

Министерство образования и науки Российской Федерации
Уральский федеральный университет
имени первого Президента России Б.Н. Ельцина

Институт образовательных информационных технологий

В.Б. Покровский, И.В. Троицкий

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН.
СТРОЕНИЕ МЕХАНИЗМОВ.
КИНЕМАТИКА КИНЕТОСТАТИКА ПЛОСКИХ
РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ.
ТРЕНИЕ В КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАХ.
КУЛАЧКОВЫЕ МЕХАНИЗМЫ.
УРАВНОВЕШИВАНИЕ И ВИБРОЗАЩИТА
МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Конспект лекций

Научный редактор проф., д-р техн. наук В.В. Каржавин

Екатеринбург

2010

УДК 621.01 (075.8)

Рецензенты: кафедра “Подъемно-транспортное оборудование”
Российского государственного профессионально-педагогического
университета; доцент кафедры “Теоретическая механика” УГТУ-УПИ,
канд. техн. наук Б.В. Трухин

Авторы: В.Б. Покровский, И.В. Троицкий

Теория механизмов и машин: строение механизмов, кинематика
плоских рычажных механизмов, кинетостатика плоских рычажных
механизмов, кулачковые механизмы, трение в кинематических парах,
уравновешивание механизмов и машин: конспект лекций/ В.Б.
Покровский, И.В. Троицкий. Екатеринбург: УРФУ, 2010. 115 с.

Конспект лекций предназначен для студентов дистанционного
обучения машиностроительных специальностей, а также других форм
обучения, изучающих теорию механизмов и машин в техническом вузе.

Содержание соответствует программе обучения и требованиям
государственных образовательных стандартов. Изучение материалов
лекций следует вести с использованием учебной литературы, указанной в
конце работы, и сопровождать разбором и решением задач.

Библиогр.: 11 назв. Рис. 92.

Подготовлено кафедрой Детали
машин и факультетом дистанционного
образования

УДК 621.01 (075.8)

ББК 34.41.я 73

УРФУ, 2010

Оглавление

Лекция 1.	Строение механизмов. Основные понятия и определения.	4
Лекция 2.	Классификация плоских механизмов.	11
Лекция 3.	Кинематическое исследование плоских рычажных механизмов графическими методами.	14
Лекция 4.	Метод планов скоростей и ускорений.	23
Лекция 5.	Кинетостатический силовой расчет механизмов.	40
Лекция 6.	Силовой расчет групп Ассур .	45
Лекция 7.	Пример силового расчета механизма.	54
Лекция 8	Определение уравновешивающей силы при помощи жесткого рычага Н.Е.Жуковского.	64
Лекция9.	Трение в кинематических парах. Природа и виды трения скольжения.	68
Лекция 10.	Трение в винтовой кинематической паре с прямоугольным профилем резьбы.	75
Лекция 11.	Трение во вращательной кинематической паре.	77
Лекция 12.	Трение качения.	79
Лекция 13.	Кулачковые механизмы.	83
Лекция 14.	Закон движения ведомого звена. Кинематические диаграммы.	86
Лекция 15.	Влияние углов давления и передачи на работоспособность и габариты механизмов.	93
Лекция 16.	Определение минимального радиуса кулачка при вращательном движении ведомого звена.	98
Лекция 17.	Профилирование кулачков.	100
Лекция 18.	Профилирование кулачков в механизмах с вращательным и поступательным движением ведомого звена.	103
Лекция 19.	Уравновешивание и виброзащита механизмов и машин.	108

Лекция 1

Строение механизмов.

Основные понятия и определения.

Современные методы кинематического и кинетостатического исследования механизмов определяется их структурой. Поэтому анализ любого механизма начинается с изучения его строения и классификации.

Рассмотрим вначале основные понятия и определения, которыми будем пользоваться при изучении курса теории механизмов и машин.

Механизмом называется механическая система, которая служит для преобразования движения одного или нескольких тел в требуемое движение других тел. Всякий механизм состоит из отдельных деталей.

Деталь – это неразъемная часть механизма, выполненная из однородного материала. Любая подвижная деталь или группа деталей, соединенных между собой неподвижно, носит название подвижного звена. Движение этих звеньев рассматривается относительно одного неподвижного звена, называемого стойкой. В стационарных машинах стойка – это неподвижная корпусная детали и жестко соединенные с ней звенья. В транспортных машинах стойкой являются детали жестко соединенные с ее корпусом. Звено рассматривается в теории механизмов и машин как идеально твердое тело. В зависимости от характера движения относительно стойки, наиболее распространенные подвижные звенья носят следующие названия:

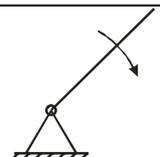
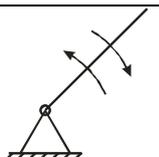
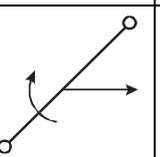
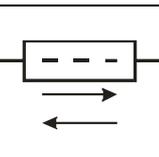
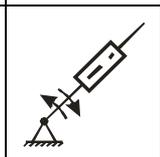
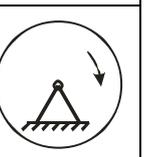
1. Кривошип – звено механизма, совершающее полный оборот вокруг оси, связанной со стойкой.
2. Коромысло – звено механизма, совершающее неполный оборот вокруг оси, связанной со стойкой.
3. Шатун – звено механизма, совершающее плоскопараллельное движение.
4. Ползун – звено, поступательно перемещающееся относительно стойки или другого подвижного звена.

5. Кулиса – звено, которое является направляющей для ползуна.

6. Кулачок – звено с профилем переменной кривизны, которая определяет закон движения ведомого звена (толкателя).

Условное обозначение перечисленных звеньев на схемах механизмов приведено в таблице 1.

Таблица 1 Условное обозначение звеньев

№ звена	1	2	3	4	5	6
Условное обозначение						

Подвижные звенья механизмов бывают ведущими и ведомыми. Ведущим называется звено, которому сообщается движение, преобразуемое механизмом в требуемые движения ведомых звеньев. Ведомое звено совершает движение, для выполнения которого предназначен механизм.

Кинематические пары и их классификация.

Звенья механизма входят в соединения между собой таким образом, что всегда существует возможность перемещения одного звена относительно другого.

Соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительное перемещение, называется кинематической парой. Поверхность, линия, точка или их сочетание, по которым происходит соприкосновение звеньев, образующих кинематическую пару, называется элементом пары. Из определения кинематической пары следует, что ее существование определяется тремя условиями: наличием двух звеньев, их непосредственным контактом, возможностью относительного перемещения одного звена относительно другого. Кинематическая пара перестает существовать, если нарушено хотя бы одно из этих условий.

Для удобства структурного анализа механизмов кинематические пары классифицируются по различным признакам:

- 1) по числу условий связи, накладываемых на относительное движение звеньев;
- 2) по характеру относительного движения звеньев;
- 3) по характеру соприкосновения звеньев.

Кинематическая пара накладывает ограничение на относительное движение звеньев, которые называются условиями связи или просто связями. По числу условий связи пары подразделяются на классы. Класс кинематической пары соответствует числу условий связи, накладываемых на относительное движение звеньев, входящих в эту пару.

Свободное твердое тело в пространстве обладает шестью степенями свободы, т.е. оно может совершать три независимых поступательных движения вдоль взаимно перпендикулярных осей и три вращательных движения относительно тех же осей (рис. 1).

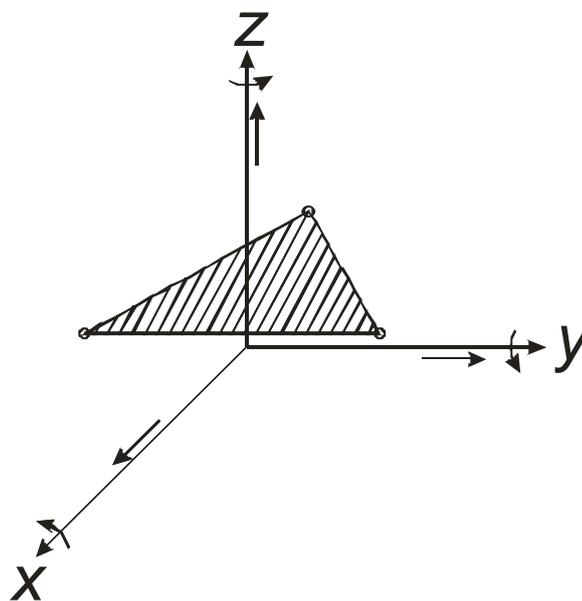


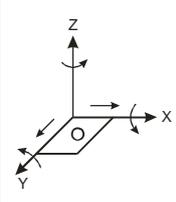
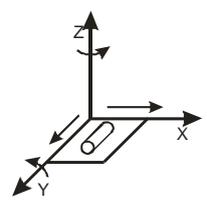
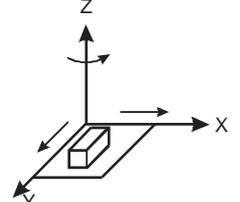
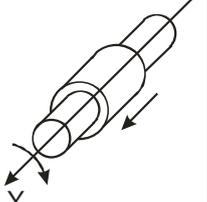
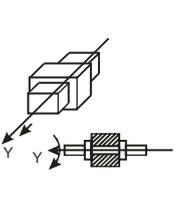
Рис. 1

В зависимости от способа соединения звеньев в кинематическую пару число условий связи может изменяться от одного до пяти. Обозначим через S число условий связи и через H число степеней свободы в кинематической паре. Тогда

$$S = 6 - H.$$

Следовательно, все кинематические пары разделяются на пять классов. К первому классу относятся пары с одним условием связи, т.е. пятиподвижные; ко второму – пары, накладывающие два условия связи (четыреподвижные) и т.д. В таблице 2 представлены некоторые виды кинематических пар всех пяти классов. Стрелками обозначены возможные относительные перемещения звеньев.

Таблица 2 Кинематические пары

Виды кинематических пар					
Класс пары	1	2	3	4	5

По характеру относительного движения кинематические пары разделяются на плоские и пространственные. Если пара определяет плоскопараллельное относительное движение звеньев, то такая пара называется плоской. Все другие пары будут пространственными.

Кинематические пары разделяются на высшие и низшие. Элементами высшей кинематической пары могут быть точка, линия или их сочетание. В низших парах звенья соприкасаются по поверхности. К плоским низшим кинематическим парам относятся две пары пятого класса: вращательная, которая допускает только вращательное движение одного звена относительно другого вокруг оси шарнира и поступательная, в которой звено может двигаться только поступательно вдоль оси направляющей.

Кинематические цепи. Механизмы

Кинематической цепью называется связанная система звеньев, образующих между собой кинематические пары.

Кинематические цепи подразделяются на плоские и пространственные. В плоских цепях все звенья перемещаются либо в одной, либо в параллельных плоскостях. Все другие цепи будут пространственными. Кинематические цепи могут быть открытыми и замкнутыми (рис. 2).

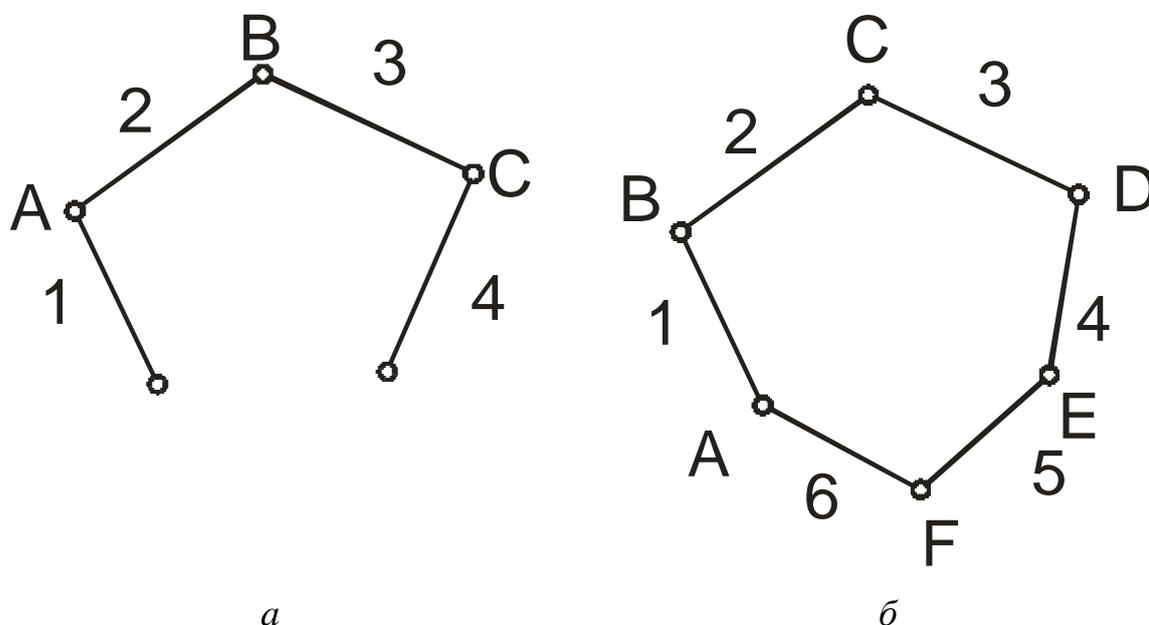


Рис. 2 Кинематические цепи (*а*-открытая; *б*-замкнутая)

Число степеней свободы, т.е. суммарное число независимых перемещений звеньев кинематической цепи определяется по ее структурной формуле, которую несложно вывести. В самом общем случае кинематическая цепь может состоять из n подвижных звеньев, которые образуют между собой и с неподвижным звеном p_1 кинематических пар 1-го, p_2 пар 2-го, p_3 пар 3-го, p_4 пар 4-го и p_5 пар 5-го классов. До соединения в кинематическую цепь все звенья имели $6n$ степеней свободы. При образовании кинематической цепи кинематические пары будут накладывать на относительное движение звеньев условия связи. При этом пара 1-го класса накладывает 1 связь, 2-го класса – 2 связи, 3-го класса – 3 связи, 4-го класса – 4 связи и 5-го класса – 5 связей. Тогда суммарное число степеней свободы всех звеньев кинематической цепи можно определить по формуле:

$$W = 6n - p_1 - 2p_2 - 3p_3 - 4p_4 - 5p_5 \quad (1)$$

Выражение (1) носит название структурной формулы, а число W – числа степеней подвижности.

Механизмом называется кинематическая цепь, в которой при заданном законе движения одного или нескольких звеньев, все остальные звенья будут перемещаться по вполне определенным законам.

В каждом механизме имеется 3 характерных типов звеньев.

1. Неподвижное звено-стойка. В любом механизме имеется одна стойка, т.к. все неподвижные звенья связаны между собой.
2. Ведущие звенья – те, закон движения которых задается предварительно. Так как этот закон может быть задан произвольно, то число степеней подвижности механизма W всегда должно быть равно числу ведущих звеньев, ввиду того, что они определяют число независимых движений в механизме.
3. Ведомые звенья, закон движения которых полностью зависит от закона движения ведущих. Независимых движений они иметь не могут.

Кинематические пары накладывают на относительное движение звеньев некоторые ограничения, которые могут оказаться общими для всех звеньев механизма.

В зависимости от этого общего числа условий связи различают семейства механизмов. Для каждого семейства существует своя структурная формула, вытекающая из выражения (1), являющегося структурной формулой механизма нулевого семейства, т.к. в нем отсутствуют общие условия связи. Для механизмов первого семейства структурная формула имеет вид:

$$W = 5n - p_2 - 2p_3 - 3p_4 - 4p_5.$$

Общее число степеней свободы всех звеньев в этом случае не $6n$, а $5n$, т.к. одно перемещение запрещено. У кинематических пар число связей на единицу меньше, т.к. одна общая связь учтена в первом члене формулы. Кинематических пар 1-го класса в таких механизмах быть не может.

Рассуждая подобным образом, запишем структурные формулы для механизмов остальных семейств:

$$\text{2-го семейства} \quad W = 4n - p_3 - 2p_4 - 3p_5.$$

$$\text{3-го семейства} \quad W = 3n - p_4 - 2p_5.$$

$$\text{4-го семейства} \quad W = 2n - p_5.$$

$$\text{5-го семейства} \quad W = n,$$

т.е. механизмы 5-го семейства являются парами 5-го класса.

Плоские механизмы относятся к 3-му семейству, т.к. движение звеньев в одной или параллельных плоскостях исключает их перемещение вдоль одной координатной оси и вращение относительно двух осей. Для них справедлива формула, которая была предложена академиком П.Л. Чебышевым в 1869 году и носит его имя. Часто формулу П.Л. Чебышева записывают в следующем виде:

$$W = 3n - 2p_n - p_v,$$

где p_n – число низших кинематических пар;
 p_v – число высших кинематических пар.

Лекция 2

Классификация плоских механизмов.

В соответствии с классификацией механизмы должны расчленяться на такие группы, которые обладают едиными методами структурного, кинематического и кинетостатического анализа. Этим требованиям соответствует структурная классификация плоских механизмов, разработанная профессором Л.В. Ассуром в 1916 году и получившая дальнейшее развитие в трудах академика И.И. Артоболевского. Согласно этой классификации, любой плоский механизм может быть образован путем последовательного присоединения к одному или нескольким механизмам первого класса структурных групп Асура.

В данном конспекте лекций ограничимся рассмотрением механизмов, в состав которых входят пары пятого класса – поступательные и вращательные.

Механизмом первого класса называется ведущее звено, связанное со стойкой кинематической парой.

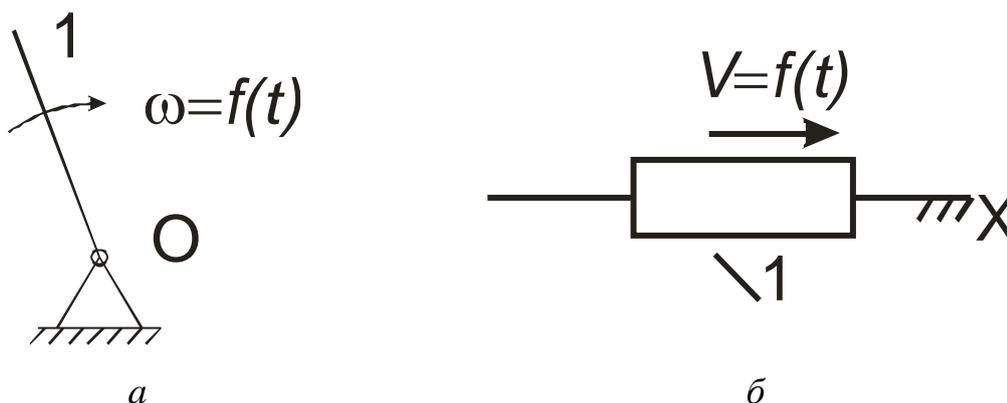


Рис. 3

a – с вращательной кинематической парой

б – с поступательной кинематической парой

Структурной группой Ассуря называется такая незамкнутая кинематическая цепь, которая после присоединения свободными элементами кинематических пар к стойке будет обладать нулевой степенью подвижности, а после присоединения к механизму не изменит его степени подвижности. Следовательно, структурная формула группы Ассуря имеет вид:

$$W = 3n - 2p_5 = 0,$$

$$p_5 = \frac{3}{2}n. \quad (2)$$

Из уравнения следует, что число звеньев в группе Ассуря должно быть четным, а число пар пятого класса кратно трем.

Группы Ассуря подразделяются на классы, порядки и виды. Класс группы определяется наибольшим классом замкнутого контура, входящего в состав группы. Класс контура, в свою очередь, определяется числом кинематических пар, входящих в контур.

Порядок группы определяется числом свободных элементов кинематических пар, которыми группа может быть присоединена к

механизму. Примеры групп Ассур различных классов и порядков приведены в таблице 3.

Таблица 3 Структурные группы Ассур

Класс	2	3	4	5	6
Порядок	2	3	2	3	3

Все группы, представленные в таблице 3 имеют вращательные кинематические пары пятого класса, однако наряду с вращательными парами в группах также могут быть и поступательные. В зависимости от сочетания вращательных и поступательных кинематических пар и их взаимного расположения группы Ассур второго класса подразделяются на пять видов (таблица 4).

Таблица 4 Виды групп Ассур второго класса

1 вид	2 вид	3 вид	4 вид	5 вид

Класс механизма определяется высшим классом группы Ассур, входящей в состав этого механизма.

В состав плоских механизмов кроме низших кинематических пар могут входить и высшие. Для выполнения кинематического и кинетостатического расчетов каждую высшую пару необходимо заменить кинематической цепью, состоящих только из низших пар. При этом должны выполняться два условия: число степеней подвижности не должно изменяться и должно сохраняться относительное движение звеньев.

Если убрать из кинематической схемы механизма одну пару 4-го класса, то степень подвижности увеличится на единицу. При добавлении кинематической цепи, содержащей только пары 5-го класса, к степени подвижности необходимо добавить $3n-2p_5$. Таким образом, первое условие будет соблюдаться, если $W+1+3n-2p_5=W$, откуда получаем, что между числами звеньев и пар 5-го класса в заменяющей паре 4-го класса цепи должно соблюдаться соотношение

$$p_5 = \frac{3n+1}{2}.$$

Из этого следует, что высшую кинематическую пару можно заменить одним звеном, входящем в две низшие пары, вращательные, либо поступательные. Для выполнения второго условия, т.е. условия кинематической эквивалентности, замену следует проводить следующим образом (рис. 4).

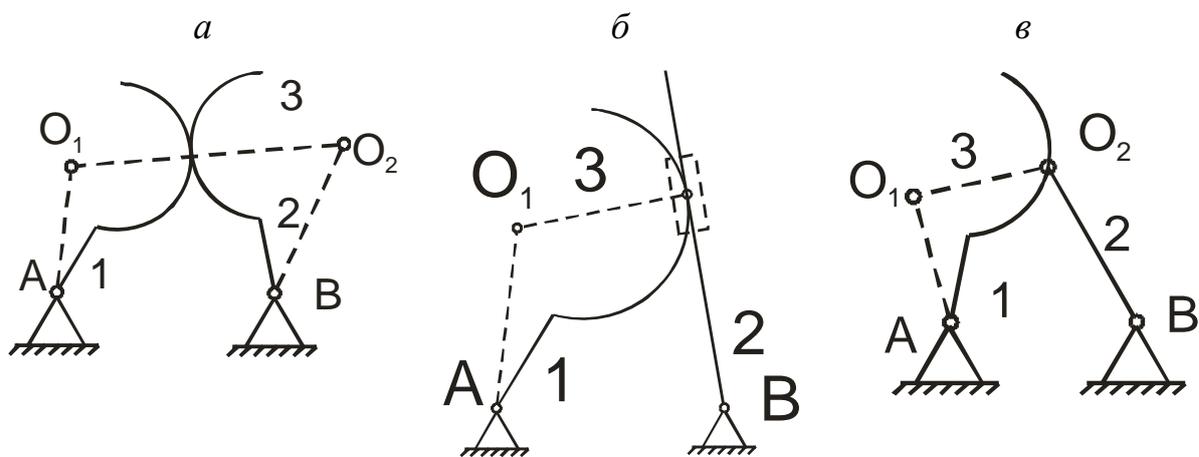


Рис. 4

1. Проводим общую нормаль к профилям в точке их касания (рис. 4а).
2. Находим центры кривизны профилей и помещаем в них шарниры.
3. Соединяем эти шарниры условным звеном.

Если один из соприкасающихся профилей представляет собой прямую (рис. 4б), то ее центр кривизны находится в бесконечности и

вместо вращательной пары мы на заменяющем механизме помещаем пару поступательную. Если профилем одного из звеньев является точка (рис. 4в), то вращательную пару на заменяющем механизме помещаем в эту точку.

Лекция 3

Кинематическое исследование плоских рычажных механизмов графическими методами.

Задачей кинематического исследования механизмов является определение положения звеньев и траекторий их точек, а также определение скоростей и ускорений разных точек и звеньев по заданному закону движения ведущего звена.

Кинематические параметры определяют аналитическими, графическими и графоаналитическими методами. Аналитические методы применяют в наиболее простых случаях, так как для многозвенных механизмов получаются очень сложные и громоздкие формулы, которые практически невозможно использовать. Графические методы в этих случаях дают простые и наглядные решения. Ниже рассмотрены основные графические методы исследования: метод планов положений, метод кинематических диаграмм, метод планов скоростей и планов ускорений.

В технических расчетах при кинематическом исследовании механизма обычно скорость ведущего звена принимают постоянной. На ведущем звене выбирают ведущую точку и устанавливают исходное положение механизма, как правило, в начале рабочего хода исполнительного органа. Затем строят траекторию ведущей точки. Если ведущим звеном является кривошип, то за ведущую точку принимают его палец, траекторией движения которого является окружность.

Метод планов положений.

Взаимное расположение движущихся звеньев механизма все время изменяется, но в каждый данный момент времени звенья занимают вполне определенные положения. Графическое изображение взаимного расположения звеньев, соответствующее выбранному моменту времени, называется планом механизма.

Построение плана механизма необходимо начинать с изображения по заданным координатам неподвижных относительно стойки элементов звеньев и направляющих. Затем изображают ведущее звено в заданном положении. После этого определяют положения точек групп Ассура. В группах Ассура второго класса эти положения точек определяются методом засечек. Для определения траектории какой либо точки необходимо построить несколько последовательных планов механизма, определить положение этой точки на каждом из планов и соединить их плавной кривой. Если кривошип совершает равномерное вращательное движение, то траектория его крайней точки будет окружность. Разделив эту окружность на 12 или 24 равные части и объединив полученные точки с центром вращения, получим 12 или 24 последовательных положений кривошипа. Каждая точка обозначается определенным номером, который относится к плану всего механизма. Принято цифрой 0 обозначать точки, соответствующие одному из мертвых положений механизма.

Рассмотрим построение планов положений на примере кривошипно-ползунного механизма, кинематическая схема которого изображена на рис..5.

