

УДК 514.18

СПОСІБ ПОБУДОВИ 0-РІВНЯ Φ -ФУНКЦІЇ ДЛЯ ПЛОСКИХ НЕОРІЄНТОВАНИХ ГЕОМЕТРИЧНИХ ОБ'ЄКТІВ З КУСОЧНО-НЕЛІНІЙНИМИ ГРАНИЦЯМИ

Соболь О.М., д.т.н.,

Чапля Ю.С., ад'юнкт *

Національний університет цивільного захисту України (Харків)

Тел. 068 - 962-81-39

Анотація – в роботі розглянуто підхід до побудови 0-рівня Φ -функції для плоских неорієнтованих геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями, що дозволить розробити метод оптимального розміщення даних об'єктів у відповідних областях.

Ключові слова – 0-рівень Φ -функції, неорієнтований об'єкт.

Постановка проблеми. Клас задач оптимізаційного геометричного проектування, до якого відносяться задачі розміщення, покриття, розбиття та прокладання оптимальних трас, є актуальним і має широке практичне застосування. Якщо розглянути задачі оптимального розміщення геометричних об'єктів, то можна зробити висновок, що у просторі R^2 для опису границь об'єктів та областей розміщення використовуються, як правило, відрізки прямих та дуги кіл. Разом з тим, використання фрагментів кривих ліній дозволить підвищити точність апроксимації, а також зменшити кількість вершин для опису границь відповідних об'єктів, що впливає на трудомісткість розв'язання задач розміщення. Таким чином, існує науково-прикладна проблема розробки моделей та методів оптимізації розміщення плоских геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями. Однією із задач, що сприятиме розв'язанню даної проблеми, є задача оптимального розміщення неорієнтованих плоских геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями в заданих областях.

Аналіз останніх досліджень. Моделям та методам розв'язання класу задач оптимізаційного проектування присвячено, наприклад, роботи [1-3]. Постановка задачі оптимального розміщення неорієнтованих плоских геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями в заданих областях наведена в роботі [4]. Для формалізації обмежень в задачах оптимального розміщення об'єктів використовується апарат Φ -функцій [1]. Дана функція дозволяє

* Науковий керівник: д.т.н., с.н.с. Соболь О.М.

описати взаємодію двох геометричних об'єктів i , при цьому, приймає позитивні значення в тому випадку, коли об'єкти не перетинаються і не торкаються один одного; 0 – під час дотику геометричних об'єктів; негативні значення – під час перетину об'єктів. Найбільший інтерес викликає випадок, коли Φ -функція для двох геометричних об'єктів дорівнює нулю, при цьому контур, що описує дотик неорієнтованих об'єктів, буде являти собою переріз поверхні 0-рівня Φ -функції. Слід відзначити, що питанням побудови 0-рівня Φ -функції для плоских геометричних об'єктів присвячено, наприклад, роботи [2,5,6]. Разом з тим, наведені підходи мають певні недоліки, а саме, високу трудомісткість та необхідність перерозподілу вершин під час повороту неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями.

Формулювання цілей статті. В даній роботі необхідно розробити спосіб побудови 0-рівня Φ -функції для плоских неорієнтованих геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями.

Основна частина. Розглянемо неорієнтовані об'єкти $S_i(u_i)$ та $S_j(u_j)$, що наведені на рис. 1.

