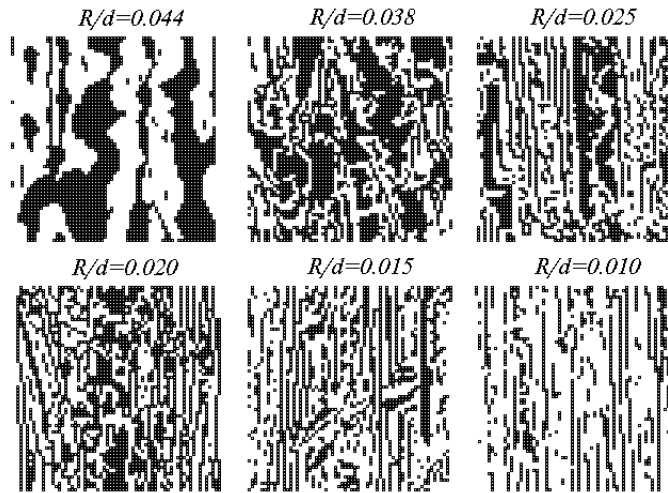


Рис.10. Оцифрованные изображения областей поверхности Мо-проволок на нескольких стадиях обработки.

Таблица 4. Некоторые экспериментальные данные для Мо-проволок  $d=1$  мм.

Относительные размер поверхностного дефекта							
$R/d$	0.044	0.038	0.025	0.020	0.015	0.01	0.008
Некоторые мультифрактальные характеристики							
$D_{-30}$	3.2284	2.8649	2.5248	2.4543	2.7322	2.7355	
$D_0=f_0$	1.9162	1.9755	1.9792	1.9792	1.9767	1.9493	
$D_1=f_1=\alpha_1$	1.8079	1.9380	1.9413	1.9576	1.9400	1.8964	
$D_2$	1.7532	1.9081	1.9086	1.9385	1.9128	1.8564	
$D_{40}$	1.6857	1.7486	1.6888	1.7405	1.7249	1.5799	1.3455
$f_{40}$	1.8502	1.1173	0.2768	0.2112	0.1509	0.0585	$\approx 0.04$
$\Delta_{40}=D_1-D_{40}$	0.1222	0.1894	0.2525	0.2171	0.2151	0.3165	0.3179
Механические свойства							
$\sigma_{pr}$ , МПа	889 $\pm$ 14	920 $\pm$ 7	950 $\pm$ 5	952 $\pm$ 7	956 $\pm$ 6	963 $\pm$ 7	
$\sigma_y$ , МПа	1090 $\pm$ 12	1124 $\pm$ 17	1157 $\pm$ 11	1158 $\pm$ 9	1164 $\pm$ 8	1168 $\pm$ 7	
$\sigma_{fr}$ , МПа	1278 $\pm$ 30	1301 $\pm$ 8	1327 $\pm$ 7	1337 $\pm$ 7	1341 $\pm$ 5	1345 $\pm$ 6	

Некоторые мультифрактальные характеристики исследованных состояний поверхностных дефектов (сразу после волочения и после последующей поверхностной обработки) вместе с механическими свойствами образцов представлены в Табл.4. Зависимости показателей однородности  $f_{40}$  и упорядоченности  $\Delta_{40}$  от относительного размера  $R/d$  максимальных дефектов, изменяющихся при поверхностной обработке, показаны на рис.11. Аналогичные графики на рис.12 показывают зависимости механических характеристик (предела пропорциональности  $\sigma_{pr}$ , предела текучести  $\sigma_y$ , и временного сопротивления  $\sigma_{fr}$ ).

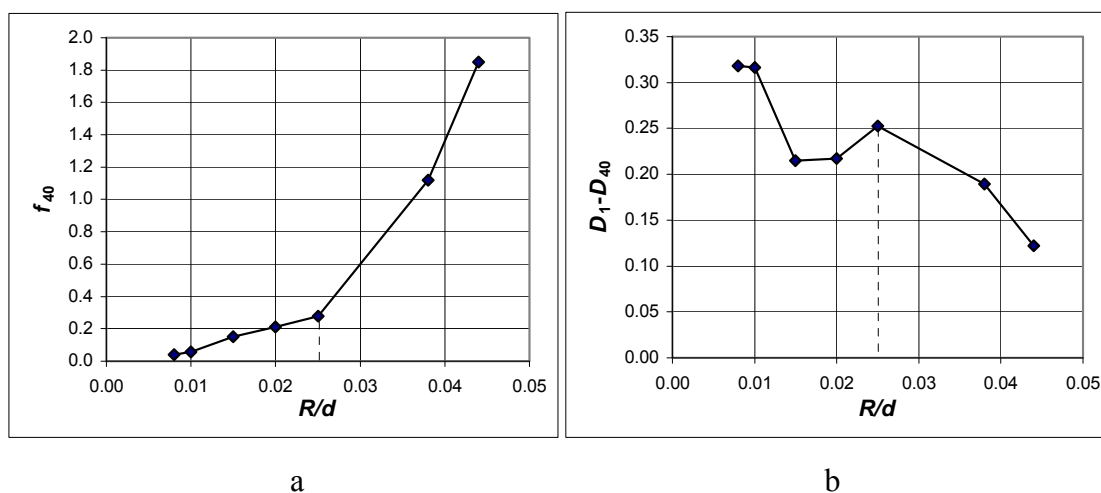


Рис.11. Зависимости индексов однородности  $f_{40}$  (а) и порядка  $\Delta_{40} = D_1 - D_{40}$  (б) от относительного размера поверхностных дефектов  $R/d$ .

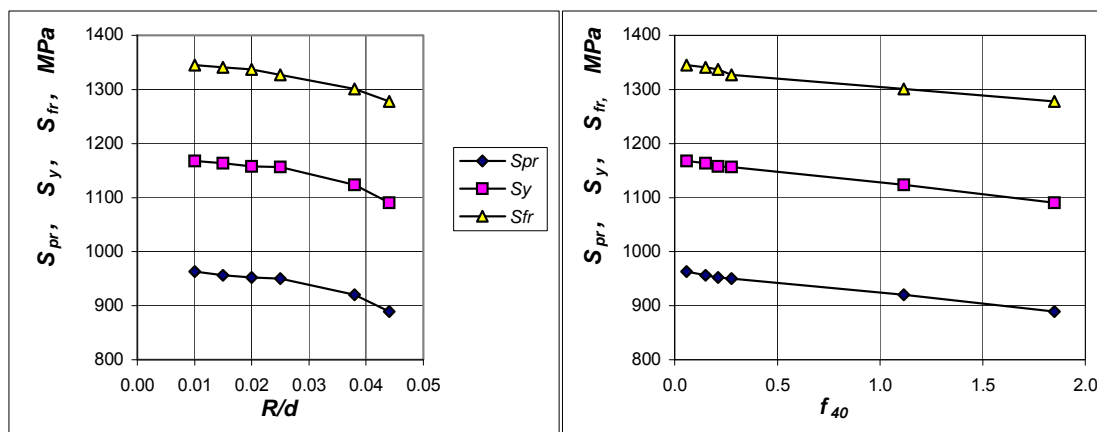


Рис.12. Зависимости механических свойств от относительного размера поверхностных дефектов.