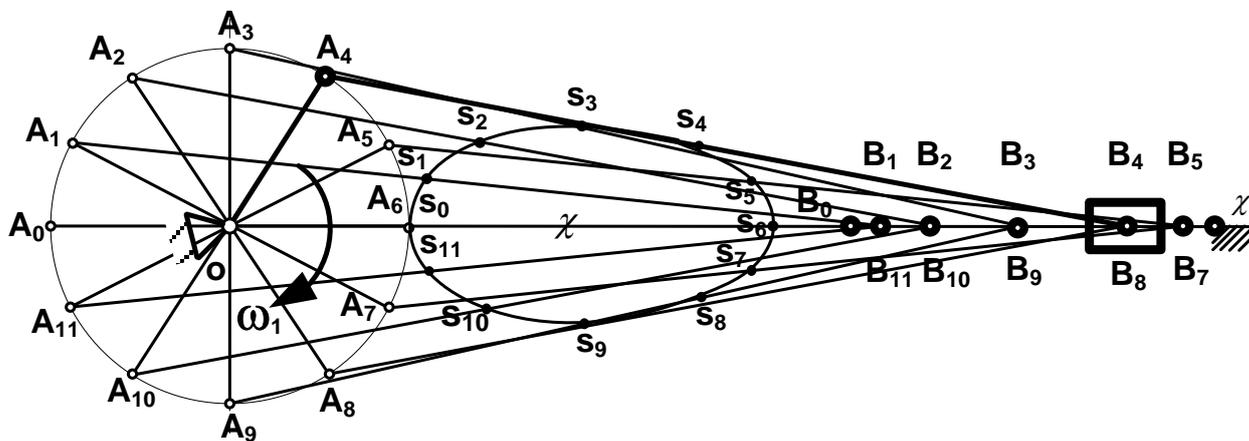


Рис. 5 План положений кривошипно-ползунного механизма

Кривошип OA вращается равномерно, следовательно, в равные промежутки времени палец кривошипа A проходит одинаковые участки пути. Делим траекторию пальца кривошипа, представляющую окружность на 12 равных частей, обозначив начальное положение, при котором кривошип и шатун располагаются по одной прямой линии, через A_0 . Траекторией точки B ползуна является прямая xx . Делаем разметку траектории точки B , т.е. находим ее последовательные положения, соответствующие положениям ведущей точки A . Длина шатуна остается неизменной в течение всего движения. Поэтому для нахождения соответствующего положения точки B_i делаем засечку на траектории $x-x$ радиусом AB , поставив ножку циркуля в соответствующую точку A_i . Построение производим в масштабе $\mu \left[\frac{\text{м}}{\text{мм}} \right]$. Масштаб – это отношение действительного значения физической величины к длине отрезка в мм, который изображает эту величину на чертеже. Масштаб планов механизма определим как отношение истинной длины кривошипа l_{OA} к длине OA , изображающего кривошип на плане (рис. 5).

Соединив плавной кривой точки S_i , обозначающие центры тяжести последовательных положений шатуна, получим траекторию его центра тяжести, которая относится к семейству шатунных кривых. Точно так же

можно построить траекторию любой точки любого звена рычажного механизма.

Метод кинематических диаграмм.

Для анализа исследуемого механизма обычно необходимо знать законы перемещения, изменение скорости и ускорения ведомого звена в течение всего цикла движения, т.е. за полный оборот кривошипа. Для этого проводят графическое исследование кинематических параметров за полный цикл и по полученным значениям этих величин строят графики, которые называются кинематическими диаграммами. Кинематическая диаграмма дает наглядное графическое изображение изменения одного из кинематических параметров движения в зависимости от другого. Для перемещений S , скоростей V и касательных ускорений a^t точки исследуемого звена строят кинематические диаграммы в виде функций этих величин от времени t или от угла поворота φ кривошипа, т.к. при равномерном вращении последнего φ пропорционально t . Для кинематического анализа используют обычно наиболее простые ортогональные диаграммы. Особенно удобен метод кинематических диаграмм для исследования кинематики звеньев, движущихся возвратно-поступательно. В этом случае обычно строят график перемещений, откладывая расстояние движущейся точки звена от одного из крайних положений, как правило, от начала рабочего хода.

Рассмотрим построение диаграммы “перемещение-время” для ползуна кривошипно-ползунного механизма, изображенного на рис..5.

$$S_B = S_B(t).$$

Кривошип вращается равномерно, следовательно, ведущая точка A – палец кривошипа, в одинаковые промежутки времени проходит одинаковые участки пути. Строим две оси координат (рис. 6) и на оси абсцисс откладываем отрезок l в миллиметрах, изображающий в масштабе μ_t время одного полного оборота кривошипа (одного цикла) T .

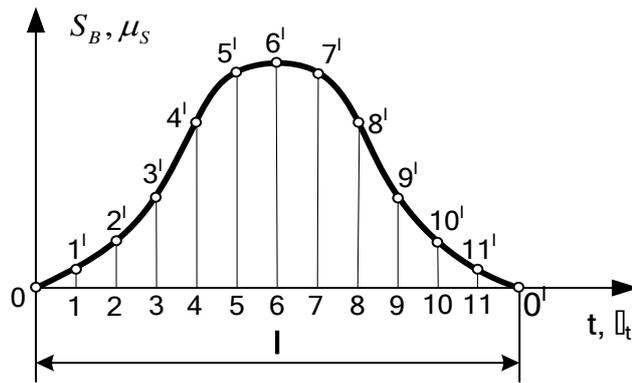


Рис..6 Диаграмма перемещений ползуна кривошипно-ползунного механизма

$$T = \frac{60}{n} = \mu_t \cdot l,$$

где n – частота вращения кривошипа, об/мин;

μ_t – масштаб времени, с/мм

l – длина отрезка, изображающего время цикла, мм.

Отрезок l разбиваем на 12 равных частей и в точках 1,2,3,...,11 откладываем параллельно оси ординат расстояния, равные перемещениям точки B от крайнего левого положения B_0 ползуна в масштабе перемещений μ_s . Если отрезки $1-1'=B_0B_1$; $2-2'=B_0B_2$ и т.д., то линейные масштабы плана механизма и диаграммы перемещений будут одинаковы. Соединив полученные точки $0,1',2',\dots,0'$ плавной кривой, получаем колоколообразную кривую, которая представляет собой диаграмму перемещений, т.е. расстояний точки B (рис. 5) ползуна, измеренных от левого крайнего положения $S_B=S_B(t)$.

При постоянной скорости вращения кривошипа ω_1 можно считать, что по оси абсцисс отложено не время t , а углы его поворота φ , т.е. диаграмма $S_B=S_B(t)$ будет одновременно и диаграммой $S_B=S_B(\varphi)$. Масштаб угла поворота кривошипа μ_φ по оси абсцисс в этой диаграмме будет равен

$$\mu_\varphi = \frac{2\pi}{l} \left[\frac{\text{рад}}{\text{мм}} \right].$$

Метод кинематических диаграмм основывается на правилах графического дифференцирования и интегрирования, сущность которых

заключается в следующем. Построим график прямолинейного перемещения точки $S=S(t)$ в функции времени (рис. 7).

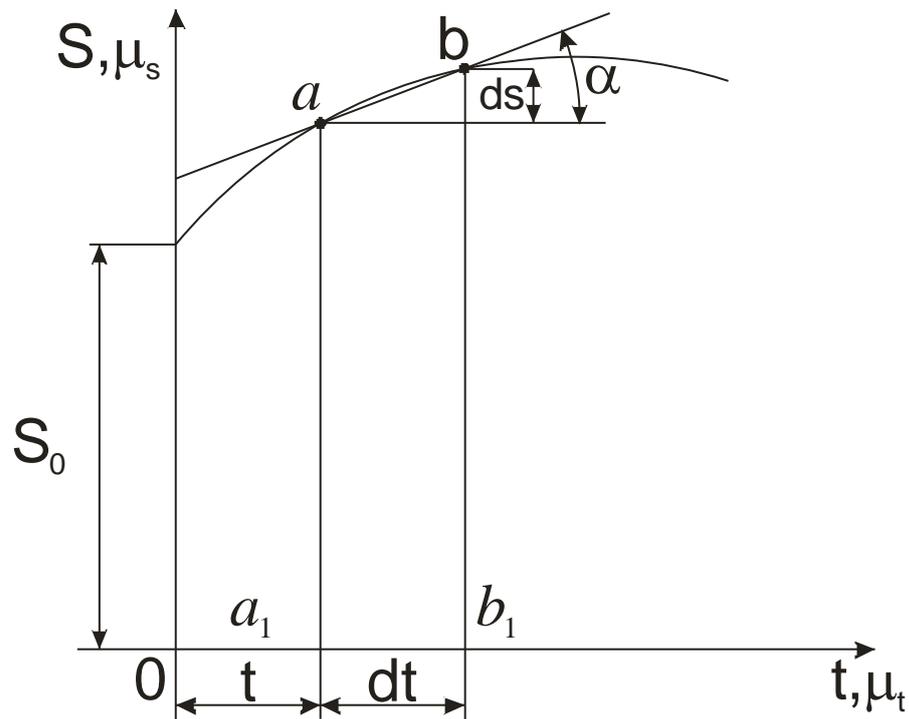


Рис. 7

По оси ординат откладываем перемещение S в масштабе $\mu_s \left[\frac{\text{м}}{\text{мм}} \right]$, по оси абсцисс – время t в масштабе $\mu_t \left[\frac{\text{с}}{\text{мм}} \right]$. Действительные перемещения и время определим умножением отрезков, замеренных на диаграмме на соответствующие коэффициенты. В момент времени t перемещение точки на графике определяется координатой aa_1 через бесконечно малый промежуток времени $dt = \mu_t \bar{dt}$ перемещение точки изменится на величину $ds = \mu_s \bar{ds}$ и будет определяться координатой $bb_1 = aa_1 + ds$; \bar{ds} и \bar{dt} – длины отрезков в мм, измеренные по соответствующим осям координат. Скорость точки $V = \frac{ds}{dt} = \frac{\mu_s \bar{ds}}{\mu_t \bar{dt}}$. Так как

$$\frac{ds}{dt} = \text{tg } \alpha, \text{ то}$$

$$V = \frac{\mu_s}{\mu_t} \operatorname{tg} \alpha. \quad (3)$$

То есть скорость точки пропорциональна тангенсу угла наклона касательной к графику перемещений в этой точке.

Графическое дифференцирование основано на зависимости (3). Изобразим график $s=f(t)$ прямолинейного перемещения точки (рис..8).

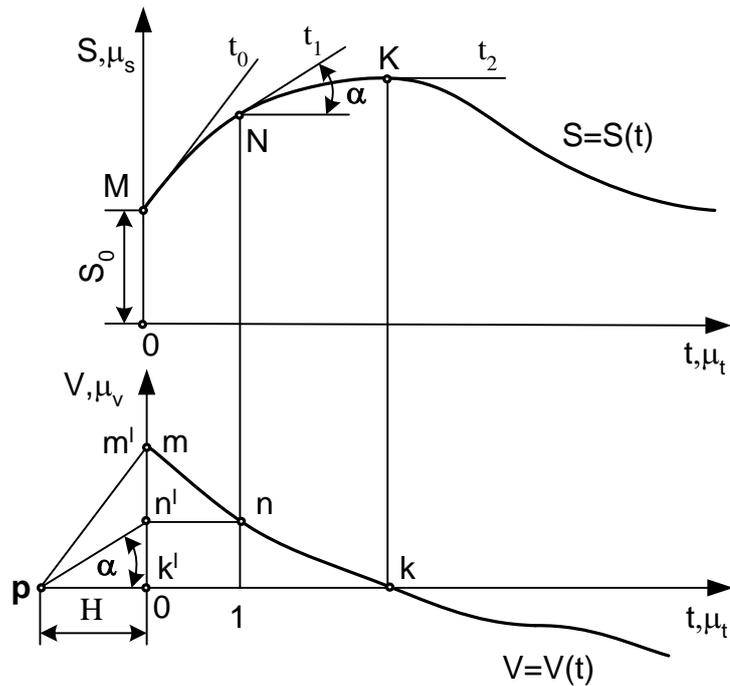


Рис. 8 Графическое дифференцирование методом касательных

Отметим на графике точки M, N, K и проведем через них касательные t_0, t_1, t_2 . Под графиком $s=s(t)$ построим прямоугольную систему координат с такими же участками времени. Слева от оси перемещений отложим на оси времени на расстоянии H от начала координат точку p – полюс построения. Из полюса проведем прямые, параллельные касательным до пересечения с осью ординат $pm'//t_0; pn'//t_1; pk'//t_2$. Полученные точки m', n', k' сносим на соответствующие ординаты и помечаем точки m, n, k , после чего соединяем их плавной кривой. Произвольная ордината полученной кривой, например $on'=ln=Ht\operatorname{tg}\alpha$. Таким образом, ординаты этой кривой, также как и скорость

пропорциональны тангенсу наклона касательной к кривой $s=s(t)$, следовательно они представляют собой скорость точки, движущейся прямолинейно в каком-то масштабе μ_v , который можно определить следующим образом. Истинное значение скорости

$$V = \mu_v \cdot \bar{V} = \mu_v \cdot H \operatorname{tg} \alpha, \quad (4)$$

где \bar{V} – ордината диаграммы скорости, мм;
 μ_v – масштаб скорости, м/с.

Приравняем правые части уравнений (3) и (4)

$$\frac{\mu_s}{\mu_t} \operatorname{tg} \alpha = \mu_v H \operatorname{tg} \alpha,$$

тогда масштаб скорости

$$\mu_v = \frac{\mu_s}{H \mu_t} \left[\frac{\text{М}}{\text{С} \cdot \text{ММ}} \right] \quad (5)$$

Рассмотренный метод касательных на практике не совсем удобен, так как невозможно точно провести касательную к кривой без особых приспособлений. Обычно при построении кинематических диаграмм используют метод хорд, заменяя заданную кривую графиком в виде ломаной линии. Изобразим диаграмму “перемещение-время” для точки, движущейся прямолинейно (рис..9).

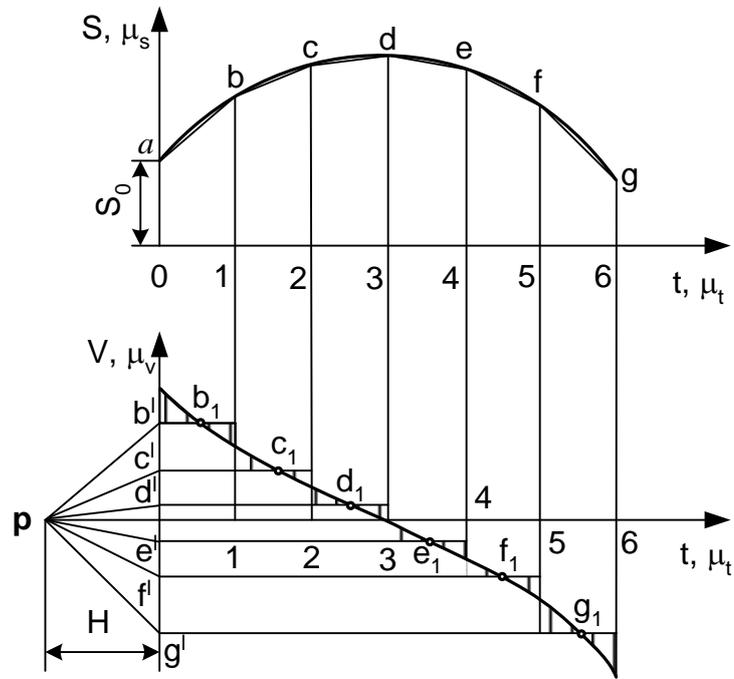


Рис. 9 Графическое дифференцирование методом хорд

Для этого строим две координатные оси, и ось времени разбиваем на ряд одинаковых отрезков. Точки a , b , c и т.д., обозначающие соответствующие перемещения соединяем ломаной линией. Под диаграммой $s=s(t)$ строим прямоугольную систему координат, и ось времени разбиваем на такие же отрезки, что и на графике перемещения. От начала координат влево откладываем отрезок H и обозначим полюс p . Из полюса проводим прямые $pb' \parallel ab$; $pc' \parallel bc$; $pd' \parallel cd$ и т.д. Сносим полученные точки b' , c' , d' и т.д. на соответствующие ординаты и получаем ступенчатый график скорости. В середине каждого отрезка помечаем точки b_1 , c_1 , d_1 и т.д. и соединяем их плавной кривой.

Так как $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$, то для получения графика ускорений

необходимо графически продифференцировать график скорости, пользуясь приемами, описанными выше. При криволинейном движении исследуемой точки диаграмма, построенная с использованием методов касательных или хорд будет представлять собой диаграмму тангенциальных ускорений a^t .

Масштаб ускорения определим по формуле

$$\mu_a = \frac{\mu_v}{H_1 \mu_t} \left[\frac{M}{c^2 \cdot \text{мм}} \right], \quad (6)$$

где H_1 – полюсное расстояние диаграммы ускорений.

Подставив в выражение (6) значение μ_v из (5) получим вторую формулу для определения масштаба ускорений

$$\mu_a = \frac{\mu_s}{\mu_t^2 H H_1}.$$

Если точка движется по замкнутой траектории, то для графического дифференцирования ее перемещение рассматривается вдоль двух взаимно перпендикулярных осей.

Графическое интегрирование осуществляется как действие, обратное графическому дифференцированию.

Лекция 4

Метод планов скоростей и ускорений.

Наглядное представление о величинах и направлениях скоростей и ускорений отдельных точек механизма дают планы скоростей и ускорений.

Планом скоростей (ускорений) звена называется графическое построение, представляющее собой пучок, лучи которого изображают абсолютные скорости (ускорения) точек звена механизма, а отрезки, соединяющие концы лучей – относительные скорости (ускорения) соответствующих точек при заданном положении звена.

Планом скоростей (ускорений) механизма называется совокупность планов скоростей (ускорений) всех звеньев механизма, имеющих один общий полюс.

Построение планов скоростей и ускорений основано на графическом решении векторных уравнений распределения скоростей и ускорений.

Рассмотрим два характерных случая.

1. Две точки A и B (рис.10) принадлежат одному звену и расположены на расстоянии l_{AB} .

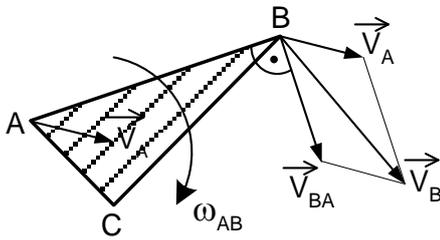


Рис. 10 Скорости точек A и B звена ABC

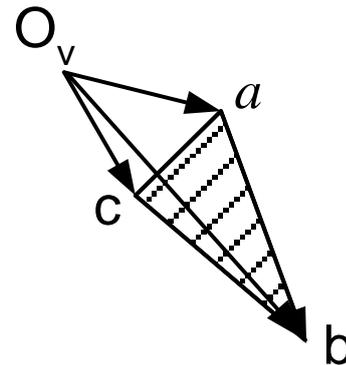


Рис. 11 План скоростей точек A и B звена ABC

Зависимость между скоростями точек A и B может быть представлена векторным уравнением $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}$, т.е. скорость точки B равна геометрической сумме скорости \vec{v}_A точки A в переносном поступательном движении и скорости \vec{v}_{BA} точки B во вращательном относительном движении звена относительно точки A , при этом $\vec{v}_{BA} \perp AB$, т.к. траектория точки B в относительном движении вокруг точки A есть окружность с радиусом AB .

Изобразим скорости точек A и B в масштабе μ_v отрезками $O_v a$ и $O_v b$, отложенными из одной точки O_v (рис. 11). Соединим концы отрезков (точки a и b) прямой линией. Полученный треугольник $O_v ab$ называется планом скоростей звена, а точка O_v – полюсом плана скоростей.

Для определения скоростей остальных точек звена, пример точки C , можно также воспользоваться векторными уравнениями. Однако в тех случаях, когда известны скорости двух точек звена, скорости остальных точек удобнее находить, используя теорему подобия для планов скоростей. Сформулируем эту теорему без доказательства: отрезки прямых линий, соединяющих точки на плане звена и отрезки прямых линий, соединяющих концы векторов скоростей, образуют подобные и сходственно расположенные фигуры. Признаком сходственного

расположения служит порядок букв при обходе контура в определенном направлении. Так, при обходе треугольника abc в том же направлении порядок расположения букв одинаков. Таким образом, при использовании правила подобия в плане скоростей необходимо соблюдать при построении подобных фигур правило обхода контура.

Угловая скорость ω_{AB} определяется по формуле

$$\omega_{AB} = \frac{V_{BA}}{l_{AB}} = \frac{ab \cdot \mu_v}{l_{AB}},$$

где V_{BA} – относительная скорость точки B во вращательном движении вокруг точки A .

Направление ω_{AB} можно определить, если в точке B (рис..10) приложить вектор \vec{V}_{BA} .

Направление относительных скоростей определяется из плана скоростей. При этом отрезок, определяющий относительную скорость, читается обратно обозначению этой скорости. Например, вектор \vec{V}_{BA} на плане скоростей будет представлен, как « ab », вектор \vec{V}_{CB} как « bc ».

Ускорения точек A и B связаны между собой векторным уравнением

$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}$, т.е. ускорение точки B представляет собой геометрическую сумму ускорения \vec{a}_A точки A в переносном поступательном движении и ускорения \vec{a}_{BA} точки B во вращательном относительном движении точки B вокруг точки A .

Полное относительное ускорение складывается в свою очередь из двух составляющих: нормального \vec{a}_{BA}^n , направленного к центру относительного вращения, т.е. от точки B к точке A и касательного \vec{a}_{BA}^τ , направленного перпендикулярно отрезку AB (рис. 12).

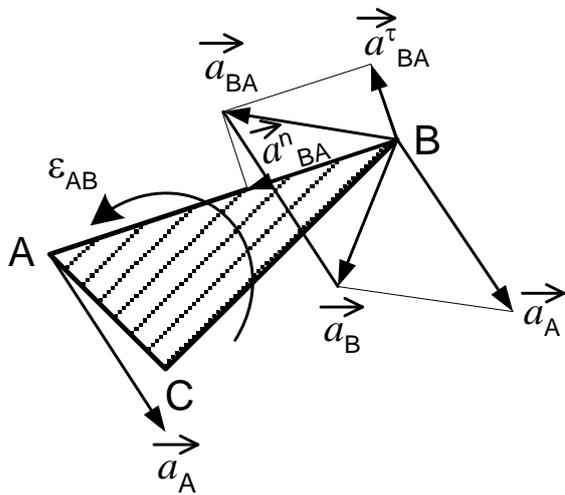


Рис. 12 Ускорения точек A и B звена ABC

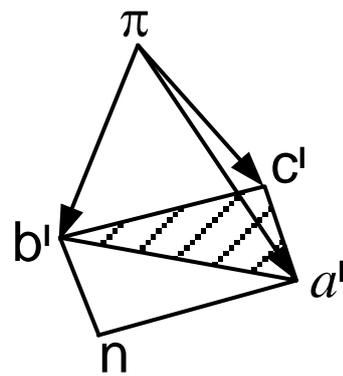


Рис. 13 План ускорений звена ABC

Следовательно $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau$. Модуль нормального ускорения определяем по формуле

$$a_{BA}^n = \omega_{AB}^2 \cdot l_{AB},$$

где ω_{AB} – угловая скорость звена ABC , которая определяется из плана скоростей, как указано выше.

На рис.13 представлен план ускорений звена ABC . Ускорения точек A и B изображены на плане в масштабе μ_a отрезками pa' и pb' , отложенными из общего полюса π .

Для определения ускорения точки C удобно использовать теорему подобия в плане ускорений: отрезки прямых линий, соединяющие точки на плане звена и отрезки прямых линий, соединяющих концы векторов полных ускорений этих точек на плане ускорений, образуют подобные и сходственно расположенные фигуры. При построении фигуры на плане необходимо соблюдать правило обхода контура, сформулированное выше.

Из плана ускорений можно определить величину и направление углового ускорения звена.

$$\varepsilon_{AB} = \frac{a_{BA}^\tau}{l_{AB}} = \frac{nb' \cdot \mu_a}{l_{AB}}.$$

Направление углового ускорения определим, если в точке B (рис.

12) приложим вектор nb' ускорения a_{BA}^τ .

2. Две точки (A_x и A_1) принадлежат двум звеньям – кулисе $x-x$ и ползуну/1, и в данный момент времени совпадают (рис. 14). Кулиса и ползун образуют поступательную кинематическую пару.

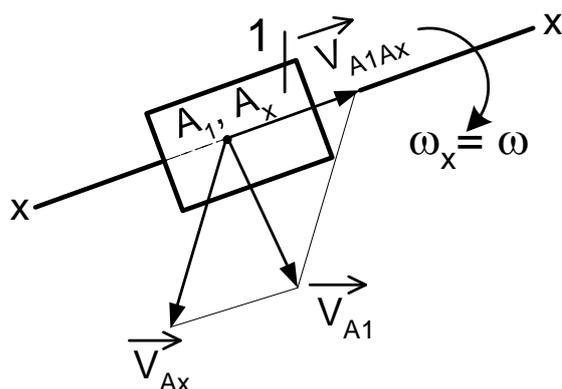


Рис. 14 Скорости точек A_x направляющей и A_1 ползуна

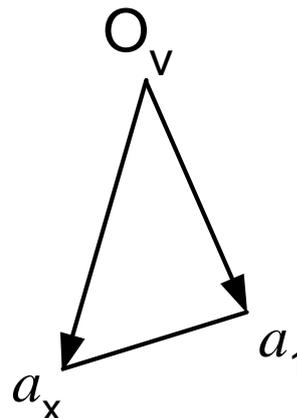


Рис. 15 План скоростей точек A_x направляющей и A_1 ползуна

Скорость точки A_1 , принадлежащей ползуну \vec{v}_{A_1} будет складываться из двух скоростей – переносной \vec{v}_{Ax} , вместе с точкой A_x и относительной $\vec{v}_{A_1A_x}$. Векторное уравнение имеет вид:

$$\vec{V}_{A_1} = \vec{V}_{A_x} + \vec{V}_{A_1A_x},$$

где \vec{v}_{A_x} – скорость точки A_x , принадлежащей направляющей (кулисе) $x-x$, совпадающий в данный момент времени с точкой A_1 , принадлежащей ползуну (звено 1); $\vec{v}_{A_1A_x}$ – скорость ползуна относительно направляющей, направленная параллельно оси $x-x$.