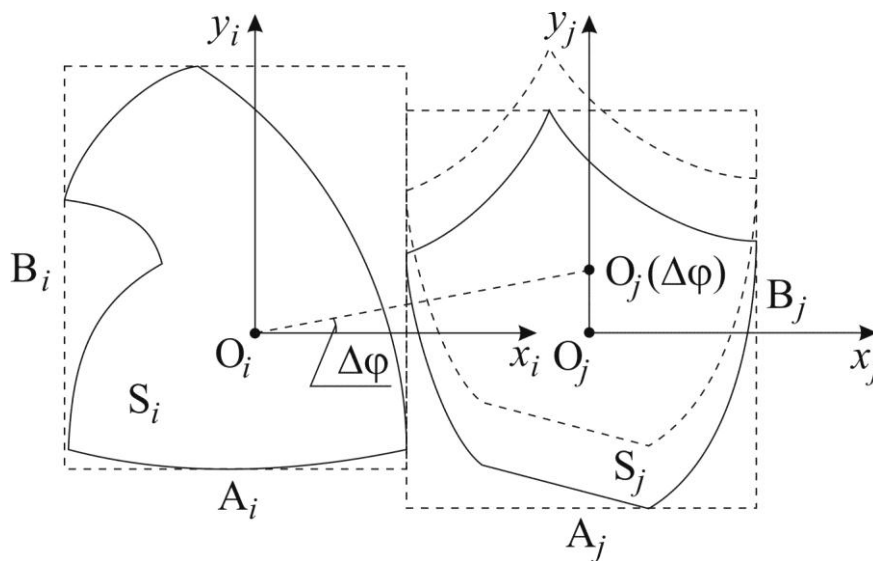


Рис. 1.

Дані об'єкти задаються координатами вершин у локальних системах координат, причому вершини можуть з'єднуватись фрагментами кривих 2-го порядку або відрізками прямих. Параметри $\{u_i\} = \{x_i, y_i, \theta_i\}$ та $\{u_j\} = \{x_j, y_j, \theta_j\}$ визначають положення об'єктів

$S_i(u_i)$ та $S_j(u_j)$ в глобальній системі координат і є змінними, причому θ_i і θ_j - кути повороту локальних систем координат.

Зафіксуємо об'єкт $S_i(u_i)$ і побудуємо габаритні прямокутники для даних об'єктів зі сторонами (A_i, B_i) та (A_j, B_j) відповідно. Обчислимо кут взаємодії об'єктів $S_i(u_i)$ та $S_j(u_j)$:

$$\varphi = i \cdot \Delta\varphi; \Delta\varphi = \frac{2\pi}{n}; \quad (1)$$

де $i = 0, 1, \dots, n-1$;

n – параметр дискретизації.

Нехай для відповідного φ взаємодія об'єктів $S_i(u_i)$ та $S_j(u_j)$ здійснюється так, як це наведено на рис. 2. Слід відзначити, що для будь-якого φ спочатку забезпечується дотик габаритних прямокутників зі сторонами (A_i, B_i) та (A_j, B_j) .

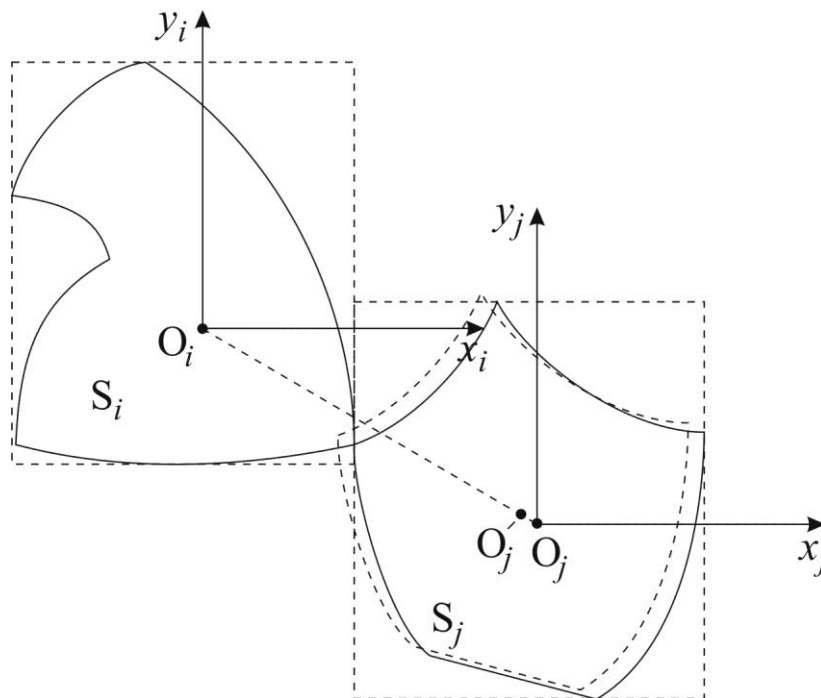


Рис. 2.