Рис.13. Линейная корреляция механических свойств с показателем однородности.

Вначале, когда проволоки находятся в состоянии сразу после волочения, на ее поверхности имеются самые крупные дефекты с  $R=44$  мкм,  $R/d=0.044$ . Последовательность поверхностных обработок наждачными бумагами уменьшает эту величину, т.е. качество поверхности улучшается при уменьшении шероховатости. Соответственно этому

наблюдается улучшение механических свойств. Табл.4, рис.12. Величина  $R/d$ , отвечающая насыщению, когда дополнительная обработка поверхности не дает улучшения свойств, несмотря на уменьшение размеров дефектов, примерно равна 0,02. То же самое критическое значение было обнаружено ранее при исследовании влияния модификации поверхности для проволок из молибдена и молибденового сплава [7,9,11]. Эта величина  $R/d=0.02$  отвечает эффективной глубине поверхностного слоя с наиболее интенсивными процессами пластической деформации и разрушения. Однако ранее не было получено никаких корреляций механических характеристик с абсолютным или относительным размером дефектов.

В целом, индекс упорядоченности  $\Delta_{40}$  увеличивается вместе с уменьшением относительного размера дефекта  $R/d$ , но это изменение не монотонно. При уменьшении  $R/d$  от начального значения 0.044 до 0,025, увеличение индекса  $\Delta_{40}$  монотонно, затем при  $0,25 > R/d > 0.015$   $\Delta_{40}$  несколько уменьшается, после чего снова начинается монотонный рост  $\Delta_{40}$ , рис.10б. Это можно объяснить следующим образом [11,12,24].

В начальном состоянии после волочения поверхность проволоки является относительно регулярной, поскольку получается при выдавливании через одну и ту же фильеру при почти постоянных технологических условиях. Поверхность представляет собой в основном комбинацию относительно ровных участков с дефектами типа ямок с  $R/d < 0.005$  и участков с большими волнообразными канавками с переменной шириной, что приводит иногда к наложению канавок, иногда к вырождению канавок в цепочки вытянутых ямок. Этот тип структуры поверхностных дефектов по-видимому обусловлен волновым характером процессов пластической деформации при выдавливании проволоки через фильеру. Обработка наждачными бумагами дает более ровную структуру с более ровными канавками и более регулярным распределением дефектов ямочного типа, см. рис.10. Размер новых дефектов, появляющихся при поверхностной обработке, определяется размером зерна наждачной бумаги. Каждая последовательная обработка все более тонкими наждачными бумагами дает новую популяцию дефектов, но не уничтожает полностью следы первоначальных крупнейших дефектов. Как только достигается максимальный размер дефектов порядка  $R/d=0.02$ , следы начальных крупнейших дефектов (сразу после волочения) уничтожаются, и также уничтожается периодическая составляющая (упорядоченность) остававшаяся после волочения. Таким образом, уменьшение  $\Delta_{40}$  при  $0.025 > R/d > 0.015$  на рис.11б может быть объяснена уменьшением упорядоченности поверхности при равенстве амплитуд волновых структур: тех, которые остались от начального состояния поверхности, и других, образовавшихся при обработке наждачными бумагами. Замечательным

обстоятельством является то, что этот индекс чувствителен к естественной эволюции поверхности в ходе обработки и показывает, когда остаются следы дефектов одного происхождения, поэтому мы можем рассматривать  $\Delta_{40}$  также как показатель скрытой периодичности.

Изменение индекса однородности  $f_{40}$  с уменьшением относительного размера дефектов  $R/d$  проявляет нечто типа фазового перехода в "критической точке"  $R/d=0.025$ , где изменение  $\Delta_{40}$  становится немонотонным с уменьшением  $R/d$  благодаря уничтожению дефектов, оставшихся после волочения. Корреляции индекса однородности с механическими свойствами показаны на рис.13.

Таким образом, применение информационной интерпретации мультифрактального формализма к описанию нудных механических испытаний превращает их в физический эксперимент, который выявляет много интересных особенностей исследуемой системы (молибденовые проволоки), включая нелинейное поведение и явление, сходное с фазовыми переходами. В последней задаче *особенно важным является то, что этот эффект проявляется перед выходом на насыщение значений механических характеристик, так что дальнейшее улучшение качества поверхности не приводит к их улучшению, т.е. этот эффект определяет оптимум качества обработки.* Как было показано выше на примере стали ЭП-678, применение МФП позволяет делать полезные выводы о скрытых, ненаблюдаемых процессах разрушения в металлах.

*Новизна предлагаемой в данной работе методологии* состоит в следующем. С практической точки зрения, при начале исследований серии реальных изображений каких-либо стохастических, хаотических, «случайных» структур, мы не можем априори выбрать набор шкал для адекватного описания структур с помощью формальных процедур и в лучшем случае можем судить только о средних размерах характерных элементов. Реально мы располагаем только возможностью получить все возможные МФ-характеристики на основе разумных критериев и посылок. Например, задавшись целью исследования какой-либо конкретной составляющей структур, мы можем визуально оценить величину минимальной площади охвата изображений, при которой сохраняется почти вся информация о структуре. После подходящей предварительной обработки изображений (очистка от шума, выделение элементов и пр.) мы можем рассчитать все корректные спектры с помощью программы MFRDrom на основе *стандартных процедур* и провести элементарный статистический анализ расчетных характеристик, вычислив экстремумы, средние величины и стандартные отклонения основных показателей и параметров МФ-спектров. Эти шаги мы можем реально предпринять для выяснения объективных данных об исследуемых структурах, не прибегая к каким-либо искусственным мерам. Применение однообразных (для каждой

серии изображений) методов подготовки и оцифровывания изображений вместе с использованием компьютерных алгоритмов, управляемых точными значениями параметров, сильно облегчает задачу нахождения тенденций изменения МФ-характеристик и сопоставления этих тенденций с параметрами, контролирующими технологические условия, условия испытаний и пр. Это предоставляет исследователю возможность оптимизации экспериментальных процедур и методов с целью повышения или понижения чувствительности МФ-характеристик к тем или иным факторам для разработки наиболее информативной классификации или наиболее эффективного количественного различения изучаемых структур. Накопленный к настоящему времени опыт показывает, что *если характеристики материала или условий его получения связаны с его структурными особенностями, то всегда можно так подобрать параметры мультифрактальной обработки, чтобы получить корреляции МФ-характеристик структуры с экспериментальными параметрами.*

На конкретном примере исследования поверхностных дефектов молибденовых проволок с целью оптимизации качества обработки поверхности [12,14] показано, что для разработки эффективного способа параметризации необходимо решение задачи оптимизации (подбора) сочетания параметров базовых алгоритмов и процедур подготовки изображений с целью повышения или понижения чувствительности МФ-характеристик к тем или иным факторам.

Приведем пример использования МФП и ПМФП с целью **количественного различения структур с различной чувствительностью к форме импульсов при усталостном нагружении** [31]. Автор выражает признательность д.т.н. А.А.Шанявскому за предоставленные экспериментальные данные и обсуждение, М.А.Артамонову за подготовку фотографий и проведение расчетов, к.т.н. А.Г.Колмакову за обсуждение результатов. Если не вдаваться в материаловедческие подробности, суть проблемы состоит в следующем. В компрессорах турбореактивных двигателей есть такие детали - диски, изготовленные из титанового сплава BT-8 (Ti-6,5Al-3,5Mo-0,3Si) по стандартной порошковой технологии со стандартной термообработкой. Сплав обладает двухфазной структурой: гпу  $\alpha$ -фаза и оцк  $\beta$ -фаза, белый и черный цвет на рис.14.