План скоростей для этого случая представлен на рис. 15.

Ускорение точки A_1 ползуна, когда переносное движение является вращательным, складывается из трех составляющих: переносного, т.е.

ускорения точки A_x направляющей, Кориолисова (поворотного) точки ползуна A_1 относительно направляющей A_x и относительного A_1 относительно A_x .

$$\vec{a}_{A_1} = \vec{a}_x + a_{A_1A_x}^k + a_{A_1A_x}^r.$$

Кориолисово ускорение вычисляется по формуле:

$$a_{A_1A_x}^k = 2\omega_x V_{A_1A_x},$$

где ω_x – угловая скорость направляющей (кулисы) $x-x$. Направление Кориолисова ускорения определим, повернув вектор относительной скорости $v_{A_1A_x}$ на 90° в направлении вращения направляющей, т.е. по направлению ω_x .

Вектор относительного ускорения $a_{A_1A_x}$ ползуна относительно направляющей направлен параллельно оси $x-x$.

Вектора ускорений точек кулисы A_x и ползуна A_1 показаны на рис..16, план ускорений для этого случая изображен на рис..17.

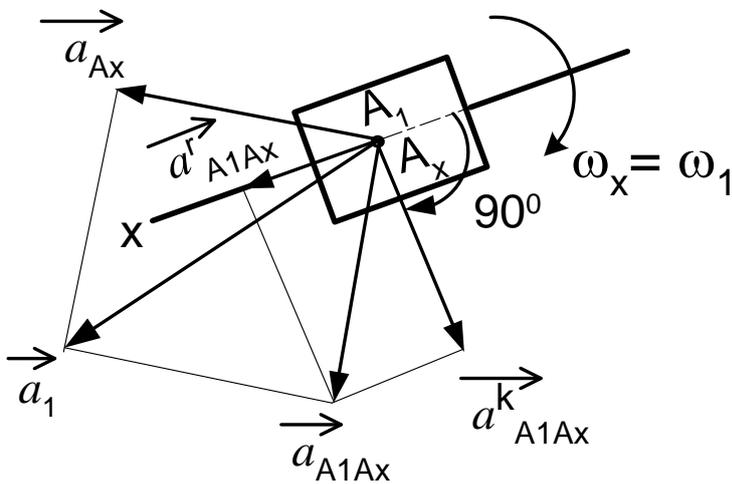


Рис. 16 Ускорения точек направляющей A_x и ползуна A_1

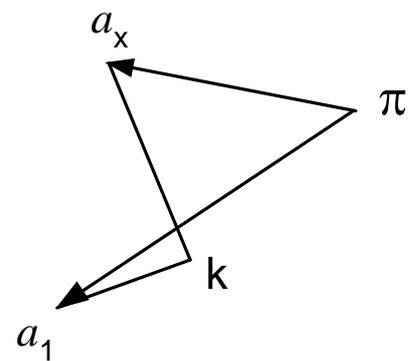


Рис. 17 План ускорений точек направляющей A_x и ползуна A_1

В частном случае, когда направляющая неподвижна, v_{A_x} , a_{A_x} и $a_{A_1 A_x}^k$ равны нулю и построение планов скоростей и ускорений значительно упрощается.

Пример построения планов положений, скоростей и ускорений шарнирного шестизвенного механизма.

Схема механизма показана на рис./18. Данные для расчетов и построений: длины кривошипа $l_{OA}=0,1$ м; длина шатунов AB и CE $l_{AB}=l_{CE}=0,5$ м; длины сторон коромысла DBE : $l_{DB}=0,3$ м; $l_{BC}=0,15$ м; $l_{DC}=0,25$ м; расстояние между шарнирами стойки $l_{OD}=0,3$; кривошип вращается с постоянной частотой $n_1=100$ об/мин; $\varphi=30^\circ$.

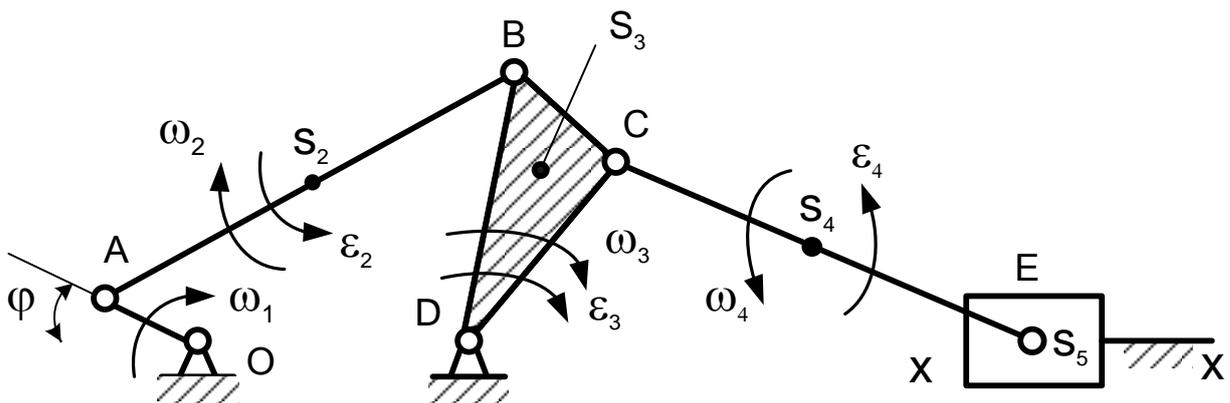


Рис. 18 Кинематическая схема шарнирного шестизвенного механизма.
 $\mu_s = 0,01$ м/мм.

Требуется:

- 1) произвести структурный анализ механизма;
- 2) построить один план положений механизма, соответствующий углу поворота кривошипа $\varphi=30^\circ$;
- 3) построить план скоростей для данного положения механизма, определить величины и направления скоростей всех точек, указанных на механизме, а также угловые скорости звеньев;

- 4) построить для того же положения механизма план ускорений. Определить величины и направления всех точек механизма, а также угловых ускорений звеньев.

Структурный анализ механизма.

Определяем степень подвижности по формуле Чебышева, учитывая то, что механизм является плоским. Механизм состоит из 5 подвижных звеньев и стойки, которые образуют между собой 7 кинематических пар 5 класса – 6 вращательных и 1 поступательную.

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 6 = 1,$$

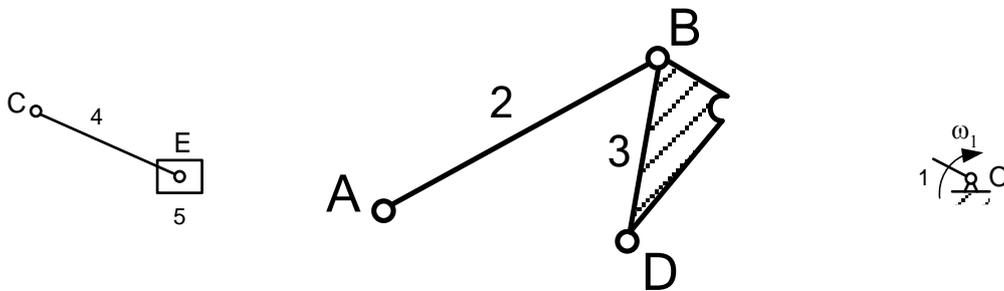
где n – количество подвижных звеньев;

p_5 – количество кинематических пар 5-го класса;

p_4 – количество кинематических пар 4-го класса.

Так как механизм обладает одним ведущим звеном, все ведомые звенья будут перемещаться вполне определенным образом. Закон их движения полностью определяется законом движения ведущего звена.

Шатун 4 и ползун 5 образуют группу Ассур 2 класса 2 вида 2 порядка. Эта группа присоединяется в точке C к группе Ассур 2 класса 1 вида 2 порядка, образованной шатуном 2 и коромыслом 3, имеющим форму треугольника. В свою очередь эта группа присоединяется в точке в точке A к кривошипу 1, который со стойкой O образует механизм первого класса. Таким образом, шарнирный шестизвенник состоит из механизма 1 класса и последовательно присоединенных двух групп Ассур второго класса, следовательно, механизм относится ко второму классу.



Группа Асура 2 класса 2
вида

Группа Асура 2 класса 1 вида

Механизм 1 класса

Рис. 19 Структурный анализ механизма

Построение плана положений механизма.

Выбираем масштаб длин

$$\mu_s = \frac{l_{OA}}{OA} = \frac{0,1}{10} = 0,01 \frac{\text{М}}{\text{мм}}$$

Здесь l_{OA} – длина кривошипа; OA – отрезок, изображающий на чертеже размер l_{OA} . Используя значение выбранного масштаба, определяем длины остальных отрезков.

$$AB = \frac{l_{AB}}{\mu_s} = \frac{0,5}{0,01} = 50\text{мм}; \quad OD = \frac{l_{OD}}{\mu_s} = \frac{0,3}{0,01} = 30\text{мм};$$

$$DB = \frac{l_{DB}}{\mu_s} = \frac{0,3}{0,01} = 30\text{мм}; \quad BC = \frac{l_{BC}}{\mu_s} = \frac{0,15}{0,01} = 15\text{мм};$$

$$DC = \frac{l_{DC}}{\mu_s} = \frac{0,25}{0,01} = 25\text{мм}; \quad BC = AB = 50\text{мм}.$$

Построение начинаем с изображения неподвижных элементов, принадлежащих стойке. Наносим точки O и D (неподвижные в пространстве оси вращений звеньев 1 и 3) и траекторию движения x - x ползуна E . Строим в заданном положении кривошип. Положение остальных подвижных точек механизма определяем при помощи метода засечек. Проводим из точки A дугу радиусом AB , из точки D дугу

радиусом DB и на пересечении дуг получаем точку B . Точку C получим на пересечении дуги радиуса BC , проведенной из точки B и дуги радиуса DC , проведенной из точки D . Точка E находится на пересечении дуги радиуса CE , проведенной из точки C с направляющей $x-x$.

План скоростей.

План скоростей строим в следующей последовательности. Вначале для механизма первого класса (0,1), затем для группы (2,3) и, наконец, для группы (4,5).

Для ведущего звена определяем скорость точки A

$$V_A = \omega_1 \cdot l_{OA} = \frac{\pi \cdot n_1}{30} \cdot l_{OA} = \frac{3,14 \cdot 100}{30} \cdot 0,1 = 1,046 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

Эта скорость на плане скоростей (рис. 20) представлена вектором $O_v a = 40$ мм. Длину этого вектора удобно выбирать в пределах 70-100 мм. Определим масштаб плана скоростей

$$\mu_v = \frac{V_A}{O_v a} = \frac{1,046}{40} = 0,026 \frac{\text{м}}{\text{с} \cdot \text{мм}}.$$

Полюс плана скоростей O_v можно помещать в любой точке чертежа. Вектор $O_v a$ направлен перпендикулярно кривошипу в сторону его вращения.

Для группы Ассура (2,3) запишем два векторных уравнения для внутреннего шарнира B , соединяющего звенья 2 и 3. Рассматриваем движение центра шарнира совместно и относительно точки A , затем совместно с точкой D и относительно неё.

$$\begin{cases} \vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA} \\ \vec{V}_B = \vec{V}_D + \vec{V}_{BD} \end{cases},$$

где \vec{V}_A – скорость точки a , представленная вектором $O_v a$;
 \vec{V}_{BA} – скорость относительного вращательного движения точки B относительно точки A ;
 \vec{V}_D – скорость точки D ; т.к. точка D принадлежит стойке;

\vec{v}_{BD} – скорость в относительном движении точки B относительно точки D .

Решаем графически записанные уравнения. Согласно первому уравнению, через точку a проводим прямую, перпендикулярную AB , согласно второму уравнению через полюс проводим прямую перпендикулярно BD . На пересечении этих прямых отмечаем точку b , соединяем её с полюсом и получаем вектор $O_v b$, который изображает в масштабе абсолютную скорость точки B . Отметим, что все точки, скорость которых равна нулю, располагаются в полюсе O_v .

Скорость точки C определим используя теорему подобия. На векторе $O_v b$ строим треугольник подобный треугольнику DBC , при этом учитываем правило обхода контура. Соединив полюс с точкой c , получим вектор абсолютной скорости точки C . Скорости центров тяжести звеньев 2 и 3 также находим при помощи теоремы подобия. На основании этой теоремы точку S_2 располагаем в середине вектора ab , а точку S_3 – в центре тяжести треугольника $O_v bc$. Соединив эти точки с полюсом, определяем величину и направление скоростей центров тяжести шатуна 2 и коромысла 3.

В группе (4,5) определяем скорость шарнира E , который одновременно принадлежит и шатуну 4 и ползуну 5. Рассматривая движение точки E совместно с точкой C и относительно неё, а затем совместно с точкой E_x , принадлежащей направляющей $x-x$ и совпадающей с точкой E и относительно направляющей, запишем два векторных уравнения:

$$\begin{cases} \vec{V}_E = \vec{V}_C + \vec{V}_{EC} \\ \vec{V}_E = \vec{V}_{E_x} + \vec{V}_{EE_x} \end{cases} .$$

Вектор \vec{v}_{EC} перпендикулярен звену EC , т.к. представляет скорость точки E в относительном вращательном движении вокруг точки C . Т.к. направляющая неподвижна, $V_x=0$. Относительная скорость \vec{v}_{EE_x}

направлена параллельно направляющей $x-x$. Графически решая первое уравнение, через точку C плана скоростей проводим прямую, перпендикулярную шатуну CE , согласно второму уравнению проводим через полюс прямую параллельную направляющей $x-x$. На пересечении этих прямых отмечаем точку e , полученный вектор $O_v e$ изображает в масштабе μ_v скорость ползуна. Для определения скорости центра тяжести шатуна 4 (точка S_4) необходимо найти середину вектора ce и полученную точку S_4 соединить с полюсом.

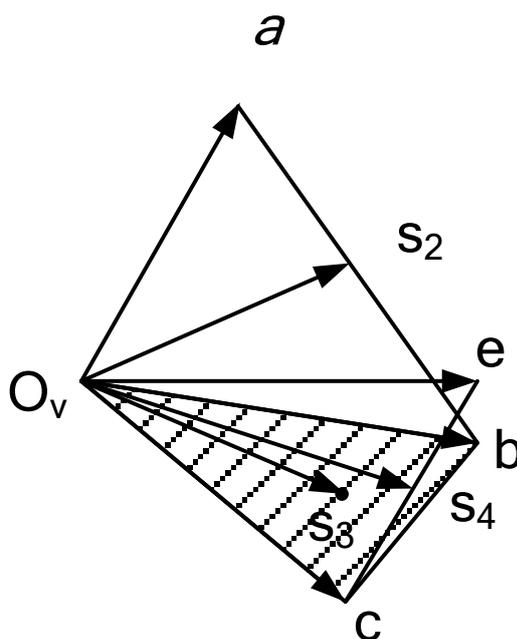


Рис. 20 План скоростей механизма. $\mu_v = 0,026 \text{ м/с} \cdot \text{мм}$

Используя построенный план, находим величины абсолютных скоростей точек.

$$V_B = O_v b \cdot \mu_v = 45 \cdot 0,026 = 1,17 \text{ м/с},$$

$$V_C = O_v c \cdot \mu_v = 40 \cdot 0,026 = 1,04 \text{ м/с},$$

$$V_E = O_v e \cdot \mu_v = 45 \cdot 0,026 = 1,17 \text{ м/с},$$

$$V_{S_2} = O_v S_2 \cdot \mu_v = 36 \cdot 0,026 = 0,94 \text{ м/с},$$

$$V_{S_3} = O_v S_3 \cdot \mu_v = 33 \cdot 0,026 = 0,86 \text{ м/с},$$

$$V_{S_4} = O_v S_4 \cdot \mu_v = 40 \cdot 0,026 = 1,04 \text{ м/с}.$$

Определим также величины относительных скоростей.

$$V_{BA} = ab \cdot \mu_v = 50 \cdot 0,26 = 1,3 \text{ м/с},$$

$$V_{EC} = cc \cdot \mu_v = 30 \cdot 0,26 = 0,78 \text{ м/с}.$$

Найдем угловые скорости ω_2 , ω_3 , ω_4 звеньев 2,3 и 4.

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{l_{AB}} = \frac{1,30}{0,5} = 2,6 \frac{1}{\text{с}},$$

$$\omega_3 = \frac{V_{BD}}{l_{BD}} = \frac{V_B}{l_{BD}} = \frac{1,17}{0,3} = 3,9 \frac{1}{\text{с}},$$

$$\omega_4 = \frac{V_{EC}}{l_{CE}} = \frac{0,78}{0,5} = 1,56 \frac{1}{\text{с}}.$$

Направление ω_2 определим, перенося вектор ab относительной скорости V_{AB} в точку B и рассматривая движение точки B вокруг точки A . Таким образом, находим, что угловая скорость звена AB направлена по часовой стрелке.

Аналогично находим направления угловых скоростей звеньев 3 и 4. Переносим вектор $O_v b$ скорости точки B во вращательном движении относительно точки D ; угловая скорость ω_3 звена 3 также направлена по направлению движения часовой стрелки. Перенеся вектор ce относительной скорости точки E вокруг точки C находим, что угловая скорость ω_4 звена CE направлена против часовой стрелки.

План ускорений.

Определим вначале ускорение точки A кривошипа, который вращается с постоянной угловой скоростью по окружности радиуса l_{OA} .

$$a_A = \omega_1^2 \cdot l_{OA} \left(\frac{\pi n}{30} \right)^2 \cdot l_{OA} = \left(\frac{3,14 \cdot 100}{30} \right)^2 \cdot 0,1 = 10,9 \text{ м/с}^2.$$

Это нормальное ускорение точки A вокруг точки O изображаем отрезком pa' , длину которого рекомендуется принимать в пределах

70...200/мм. В рассматриваемом примере μ_a' имеет длину 70 мм. Масштаб плана ускорений

$$\mu_a = \frac{a_A}{\mu_a'} = \frac{10,9}{70} = 0,156 \frac{\text{М}}{\text{с}^2 \cdot \text{мм}}.$$

Так как $\omega_1 = \text{const}$ и $\varepsilon_1 = 0$, то ускорение точки A состоит только из нормального и вектор μ_a' направлен перпендикулярно звену AO от точки A к центру вращения O .

В группе Ассура (2,3) определяем ускорение внутренней точки B . Рассматривая вначале движение точки B совместно с точкой A и относительно неё, а затем движение точки B относительно точки D запишем два векторных уравнения:

$$\begin{cases} \vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau \\ \vec{a}_B = \vec{a}_D + \vec{a}_{BD}^n + \vec{a}_{BD}^\tau \end{cases}$$

Ускорения точек A и D известны ($a_D = 0$). Нормальные ускорения a_{BA} и a_{BD} определим по формулам:

$$\begin{aligned} a_{BA}^n &= \omega_2^2 \cdot l_{AB} = 2,6^2 \cdot 0,5 = 3,38 \text{ М/с}^2; \\ a_{BD}^n &= \omega_3^2 \cdot l_{BD} = 3,9^2 \cdot 0,3 = 4,56 \text{ М/с}^2. \end{aligned}$$

Вектор \vec{a}_{BA}^n направлен параллельно звену AB от точки B к точке A ; вектор \vec{a}_{BD}^n – параллельно звену DB от точки B к точке D . У векторов касательных (тангенциальных) ускорений известны только направления; \vec{a}_{BA}^τ /направлен перпендикулярно звену AB , \vec{a}_{BD}^τ – перпендикулярно BD . Определим длины отрезков $a'n_2$ изображающего нормальное ускорение a_{BA}^n и μn_3 изображающего a_{BD}^n .

$$\begin{aligned} a'n_2 &= \frac{a_{BA}^n}{\mu_a} = \frac{3,38}{0,156} = 21,66 \text{ мм}, \\ \mu n_3 &= \frac{a_{BD}^n}{\mu_a} = \frac{4,56}{0,156} = 29,23 \text{ мм}. \end{aligned} \quad a''_{BD}$$

Решаем векторные уравнения графически. В соответствии с первым векторным уравнением из точки a' откладываем отрезок $a'n_2$ и через точку n_2 проводим линию, перпендикулярную шатуну AB . В соответствии со вторым уравнением из полюса π откладываем отрезок πn_3 и через конец этого отрезка проводим линию перпендикулярно стороне BD коромысла BDC . На пересечении этих двух линий отмечаем точку b' , соединив которую с полюсом получим вектор $\vec{\pi b'}$, изображающий в масштабе μ_a полное ускорение точки B . Соединив точки a' и b' получаем вектор $a'b'$, изображающий полное относительное ускорение \vec{a}_{BA} точки B относительно точки A . Используя принцип подобия в плане ускорений на отрезке $\pi b'$ строим треугольник $\pi b'c'$ подобный треугольнику DBC . Соединив полюс с точкой c' , получаем вектор полного ускорения точки C . Используя этот же принцип определим ускорения центров тяжести звеньев 2 и 3. Для этого достаточно соединить полюс π с точками S_2' и S_3' расположенными соответственно в центрах тяжести отрезка $a'b'$ и треугольника $\pi b'c'$.

В группе Ассура (3,4) известны ускорения точки c звена 3 и неподвижной точки E_x , расположенной на направляющей $x-x$ и совпадающей в данный момент с точкой E , принадлежащей ползуну. Запишем два векторных уравнения для внутренней точки группы Ассура, рассматривая её движение совместно с точкой C и относительно неё, а затем совместно с точкой E_x , принадлежащей направляющей и относительно этой точки:

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{a}_E = \vec{a}_C + \vec{a}_{EC}^n + \vec{a}_{EC}^r \\ \vec{a}_E = \vec{a}_{E_x} + \vec{a}_{EE_x}^k + \vec{a}_{EE_x}^r \end{array} \right. \quad \overline{a_{EE_x}^k}$$

В этих уравнениях вектор \vec{a}_C известен, ускорения a_{E_x} и $a_{EE_x}^k$ равны нулю, т.к. направляющая $x-x$ неподвижна. Величину нормального ускорения a_{EC}^n точки E относительно точки C определяем так же, как и в первой группе Ассура.

$$A_{EC}^n = \omega_4^2 \cdot l_{CE} = 1,56^2 \cdot 0,5 = 1,22 \text{ м/с}^2.$$

Вектор касательного ускорения точки E относительно точки C направлен перпендикулярно звену CE , а относительное ускорение a_{EEx} точки E в движении по направляющей направлено параллельно этой направляющей $x-x$. Решаем векторные уравнения графически. В соответствии с первым уравнением, из конца вектора $\vec{\pi c'}$ откладываем отрезок $c'n_4$, изображающий ускорение a_{EC}^n . Длина этого отрезка

$$c'n_4 = \frac{a_{EC}^n}{\mu_a} = \frac{1,22}{0,156} = 7,8 \text{ мм.}$$

Отрезок $c'n_4$ проводим параллельно звену CE от точки E к точке C . Через точку n_4 проводим линию, перпендикулярно звену CE .

В соответствии со вторым уравнением, учитывая, что два первых ускорения равны нулю, проводим через полюс π отрезок, параллельный направляющей $x-x$ до пересечения с линией, проведенной перпендикулярно BC из точки n_4 . Точка пересечения и есть искомая точка e' , а вектор $\vec{\pi e'}$ определяет ускорение ползуна 5. Положение точки S_4 определяем по принципу подобия, поделив вектор полного относительного ускорения на две равные части. Проводим через полюс вектор $\vec{\pi S'_4}$, определяющий ускорение центра тяжести шатуна CE . Из построенного плана ускорений определим ускорения точек.

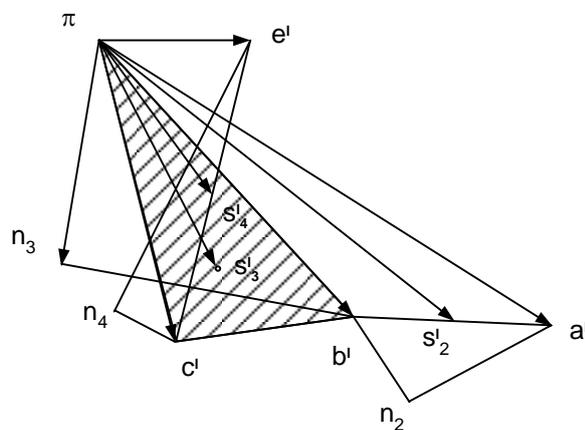


Рис. 21 План ускорений механизма. $\mu_a = 0,156 \text{ м/с}^2 \cdot \text{мм}$

$$\begin{aligned}
a_B &= \pi b' \cdot \mu_a = 49 \cdot 0,156 = 7,64 \text{ м/с}^2, \\
a_C &= \pi c' \cdot \mu_a = 42 \cdot 0,156 = 6,55 \text{ м/с}^2, \\
a_E &= \pi e' \cdot \mu_a = 20 \cdot 0,156 = 3,12 \text{ м/с}^2, \\
a_{S_2} &= \pi S_2 \cdot \mu_a = 60 \cdot 0,156 = 9,36 \text{ м/с}^2, \\
a_{S_3} &= \pi S_3 \cdot \mu_a = 34 \cdot 0,156 = 5,3 \text{ м/с}^2, \\
a_{S_4} &= \pi S_4 \cdot \mu_a = 27 \cdot 0,156 = 4,21 \text{ м/с}^2.
\end{aligned}$$

Величины угловых ускорений ε_2 ε_3 ε_4 звеньев 2,3 и 4 определим из уравнений:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_2 &= \frac{a_{BA}^\tau}{l_{AB}} = \frac{n_2 b' \cdot \mu_a}{l_{AB}} = \frac{14 \cdot 0,156}{0,5} = 4,37 \frac{1}{\text{с}^2}, \\
\varepsilon_3 &= \frac{a_{BD}^\tau}{l_{BD}} = \frac{n_3 b' \cdot \mu_a}{l_{BD}} = \frac{40 \cdot 0,156}{0,3} = 20,8 \frac{1}{\text{с}^2}, \\
\varepsilon_4 &= \frac{a_{EC}^\tau}{l_{EC}} = \frac{n_4 e' \cdot \mu_a}{l_{EC}} = \frac{42 \cdot 0,156}{0,5} = 13,1 \frac{1}{\text{с}^2}.
\end{aligned}$$

Перенесем вектор касательного ускорения $\overrightarrow{n_2 b'}$ точки B относительно точки A с плана ускорений в точку B плана механизма и пойдём направление углового ускорения ε_2 звена AB . В данном случае ε_2 направлена против часовой стрелки. Аналогично приходим направления ускорений ε_3 и ε_4 . Поместим вектор $\overrightarrow{n_3 b'}$, изображающий касательное ускорение a_{BD}^τ в точку B плана механизма. Направление углового ускорения звена 3 так же, как и направление угловой скорости ω_3 совпадает с направлением движения часовой стрелки. И, наконец, переносим вектор $\overrightarrow{n_4 e'}$, изображающий ускорение a_{EC}^τ в точку E и определяем, что угловое ускорение звена 4 направлено против часовой стрелки. Сравнивая направления угловых скоростей и угловых ускорений,

делаем вывод, что звенья 3 и 4 вращаются ускоренно, а звено 2 – замедленно.