Здійснимо переміщення об'єкта $S_j(u_j)$ уздовж відрізка $O_i O_j$ на задану величину ε , при цьому початок локальної системи координат

$x_j O_j y_j$ буде знаходитись у т. O'_j . Якщо при цьому відбувається перетин об'єктів $S_i(u_i)$ та $S_j(u_j)$, то фіксуємо т. O_j як таку, що належить контуру дотику даних геометричних об'єктів (перерізу поверхні 0-рівня Φ -функції). У протилежному випадку розглянемо взаємодію об'єктів $S_i(u_i)$ та $S_j(u_j)$, що наведена на рис. 3.

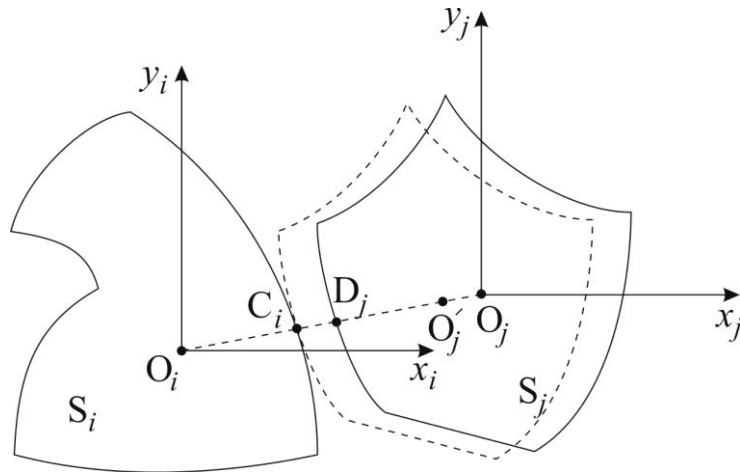


Рис. 3.

Обчислимо координати точок $C_i(x_c, y_c)$ та $D_j(x_d, y_d)$ в нерухомій системі координат $x_i O_i y_i$ (координати точок знаходимо як результат перетину відрізка $O_i O_j$ та відповідних сторін геометричних об'єктів). Здійснимо переміщення об'єкта $S_j(u_j)$ уздовж відрізка $O_i O_j$ на величину, що відповідає довжині $C_i D_j$, при цьому початок локальної системи координат $x_j O_j y_j$ буде знаходитись у т. O'_j . Якщо об'єкти $S_i(u_i)$ та $S_j(u_j)$ не перетинаються, то фіксуємо т. O'_j як таку, що належить контуру дотику даних геометричних об'єктів, інакше – розглянемо взаємодію об'єктів $S_i(u_i)$ та $S_j(u_j)$ так, як це наведено на рис. 4.

В даному випадку координати т. O''_j контуру дотику даних геометричних об'єктів можуть бути одержані із заданою точністю за допомогою, наприклад, методу дихотомії.

Таким чином, в результаті одержимо набір точок, що належать контуру дотику γ_{ji} геометричних об'єктів $S_i(u_i)$ та $S_j(u_j)$ (рис. 5, 6).