Неприятная особенность этих высокотехнологичных изделий состоит в том, что примерно 1% дисков, изготовленных одинаковым образом из одного порошка, имеют сильно повышенную скорость роста трещин при усталостном нагружении. Специальным образом спланированные эксперименты по усталостному разрушению (УР) с двумя формами импульсов, треугольной и трапецеидальной, показали, что диски, точнее образцы сплава BT-8, условно можно разделить на три группы. "Плохие", с

высокой скоростью роста трещин при обеих формах импульсов, трещины распространяются по границе фаз. "Хорошие", с низкой скоростью роста трещин при обеих формах импульсов, поверхность УР имеет бороздчатый рельеф. "Средние", с высокой скоростью роста трещин преимущественно по межфазному типу при трапецеидальной форме импульсов, с низкой скоростью роста трещин преимущественно с бороздчатым рельефом поверхности УР при треугольной форме импульсов. Высокая и низкая скорости роста трещин различаются в пять раз. Образцы различных групп не различаются по механическим характеристикам. Традиционные количественные металлографические методы не позволяют различать структуры разных групп образцов.

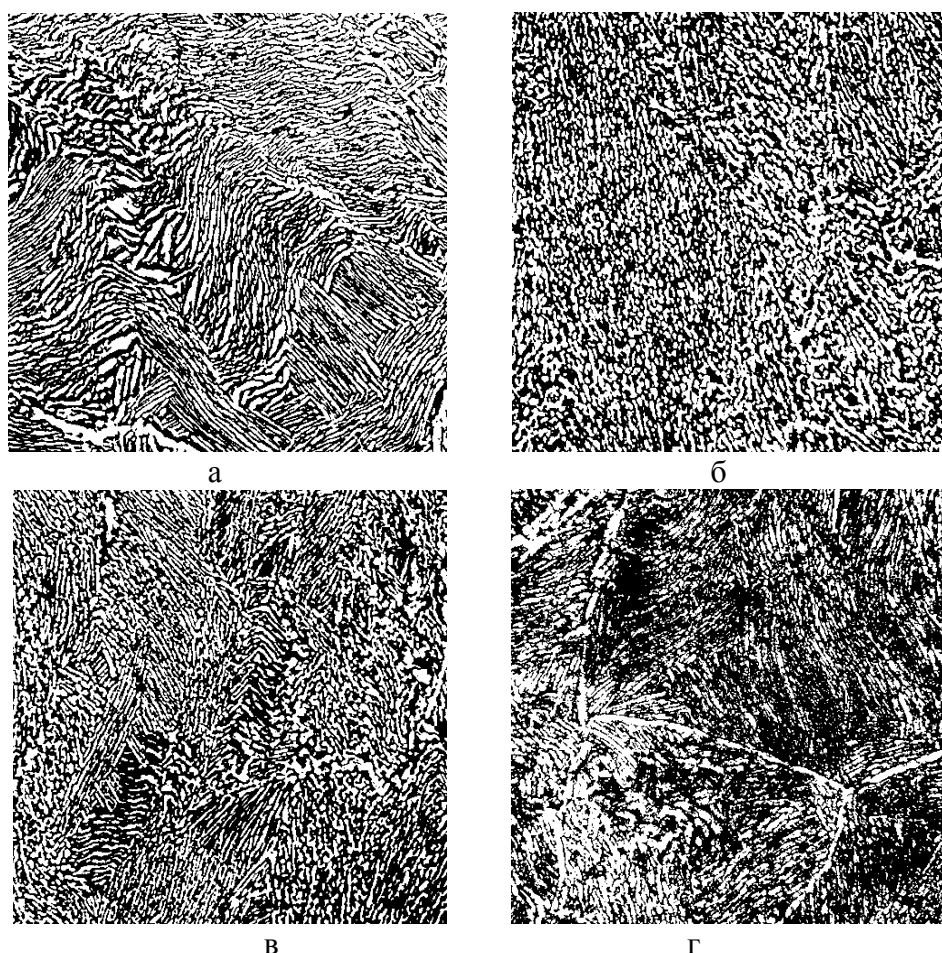


Рис.14. Типичный вид микроструктур для рассматриваемых групп образцов: сплава ВТ-8: а) - «плохие», б) - «средние», в) - «хорошие» г) неудачно протравленная «плохая» микроструктура - на структуру конфигурации  $\alpha$ - и  $\beta$ -фаз накладывается структура границ зерен (увеличение  $\approx \times 150$ ).

В связи с этим была проведена количественная параметризация образцов структур сплава ВТ-8 по новой методологии. Фотографии с увеличением  $\times 100$  структур 17 образцов после испытаний, единообразно протравленных, были оцифрованы, см. рис.14, и из них взяты фрагменты

размером 480x480 и 512x512 пикселей, которые были обработаны программой MFRDrom при 100%-м охвате площади. Мера вычислялась как по  $\alpha$ -фазе ("альфа"), так и по  $\beta$ -фазе ("бета"). Некоторые результаты параметризации представлены на рис.15 в виде графиков  $\Delta_{200}\text{-}f_{200}$  ("порядок-однородность",  $\Delta_{200}=D_1-D_{200}$ ) и  $D_{200}\text{-}f_{200}$ . Видно, что при генерации меры по  $\beta$ -фазе на графиках ПМФП наблюдается устойчивое разделение точек, соответствующих "плохим" и "хорошим" структурам, на графиках "бета Pseudo". Расчет всей серии из 17 изображений занял 12 минут на ПК Pentium-200. В случае применения цифровой камеры с надлежащей оптикой время получения изображений будет на уровне 5 минут. Это позволяет надеяться на разработку экспресс-методики ранней дискриминации готовых изделий из сплава ВТ-8 по структурам на основе некоторой стандартной процедуры ПМФП с целью снижения доли изделий с особенно нежелательными свойствами, что могло бы сильно повысить надежность ответственных деталей и узлов. Настоятельная необходимость единообразной подготовки к параметризации как изображений, так и самих структур демонстрируется на рис.14,15 на примере "плохой" структуры после травления, отличного от того, что было использовано при подготовке всех остальных структур, - точка "другой", которая попадает в область "хороших" структур.