Лекция 5

Кинестатический силовой расчет механизмов.

Задачей силового расчета является определение сил, действующих на звенья механизма и сил взаимодействия этих звеньев – то есть давлений в кинематических парах.

При силовом расчете преимущественно пользуются принципом Даламбера, известном из теоретической механике. Согласно этому принципу, если к звеньям механизма приложить активные силы и моменты пар сил, реакции связей, а также силы инерции и моменты пар сил инерции, то можно условно считать, что система сил находится в равновесии и к ней применимы уравнения статики. Этот принцип носит еще одно название – принцип кинестатики.

Силы инерции в плоских механизмах.

Для использования принципа кинестатики необходимо уметь определять направления и величины сил и моментов сил инерции звеньев. В общем случае, все силы инерции звена плоского механизма, совершающего плоскопараллельное движение и имеющего плоскость симметрии, параллельную оси движения, приводятся к главному вектору сил инерции F_u , приложенному в центре тяжести звена S и к главному моменту пары сил инерции M_u (рис..22).

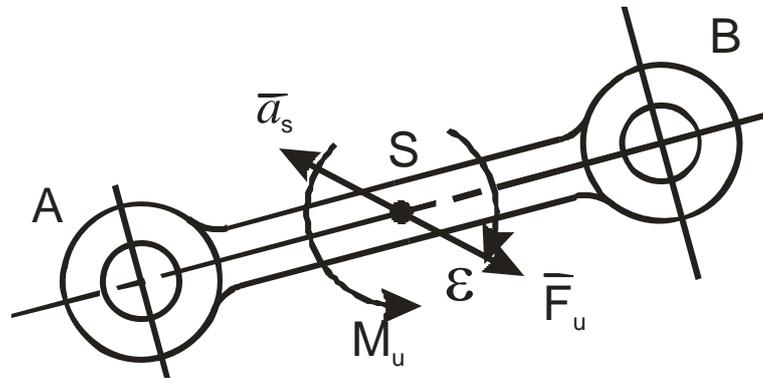


Рис. 22 Сила и момент инерции звена плоского механизма

Сила инерции F_u прикладывается к центру тяжести звена S и направлена в сторону, противоположную направлению полного ускорения точки S .

$$\vec{F}_u = -m \cdot \vec{a}_s, \quad (7)$$

где F_u – вектор сил инерции звена AB ;

m – масса звена, кг;

a_s – вектор полного ускорения центра тяжести звена, измеряемый, м/с².

Из формулы (7) следует, что сила инерции имеет размерность $\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}$, т.е. измеряется в Ньютонах. Момент пары сил инерции M_u , направлен в сторону, противоположную направлению углового ускорения звена ϵ_{AB} и рассчитывается по формуле

$$M_u = -I_s \epsilon,$$

где I_s – момент инерции звена относительно оси, проходящей через центр тяжести и перпендикулярной к плоскости движения звена, измеряемый, кг·м²;

ϵ – угловое ускорение звена, 1/с².

Момент инерции I_s однородного стержня длиной l и массой m равен

$$I_s = m \frac{l^2}{12}.$$

Размерность момента инерции $\frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2}$ или $\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{м}$, т.е. $\text{Н} \cdot \text{м}$.

Отметим частные случаи движения звеньев плоского механизма.

1. Звено движется поступательно с некоторым ускорением (рис..23а).

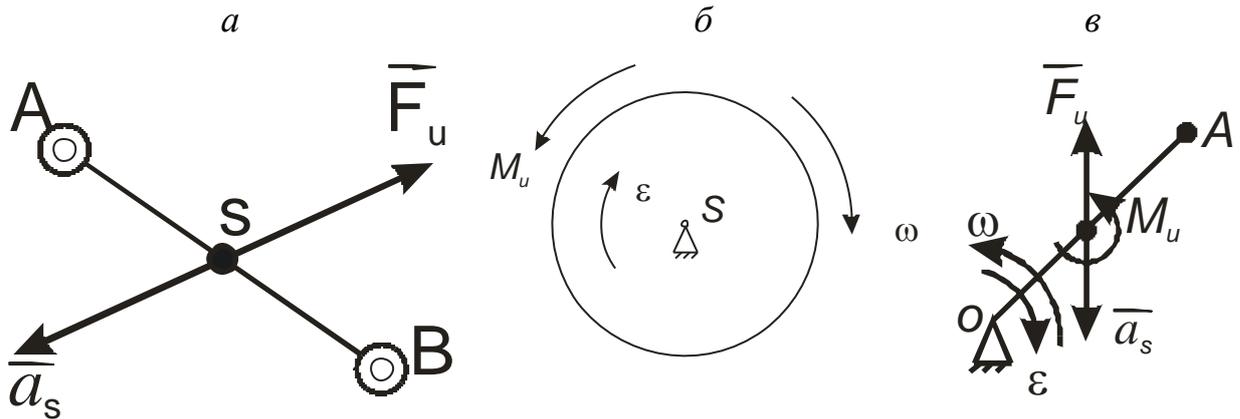


Рис. 23 Силы инерции и моменты пар инерции звеньев плоских механизмов

Так как угловое ускорение ϵ звена равно нулю, то момент пар сил инерции также равен нулю и все силы инерции сведутся к одной результирующей силе F_u , приложенной в центре тяжести S звена и направленной противоположно ускорению.

$$\vec{F}_\epsilon = -m\vec{a}_s.$$

2. Звено вращается вокруг оси, проходящей через его центр тяжести S (рис..23б).

Поскольку ускорение центра тяжести равно нулю, сила инерции F_u также равна нулю. Если угловое ускорение ϵ звена не равно нулю, то силы инерции приводятся к паре с моментом M_u , равным

$$M_\epsilon = -I_s \epsilon.$$

При равномерном вращении ($\omega = \text{const}$) сила инерции F_u и момент пар сил инерции M_u равны нулю.

3. Звено вращается вокруг оси O , не проходящей через центр тяжести (рис..23в).

Силы инерции сводятся к приложенной в центре тяжести S силе F_u , направленной противоположно полному ускорению a_s и к паре сил инерции с моментом M_u .

$$F_{\dot{\epsilon}} = -ma_s, \quad (8)$$

$$M_{\dot{\epsilon}} = -I_s \epsilon,$$

где I_s – момент инерции звена относительно оси, проходящей через центр тяжести S .

4. Звено совершает сложное плоскопараллельное движение (рис..22).

В этом случае движение звена рассматривается как состоящее из переносного поступательного вместе с центром тяжести S и относительного вращательного вокруг центра тяжести S . Силы инерции приводятся к одной силе инерции F_u и одной паре сил M_u , которые определяются как в случае 3 в соответствии с уравнениями (8).

Условие статической определенности плоских кинематических цепей.

Использование принципа Даламбера при определении сил взаимодействия звеньев возможно в том случае, когда задача является статически определенной, т.е. число уравнений статики должно быть равно числу неизвестных, которые следует определить. Установим, какая плоская кинематическая цепь удовлетворяет этому условию.

В общем случае плоская кинематическая цепь может состоять из n подвижных звеньев, образующих между собой p_5 пар пятого и p_4 пар четвертого классов. Для одного звена, совершающего плоскопараллельное движение можно составить, используя принцип Даламбера три уравнения статики для n звеньев – $3n$ уравнений. Реакция (давление) в кинематической паре, как и любая сила, определяется тремя параметрами: точкой приложения, направлением в пространстве и величиной (модулем). В плоских механизмах пары пятого класса могут быть вращательными и поступательными. Во вращательной паре пятого класса известен один

параметр – точка приложения силы, условно расположенная в центре шарнира. Неизвестны направление силы и ее величина. В поступательной паре также известен один параметр из трех – направление силы, всегда по нормали к направляющей; неизвестны точка приложения силы и ее величина. В высшей кинематической паре (рис. 24) известны два параметра: точка приложения силы (точка контакта звеньев) и ее направление – по общей нормали к соприкасающимся профилям. Неизвестна только величина силы R .

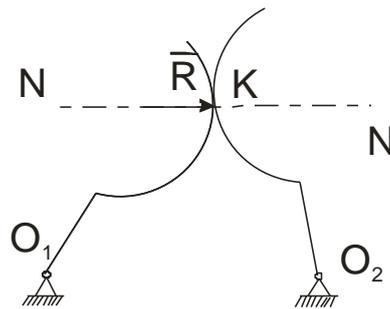


Рис.24 Схема высшей кинематической пары 4-го класса.

Таким образом, в плоской кинематической цепи будет $2p_5 + p_4$ неизвестных. Условие статической определимости плоской цепи запишется в виде $3n = 2p_5 - p_4$ или

$$3n - 2p_5 - p_4 = 0. \quad (9)$$

Уравнение (9) в соответствии со структурной формулой Чебышева определяет степень подвижности плоской кинематической цепи или плоского механизма. Если степень подвижности такой цепи равна нулю, то эта незамкнутая кинематическая цепь представляет собой структурную группу Ассур. Следовательно, группы Ассур обладают статической определимостью. Поэтому, силовой расчет производится не сразу для всего механизма, а по группам Ассур, входящих в его состав. Рассмотрев силовой расчет отдельных групп Ассур, можно будет производить расчет множества механизмов, составленного из этих групп.

Лекция 6

Силовой расчет групп Ассура.

Силовой расчет группы Ассура 2 класса 1 вида.

Изобразим в масштабе группу Ассура 2-го класса 1-го вида (рис. 25) и приложим к звеньям группы все силы и моменты пар сил, активные и инерции.

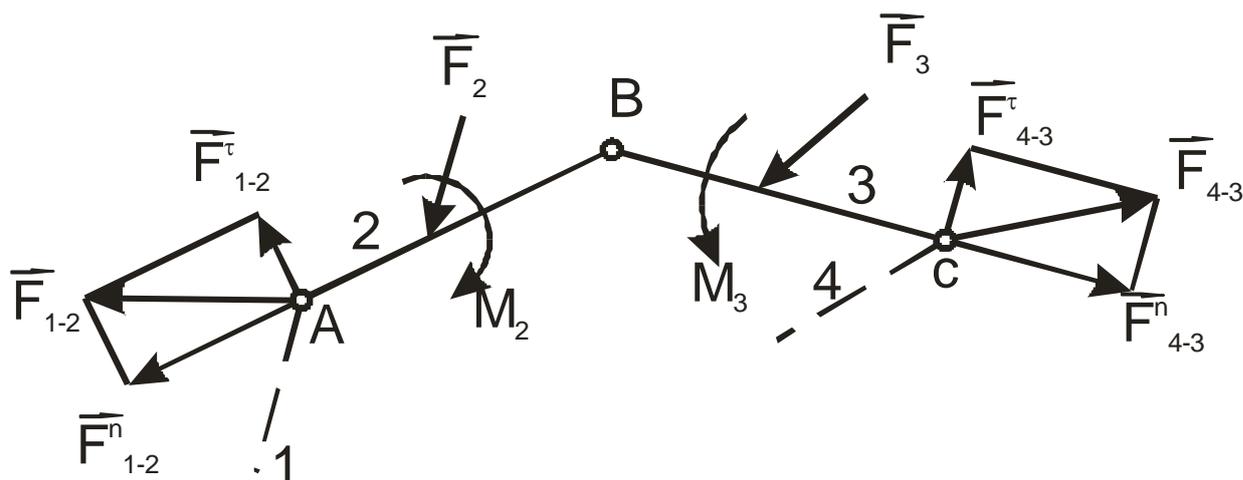


Рис. 25 Группы Ассура 2-го класса 1-го вида с приложенными силами и моментами пар сил.

При этом все силы, действующие на звено, приведем к одной силе, все моменты пар сил – к одному моменту.

Примем следующие обозначения. Звено, к которому присоединяется звено AB обозначим номером 1, звено AB – номером 2, звено BC – номером 3, звено, присоединенное к BC – номером 4. Силы и моменты пар сил имеют индексы номеров звеньев, к которым они приложены. Силы взаимодействия звеньев будем обозначать двумя цифрами, разделенными чертой. Первая цифра обозначает номер звена, которая действует на звено, номер которого соответствует второй цифре, например: F_{1-2} – сила действия 1-го звена на 2-е.

Пусть звенья группы Ассура 2-го класса 1-го вида нагружены силами F_2 и F_3 и моментами M_2 и M_3 . Требуется определить давления в

кинематических парах A , B и C , т.е. F_{1-2} , F_{2-3} , F_{4-3} , которые являются силами взаимодействия звеньев. Эта задача решается методом планов сил. Для этого записываем уравнение равновесия группы ABC в векторной форме, приравняв к нулю сумму всех действующих на нее сил.

$$\overrightarrow{F_{1-2}} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} + \overrightarrow{F_{4-3}} = 0 \quad (10)$$

В уравнении (10) у сил F_2 и F_3 известны точки приложения, модули и направления, у сил F_{1-2} и F_{4-3} известны только точки приложения – в центре шарниров A и C . Для определения величин этих сил раскладываем каждую из них на две составляющие: нормальную F_i^n , направленную вдоль звена и касательную F_i^τ , направленную перпендикулярно звену.

$$\overrightarrow{F_{1-2}} = \overrightarrow{F_{1-2}^n} + \overrightarrow{F_{1-2}^\tau}, \quad \overrightarrow{F_{4-3}} = \overrightarrow{F_{4-3}^n} + \overrightarrow{F_{4-3}^\tau}. \quad (11)$$

Определим составляющие $\overrightarrow{F_{1-2}^\tau}$ и $\overrightarrow{F_{4-3}^\tau}$ из уравнения равновесия звеньев 2 и 3, рассмотренных по отдельности. Из условия равновесия звена 2

$$\sum M_B = M_2 + M_B(F_2) + F_{1-2}^\tau \cdot l_{AB} = 0 \quad (12)$$

В уравнении (12) сумма моментов принимается алгебраической, как и в последующих уравнениях. Определим величину составляющей F_{1-2}^τ

$F_{1-2}^\tau = -\frac{M_2 + M_B(F_2)}{l_{AB}}$		
где	$M_B(F_2)$	– момент силы F_2 относительно точки B ;
	l_{AB}	– длина звена AB .

Если после определения F_{1-2}^τ она окажется отрицательной, то ее истинное направление должно быть выбрано противоположным.

Аналогичным образом определяем величину составляющей F_{4-3}^τ , рассматривая равновесие звена B_l

$$\sum M_B = M_B + M_B(F_3) + F_{4-3}^\tau \cdot l_{B_l} = 0,$$

$$F_{4-3}^\tau = -\frac{M_3 + M_B(F_3)}{l_{Bl}}.$$

Запишем уравнение равновесия все группы Ассур в векторной форме

$$\overrightarrow{F_{1-2}^n} + \overrightarrow{F_{1-2}^\tau} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} + \overrightarrow{F_{4-3}^\tau} + \overrightarrow{F_{4-3}^n} = 0. \quad (13)$$

При графическом решении уравнения равновесия силовой многоугольник должен быть замкнутым. Строим силовой многоугольник в соответствии с уравнением (13). Из произвольной точки k отложим вектор F_{1-2}^τ , затем последовательно суммируем силы F_2 , F_3 , F_{4-3}^τ . Все векторы строим в масштабе сил $\mu_F \left[\frac{\text{н}}{\text{мм}} \right]$. Замкнем силовой многоугольник следующим образом. Из конца вектора F_{4-3}^τ проведем прямую по направлению F_{4-3}^n , а из точки k – прямую по направлению F_{1-2}^n . В точке пересечения этих прямых будут находиться конец вектора F_{4-3}^n и начало вектора F_{1-2}^n . Векторы $\overrightarrow{F_{1-2}^\tau}$ и $\overrightarrow{F_{4-3}^\tau}$ получаем в соответствии с уравнениями (11). План сил группы приведен на рис. 25а.

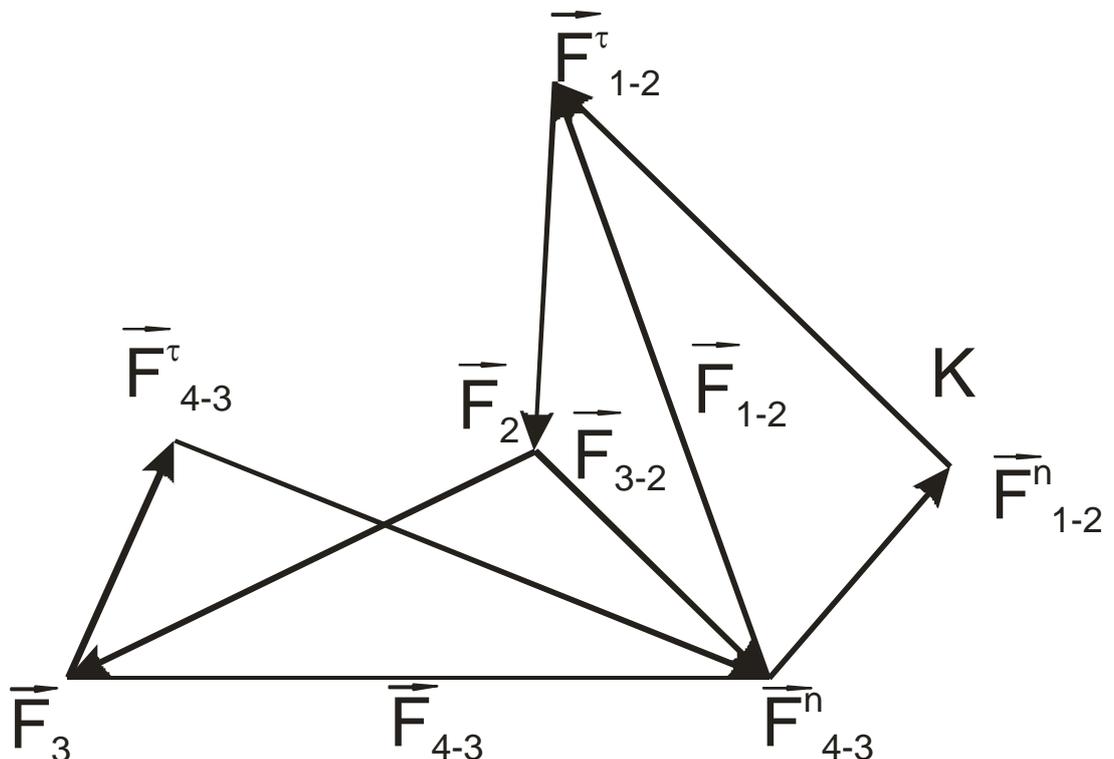


Рис. 25а План сил группы Ассур 2 класса 1 вида

Для определения реакции в кинематической паре B рассмотрим равновесие 2-го, либо 3-го звена. Для звена AB

$$\overrightarrow{F_{1-2}} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_{3-2}} = 0. \quad (14)$$

В векторном уравнении (14) неизвестная сила F_{3-2} – сила действия третьего звена B_C на второе AB . Строим это уравнение, используя уже построенный план сил, на котором векторы F_{1-2} и F_2 проведены. Для определения F_{3-2} необходимо замкнуть силовой треугольник в соответствии с уравнением (14), т.е. соединить конец вектора F_2 с началом вектора F_{1-2} .

Силовой расчет группы Ассура 2 класса 2 вида.

Группа второго вида имеет одну внешнюю поступательную пару C с осью $x-x$ (рис. 26). На звенья группы действуют силы F_2 и F_3 , а также пары сил с моментами M_2 и M_3 . Требуется определить F_{1-2} (давление в паре A), F_{3-2} (давление в паре B), F_{0-3} (силу давления направляющей на ползун) и плечо силы F_{0-3} относительно точки B . Давления в кинематических парах определим при помощи плана сил. Уравнение равновесия сил, действующих на группу, в векторной форме, запишем в виде

$$\sum \overrightarrow{F} = \overrightarrow{F_{1-2}} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} + \overrightarrow{F_{0-3}} = 0. \quad (15)$$

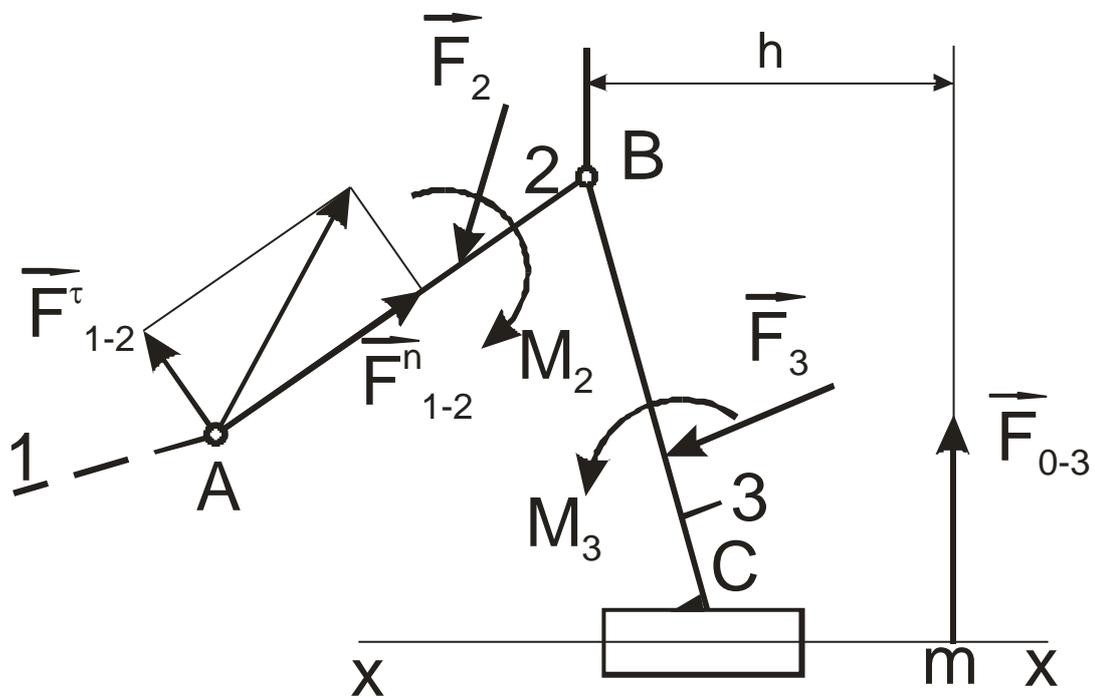


Рис. 26 Группа Ассура 2-го класса 2-го вида с приложенными силами и моментами пар сил

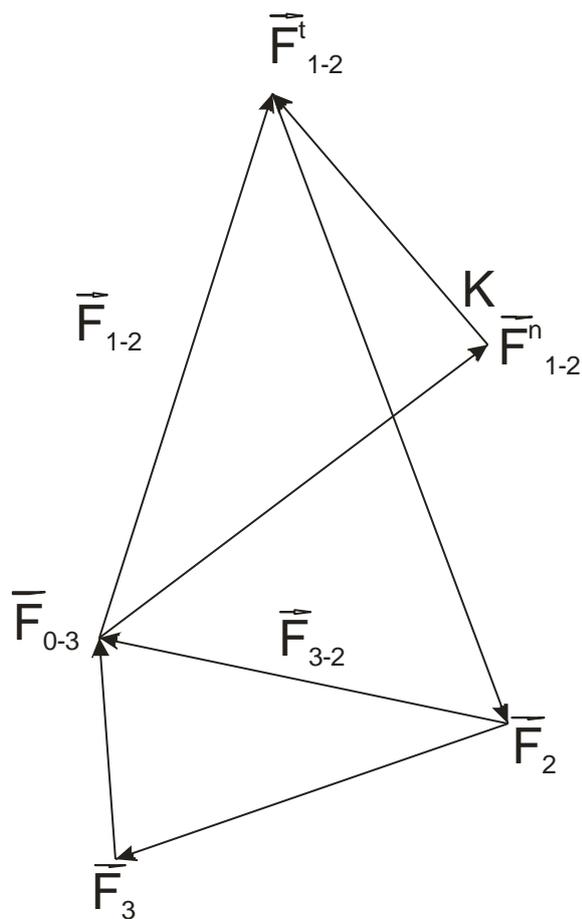


Рис. 27 План сил группы Ассура 2-го класса 2-го вида

Для реакции $\overrightarrow{F_{1-2}}$ известна точка ее приложения, неизвестными являются направление и величина. Реакция $\overrightarrow{F_{0-3}}$, т.е. сила давления направляющей на ползун, известна по направлению: она перпендикулярна к оси $x-x$ направляющей. Неизвестными являются точка ее приложения и величина.