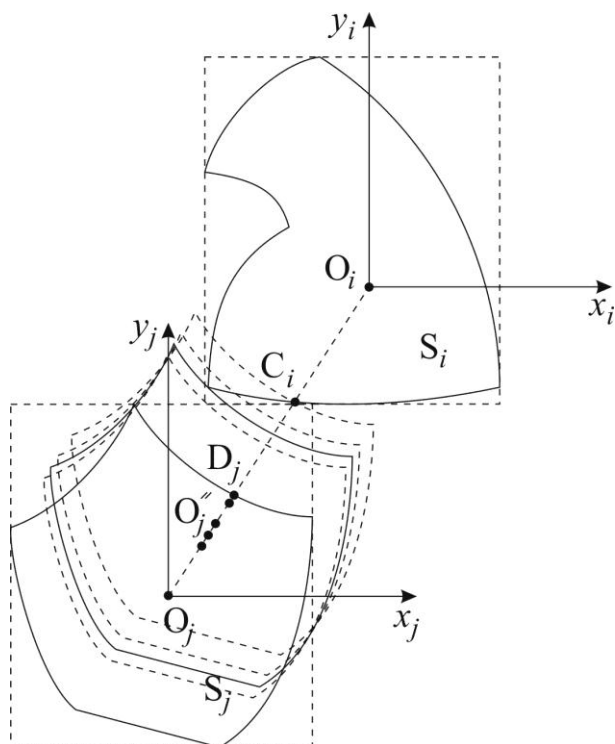


Рис. 4.

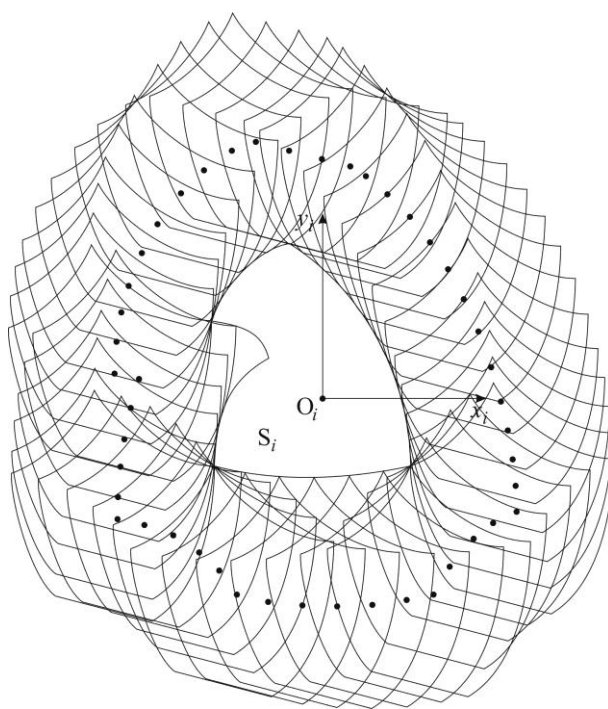


Рис. 5.

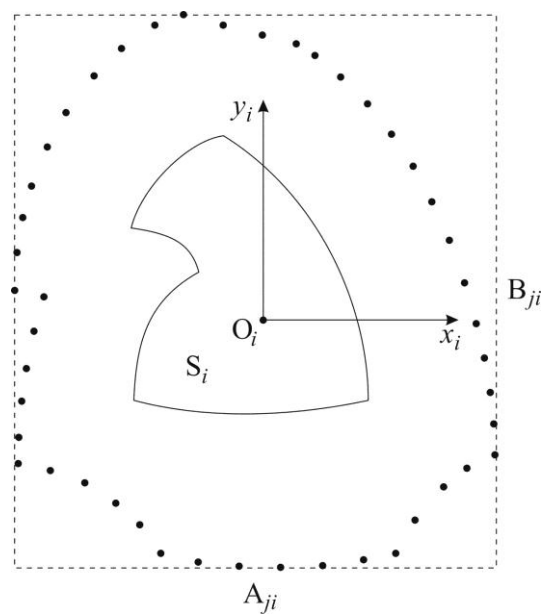


Рис. 6.

Для збирання контуру γ_{ji} , перш за все, визначається його початкова вершина виходячи з наступних умов:

– вершина має належати границі габаритного прямокутника зі сторонами (A_{ji}, B_{ji}) (рис. 6);

– хоча б одна із сусідніх точок вершини не належить границі габаритного прямокутника зі сторонами (A_{ji}, B_{ji}) .