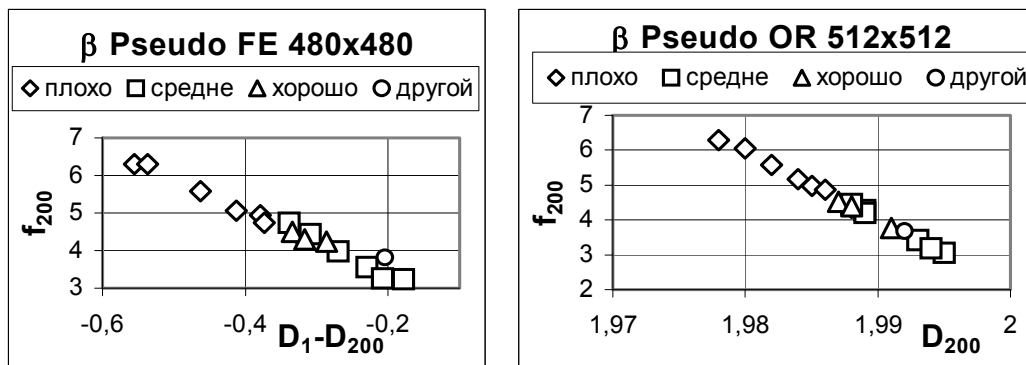


Рис.15. Графики псевдомультifrактальных (Pseudo) характеристик  $\Delta_{200}\text{-}f_{200}$  ("порядок-однородность",  $\Delta_{200}=D_1-D_{200}$ ) и  $D_{200}\text{-}f_{200}$ . В заголовке графиков указаны фаза, по которой рассчитывались спектры, тип спектров и размер изображения в пикселях. "Другой" относится к фотографии структуры "плохого" образца "г" после травления, отличного от того, что использовалось на остальных структурах.

Было показано, что МФП можно использовать для **прогнозирования остаточного ресурса работоспособности внутреннего покрытия термоядерных реакторов** [33,42]. Как известно, в настоящее время термоядерные реакции могут осуществляться только в специальных установках в условиях высокотемпературной дейтериевой плазмы (ДП), "подвешенной" в магнитном поле. Свободная поверхность плазмы при



этом является неустойчивой. Поэтому возможны всплески плазмы на свободной поверхности, что приводит к импульсным воздействиям плазмы на внутреннюю поверхность стенок термоядерных реакторов. Такое импульсное воздействие происходит так же при распаде плазмы. В данном подразделе, для иллюстрации идеи оценки остаточного ресурса покрытий таких реакторов, используются результаты работы [33,42] по исследованию МФ-характеристик топографической структуры поверхности (ТСП) малоактивируемой хромомарганцевой аустенитной стали X12Г20В при различном числе импульсов воздействий ДП. Моделирование таких воздействий с использованием коллективного ускорителя плазмы показало, что ТСП и структурно-фазовый состав поверхностных слоев металлических материалов изменяются, а степень повреждаемости увеличивается с ростом числа импульсов. ТСП и структурно-фазовый состав поверхностных слоев в значительной степени определяют многие химические и физические свойства материалов [33,42]. Особенно необходимо отметить существенное влияние состояния поверхности на механические свойства [7,9.11]. В связи с этим количественный анализ состояния поверхности металлических материалов после облучения импульсами ДП является весьма актуальным. Привлечение МФП и ПМФП позволяет давать количественную оценку неоднородности исследуемой структуры в целом, что невозможно достигнуть обычными методами. На рис.16 представлены оцифрованные изображения структур 480x480 пикселей, полученных при различном числе импульсов воздействия дейтериевой плазмы на пластины из стали X12Г20В размерами  $\approx 20 \times 20 \times 1$  мм при следующих параметрах: длительность импульса  $\approx 10^{-8}$  с, плотность мощности  $10^5 \dots 10^6$  МВт/см<sup>2</sup>, начальное давление дейтерия в камере порядка 10 Па. Диаметр пятна на поверхности составлял для всех образцов  $\approx 10$  мм. На структурах рис.16 белым цветом отображены основные составляющие рельефа, выступающие над средней поверхностью образца. Изображения обрабатывались программой MFRDrom при 100%-м охвате площади по схеме OR. Для каждого состояния ТСП обрабатывали по 5-6 снимков и по полученным для них значениям МФ-характеристик определялось среднее значение и доверительный интервал при вероятности 95 % . На рис.17 представлены результаты проведения МФП этой серии изображений, откуда непосредственно видна четкая линейная корреляция "энтропийно-информационных" МФ-характеристик ТСП  $D_{200}$ ,  $\Delta_{200}$  с логарифмом числа импульсов воздействия плазмы. Кстати, корреляция именно с логарифмом числа импульсов была обнаружена к.т.н. А.Г.Колмаковым самостоятельно при анализе результатов расчетов, и только после обсуждения результатов с нашими соавторами в [33,42] выяснилось, что эксперименты были специально спланированы под логарифмическую шкалу по числу импульсов.

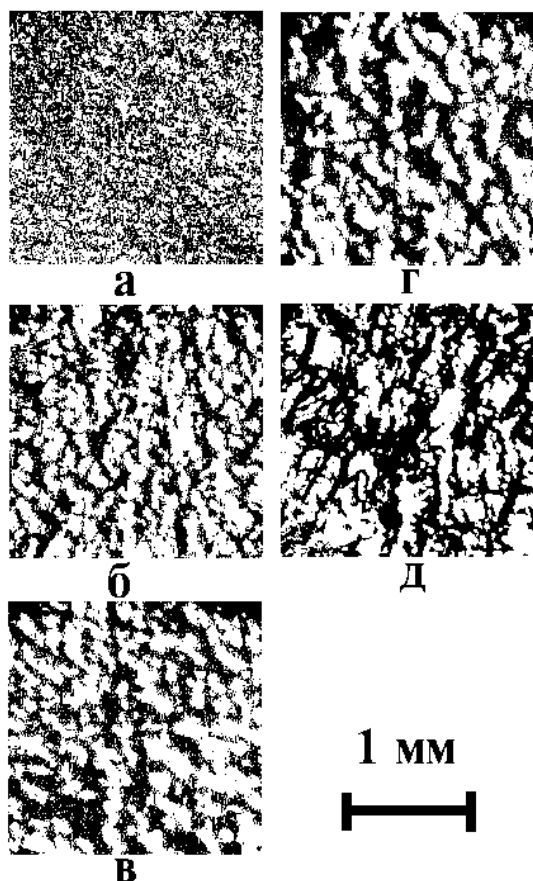


Рис.16. Типичный вид ТСП после воздействия плазмы а) 1 импульс, б) 4 импульса, в) 8 импульсов, г) 11 импульсов, д) 120 импульсов.

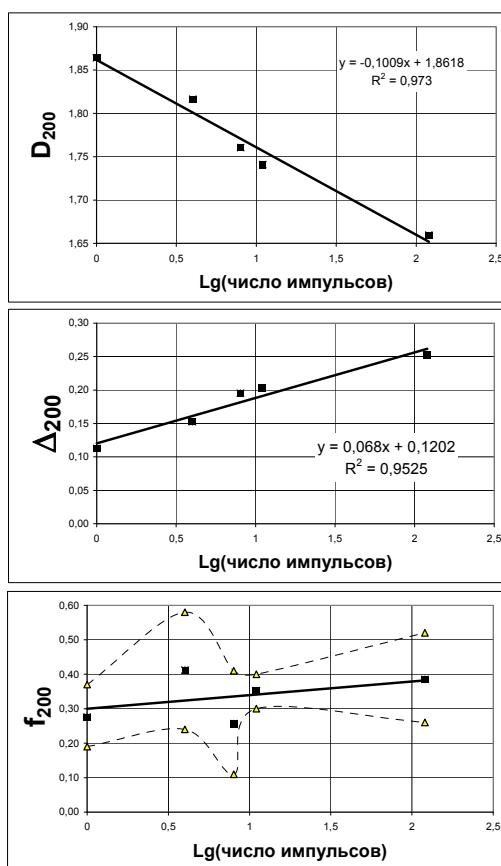


Рис.17. Результаты МФП изображений ТСП стали Х12Г20В после воздействия различного числа импульсов плазмы. Очевидна линейная корреляция МФ-характеристик с логарифмом числа импульсов.