Разложим силу $\overrightarrow{F_{1-2}}$ на две составляющие – нормальную $\overrightarrow{F_{1-2}^n}$ по направлению оси звена АВ и касательную $\overrightarrow{F_{1-2}^\tau}$, направленную по нормали к оси. Таким образом

$$\overrightarrow{F_{1-2}} = \overrightarrow{F_{1-2}^n} + \overrightarrow{F_{1-2}^\tau}.$$

Величину составляющей F_{1-2}^τ определим из условия равновесия звена АВ, которое запишем в виде суммы моментов всех сил относительно точки В и приравняем к нулю

$$\sum M_B = M_2 + M_B(F_2) + F_{1-2}^\tau \cdot l_{AB} = 0,$$

откуда

$$\overrightarrow{F_{1-2}^\tau} = -\frac{M_B(F_2) + M_2}{l_{AB}}.$$

Подставим в векторное уравнение (15) вместо силы F_{1-2} сумму составляющих

$$\sum \vec{F} = \overrightarrow{F_{1-2}^n} + \overrightarrow{F_{1-2}^\tau} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} + \overrightarrow{F_{0-3}} = 0.$$

В этом уравнении неизвестны по величине, но известны по направлению силы $\overrightarrow{F_{1-2}^n}$ и $\overrightarrow{F_{0-3}}$. Построим план сил, для чего из произвольной точки k (рис. 27) откладываем в выбранном масштабе сил μ_F вектор $\overrightarrow{F_{1-2}^\tau}$, к нему последовательно прибавляем силы $\overrightarrow{F_2}$ и $\overrightarrow{F_3}$ в том же масштабе. Замыкаем силовой многоугольник следующим образом. Из конца вектора $\overrightarrow{F_3}$ проводим линию, перпендикулярную оси направляющей $x-x$, а из начала вектора $\overrightarrow{F_{1-2}^\tau}$ (точки k) – линию, параллельную оси звена

AB. На пересечении этих линий получаем точку, которая является концом вектора $\overrightarrow{F_{0-4}}$ и одновременно началом вектора $\overrightarrow{F_{1-2}^n}$. Геометрическая сумма векторов $\overrightarrow{F_{1-2}^n}$ и $\overrightarrow{F_{1-2}^\tau}$ определит в масштабе μ_F вектор силы $\overrightarrow{F_{1-2}}$.

Реакцию в паре *B* определим из условия равновесия сил звена *AB*, которые запишем в векторной форме

$$\overrightarrow{F_{1-2}} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_{3-2}} = 0.$$

Таким образом, для определения $\overrightarrow{F_{3-2}}$ достаточно соединить на имеющемся плане сил конец вектора $\overrightarrow{F_2}$ с началом вектора $\overrightarrow{F_{1-2}}$.

Эту же реакцию, как силу действия звена 2 на звено 3 можно определить, рассмотрев равновесие звена *BC*.

$$\overrightarrow{F_3} + \overrightarrow{F_{0-3}} + \overrightarrow{F_{2-3}} = 0.$$

Для определения $\overrightarrow{F_{2-3}}$ достаточно соединить конец вектора $\overrightarrow{F_{0-3}}$ с началом вектора $\overrightarrow{F_3}$. Вектора $\overrightarrow{F_{2-3}}$ и $\overrightarrow{F_{3-2}}$ в силу закона равенства действия и противодействия равны по величине и направлены в противоположные стороны.

Плечо силы $\overrightarrow{F_{0-3}}$ относительно точки *B* (положение точки *m* на направляющей *x-x*) определим из условия равновесия звена *BC*, приравняв к нулю сумму моментов всех сил, действующих на это звено, относительно точки *B*.

$$\sum M_B = M_3 + M_B(F_3) + F_{0-3} \cdot h = 0, \quad (16)$$

$$h = -\frac{M_3 + M_B(F_3)}{F_{0-3}}.$$

Уравнение записано в алгебраическом виде. Если при численных расчетах величина *h* получится отрицательной, то силу $\overrightarrow{F_{0-3}}$ следует расположить на расстоянии *h* по другую сторону от точки *B*.

При решении задач может оказаться, что при расчетной величине плеча *h* точка приложения *m* силы $\overrightarrow{F_{0-3}}$ находится за пределами реальных геометрических размеров ползуна. Установим, каким образом эта сила

воспринимается звеньями пары. Обозначим плечо силы \vec{F}_{0-3} относительно центра ползуна h' , а длину ползуна – l (рис. 28)

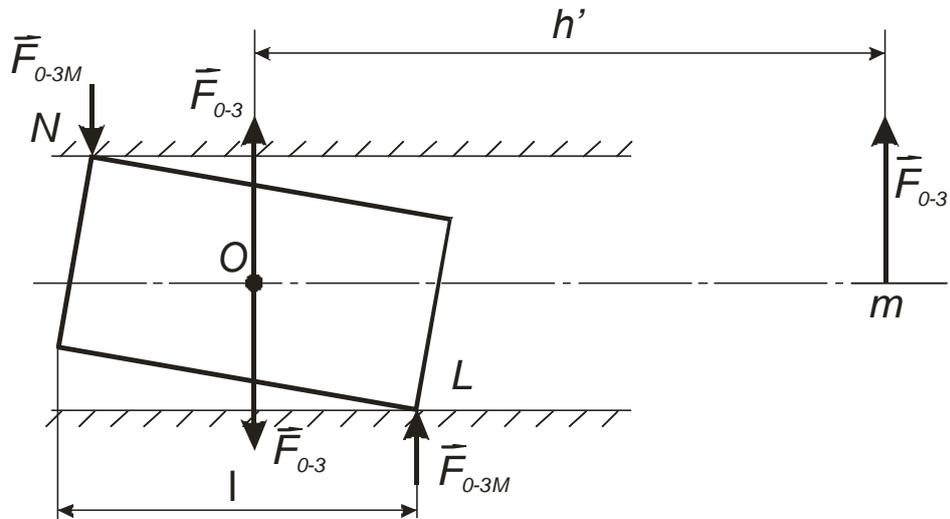


Рис. 28 Распределение реакции по направляющей поступательной пары

Приложим в центре ползуна уравновешенную систему двух сил \vec{F}_{0-3} . В результате получим, что на ползун действует сила \vec{F}_{0-3} , приложенная в центре O и пара сил с моментом M , равным по величине

$$M = F_{0-3} \cdot h'$$

Пару сил с моментом M удобнее представлять в виде двух сил \vec{F}_{0-3M} и $-\vec{F}_{0-3M}$, приложенных в крайних точках ползуна N и L . Величина силы \vec{F}_{0-3M} равна

$$F_{0-3M} = \frac{M}{l} = F_{0-3} \cdot \frac{h'}{l}.$$

Кинестатика ведущего звена.

Любой механизм с одной степенью подвижности, находящийся под действием заданной системы сил, можно считать находящимся в равновесии, если к ведущему(начальному) звену приложить усилие, уравновешивающее эту систему.

Уравновешивающим силовым фактором может быть уравновешивающая сила \vec{F}_y , либо уравновешивающий момент M_y .

Допусти, что в результате силового расчета всех групп, образующих механизм, определена сила \vec{F}_{1-2} воздействия кривошипа на смежное с ним звено.2. Значит, известна и сила \vec{F}_{2-1} , с которой звено 2 действует на кривошип (рис..29)

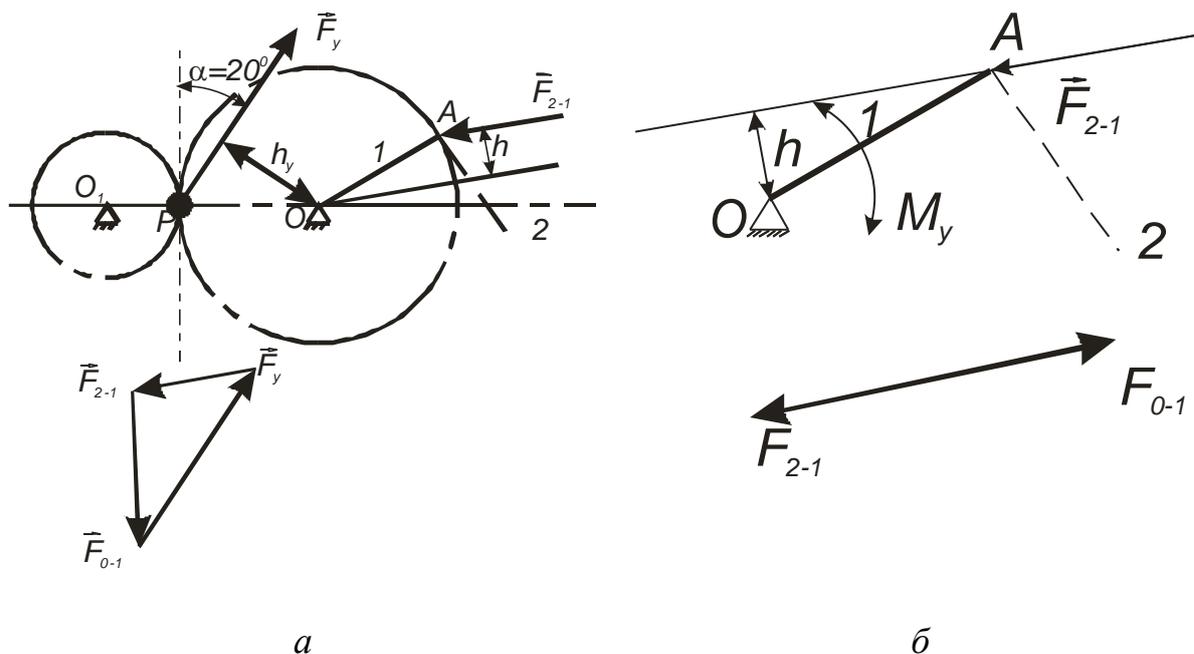


Рис. 29 Силовой расчет ведущего звена

- а) схема и план сил с передачей движения через зубчатые колеса;
- б) схема и план сил с передачей движения через муфту.

Движение ведущего звена рабочей машины осуществляется двигателем, либо через пару зубчатых колес (рис. 29а), либо при помощи муфты (рис. 29б). В первом случае воздействие привода будет в виде силы F_y , приложенной в полюсе зацепления P под углом зацепления $\alpha=20^\circ$, во втором случае – в виде момента M_y . Для машины-двигателя F_y и M_y будут сила и момент сопротивления той рабочей машины, которая приводится в действие двигателем.

Таким образом, при передаче движения ведущему звену через пару зубчатых колес, на него действуют сила со стороны остальных звеньев

механизма F_{2-1} , уравнивающая сила F_y со стороны привода и реакция стойки F_{0-1} . Неизвестными являются F_y и F_{0-1} . Уравнивающую силу определяем из уравнения равновесия ведущего звена, приравняв к нулю сумму моментов всех сил относительно точки O .

$$\sum M_O = F_{2-1} \cdot h - F_y \cdot h_y = 0,$$

$$h = \frac{F_{2-1} \cdot h}{h_y}.$$

Для определения $\overrightarrow{F_{0-3}}$ построим силовой треугольник в соответствии с векторным уравнением, соблюдая масштаб μ_F

$$\sum \overrightarrow{F} = \overrightarrow{F_y} + \overrightarrow{F_{2-1}} + \overrightarrow{F_{0-1}} = 0.$$

В случае, когда к ведущему звену приложен уравнивающий момент M_y , определяем его из уравнения

$$M_y = F_{2-1} \cdot h.$$

Давление в стойке $\overrightarrow{F_{0-1}} = -\overrightarrow{F_{2-1}}$.

Лекция 7

Пример силового расчета механизма.

Для шестизвенного шарнирного механизма (рис. 30) дано: размеры звеньев, закон движения ведущего звена OA , положения центров тяжести звеньев. Массы звеньев $m_2=10\text{кг}$, $m_3=15\text{кг}$, $m_4=10\text{кг}$, $m_5=20\text{кг}$. Моменты инерции звеньев относительно центральной оси $I_{S_2} = 0,2 \cdot \text{м}^2$, $I_{S_3} = 0,3 \cdot \text{м}^2$, $I_{S_4} = 0,2 \cdot \text{м}^2$. Сила полезного сопротивления $F_5=300\text{Н}$. Массой кривошипа пренебречь ввиду малой величины.

Для данного положения механизма построен план ускорений и определены ускорения центров тяжести звеньев и их угловые ускорения. Ведущее звено приводится в движение через пару прямозубых

цилиндрических зубчатых колес с числом зубов $z_1=60$, $z_2=150$; модуль зацепления $m=2$ мм.

Требуется определить внутренние силы в шарнирах и уравновешенную силу F_y .

Решение. Определим силы тяжести звеньев.

$$G_2 = m_2 \cdot g = 10 \cdot 9,81 = 98,1 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} = 98,1 \text{ Н};$$

$$G_3 = m_3 \cdot g = 15 \cdot 9,81 = 147,15 \text{ Н};$$

$$G_4 = m_4 \cdot g = 10 \cdot 9,81 = 98,1 \text{ Н};$$

$$G_5 = m_5 \cdot g = 20 \cdot 9,81 = 196,2 \text{ Н}.$$

Определим силы инерции и момент пар сил инерции звеньев.

$$F_{\ddot{e}_2} = -m_2 \cdot a_{s_2} = 10 \cdot 9,36 = 93,6 \text{ Н};$$

$$F_{\ddot{e}_3} = -m_3 \cdot a_{s_3} = 15 \cdot 5,3 = 79,5 \text{ Н};$$

$$F_{\ddot{e}_4} = -m_4 \cdot a_{s_4} = 10 \cdot 4,21 = 42,1 \text{ Н};$$

$$F_{\ddot{e}_5} = -m_5 \cdot a_{s_5} = 20 \cdot 3,12 = 62,4 \text{ Н};$$

$$M_{\ddot{e}_2} = -I_{s_2} \cdot \varepsilon_2 = 0,2 \cdot 4,37 = 0,87 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\ddot{e}_3} = -I_{s_3} \cdot \varepsilon_3 = 0,3 \cdot 20,8 = 6,24 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\ddot{e}_4} = -I_{s_4} \cdot \varepsilon_4 = 0,2 \cdot 13,1 = 2,62 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Силы инерции прикладываем в точках центров тяжести, направляя их противоположно направлениям ускорений этих точек, а моменты инерции – противоположно угловым ускорениям.

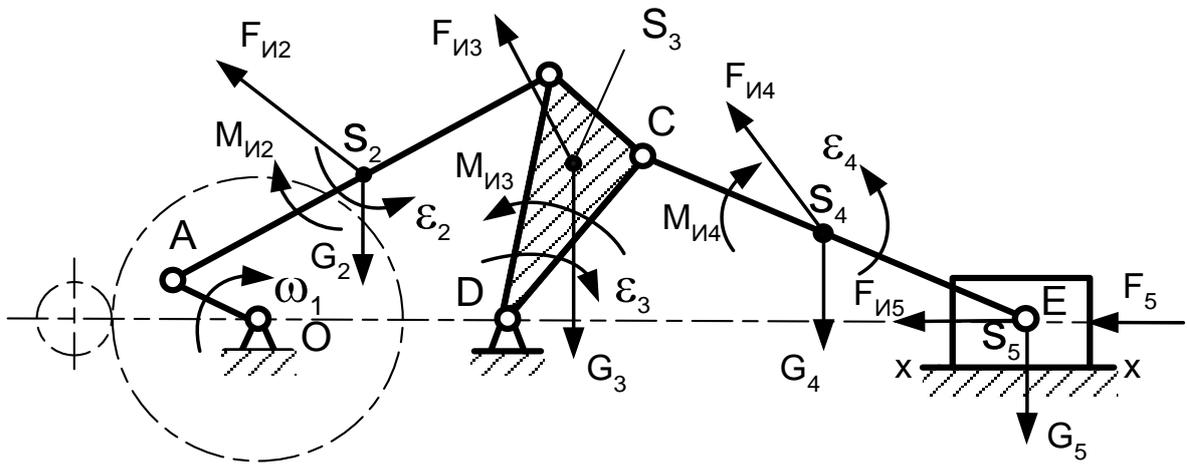


Рис. 30 Кинематическая схема шестизвенного механизма. $\mu_s=0,01$ м/мм.

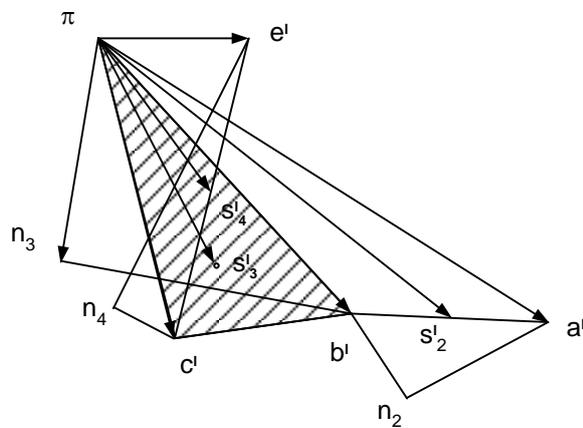


Рис. 31 План ускорений механизма $\mu_a=0,156$ м/с² · мм.

Разберем механизм на группы Ассур и начинаем проводить силовой расчет диады 2-го вида CE , наиболее удаленной от ведущего звена. В шарнире C прикладываем нормальную F_{3-4}^n и касательную F_{3-4}^τ составляющие усилия, действующего со стороны звена DBC . К ползуну, по его центру прикладываем реакцию направляющей F_{0-5} (рис. 32)

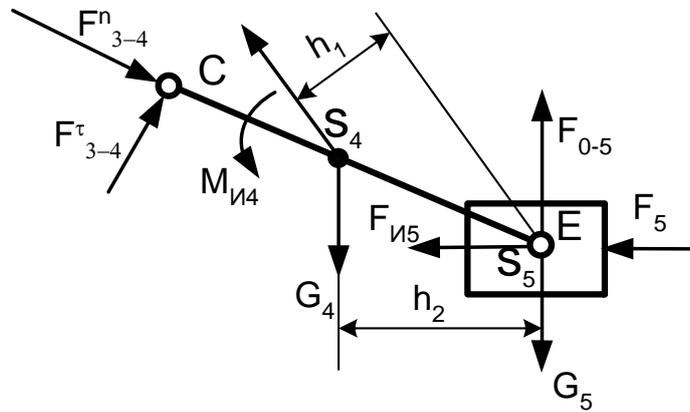


Рис. 32 Силовой расчет диады CE . $\mu_s=0,01$ м/мм.

В начале определим составляющую F_{3-4}^τ из условия равновесия, записанного в виде уравнения моментов всех сил, действующих на звено CE , относительно точки E :

$$\sum M_E = -F_{3-4}^\tau \cdot CE + G_4 \cdot h_2 - F_{\dot{e}_4} \cdot h_1 - M_{\dot{e}_4} = 0. \quad (17)$$

Так как группа изображена в масштабе $\mu_s=0,01$ м/мм, то плечи сил h_1 и h_2 , замеренные на чертеже, необходимо умножить на этот масштаб, либо привести к масштабу чертежа момент $M_{и4}$, поделив его на масштаб μ_s . Решаем уравнение (17) относительно F_{3-4}^τ :

$$F_{3-4}^\tau = \frac{G_4 \cdot h_2 - F_{\dot{e}_4} \cdot h_1 - \frac{M_{\dot{e}_4}}{\mu_s}}{CE} = \frac{98,1 \cdot 25 - 42,1 \cdot 19 - \frac{2,62}{0,01}}{50} = 27,8 \text{ Н}$$

В результате решение уравнения сила F_{3-4}^τ получилась со знаком плюс, что означает правильный выбор ее направления на схеме силового расчета. Если сила получится со знаком минус, то в силовом многоугольнике ее необходимо направлять в противоположную сторону.

Для определения величин двух оставшихся неизвестных сил F_{3-4}^n и F_{0-5} составим уравнение равновесия всей группы Ассур в векторной форме:

$$\overrightarrow{F_{3-4}^n} + \overrightarrow{F_{3-4}^\tau} + \overrightarrow{G_4} + \overrightarrow{F_{\epsilon_4}} + \overrightarrow{G_5} + \overrightarrow{F_{\epsilon_5}} + \overrightarrow{F_5} + \overrightarrow{F_{0-5}} = 0.$$

В соответствии с этим уравнением строим замкнутый силовой многоугольник, начиная с известных сил и заканчивая построение двумя неизвестными по величине, но известными по направлению силами F_{3-4}^n и F_{0-5} .

Выбираем для построения масштаб сил $\mu_F=6$ Н/мм. Определим длину отрезков, которые в плане сил будут изображать эти силы.

$$ab = \frac{F_{3-4}^\tau}{\mu_F} = \frac{27,8}{6} = 4,6 \text{ мм};$$

$$b\tilde{n} = \frac{G_4}{\mu_F} = \frac{98,1}{6} = 16,35 \text{ мм};$$

$$cd = \frac{F_{\epsilon_4}}{\mu_F} = \frac{42,1}{6} = 7,0 \text{ мм};$$

$$de = \frac{G_5}{\mu_F} = \frac{196,2}{6} = 32,7 \text{ мм};$$

$$ef = \frac{F_{\epsilon_5}}{\mu_F} = \frac{62,4}{6} = 10,4 \text{ мм};$$

$$fk = \frac{F_5}{\mu_F} = \frac{300}{6} = 50 \text{ мм}.$$

Сложив все известные силы, из конца вектора $\overrightarrow{F_5}$ (точка k) проводим направление силы $\overrightarrow{F_{0-5}}$, а из начала вектора $\overrightarrow{F_{3-4}^\tau}$ (точка a) проводим направление силы $\overrightarrow{F_{3-4}^n}$. Точка пересечения h является концом вектора $\overrightarrow{F_{0-5}}$ и началом $\overrightarrow{F_{3-4}^n}$ (рис..33)

Переходим к силовому расчету следующей группы Ассур, состоящей из звеньев 2 и 3 (рис. 34). Разрушаем шарнир А и прикладываем касательную F_{1-2}^τ и нормальную F_{1-2}^n составляющие силы, действующей на звено AB со стороны кривошипа. В точке D прикладываем касательную F_{0-3}^τ и нормальную F_{0-3}^n составляющие реакции, действующей на звено DB со стороны стойки. Кроме этих сил в точке C прикладываем силу F_{4-3} – силу давления звена 4 на звено 3. Она равна по величине силе F_{3-4} , но направлена в противоположную сторону.

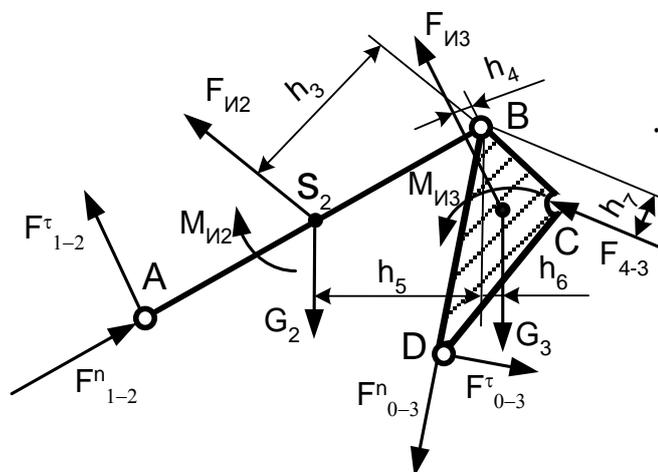


Рис. 34 Силовой расчет диады ABD . $\mu_5=0,01$ м/мм.

Определим силу F_{1-2} из условия равновесия звена AB , для чего запишем уравнение моментов всех сил, действующих на звено 2 относительно точки B :

$$\sum M_B = -F_{1-2}^\tau \cdot AB - F_{\hat{e}_4} \cdot h_3 + G_2 \cdot h_5 - M_{\hat{e}_2} = 0,$$

$$F_{1-2}^\tau = \frac{F_{\hat{e}_4} \cdot h_3 - G_2 \cdot h_5 + \frac{M_{\hat{e}_2}}{\mu_5}}{AB} = \frac{93,6 \cdot 23 - 98,1 \cdot 22 + \frac{0,87}{0,01}}{50} = 1,63 \text{ Н}.$$

Определим силу F_{0-3}^τ , рассмотрев равновесие звена 3. Для этого также запишем уравнение моментов всех сил, действующих на звено 3 относительно внутренней пары группы Ассур – точки B .

$$\sum M_B = F_{0-3}^\tau \cdot DB - G_3 \cdot h_6 - F_{\epsilon_3} \cdot h_4 - F_{4-3} \cdot h_7 + M_{\epsilon_3} = 0,$$

$$F_{0-3}^\tau = \frac{G_3 \cdot h_6 + F_{\epsilon_3} \cdot h_4 + F_{4-3} \cdot h_7 + \frac{M_{\epsilon_3}}{\mu_S}}{DB} = \frac{147,15 \cdot 3 + 79,5 \cdot 2,5 + 414 \cdot 6,5 - \frac{6,24}{0,01}}{30} = 90,24 \text{ Ё}.$$

После определения F_{1-2}^τ и F_{0-3}^τ строим силовой многоугольник в соответствии с векторным уравнением равновесия всей группы

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_{1-2}^n + \vec{F}_{1-2}^\tau + \vec{G}_2 + \vec{F}_{и_2} + \vec{G}_3 + \vec{F}_{и_3} + \vec{F}_{4-3} + \vec{F}_{0-3}^n + \vec{F}_{0-3}^\tau = 0.$$

Примем тот же масштаб сил $\mu_F = 6$ Н/мм, что и для предыдущей группы (4,5). Определим длину отрезков, изображающих векторы сил в масштабе:

$$ab = \frac{F_{1-2}^\tau}{\mu_F} = \frac{1,63}{6} = 0,27 \text{ мм};$$

$$b\tilde{n} = \frac{G_2}{\mu_F} = \frac{98,1}{6} = 16,35 \text{ мм};$$

$$cd = \frac{F_{\epsilon_2}}{\mu_F} = \frac{93,6}{6} = 15,6 \text{ мм};$$

$$de = \frac{G_3}{\mu_F} = \frac{147,15}{6} = 24,5 \text{ мм};$$

$$ef = \frac{F_{\epsilon_3}}{\mu_F} = \frac{79,5}{6} = 13,25 \text{ мм};$$

$$fk = \frac{F_{4-3}}{\mu_F} = \frac{414}{6} = 69 \text{ мм};$$

$$kp = \frac{F_{0-3}^\tau}{\mu_F} = \frac{90,24}{6} = 15,04 \text{ мм}.$$

Построение начинается со сложения известных сил. Из конца вектора \vec{F}_{0-3}^τ проводим прямую, параллельную \vec{F}_{0-3}^n , через начало вектора \vec{F}_{1-2}^τ проводим линию по направлению силы \vec{F}_{1-2}^n . Точка пересечения h

является началом вектора $\overrightarrow{F_{1-2}^n}$ и одновременно концом вектора $\overrightarrow{F_{0-3}^n}$ (рис. 35).