Подальше збирання контуру γ_{ji} , що описує переріз поверхні 0-рівня Φ -функції для об'єктів $S_i(u_i)$ та $S_j(u_j)$, здійснюється за допомогою лінійної та нелінійної інтерполяції.

Кількість перерізів, що необхідно побудувати для одержання поверхні 0-рівня Φ -функції для неорієнтованих об'єктів $S_i(u_i)$ та $S_j(u_j)$ з кусочно-нелінійними границями, визначається наступним чином:

$$N_{ij} = k_i \cdot k_j, \quad (2)$$

де k_i – кількість дискретних значень, що може приймати θ_i ;

k_j – кількість дискретних значень, що може приймати θ_j .

Висновки. В даній роботі наведено спосіб побудови 0-рівня Φ -функції для плоских неорієнтованих геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями. Подальші дослідження будуть спрямовані на розробку способу побудови 0-рівня Φ -функції для зазначених об'єктів та області розміщення, а також на розробку моделі та методу оптимізаційного розміщення неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями в заданих областях.

Література

1. Стоян Ю.Г. Математические модели и оптимизационные методы геометрического проектирования / Ю.Г. Стоян, С.В. Яковлев. – К.: Наукова думка, 1986. – 268 с.
2. Элементы теории геометрического проектирования / [Яковлев С.В., Гиль Н.И., Комяк В.М. и др.]; под ред. В.Л. Рвачева. – К.: Наукова думка, 1995. – 241 с.
3. Садковий В.П. Рациональне розбиття множин при територіальному плануванні в сфері цивільного захисту: Монографія / В.П.Садковий, В.М. Комяк, О.М. Соболь: Ун-т цивільного захисту України. – Горлівка: ПП «Видавництво Ліхтар», 2008. – 174 с.
4. Комяк В.М. Постановка задачі оптимального розміщення неорієнтованих плоских геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями / В.М. Комяк, О.М. Соболь, Ю.С. Чапля //

Міжвідомчий науково-технічний збірник «Прикладна геометрія та інженерна графіка». Вип. 91. – К.: КНУБА, 2013. – С. 127-130.

5. Злотник М.В. Математична модель і метод розв'язання оптимізаційної задачі розміщення неорієнтованих багатокутників та кругів: Автореф. дис. ... канд. техн. наук: 01.05.02 / Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України. – Харків, 2007. – 18 с.
6. Комяк В.М. Метод побудови 0-рівня Φ -функції для плоских геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями / В.М. Комяк, О.М. Соболев, А.В. Попова // Міжвідомчий науково-технічний збірник «Прикладна геометрія та інженерна графіка». Вип. 90 – К.: КНУБА, 2012. – С. 151-155.

СПОСОБ ПОСТРОЕНИЯ 0-УРОВНЯ Φ -ФУНКЦИИ ДЛЯ ПЛОСКИХ НЕОРИЕНТИРОВАННЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ С КУСОЧНО-НЕЛИНЕЙНЫМИ ГРАНИЦАМИ

А.Н. Соболев, Ю.С. Чапля

Аннотация – в работе рассмотрен подход к построению 0-уровня Φ -функции для плоских неориентированных геометрических объектов с кусочно-нелинейными границами, позволяющий разработать метод оптимального размещения данных объектов в соответствующих областях.

THE METHOD OF CONSTRUCTION 0-LEVEL Φ -FUNCTION FOR NOT ORIENTED PLANE GEOMETRIC OBJECTS WITH SECTIONAL NONLINEAR FRONTIERS

A. Sobol, Yu. Chaplya

Summary

In this paper approach to construction 0-level Φ -function for not oriented plane geometric objects with sectional nonlinear frontiers, that allows developing the method of optimum placement such objects in the given areas, is considered.