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что, зная предельное число импульсов, которое могут выдержать пластины стали Х12Г20В определенной толщины, зная статистику импульсов по внутренней поверхности определенной термоядерной установки, и определив по МФ-характеристикам ТСП внутренней поверхности число импульсов, которым подверглась поверхность на момент обследования, можно определить число импульсов, которые поверхность еще может выдержать до повреждения установки. По данным о статистике импульсов и этому остаточному числу можно рассчитать остаточный ресурс покрытия внутренней поверхности. Достоверность полученной оценки остаточного ресурса зависит от конкретных особенностей установки, статистики импульсов, разброса их длительности и мощности и пр.

Автор выражает признательность всем своим соавторам по работам [33,42] за предоставленные фотографии структур и за помощь по сканированию, предварительной обработке изображений структур и подготовке графиков.

Еще одним приложением МФП была **идентификация воздействия лазерного излучения на зеренную структуру тонколистовых медных сплавов** [20,43]. Значительный интерес представляют исследования использования лазерного излучения (ЛИ) в качестве инструмента для обработки материалов, а также повреждаемости материалов и изменения их структуры и свойств под воздействием нестационарных тепловых потоков типа срыва плазмы, создаваемых мощными импульсами ЛИ [20,43]. Листы из сплавов на основе меди (Cu-4%Ni, Cu-10%Ga, Cu-2%Al (мас.%) толщиной 0,2 мм после рекристаллизационного отжига подвергались воздействию ЛИ с длиной волны 1,06 мкм в режиме свободной генерации импульсами длительностью  $0,7 \cdot 10^{-3}$  с при интенсивности излучения порядка  $5 \cdot 10^5$  Вт/см<sup>2</sup> таким образом, что зона проплавления распространялась на всю толщину пластины, но без разрыва жидкой фазы. Кристаллизация расплава по механизму эпитаксиального наращивания слоев приводила к образованию специфической “лепестковой” зеренной структуры с преобладанием в ней крупных сильновытянутых зерен.

Реализованный в данной работе вариант методики мультифрактальной параметризации имел следующие особенности. Микрофотографии зеренных структур, путем сканирования переводили в черно-белые графические компьютерные файлы размером 256x256 пикселей (элементарных ячеек) (рис. 18.). Размер изучаемых участков структуры составлял 350x350 мкм, соответственно этому одна ячейка имела размеры 1,37x1,37 мкм. Расчеты мультифрактальных характеристик (таблица 5) производились по ячейкам, приходящимся на область границ зерен (им присваивались значения "1") с применением первого способа МГМОР. Интервал используемых масштабов был  $k=1, \dots, 6$ ,  $l_k=2^{(k+1)} = 4, 8, 16, 32, 64, 128$ .

Таблица 5. Мультифрактальные характеристики для изучаемых структур медных сплавов до и после лазерного облучения (ЛО) [20,43].

Сплав	Cu-4%Ni		Cu-2%Al		Cu-10%Ga	
Структура	исходная	после ЛО	исходная	после ЛО	исходная	после ЛО
$D_0$	1,91416	1,73517	1,7728	1,5964	1,80805	1,63549
$D_{40}$	1,69763	1,53698	1,53633	1,45496	1,54856	1,41407
$\alpha_{40}$	1,66816	1,5051	1,50688	1,42194	1,5143	1,38036
$f_{40}$	0,51899	0,26183	0,35856	0,13439	0,17797	0,06592
$\Delta_{40} = D_1 - D_{40}$	0,17383	0,1632	0,17525	0,11497	0,21861	0,18189

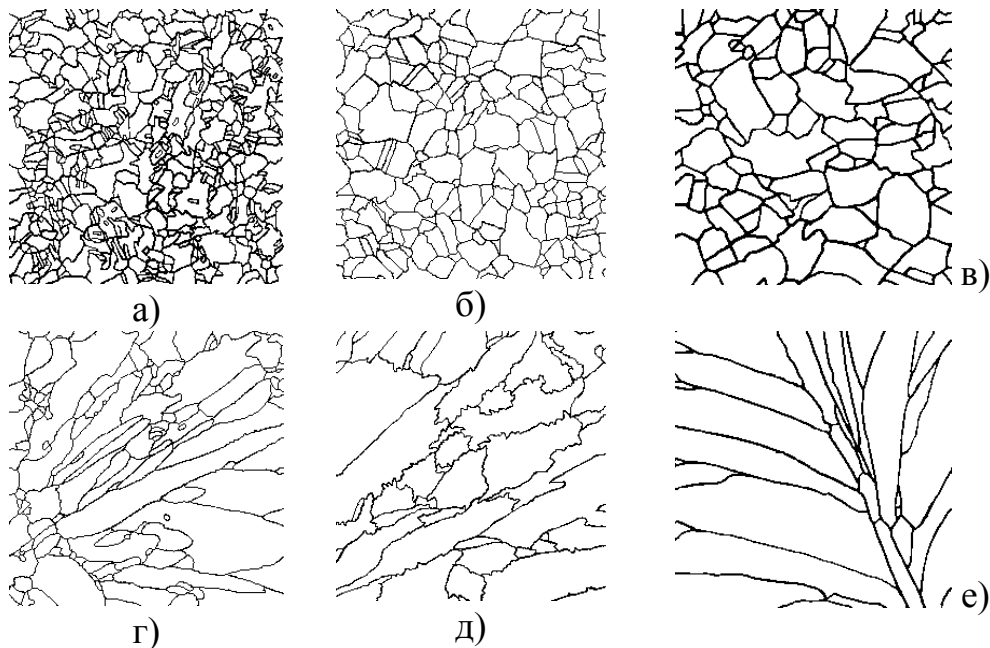


Рис. 18. Изображения участков зеренных структур медных сплавов размером 350х350 мкм: а,б,в - исходные структуры, г,д,е - после воздействия лазерного излучения; а,г - Cu-4%Ni, б,д - Cu-10%Ga, в,е - Cu-2%Al [20,43].

Использование мультифрактальных представлений позволило существенно дополнить традиционные методы описания зеренных структур и выявить ряд необнаруживаемых ими закономерностей формирования зеренных структур при воздействии ЛИ. В частности, установлено, что структурные изменения, вызванные воздействием импульсного ЛИ на тонкие пластины сплавов Cu-4%Ni, Cu-10%Ga и Cu-2%Al, носят в целом одинаковый качественный характер и сопровождаются однотипным изменением мультифрактальных характеристик: снижением степени однородности ( $f_{40}$ ) и скрытой периодичности ( $\Delta_{40}$ ) зеренных структур в зоне “лазерной закалки” (рис.20).