Геометрическая сумма векторов $\overrightarrow{F_{0-3}^\tau}$ и $\overrightarrow{F_{0-3}^n}$ (прямая к h) представляет в масштабе μ_F силу реакции стойки.

$$F_{0-3} = kh \cdot \mu_F = 59 \cdot 6 = 336 \text{ Н.}$$

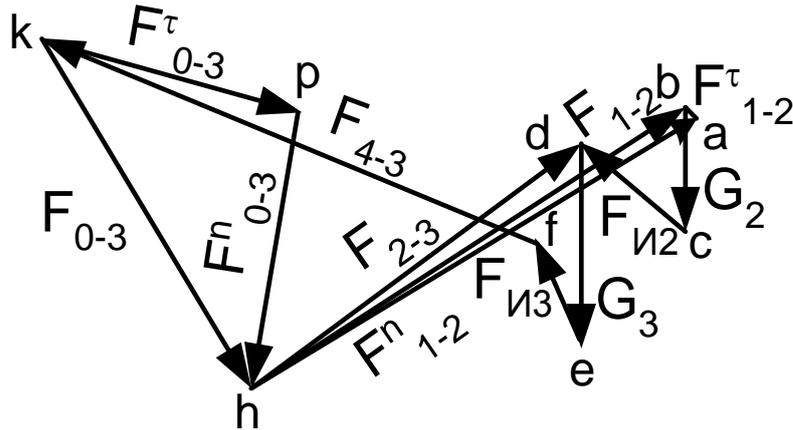


Рис. 35 План сил диады ABD. $\mu_F = 6 \text{ Н/мм}$.

Сила взаимодействия кривошипа OA с шатуном AB определится как геометрическая сумма нормальной и тангенциальной составляющей реакции F_{1-2} . На плане сил этот вектор представлен линией hb .

$$F_{1-2} = hb \cdot \mu_F = 68 \cdot 6 = 408 \text{ Ё} .$$

Давление во вращательной паре B можно найти рассмотрев равновесие 2 либо 3 звена. Запишем уравнение равновесия звена 3 в векторной форме.

$$\sum \vec{F} = \vec{G}_3 + \vec{F}_{e_3} + \vec{F}_{4-3} + \vec{F}_{0-3} + \vec{F}_{2-3} = 0.$$

Для того, чтобы силовой многоугольник был замкнут, достаточно соединить конец вектора F_{0-3} с началом вектора G_3 . Сила давления звена 2 на звено 3, то есть давление в паре B представлено в плане сил прямой линией hd . Величина этой силы:

$$F_{2-3} = -F_{3-2} = hd \cdot \mu_F = 54 \cdot 6 = 324 \text{ Ё} .$$

Заканчиваем силовой расчет ведущим звеном. Определяем диаметры делительных окружностей шестерни и колеса:

$$d_1 = mz_1 = 2 \cdot 60 = 120 \text{ мм} ; \quad d_2 = mz_2 = 2 \cdot 150 = 300 \text{ мм}.$$

Палец шарнира A расположен на зубчатом колесе. Строим в масштабе μ_s расчетную схему ведущего звена, в полюсе зацепления P прикладываем уравновешивающую силу F_y , как это было рассмотрено ранее. К концу кривошипа прикладываем силу F_{2-1} , которая равна определенной из предыдущего расчета силе F_{1-2} и направлена в противоположную сторону (рис. 36).

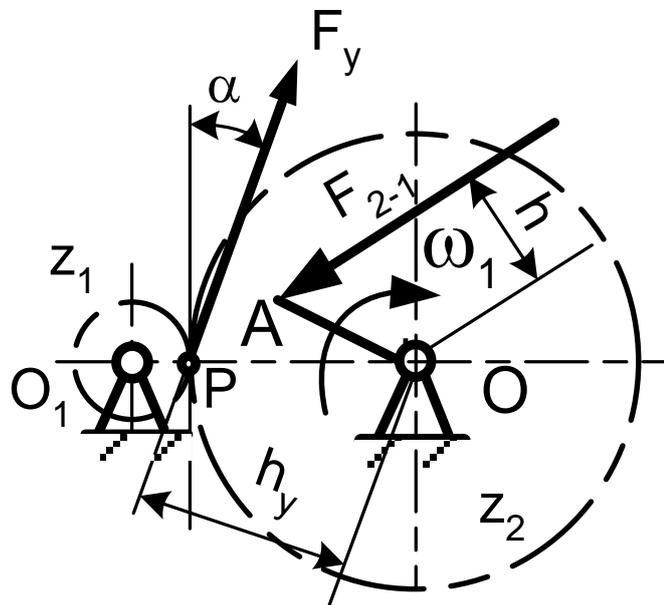


Рис. 36 Силовой расчет ведущего звена. $\mu_s = 0,005 \text{ Н/мм}$.

Величину уравновешивающей силы определим из условия равновесия ведущего звена:

$$\sum M_0 = -F_y \cdot h_y + F_{2-1} \cdot h = 0,$$

$$F_y = \frac{F_{2-1} \cdot h}{h_y} = \frac{408 \cdot 11}{28} = 160 \text{ Н}.$$

Давление в шарнире O определим, построив силовой треугольник в соответствии с уравнением равновесия ведущего звена в векторной форме

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_y + \vec{F}_{2-1} + \vec{F}_{0-1} = 0.$$

Реакция стойки определяется вектором ca , соединяющим конец вектора F_{2-1} с началом вектора F_y (рис. 37). Для построения силового треугольника определим длины отрезков, изображающие векторы сил в масштабе $\mu_F=6$ Н/мм.

$$ab = \frac{F_y}{\mu_S} = \frac{160}{6} = 26,6 \text{ мм};$$

$$bc = \frac{F_{2-1}}{\mu_S} = \frac{408}{6} = 68 \text{ мм}.$$

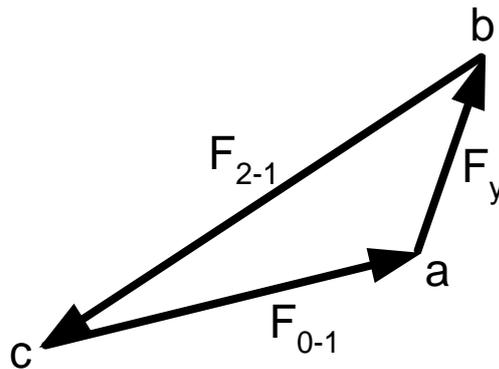


Рис. 37 План сил ведущего звена. $\mu_F=6$ Н/мм.
Величина реакции стойки $F_{0-1}=ca \cdot \mu_F=50 \cdot 6=300$ Н.

Лекция 8

Определение уравнивающей силы при помощи жесткого рычага Н.Е. Жуковского

В тех случаях, когда нет необходимости определять давления в кинематических парах, а требуется определить уравнивающую силу F_y или уравнивающий момент M_y , пользуются теоремой Жуковского о жестком рычаге, основанной на принципе возможных перемещений.

Согласно этому принципу, сумма элементарных работ сил активных и сил инерции, приложенных к звеньям механизма на их возможных перемещениях, равна нулю. Звенья механизмов имеют не просто возможные, а действительные перемещения точек, движение которых определяется заданным законом движения ведущего звена. Поэтому элементарную работу сил, приложенных к точкам звеньев механизма, будем рассматривать на их действительных перемещениях.

Обозначим F_1, F_2, \dots, F_n силы активные и инерции, приложенные к звеньям механизма. dS_1, dS_2, \dots, dS_n – проекции элементарных действительных перемещений этих точек на направление соответствующих сил. На основании принципа возможных перемещений

$$\sum_1^n F_i dS_i = 0. \quad (19)$$

Найдем выражение элементарной работы силы на ее элементарном перемещении.

Пусть имеется звено механизма AB , скорости точек которого известны (рис. 38). В точке S звена приложена сила F_i под углом φ к скорости V_s точки S . Построим для этого звена в масштабе k_v план скоростей. Повернем силу F_i на угол 90° (в любую сторону) и перенесем ее на план скоростей в точку S . Плечо этой силы относительно полюса O_v обозначим h_i .

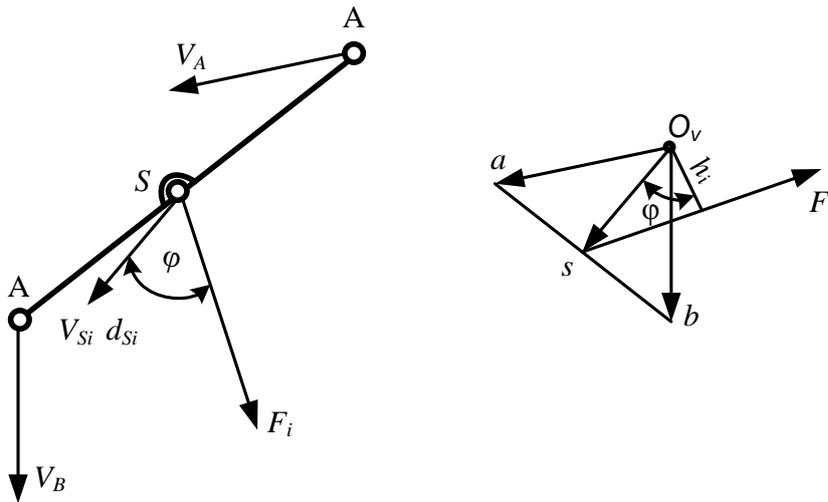


Рис. 38. Звено AB и план скоростей звена AB .

Работа силы F_i на ее элементарном перемещении $A_i = F_i dS_i \cos \varphi$. Поскольку $ds_i = V_s dt = (O_v s) k_v dt$, то $A_i = F_i (O_v s) \cos \varphi k_v dt$. Из плана скоростей $h_i = (O_v s) \cos \varphi$, поэтому $A_i = F_i h_i k_v dt$. Здесь $F_i h_i = M_{O_v}(F_i)$ – момент силы F_i относительно полюса плана скоростей. Следовательно, $A_i = M_{O_v}(F_i) k_v dt$. Подставим это значение работы силы в выражение (2.15) и сократив на общий множитель $k_v dt$ получим

$$\sum_1^n M_{O_v}(F_i) = 0. \quad (19)$$

Эта формула математически выражает теорему Н.Е. Жуковского, которую можно сформулировать следующим образом: *если все силы, действующие на движущиеся звенья механизма, в том числе и уравнивающую, приложить в соответствующих точках повернутого на 90° плана скоростей, то сумма моментов всех сил относительно полюса плана скоростей будет равна нулю.*

Обозначим силы, приложенные к звеньям механизма через F_1, F_2, \dots, F_n , уравнивающую силу через F_y . Плечи этих сил, повернутых на угол 90° и перенесенных в одноименные точки плана скоростей, через $h_1, h_2, \dots, h_n, h_y$. Тогда по теореме Н.Е. Жуковского

$$\sum_1^n F_i h_i + F_y h_y = 0,$$

откуда

$$F_y = -\frac{\sum_1^n F_i h_i}{h_y}.$$

При определении уравнивающей силы при помощи теоремы Н.Е. Жуковского о жестком рычаге моменты сил, действующие на звенья, следует разложить на пары сил, приложенные в тех точках звеньев, скорости которых известны.

Пример определения уравнивающей силы при помощи рычага Жуковского

Для кривошипно – ползунного механизма, изображенного на рис. 39 определить P_y , приложенную в точке K зубчатого колеса I .

Заданы: угловая скорость кривошипа I , длины кривошипа OA и шатуна AB , модуль m и число зубьев Z_1 зубчатого колеса I , массы шатуна AB и ползуна B , момент инерции шатуна J_{S_2} и сила полезного сопротивления F_3 , приложенная к ползуну. Массой кривошипа пренебречь. Конструктивно зубчатое колесо I и кривошип OA выполнено в виде одного звена.

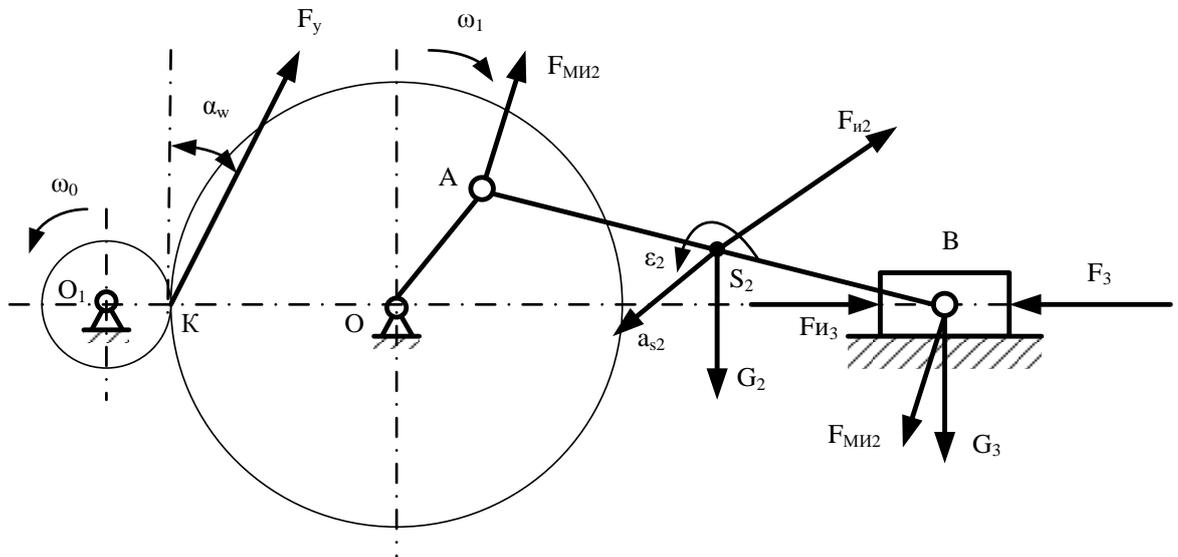


Рис. 39. Кинематическая схема механизма с приложенными к звеньям силами

1. Строим планы скоростей (рис.41) и ускорений (рис.40) в произвольном масштабе, как рассмотрено в параграфе 2.5. При этом скорость точки K приложения уравнивающей силы

$$V_k = \omega_I \cdot l_{OK}, \text{ где } l_{OK} = \frac{m \cdot z_1}{2}.$$

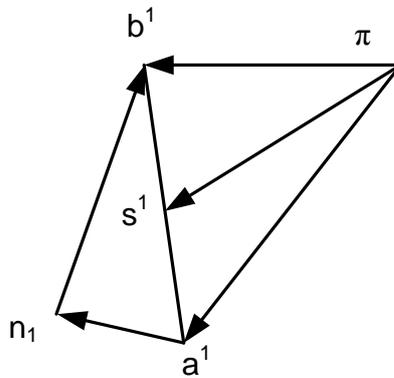


Рис.40. План ускорений механизма

2. Определяем силы инерции звеньев F_{ii} и момент инерции шатуна M_{II2} .

$$F_{ii} = -m_i \cdot a; \quad M_{II2} = -J_{S2} \cdot \varepsilon_2.$$

3. Прикладываем все силы в соответствующих точках звеньев механизма. Пару сил F_{MI2} от M_{II2} получим делением M_{II2} на действительную величину длины шатуна 2

$$F_{MI2} = \frac{M_{II2}}{l_{AB}}$$

и полученные силы F_{MI2} прикладываем в точках A и B с соблюдением направления момента M_{II2} . При определении направления F_y следует учесть, что угол зацепления α_w равен 20° .

4. Переносим все силы с плана механизма, включая F_y , в соответствующие точки плана скоростей, предварительно повернув их на 90° по направлению движения часовой стрелки (рис. 2.28).

5. Составляем уравнение моментов относительно полюса плана скоростей

$$-F_y \cdot h_y + F_3 \cdot h_4 + F_{MI2} \cdot h_3 - G_2 \cdot h_1 - F_{II2} \cdot h_2 = 0. \quad (2.17)$$

6. Определяем уравновешивающую силу

$$F_\delta = \frac{F_3 \cdot h_4 + F_{I \dot{\varepsilon} 2} \cdot h_3 - G_2 \cdot h_1 - F_{\dot{\varepsilon} 2} \cdot h_2}{h_\delta}. \quad (2.18)$$

Если при решении уравнения (2.18) F_y получится со знаком плюс, то ее направление на плане механизма выбрано верно. Если со знаком минус, то выбранное направление следует изменить на обратное.

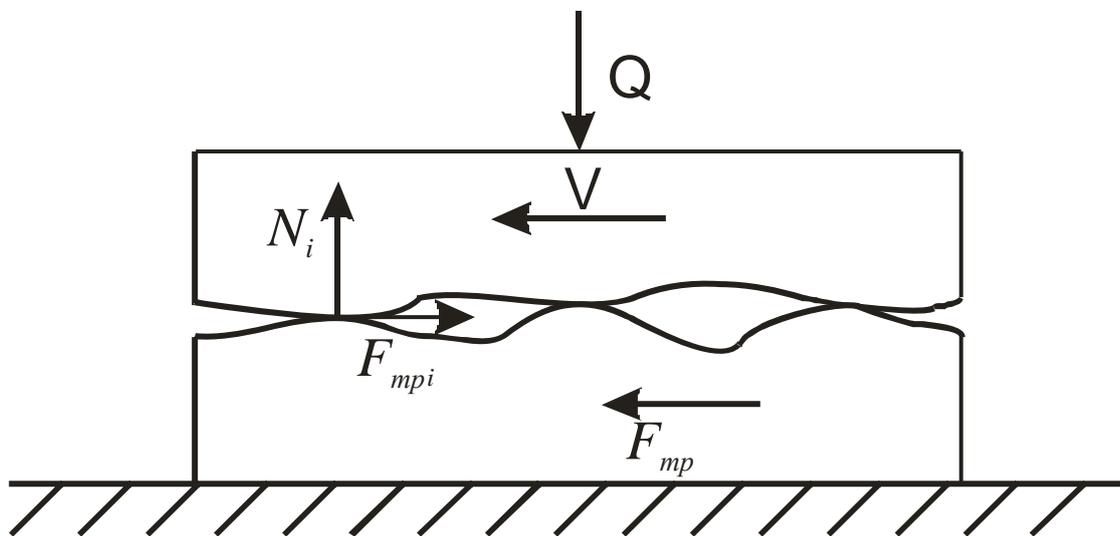


Рис. 42

Сила трения возникает в том случае, если относительное движение происходит под воздействием внешней нагрузки Q и в зонах контакта возникают силы нормального давления N_i .

$$N = \sum_{i=1}^n N_i = Q, \text{ где } n - \text{ количество зон контакта.}$$

Коэффициент трения зависит от многих факторов, таких как механические свойства материалов трущихся тел, наличия и сорта смазки, скорости относительного движения и т.д.

Энергия, затрачиваемая на трение, превращается в теплоту. Одновременно с этим происходит выравнивание микронеровностей поверхностей контакта. Это явление называется износом.

В зависимости от состояния поверхностей трущихся тел различают следующие виды трения:

1. Сухое трение – возникает на поверхности тел, очищенных от посторонних примесей.
2. Граничное трение – слой смазки не превышает 0,1 мкм.
3. Жидкостное трение – в слое смазки создается гидродинамическое давление, способное разделить поверхности контактирующих тел.
4. Полужидкостное или смешанное трение – при значительном по толщине слое смазки имеет место соприкосновение выступающих элементов поверхностей контактирующих деталей.

5. Полусухое трение – имеют место явления сухого и граничного трения.

Рассмотрим поведение ползуна на наклонной плоскости (рис.43).

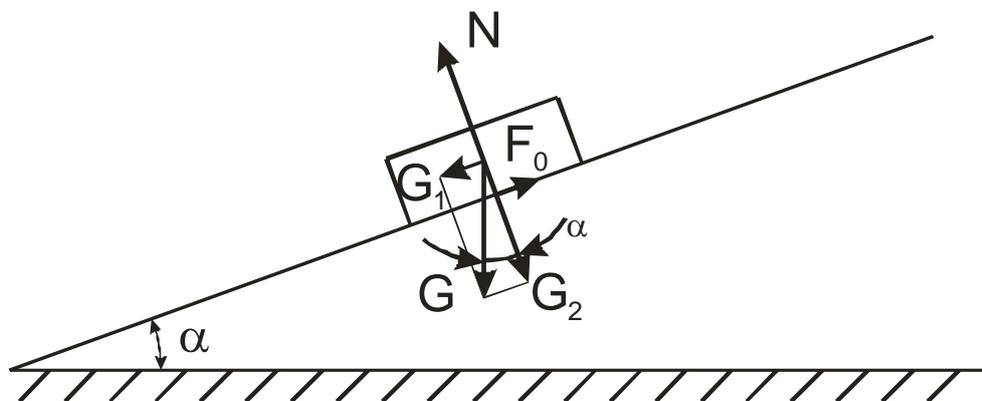


Рис. 43

Если ползун находится в покое, то

$$N = G_2, \quad G_2 = G \cdot \cos \alpha;$$

$$F_0 = G_1, \quad G_1 = G \cdot \sin \alpha.$$

где G – вес ползуна;

F_0 – сила трения покоя.

$$\frac{F_0}{N} = \frac{G \cdot \sin \alpha}{G \cdot \cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha.$$

Опытным путем установлено, что при конкретном состоянии поверхностей ползуна и наклонной плоскости ползун будет находится в покое до достижения углом α значения φ_0 , то есть при выполнении условия

$$\frac{F_0}{N} < \operatorname{tg} \varphi_0.; \quad F_0 \leq N \cdot \operatorname{tg} \varphi_0.$$

Обозначим $\operatorname{tg} \varphi_0 = f_0$, тогда

$$f_0 \leq N \cdot f_0,$$

где φ_0 – угол трения покоя,

f_0 – коэффициент трения покоя.

При угле наклонной плоскости $\alpha = \varphi$ ползун будет перемещаться с постоянной скоростью и следовательно находится в равновесии.

$$F = N \cdot f = N \cdot \operatorname{tg} \varphi,$$

где φ – угол трения скольжения;

f – коэффициент трения скольжения.

Трение скольжения в поступательной кинематической паре.

Рассмотрим поступательную кинематическую пару, в которой на ползун, расположенный на горизонтальной плоскости, действует сила P (рис. 44).

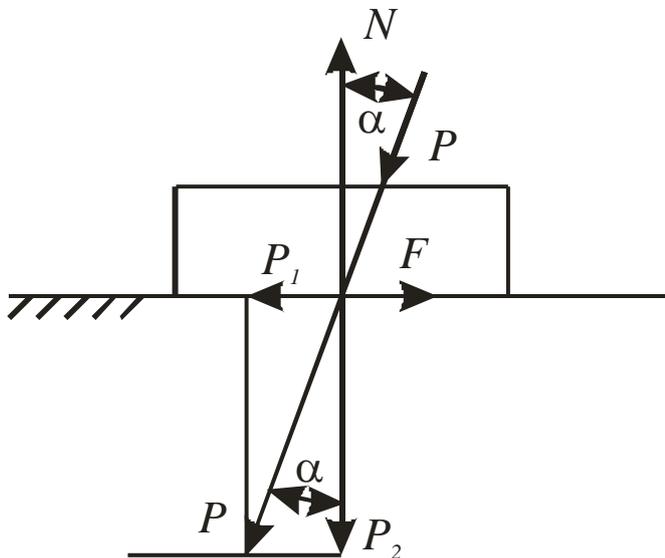


Рис. 44

$$N = P_2 = P \cdot \cos \alpha; \quad P_1 = P \cdot \sin \alpha; \quad F = N \cdot f = P \cdot \cos \alpha \cdot f = P \cdot \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \varphi$$

Возможны три варианта:

1. Ползун находится в покое

$$P_1 < F; \quad P \cdot \sin \alpha < P \cdot \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \varphi; \quad \frac{P \cdot \sin \alpha}{P \cdot \cos \alpha} < \operatorname{tg} \varphi; \quad \operatorname{tg} \alpha < \operatorname{tg} \varphi; \quad \alpha < \varphi.$$

2. Ползун движется равномерно

$$P_1 = F; \quad \alpha = \varphi.$$

3. Ползун движется с ускорением

$$P_1 > F; \quad \alpha > \varphi.$$

Если данную задачу рассматривать в пространстве, то при $\alpha = \varphi$ сила P опишет коническую поверхность с центральным углом 2φ (рис.45), называемую конусом трения.