Общие закономерности влияния легирующих компонентов на формирование зеренной структуры при лазерном воздействии были такие же, как и при исходной обработке сплавов. Выявленный характер структурных изменений указывает на снижение механических свойств материала в зоне воздействия лазерного излучения. Наиболее неблагоприятные изменения структуры в результате лазерного воздействия имеют место для сплава Cu-2%Al. В данном случае мультифрактальная параметризация структур показала свою эффективность в качестве инструмента для опознавания образов, в частности, для распознавания зеренных структур.

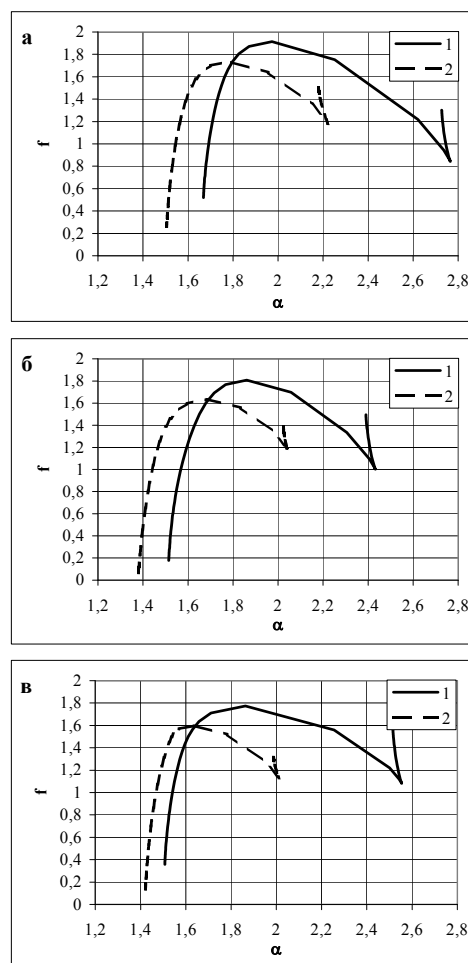
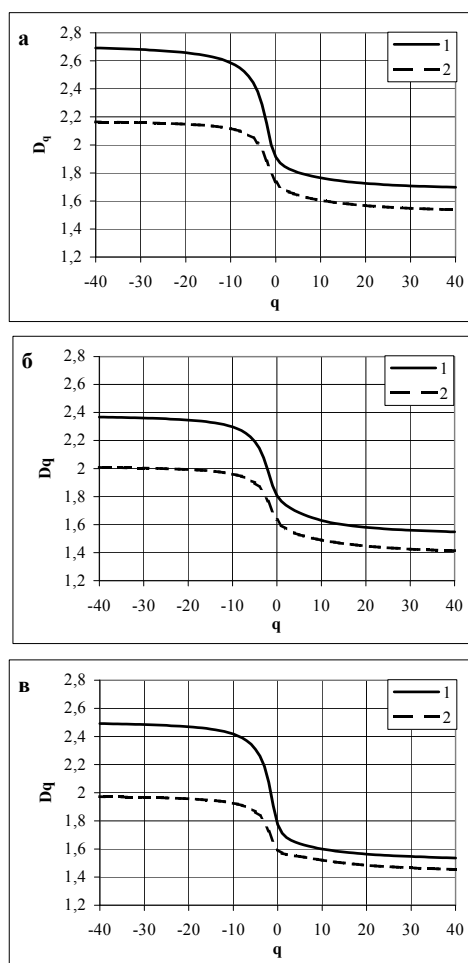
Графики  $D_q$ -спектров размерностей РеньиГрафики  $f(\alpha)$ -спектров

Рис.19. Графики мультифрактальных характеристик, полученные для изучаемых участков зеренных структур медных сплавов: 1 - исходные структуры, 2 - после воздействия лазерного излучения, а - Cu-4%Ni, б - Cu-10%Ga, в - Cu-2%Al [20,43].

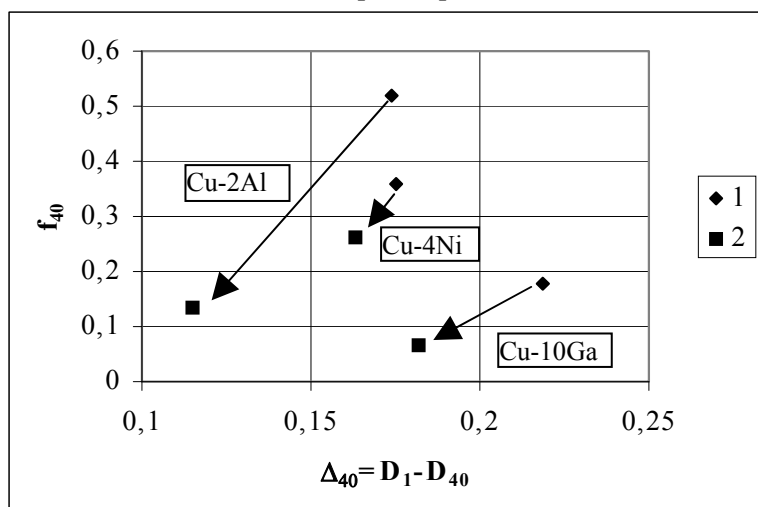


Рис. 20. Диаграмма "порядок-однородность". Характер изменения скрытой упорядоченности и однородности зеренных структур медных сплавов в результате воздействия лазерного излучения: 1 - исходные структуры, 2 - после воздействия лазерного излучения [20,43].

## Основные результаты и выводы

1. Информационное обоснование мультифрактального формализма, введение понятия фрактальной симметрии, количественной меры ее нарушения - мультифрактальной информации, и мультифрактальных мер упорядоченности и однородности дает теоретическую основу нового метода параметризации реальных объектов - структур, наблюдаемых в металлах и сплавах.
2. Использование псевдомультифрактальной параметризации и развитый статистический подход к количественному анализу мультифрактальных спектров и адекватности проведения (псевдо)мультифрактальной параметризации позволяют выявить количественно связь нарушения мультифрактальной и геометрической симметрий, что предложено рассматривать как перспективную основу для разработки универсальной классификации структур материалов.
3. Развита универсальная метод генерации мер огрубленных разбиений для расчета мультифрактальных характеристик и их погрешностей. Разработаны различные способы генерации меры при обработке изображений структур на основе метода представления плоских изображений в виде рельефа поверхности в трехмерном пространстве, простейших характеристик внутренней геометрии поверхностей, аналогии между главными локальными кривизнами поверхностей и напряжениями плоской задачи сопряжения, и метода нормированного размаха Херста.
4. Разработанные в работе физико-математические методы проведения (псевдо)мультифрактальной параметризации воплощены в виде используемой на практике программы MFRDrom, прошедшей тесты, и позволяющей извлекать как точные абсолютные значения мультифрактальных характеристик, так и статистические данные по наборам (псевдо)мультифрактальных спектров реальных объектов.
5. Предложен метод моделирования роста усталостных трещин итерациями хаотических дискретных отображений, допускающий обобщение на сложные поля напряжений и взаимодействия нескольких усталостных трещин, растущих одновременно, что важно для разработки методов выявления неблагоприятных конфигураций конкретных деталей, находящихся под действием циклических нагрузок, с целью оптимизации геометрии деталей.
6. В качестве примера использования фрактальной параметризации предложена фрактальная теория усталостного разрушения на основе модели агрегации, ограниченной диффузией, которая дает объяснение и выявляет связь между собой степенных закономерностей усталостного разрушения. Доказано, что образование фрактальной структуры в пластической зоне у вершины усталостной трещины является наиболее