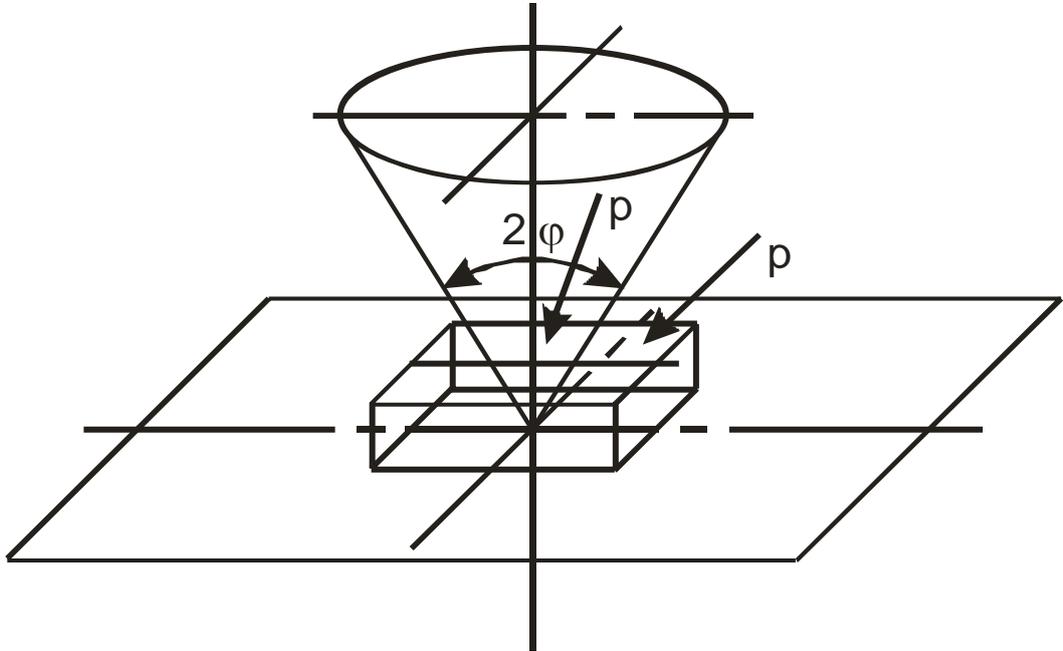


Рис. 45

Практические задачи удобнее решать, если ввести понятие равнодействующей сил трения и нормального давления.

Рассмотрим равномерное движение ползуна весом G под действием силы P (рис. 46).

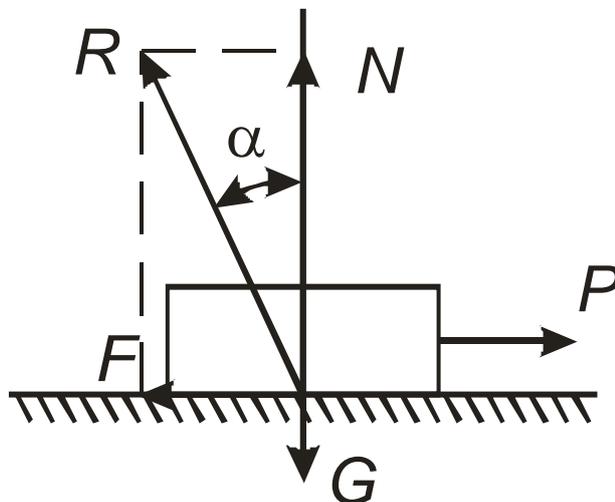


Рис. 46

$$\vec{R} = \vec{F} + \vec{N}; \quad F = N \cdot f = P; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{F}{N} = \frac{N \cdot f}{N} = f = \operatorname{tg} \varphi; \quad \alpha = \varphi.$$

Таким образом, вектор равнодействующей сил трения и нормального давления отклонен от вектора силы нормального давления на угол трения в сторону противоположную относительно давлению.

Рассмотрим общий случай равномерного движения ползуна по наклонной плоскости (рис. 47).

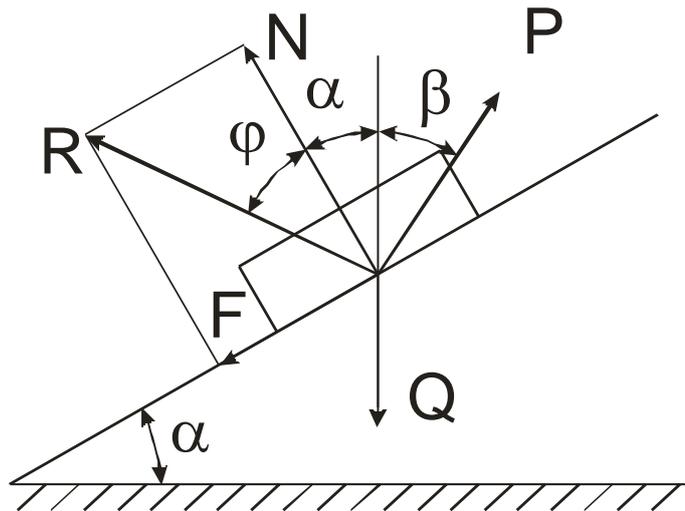


Рис. 47

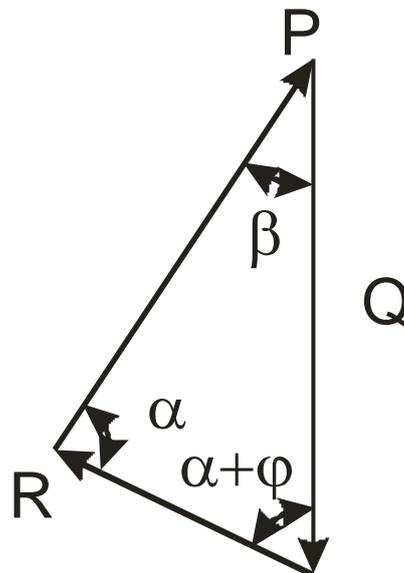


Рис. 48

По условию равновесия ползуна

$$\vec{R} + \vec{Q} + \vec{P} = 0.$$

В плане сил (рис. 48) неизвестная сила P рассчитывается по теореме синусов

$$\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta + \varphi);$$

$$\frac{P}{\sin(\alpha + \varphi)} = \frac{Q}{\sin[\pi - (\alpha + \beta + \varphi)]};$$

$$P = Q \cdot \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{\cos(\alpha + \beta + \varphi)}.$$

Рассмотрим движение ползуна по поверхности, которая имеет форму клина с углом β (рис. 49).

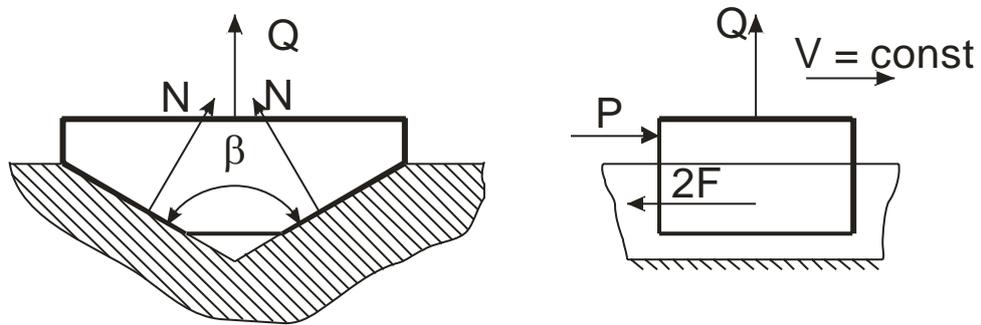


Рис. 49

На ползун действует вертикальная сила Q и горизонтальная движущая сила P , перемещающая ползун вдоль направляющей с постоянной скоростью V . Со стороны направляющей на ползун будут действовать две силы нормального давления N и две силы трения F (рис. 49).

Из условия равновесия ползуна

$$N = \frac{Q}{2 \sin\left(\frac{\beta}{2}\right)}; \quad P = 2F = 2f \cdot N.$$

Таким образом

$$P = \frac{f}{\sin\left(\frac{\beta}{2}\right)} \cdot Q.$$

Обозначим $f' = \frac{f}{\sin\left(\frac{\beta}{2}\right)}$, тогда $P = f' \cdot Q$,

где f' – приведенный коэффициент трения клинчатой поверхности.

Используя полученную зависимость, клинчатую поверхность можно рассматривать как плоскую с коэффициентом трения

$$f' = \operatorname{tg}\varphi',$$

где φ' – приведенный угол трения.

Лекция 10

Трение в винтовой кинематической паре с прямоугольным профилем резьбы

На рис. 50 изображена винтовая кинематическая пара с прямоугольным профилем резьбы. 1 – винт, 2 – элемент гайки.

Движение гайки по винту можно рассматривать, как движение ползуна (элемент гайки) по наклонной плоскости с углом λ (угол подъема витка резьбы) (рис.51).

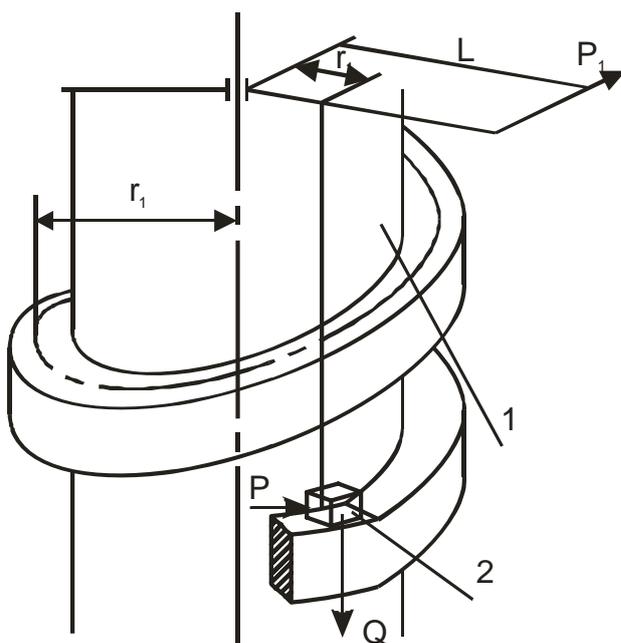


Рис. 50

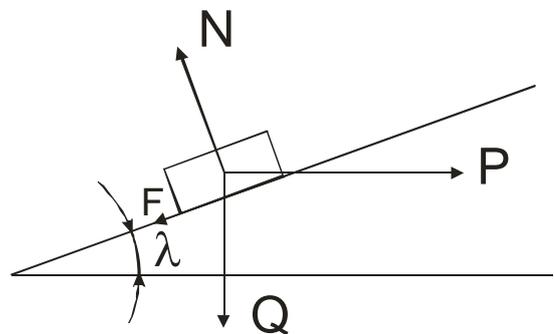


Рис. 51

На ползун действуют движущая сила P , сила сопротивления Q , сила нормального давления со стороны наклонной плоскости N и сила трения скольжения F .

В соответствии с ранее выведенной зависимостью (расчетная схема на рис. 47 и план сил на рис. 48):

$$\beta = \frac{\pi}{2}; \quad \alpha = \lambda.$$

$$P = Q \cdot \frac{\sin(\lambda + \varphi)}{\cos\left(\lambda + \frac{\pi}{2} + \varphi\right)} = Q \cdot \frac{\sin(\lambda + \varphi)}{\cos(\lambda + \varphi)} = Q \cdot \operatorname{tg}(\lambda + \varphi).$$

Момент, который необходимо приложить к гаечному ключу

$$M = P \cdot r_1 = P_1 \cdot L = Q \cdot r_1 \cdot \operatorname{tg}(\lambda + \varphi),$$

где P_1 – усилие, прикладываемое к гаечному ключу;
 r_1 – средний радиус резьбы;
 L – длина гаечного ключа.

Трение в винтовой кинематической паре с треугольным, трапецеидальным или упорным профилем резьбы.

На рис. 52 изображен винт с треугольным профилем резьбы.

Движение винта относительно гайки под действием момента M и осевой силы Q можно рассматривать, как движение клинчатого ползуна с центральным углом $\beta = 2\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\delta}{2}\right)$ по наклонной плоскости с углом λ .

Приведенный коэффициент трения

$$f' = \frac{f}{\sin\left(\frac{\beta}{2}\right)} = \frac{f}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\delta}{2}\right)} = \frac{f}{\cos\frac{\delta}{2}}.$$

Приведенный угол трения

$$\varphi' = \operatorname{arctg} f'.$$

Момент трения

$$M = Q \cdot r_1 \cdot \operatorname{tg}(\lambda + \varphi')$$

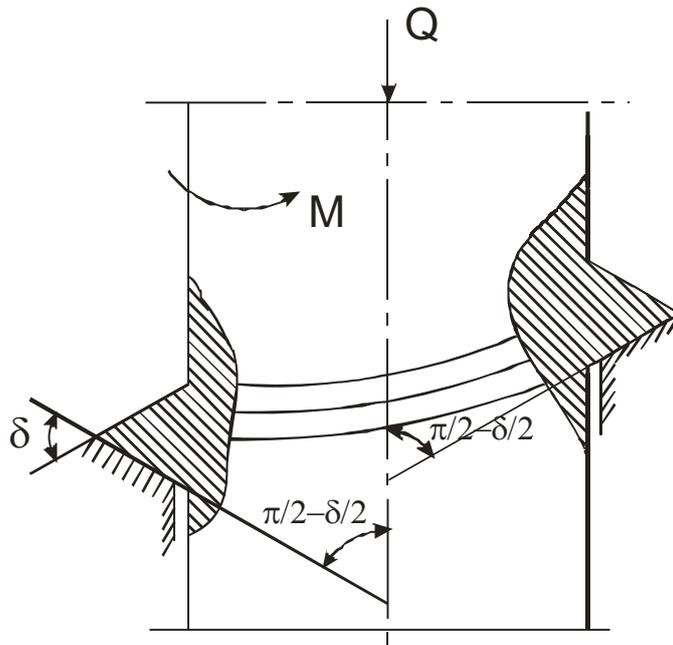


Рис. 52

Лекция 11

Трение во вращательной кинематической паре

Между элементами кинематической пары, которая, как правило, конструктивно представляет собой подшипник скольжения, имеется зазор, но его величина настолько незначительна, что, с достаточной степенью точности, можно считать, что радиусы вала 1 и отверстия 2 равны и их оси вращения совпадают.

В результате действия внешней силы Q , приложенной к валу, при отсутствии относительного движения в точке A возникает реактивная сила R (рис.53).

При приложении к валу движущего момента M (рис.54) вал начнет вращаться и перекатываться по отверстию до тех пор, пока не наступит состояние равновесия, а угловая скорость ω достигнет постоянного значения.

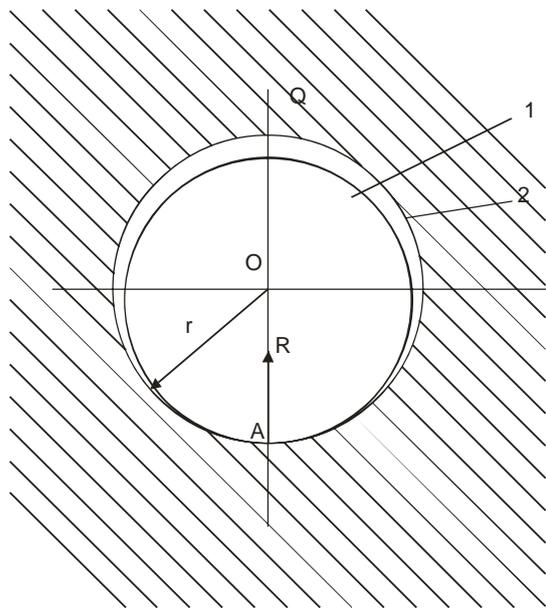


Рис. 53

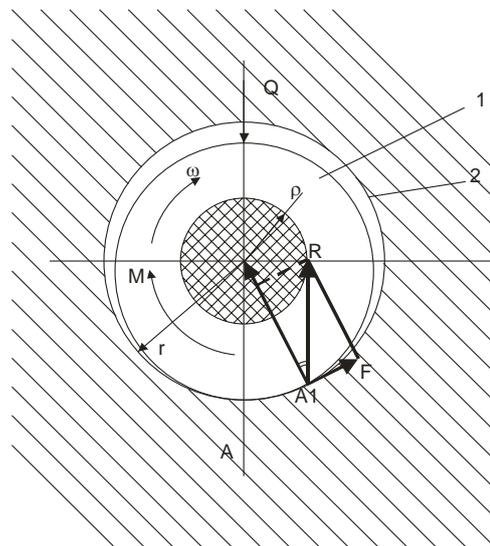


Рис. 54

При вращении в состоянии равновесия точка A сместится в положение A_1 .

Из условий равновесия

$$R = Q; \quad M = R \cdot \rho = Q \cdot \rho,$$

где R – равнодействующая силы F и силы нормального давления N ;

ρ – радиус круга трения.

$$\rho = r \cdot \sin \varphi.$$

Угол трения φ имеет малое значение (при коэффициентах трения $f=0,1 \dots 0,15$, $\varphi=5^\circ \dots 8^\circ$). Для малых углов

$$\sin \varphi \approx \operatorname{tg} \varphi = f; \quad \rho = r \cdot f.$$

Тогда

$$M = f \cdot Q \cdot r.$$

Лекция 12

Трение качения

Трение качения возникает при относительном перекатывании элементов кинематических пар звеньев.

Существуют несколько гипотез, объясняющих природу трения качения. Рассмотрим одну из них.

Разместим на горизонтальной плоскости цилиндр, на который действует вертикальная сила Q (рис. 55).

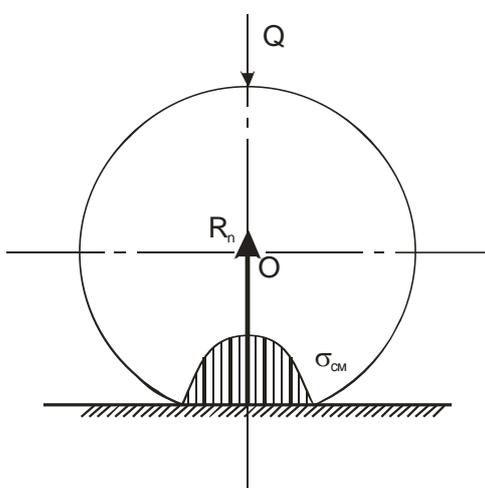


Рис. 55

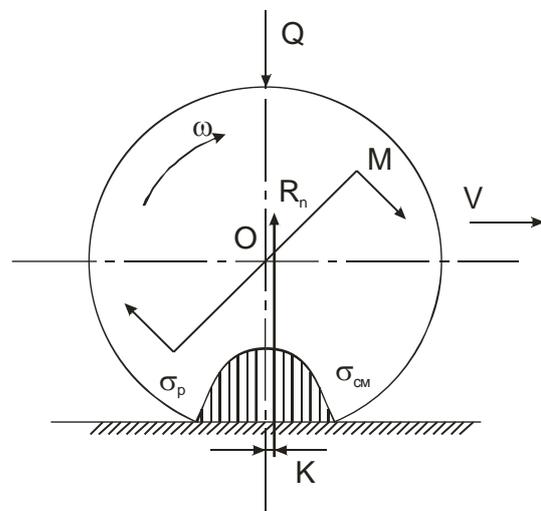


Рис. 56

Поскольку абсолютно твердых тел нет, в месте контакта цилиндра с плоскостью произойдет упругая деформация цилиндра и контакт будет не в точке, а по некоторой площадке, на которой возникнут напряжения смятия σ_{cm} . Эпюра напряжений смятия будет представлять собой симметричную относительно диаметральной плоскости цилиндра кривую (рис. 55).

Равнодействующая сил нормального давления R_n , вызывающая напряжения смятия, будет приложена в диаметральной плоскости и направлена противоположно внешней силе Q (рис. 55).

Приложим к цилиндру пару сил M таким образом, чтобы он катился по плоскости с постоянной угловой скоростью ω . В результате перекатывания произойдет перераспределение элементарных сил

нормального давления на площадке контакта. В направлении поступательного движения центра цилиндра силы будут возрастать, а в противоположном направлении уменьшаться. Это приведет к смещению равнодействующей R_n относительно диаметральной плоскости цилиндра (рис. 56).

Такое перераспределение напряжений объясняется явлением упругого гистерезиса. Если какое-либо упругое тело постепенно нагружать, то зависимость напряжений σ от абсолютной деформации Δl будет определяться кривой 1 (рис. 57), если же разгружать, то кривой 2. Таким образом, для одной и той же деформации Δl напряжение при нагрузке σ_n будет больше напряжения при разгрузке σ_p .

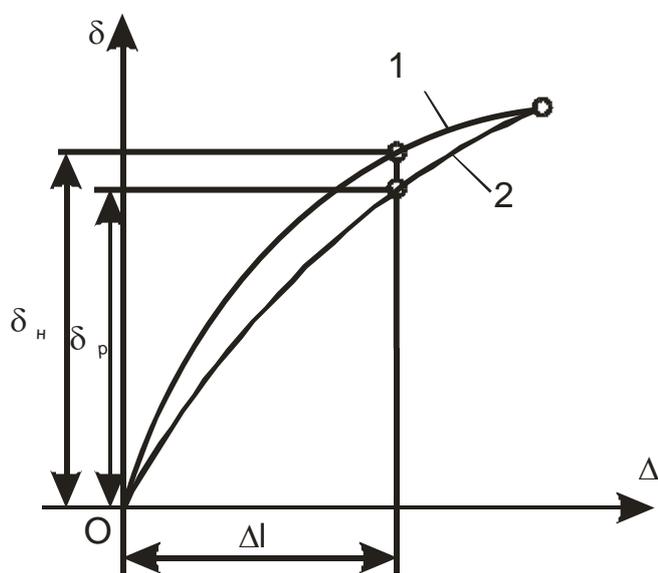


Рис. 57

Поскольку цилиндр находится в состоянии равновесия, то

$$M = R_n \cdot k; \quad R_n = Q; \quad M = k \cdot Q,$$

где k – коэффициент трения качения, имеющий размерность длины.

Рассмотрим условия, при которых цилиндр под воздействием внешней силы P , будет перекатываться по плоскости, а не скользить по ней (рис. 58).

При качении без скольжения сила P не должна превышать силу трения F .

$$P < F; \quad F = R_n \cdot f = Q \cdot f.$$

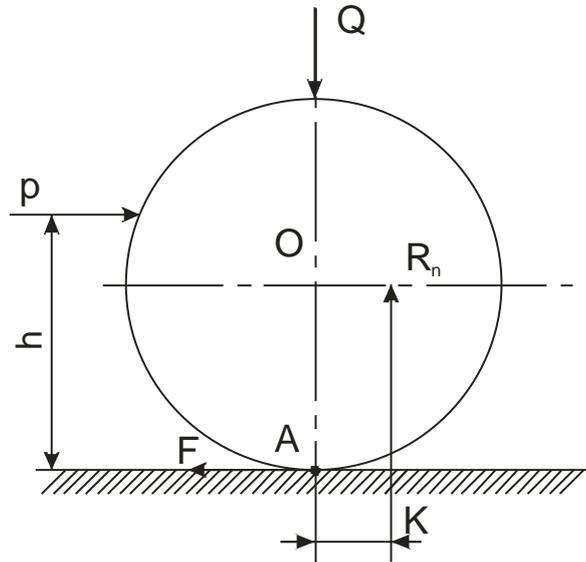


Рис. 58

Сумма моментов всех сил относительно мгновенного центра относительного движения (точка A)

$$\sum M_A(F_i) = P \cdot h - R_n \cdot k = P \cdot h - Q \cdot k = 0;$$

$$P = Q \cdot \frac{k}{h}.$$

Таким образом, качение без скольжения (чистое качение) будет иметь место при выполнении условия

$$Q \cdot \frac{k}{h} < Q \cdot f; \quad \frac{k}{h} < f.$$

В противном случае цилиндр будет скользить.

Расход мощности на трение качения значительно меньше расхода мощности на трение скольжения и, соответственно, усилие, необходимое для перемещения тела качением, существенно меньше усилия, которое нужно приложить, чтобы переместить то же тело скольжением.

Рассмотрим это на конкретном примере (рис. 59).

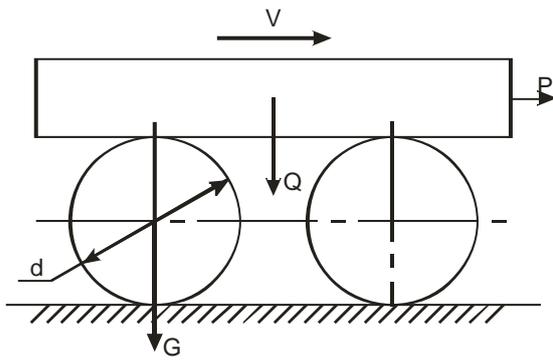


Рис. 59

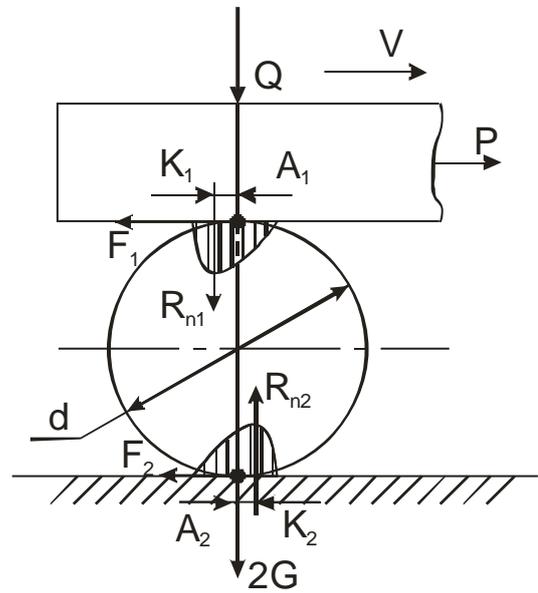


Рис. 60

Исходные данные:

Q – вес перемещаемого груза, $Q=10\text{кН}$;

G – вес одного катка, $G=0,05\text{кН}$;

d – диаметр катка, $d=100\text{мм}$;

k_1 – коэффициент трения качения груза по катку, $k_1=0,05\text{мм}$;

k_2 – коэффициент трения качения катков по неподвижной плоскости, $k_2=0,1\text{мм}$;

f_1 – коэффициент трения скольжения груза по каткам, $f_1=0,1$;

f_2 – коэффициент трения скольжения по плоскости, $f_2=0,15$.

Расчетную схему можно представить в виде катка, к которому приложены все силы (рис.60).