- точным индикатором появления признаков локальной пластической нестабильности.
7. Мультифрактальный анализ модельного неоднородного состояния пластической зоны у вершины усталостной трещины показывает, что расчетные МФ-характеристики определяются параметрами модели, контролирующими неоднородность. Это открывает перспективу определения степени неоднородности состояния материала в процессе УР на основе МФ-анализа поверхностей УР.
  8. Предложен общий объективный подход (методология) к проведению параметризации на основе предварительного анализа введенных в работу характеристик, таких как минимальная доля охвата изображений, индексы каноничности и др., и последующего изучения статистик мультифрактальных спектров.
  9. На конкретном примере исследования поверхностных дефектов проволок из технически чистого молибдена с целью *оптимизации качества обработки поверхности* показано, что решение задачи оптимизации (подбора) сочетания параметров базовых алгоритмов и процедур подготовки изображений с целью повышения или понижения чувствительности (псевдо)мультифрактальных характеристик к тем или иным факторам, т.е. решение *минимаксной задачи проведения наиболее полной параметризации с наименьшим числом спектров*, дает эффективный способ параметризации структур.
  10. Разработаны приложения нового подхода к актуальным задачам материаловедения, среди которых проблема *селекции структур* двухфазного титанового сплава ВТ-8 с пониженным сопротивлением усталостному разрушению (получен акт о внедрении), *прогнозирование остаточного ресурса* внутреннего покрытия термоядерных реакторов (на примере стали Х12Г20В), *идентификация изменений зеренной структуры* медных сплавов Cu-4%Ni, Cu-10%Ga, Cu-2%Al под воздействием лазерного излучения и другие.

### Публикации

1. Vstovsky G.V. *Transform information: A symmetry breaking measure*. Foundations of Physics, 1997, v.**27**, N10, 1413-1444.
2. Vstovsky G.V. *Interpretation of extreme physical information principle in terms of shift information*. Phys.Rev.E, 1995, v.**51**, N2, 975-979.
3. Vstovsky G.V. *A controlled multifractal*. Phys.Lett.A, 1992, **165**, N1, 41-46.
4. Vstovsky G.V., Bunin I.Zh. *Multifractal parameterization of structures in materials science*. J.Adv.Mater., 1994, v.**1**, N3, 230-240.
5. Встовский Г.В. *Модель фрактального профиля усталостной трещины*. ПМТФ, 1992, №2, 130-137.

6. Встовский Г.В., Колмаков А.Г., Бунин И.Ж. *Введение в мультифрактальную параметризацию структур материалов*. Монография. Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2001. 105 с.
7. Vstovsky G.V., Kolmakov A.G., Terentjev V.F. *Using multifractal information for quantitative evaluation of broken symmetries of materials structures*. Materials Science (Kaunas), 1999, N2, 62-65.
8. Vstovsky G.V., Vstovskaya A.V. *A class of hidden Markov models for image processing*. Patt.Rec.Lett., 1993, v.14, N5, 391-396.
9. Встовский Г.В., Колмаков А.Г., Терентьев В.Ф. *Мультифрактальный анализ особенностей разрушения приповерхностных слоев молибдена*. Изв.РАН, сер. Металлы, 1993, №4, 164-178.
10. Встовский Г.В., Бунин И.Ж., Колмаков А.Г. и др. *Мультифрактальный анализ поверхностей разрушения твердых тел*. ДАН, Сер.Физика, 1995, т.343, N5, с.613-615.
11. Встовский Г.В., Колмаков А.Г., Терентьев В.Ф. *Описание эволюции структуры поверхности металла при механической обработке с использованием мультифрактального анализа*. Материаловедение, 1998, N2, 19-24.
12. Встовский Г.В., Колмаков А.Г. *Анализ влияния поверхностной обработки на структуру статических изломов малолегированного молибдена с помощью мультифрактального формализма*. Физика и химия обработки материалов, 1995, N6, с.69-84.
13. Встовский Г.В., Колмаков А.Г., Терентьев В.Ф. *Применение мультифрактальной параметризации для количественной оценки степени нарушенной симметрии структур металлических материалов, формирующихся в неравновесных условиях*. Вестник Воронежского ГТУ, Сер. Материаловедение, 1999, в.1.5, 34-39.
14. Встовский Г.В., Колмаков А.Г., Терентьев В.Ф. *Методология мультифрактальной параметризации структур материалов*. Вестник Воронежского ГТУ, Сер. Материаловедение, 1999, в.1.6, 46-52.
15. Встовский Г.В., Соловьева А.Б., Кедрин Н.Ф., Тимофеева В.А., Калинин Ю.К., Рожкова Н.Н. *Атомно-силовая микроскопия в анализе структуры композиционных материалов*. Журнал физической химии, 2001, т.75, №11, 1958-1961.
16. Встовский Г.В., Козлов Г.И. *Распространение слабых ударных волн в колебательно-неравновесном газе*. ЖТФ, 1986, т.56, 8, 1536-1542.
17. Бунин И.Ж., Встовский Г.В. *Физическая модель локального упруго пластического перехода при усталости*. Изв.РАН, сер. Металлы, 1992, N2, 29-40.
18. Иванова В.С., Встовский Г.В. *Механические свойства металлов и сплавов с позиций синергетики*. Итоги науки и техники.



- Металловедение и термическая обработка*. М.: ВИНТИ, 1990. С. 43-98.
19. Kolmakov A.G., Bunin I.G., Vstovsky G.V., *Investigation of Effect of Surface Decarburisation on Mechanical Properties of Molybdenum using Multifractal Formalism*. International Journal of Offshore and Polar Engineering (ISOPE), March 1997, v.7, No1, p. 44-47.
  20. Колмаков А.Г., Встовский Г.В., Масляев С.А., Пименов В.Н. *Исследование воздействия лазерного излучения на структуру тонколистовых медных сплавов с использованием мультифрактальных представлений*. Перспективные материалы, 1999, №4, 5-13.
  21. Иванова В.С., Встовский Г.В. *Мезомеханика устойчивости фрактальных структур твердых тел в нелинейных условиях*. Физическая мезомеханика, 1999, т.2, №5, 19-25.
  22. Алексеев К.П., Встовский Г.В., Глазенков В.М. и др. *Исследование активной среды ГДЛ с нагревом азота в камере конечного объема*. Квант.электроника, 1984, т.11, 3, 603-605.
  23. Летникова А.Ф., Встовский Г.В., Тимашев С.Ф. *Самоорганизация анизотропных фрактальных структур при растворении кристаллов LiF*. Журнал физической химии, 2001, т.75, №10, 1898-1902.
  24. Kolmakov A.G., Vstovsky G.V. *Multifractal analysis of metallic surface structure changes during mechanical treatment*. Materials Science and Technology, 1999, v.15, 5, 1-6.
  25. Kolmakov A.G., Geminov V.N., Vstovsky G.V., Terent'ev V.F., Zabolotny V.T., Starostin E.E. *Effect of Rhenium Coatings on the Mechanical Behaviour of Molybdenum Wires*. Surface and Coatings Technology, 1995, v.72, p. 43-50.
  26. Letnikova A.F., Vstovsky G.V., Timashev S.F. *Formation of Anisotropic Fractal Structures During Dissolution of LiF Monocrystals*. Materials Science (Medziagotyra) (Kaunas), 2001, v.7, N5, 98-103.
  27. Терентьев В.Ф., Бунин И.Ж., Колмаков А.Г., Встовский Г.В. *Использование концепции фрактала в материаловедении*. Сб. Института металлургии и материаловедения им.а.а.Байкова 60 Лет. М.: Элиз, 1998. С.398-411.
  28. Встовский Г.В. *К феноменологии фазовых переходов "газ-жидкость" и "жидкость-кристалл"*. В кн. "Математическое моделирование процессов в синергетических системах". Ред. Липанов А.М., Майер Г.В., Шрагер Э.Р., Оксогоев А.А. Томск: Изд-во ТГУ, 1999. С. 268-272.
  29. Оксогоев А.А. Бунин И.Ж., Колмаков А.Г. Встовский Г.В., Дондоков А.Н. *Мультифрактальная параметризация зеренной структуры сплавов в зоне соударения с высокоскоростной частицей*. В кн. "Математическое моделирование процессов в синергетических

- системах". Ред. Липанов А.М., Майер Г.В., Шрагер Э.Р., Оксогоев А.А. Томск: Изд-во ТГУ, 1999. С. 272-276.
30. Встовский Г.В., Колмаков А.Г., Бунин И.Ж. *Псевдомультифрактальный анализ геометрической асимметрии*. В кн. "Математическое моделирование процессов в синергетических системах". Ред. Липанов А.М., Майер Г.В., Шрагер Э.Р., Оксогоев А.А. Томск: Изд-во ТГУ, 1999. С. 277-281.
  31. Встовский Г.В., Шанявский А.А., Артамонов М.А., Колмаков А.Г. *Мультифрактальная селекция структур авиационных титановых дисков компрессоров, изготовленных по стандартной технологии, при их различном сопротивлении усталостному разрушению*. В кн. "Математическое моделирование процессов в синергетических системах". Ред. Липанов А.М., Майер Г.В., Шрагер Э.Р., Оксогоев А.А. Томск: Изд-во ТГУ, 1999. С. 282-285.
  32. Встовский Г.В. *Не демон, и не клапан*. В кн. "Математическое моделирование процессов в синергетических системах". Ред. Липанов А.М., Майер Г.В., Шрагер Э.Р., Оксогоев А.А. Томск: Изд-во ТГУ, 1999. С. 288-292.
  33. Колмаков А.Г., Встовский Г.В., Пименов В.Н., Масляев С.А., Демина Е.В., Грибков В.А., Дубровский А.В., Рыбакова Л.М., Щукин Д.Н. *Мультифрактальный и рентгеноструктурный анализ поверхностных слоев хромомарганцевой стали после облучения импульсами дейтериевой плазмы*. В кн. "Математическое моделирование процессов в синергетических системах". Ред. Липанов А.М., Майер Г.В., Шрагер Э.Р., Оксогоев А.А. Томск: Изд-во ТГУ, 1999. С. 304-308.
  34. Встовский Г.В., Колмаков А.Г., Пименов В.Н., Масляев С.А., Демина Е.В. *Влияние гравитационного поля на мультифрактальные характеристики микроструктур двойных металлических систем*. В кн. "Математическое моделирование процессов в синергетических системах". Ред. Липанов А.М., Майер Г.В., Шрагер Э.Р., Оксогоев А.А. Томск: Изд-во ТГУ, 1999. С. 322-325.
  35. Vstovsky G.V., Bunin I.G., Kolmakov A.G., *Information-theoretic Interpretation of Multifractal Formalism and Analysis of Metallic Fracture Surfaces*. Proc. of the 11th Biennial European Conf. on Fracture, ECF 11, "Mechanisms and Mechanics of Damage and Failure", Poitiers-Futuroscope, France, 3-6 September 1996, Editors: J. Petit, J. de Fouquet, G. Henaff, P. Villechaise and A. Dragon. Published by: Engineering Materials Advisory Services Ltd. (EMAS), in 2 Volumes, 1996, Vol.1, p. 301-306.
  36. Vstovsky G.V., Kolmakov A.G., Terent'ev V.F., *Multifractal Analysis of the Surface Treatment Influence on the Static Fracture Surface Structure of Low-Alloyed Molybdenum*. Proc. Conf. "EUROMAT 94 TOPICAL", Hungary, Balatonszeplak, 30.05.-01.06.1994., Vol.IV, p. 1187-1191.

37. Kolmakov A.G., Bunin I.G., Vstovsky G.V., *Surface Treatment Effect on Fatigue Characteristics of Molybdenum*. Proc. of the Sixth International Fatigue Congress «FATIGUE'96», Berlin, Germany, 06-10 May 1996, Editors: G. Lütjering and H. Nowack, Published by: PERGAMON, 1996, Vol.II, p.1427-1432.
38. Встовский Г.В., *Применение подходов информационной физики в материаловедении*. Труды Симпозиума "Синергетика. Структура и свойства материалов. Самоорганизующиеся технологии. 12-14.11.96, Москва, Ч.1" Москва, 1996. С. 236-238.
39. Встовский Г.В. *Физико-математическая теория мультифрактальной параметризации структур и ее применение к задачам материаловедения*. Междисциплинарный семинар "Фракталы и прикладная синергетика" (ФиПС 99). Тезисы докладов Москва, 1999. С.10.
40. Встовский Г.В., Колмаков А.Г., Терентьев В.Ф. *Применение мультифрактальной параметризации для количественной оценки степени нарушенной симметрии структур металлических материалов, формирующихся в неравновесных условиях*. Тезисы докладов. Второй Всероссийский семинар "Нелинейные процессы и проблемы самоорганизации в современном материаловедении" Воронеж, 3-5 февраля, 1999. С. 48-50.
41. Встовский Г.В. *Количественные методы информационной физики в расках компьютерной мультифрактальной и псевдомультифрактальной параметризации изображений структур*. 6-я международная конференция "Математика, компьютер, образование". Г.Пущино, 24-31 янв. 1999. Тезисы докладов, с.60.
42. Пименов В.Н., Колмаков А.Г., Встовский Г.В., Масляев С.А., Демина Е.В., Грибков В.А., Дубровский А.В. *Самоорганизация топографической структуры поверхности малоактивируемой аустенитной стали при воздействии импульсных пучков дейтериевой плазмы*. Междисциплинарный семинар "Фракталы и прикладная синергетика" (ФиПС 99). Тезисы докладов Москва, 1999. С.90-92.
43. Колмаков А.Г., Встовский Г.В., Масляев С.А., Пименов В.Н. *Мультифрактальный анализ воздействия лазерного излучения на зеренную структуру тонколистовых медных сплавов*. Междисциплинарный семинар "Фракталы и прикладная синергетика" (ФиПС 99). Тезисы докладов Москва, 1999. С.132-134.

**Автор выражает глубокую признательность проф., д.т.н. Вере Семеновне Ивановой за многолетнее постоянное внимание к работе, поддержку и консультации как по фундаментальным, так и прикладным аспектам работы.**