Проверим выполнение условия чистого качения

$$h = d = 100\text{мм};$$

$$\frac{k_1}{h} = \frac{0,05}{100} = 5 \cdot 10^{-4} < f_1 = 0,1;$$

$$\frac{k_2}{h} = \frac{0,1}{100} = 1 \cdot 10^{-3} < f_2 = 0,15;$$

По условию равновесия

$$R_{n_1} = Q; \quad R_{n_1} = Q + 2G; \quad \sum M_{A_2}(F_i) = 0;$$

$$Q \cdot k_1 + (Q + 2G) \cdot k_2 = P \cdot d;$$

$$P = \frac{Q \cdot k_1 + (Q + 2G) \cdot k_2}{d} = \frac{10 \cdot 0,05 + 10,1 \cdot 0,1}{100} = 0,0151 \text{ кН} = 15,1 \text{ Н.}$$

При отсутствии катков, для перемещения груза понадобилось бы усилие

$$P = Q \cdot f_2 = 10 \cdot 0,15 = 1,5 \text{ кН.}$$

Лекция 13

Кулачковые механизмы

Кулачковые механизмы состоят из двух звеньев, входящих в высшую кинематическую пару 4 класса.

Ведущее звено, имеющее криволинейную форму поверхности, называется кулачком.

Ведомое звено, в зависимости от характера своего движения, называется толкателем или коромыслом.

При поступательном движении (рис. 61) – толкатель, при вращательном (качательном) (рис. 62) – коромысло.

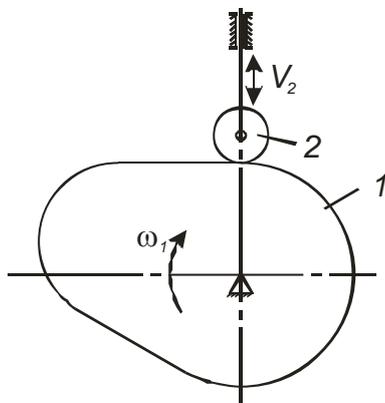


Рис. 61

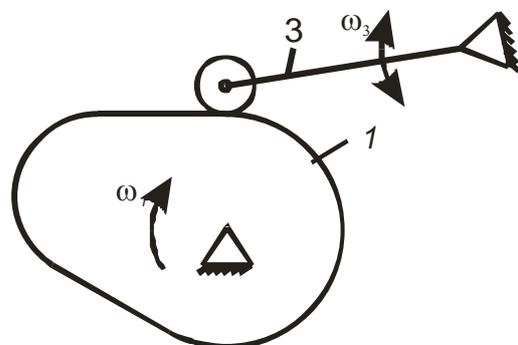


Рис. 62

1 – кулачок, 2 – толкатель, 3 – коромысло с роликом.

В зависимости от характера движения кулачка различают механизмы с вращательным движением ведущего звена (рис.61,62) и поступательным (рис.63)

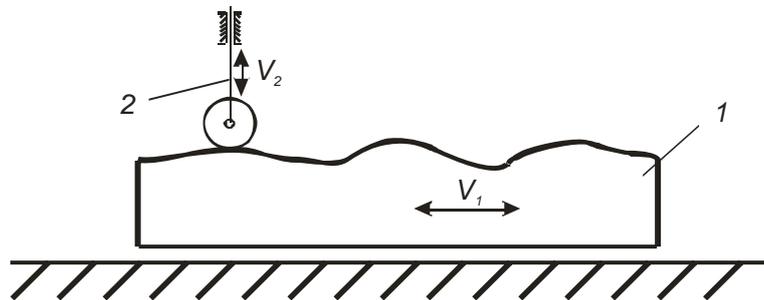


Рис. 63

В зависимости от формы элемента кинематической пары, принадлежащего ведомому звену, различают механизмы с элементом в виде окружности (рис.61,62,63), в виде точки (рис. 64), в виде линии (плоскости) (рис. 65).

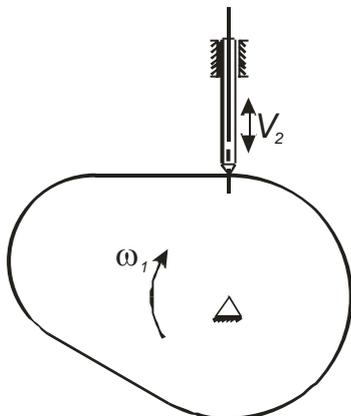


Рис. 64

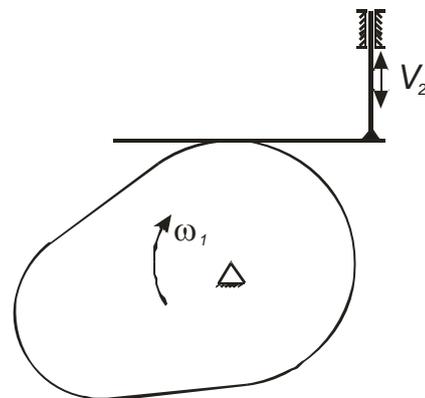


Рис. 65

Механизмы, представленные на рис. 63, 64, 65 могут иметь ведомые звенья в виде коромысла.

Механизмы с поступательным движением ведомого звена разделяют на механизмы с центральным толкателем (рис.61) и механизмы со смещенным толкателем (рис. 66).

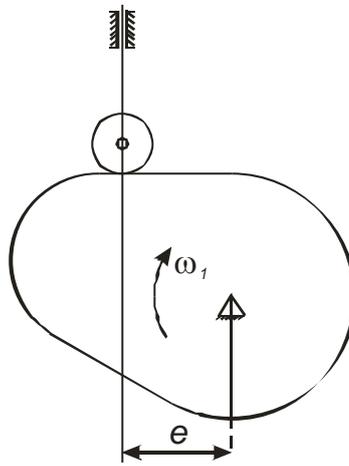


Рис. 66

Конструкции механизмов определяют особенности в методиках построения профиля кулачка.

В техническом задании на проектирование кулачкового механизма должны быть приведены следующие исходные данные:

1. Кинематическая схема механизмы (конструкция).
2. Закон движения ведомого звена (в графическом или аналитическом виде).
3. Фазовые углы
 - 3.1 φ_y – угол поворота кулачка, соответствующий удалению точки контакта звеньев от оси вращения кулачка.
 - 3.2 $\varphi_{д.в.}$ – угол поворота кулачка, соответствующий неподвижному положению ведомого звена при его наибольшем удалении от оси вращения кулачка (дальний выстой).
 - 3.3 $\varphi_{п.}$ – угол поворота кулачка, соответствующий приближению ведомого звена к оси вращения кулачка
 - 3.4 $\varphi_{б.в.}$ – Угол ближнего выстоя – угол поворота кулачка, соответствующий неподвижному положению ведомого звена при наименьшем его удалении от оси вращения кулачка.

$$\varphi_p = \varphi_y + \varphi_{д.в.} + \varphi_{п.}; \quad \varphi_{б.в.} = 2\pi - \varphi_p,$$

где φ_p – рабочий угол поворота кулачка.

4. Максимальный угол давления λ_{max} или минимальный угол передачи γ_{min} .
5. Максимальное перемещение толкателя S_{2max} или максимальный угол поворота коромысла φ_{2max} .

Лекция 14

Закон движения ведомого звена. Кинематические диаграммы.

Закон движения ведомого звена может быть задан в аналитическом виде или в виде кинематических диаграмм перемещения “ S_2 ” (угла поворота “ φ_2 ”), линейной “ V_2 ” или угловой “ ω_2 ” скорости, линейного “ a_2 ” или углового “ ε_2 ” ускорения ведомого звена.

Простейшим законом перемещения (угла поворота) является линейный (рис..67). И этот же закон является самым нерациональным с точки зрения работоспособности механизма, поскольку на границах фазовых углов ускорения ведомого звена, а следовательно и силы (моменты сил) инерции достигают бесконечности, что весьма затруднительно учесть при прочностном расчете механизма. Это явление называется жестким ударом.

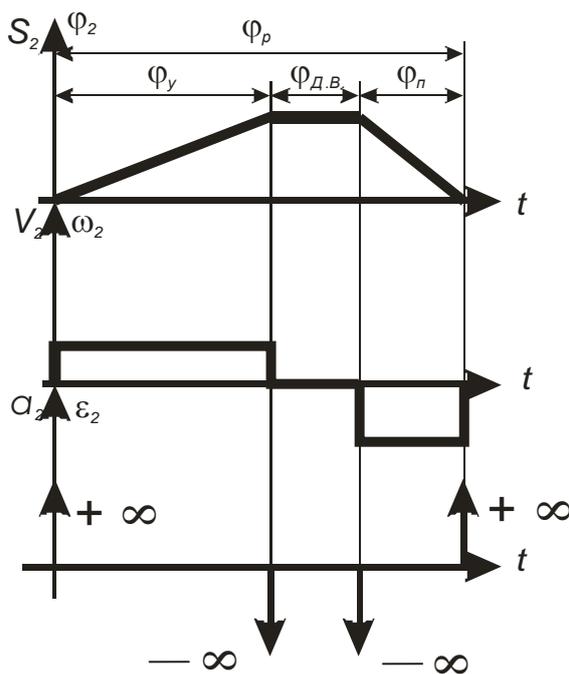


Рис. 67

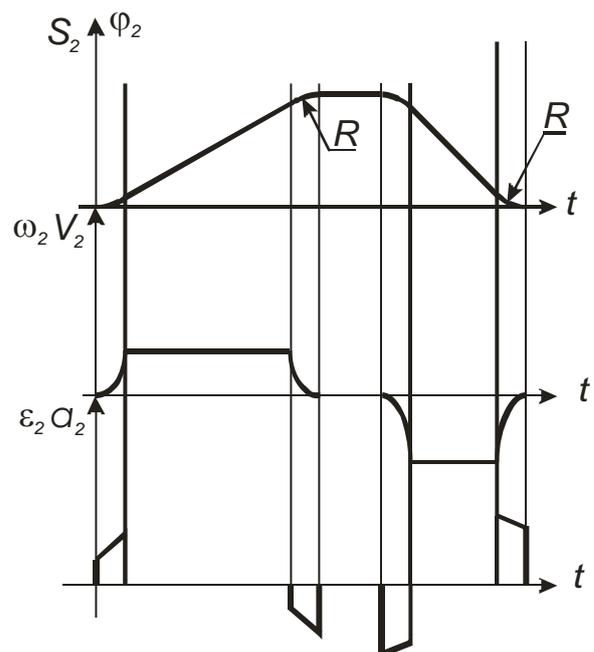


Рис. 68

Если условия работы механизма, тем не менее, требуют линейного закона движения, то можно обеспечить его выполнения на большей части фазовых углов (рис. 67). Чем меньше участки скругления, тем выше ускорения и динамические нагрузки, но они конечны и могут быть учтены при прочностном расчете. При конечных ускорениях имеет место мягкий удар.

Наиболее рациональными, с точки зрения снижения инерционных нагрузок, являются квадратные зависимости (мягкий удар) (рис. 69) и тригонометрические (отсутствие удара) (рис. 70).

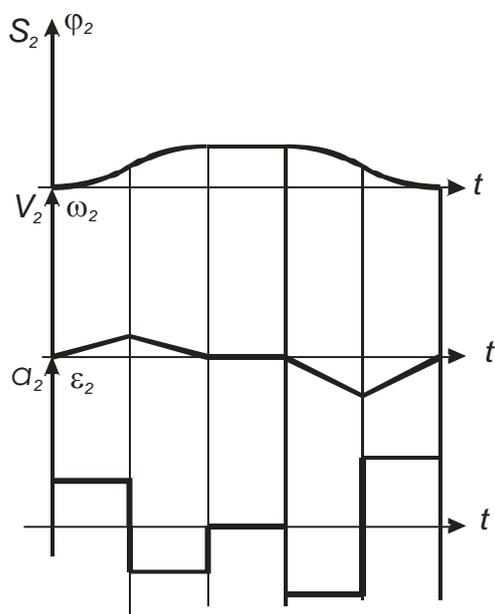


Рис. 69

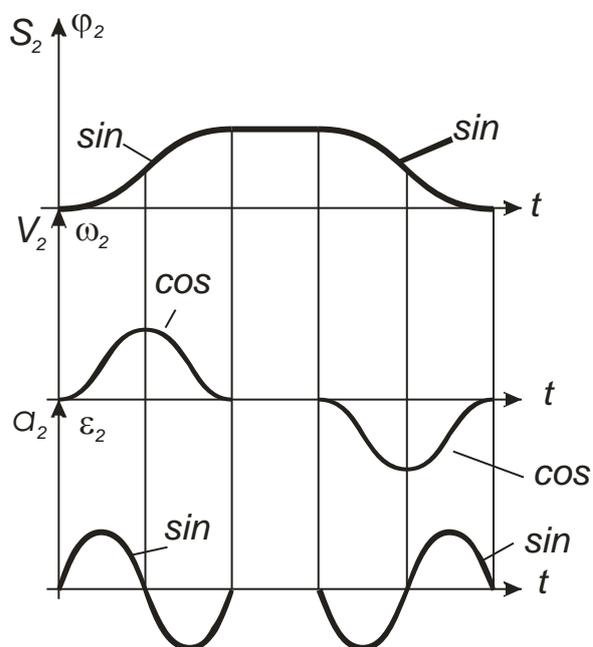


Рис. 70

Построение кинематических диаграмм

В задании на курсовой проект, как правило, приводится диаграмма аналога линейного или углового ускорения ведомого звена.

Диаграммы аналога линейной или угловой скорости, а также диаграммы перемещения или угла поворота ведомого звена строятся методом последовательного графического интегрирования диаграмм аналогов линейного или углового ускорения и линейной или угловой скорости ведомого звена.

При построении кинематических диаграмм может быть использован способ касательных или способ хорд.

Последовательность построения (рис.71):

1. Построить указанную в задании на проектирование диаграмму аналога линейного (углового) ускорения ведомого звена, рассчитав соотношение ординат диаграммы на фазовых углах, соответствующих удалению (φ_y) и приближению (φ_n) ведомого звена.

Ведомое звено, после поворота кулачка на рабочий угол, должно возвратиться в исходное положение, т.е. $S_{2_y}(\varphi_{2_y}) = S_{2_n}(\varphi_{2_n})$,

$$S_{2_y} = \frac{a_{2_y} \cdot t_y^2}{2}; \quad \varphi_{2_y} = \frac{\varepsilon_{2_y} \cdot t_y^2}{2}; \quad S_{2_n} = \frac{a_{2_n} \cdot t_n^2}{2}; \quad \varphi_{2_n} = \frac{\varepsilon_{2_n} \cdot t_n^2}{2}.$$

где $S_{2_y}(\varphi_{2_y})$ – перемещение (угол поворота) ведомого звена на фазе удаления;

$S_{2_i}(\varphi_{2_i})$ – перемещение (угол поворота) ведомого звена на фазе приближения;

$a_{2_y}(\varepsilon_{2_y})$ – линейное (угловое) ускорение ведомого звена на фазе удаления;

$a_{2_i}(\varepsilon_{2_i})$ – линейное (угловое) ускорение ведомого звена на фазе приближения;

t_y – время удаления;

t_i – время приближения.

Поскольку графическое интегрирование проводится по углу поворота кулачка φ_1 , рассматриваются аналоги линейного (углового)

ускорения ведомого звена $\frac{d^2 S_2}{d\varphi_1^2} \left(\frac{d^2 \varphi_2}{d\varphi_1^2} \right)$.

Выполним следующие преобразования

$$\frac{d^2 S_2}{d\varphi_1^2} \cdot \frac{dt^2}{dt^2} = \frac{d^2 S_2}{dt^2} \cdot \frac{dt^2}{d\varphi_1^2} = a_2 \cdot \frac{1}{\omega_1^2};$$

$$\frac{d^2\varphi_2}{d\varphi_1^2} \cdot \frac{dt^2}{dt^2} = \frac{d^2\varphi_2}{dt^2} \cdot \frac{dt^2}{d\varphi_1^2} = \varepsilon_2 \cdot \frac{1}{\omega_1^2}.$$

Поскольку $\omega_1 = const$, аналог линейного (углового) ускорения ведомого звена пропорционален истинному линейному (угловому) ускорению.

$$\varphi_1 = \omega_1 \cdot t; \quad t = \frac{\varphi_1}{\omega_1}.$$

Таким образом, имеет место пропорциональность времени и угла поворота кулачка на соответствующей фазе рабочего угла и можно записать

$$\frac{d_2 S_{2y}}{2 \cdot d\varphi_1^2} \cdot \varphi_y^2 = \frac{d^2 S_{2n}}{2 \cdot d\varphi_1^2} \cdot \varphi_n^2; \quad \frac{d_2 \varphi_{2y}}{2 \cdot d\varphi_1^2} \cdot \varphi_y^2 = \frac{d^2 \varphi_{2n}}{2 \cdot d\varphi_1^2} \cdot \varphi_n^2.$$

Обозначим максимальную ординату диаграммы аналога линейного (углового) ускорения ведомого звена на фазе удаления “ y ”, а на фазе приближения “ n ” (рис. 71).

Тогда

$$y_y \cdot \varphi_y^2 = y_n \cdot \varphi_n^2; \quad y_n = y_y \left(\frac{\varphi_y}{\varphi_n} \right)^2.$$

Данное решение является приближенным, если

$$\frac{d^2 S_2}{d\varphi_1^2} \left(\frac{d^2 \varphi_2}{d\varphi_1^2} \right) \neq const. \text{ Уточнить решение можно после построения}$$

диаграммы аналога линейной (угловой) скорости ведомого звена и обеспечения равенства площадей диаграммы на фазах удаления и приближения.

2. На оси абсцисс диаграммы аналога линейного (углового) ускорения ведомого звена выбрать полюс построения P_1 на полюсном расстоянии H_1 от начала координат.

3. Каждый из участков оси абсцисс, соответствующих фазовым углам удаления (φ_y) и приближения (φ_n) разбить на несколько равных интервалов.
4. Из середины каждого из интервалов восстановить перпендикуляры до пересечения с диаграммой.
5. Точки пересечения спроецировать на ось ординат и соединить лучами с полюсом P_1 .
6. Построить на каждом из интервалов диаграммы $\frac{d^2 S_2}{d\varphi_1^2} \left(\frac{d^2 \varphi_2}{d\varphi_1^2} \right) - \varphi_1$ хорды параллельные соответствующим лучам. Например, хорда $01'$ параллельна лучу $P_1 0'$.
7. Выбрать на оси абсцисс диаграммы $\frac{dS_2}{d\varphi_1} \left(\frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} \right) - \varphi_1$ полюс P_2 на расстоянии H_2 от начала координат.
8. По аналогии с п.п. 3, 4, 5 построить лучи из полюса P_2 .
9. На каждом из интервалов диаграммы $S_2(\varphi_2) - \varphi_1$ построить хорды параллельные соответствующим лучам (аналогично п. 6).
10. Рассчитать масштабы диаграмм.

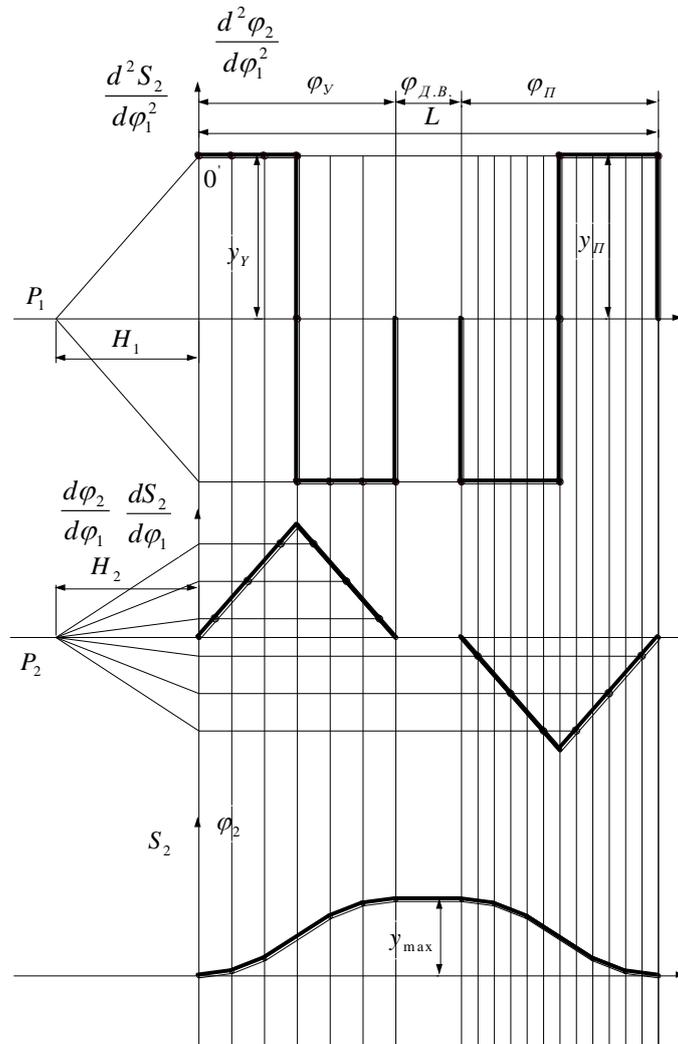


Рис. 71

Масштаб по оси абсцисс

$$K_{\varphi_1} = \frac{\varphi_{\delta}}{L},$$

где $\varphi_p = \varphi_{\gamma} + \varphi_{\text{д.в.}} + \varphi_{\pi}$ – рабочий угол поворота кулачка, указанный в задании, радиан;
 L – Длина диаграмм по оси абсцисс.

Масштаб перемещения толкателя или угла поворота коромысла

$$K_{S_2} = \frac{S_{2\text{max}}}{y_{\text{max}}}; \quad K_{\varphi_2} = \frac{\varphi_{2\text{max}}}{y_{\text{max}}}.$$

где $S_{2\text{max}}$ – максимальное перемещение толкателя, указанное в задании, м;

$\varphi_{2\max}$ – максимальный угол поворота коромысла,
указанный в задании, радиан;

y_{\max} – максимальная ордината диаграммы $S_2(\varphi_2)-\varphi_1$, мм

Масштаб аналога линейной или угловой скорости ведомого звена

$$K \frac{dS_2}{d\varphi_1} = \frac{K_{S_2}}{H_2 \cdot K_{\varphi_1}}, \quad K \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} = \frac{K_{\varphi_2}}{H_2 \cdot K_{\varphi_1}}.$$

Масштаб аналога линейного или углового ускорения ведомого звена

$$K \frac{d^2 S_2}{d\varphi_1^2} = \frac{K \frac{dS_2}{d\varphi_1}}{H_1 \cdot K_{\varphi_1}}, \quad K \frac{d^2 \varphi_2}{d\varphi_1^2} = \frac{K \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1}}{H_1 \cdot K_{\varphi_1}}.$$

Лекция 15

Влияние углов давления и передачи на работоспособность и габариты механизмов.

Рассмотрим нагрузки, действующие на ведомое звено кулачкового механизма с поступательным толкателем на фазе удаления (рис. 68).

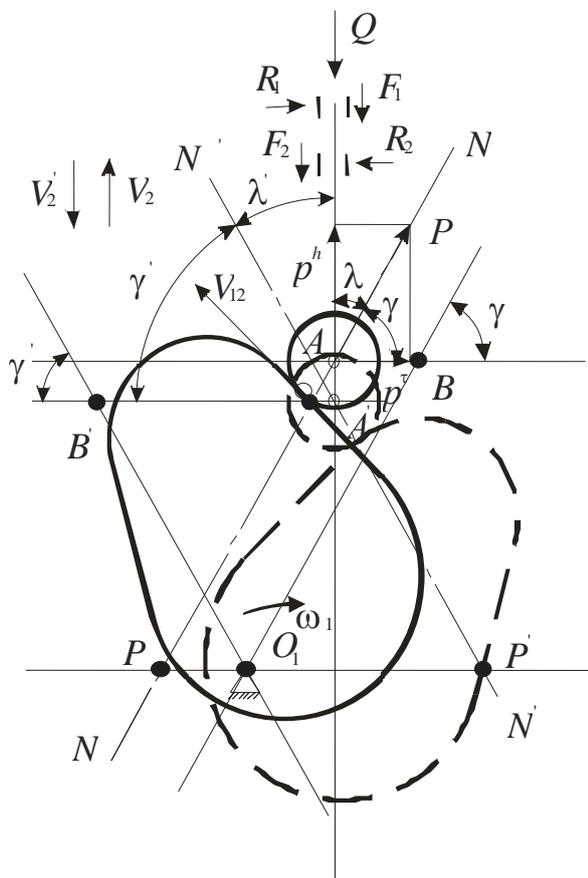


Рис. 68

Вектор силы давления кулачка на ролик толкателя “ P ” действует по общей нормали NN' к взаимоогibaемым кривым кулачкам и ролика. Разложим вектор “ P ” на две составляющие “ P^n ” и “ P^v ”.

Движение толкателем будет возможно только в том случае, если выполняется условие

$$P^n = P \cdot \cos \lambda = P \cdot \sin \gamma > Q + F_1 + F_2,$$

- где
- λ – угол давления, угол между векторами силы нормального давления “ P ” и скорости “ V_2 ”;
 - γ – угол передачи, угол, дополняющий угол давления до 90° или угол между векторами абсолютной скорости V_2 и относительной скорости V_{12} ;
 - Q – сила технологического сопротивления;
 - F_1, F_2 – силы трения в направляющих толкателя;
 - R_1, R_2 – реакции в направляющих толкателя.

При возрастании угла давления λ уменьшается составляющая P^n , возрастает P^r , а следовательно возрастают реакции в направляющих R_1, R_2 и силы трения F_1, F_2 .

При достижении углами давления и передачи критического значения λ_{max} и γ_{min} происходит самозаклинивание кулачкового механизма. Кроме того, даже при отсутствии заклинивания, рост угла λ приводит к снижению КПД механизма.

Поэтому вводят ограничения на значения углов.

$$\lambda_{max} = 30 \dots 40^\circ; \quad \gamma_{min} = 50 \dots 60^\circ.$$

Рассмотрим, каким образом следует расположить центр вращения кулачка, чтобы на всех фазах работы механизма выполнялись условия:

$$\lambda_i \leq \lambda_{max}; \quad \gamma_i \geq \gamma_{min}.$$

В соответствии с рис. 68 мгновенный центр относительного движения расположен в точке P .

$$O_1P = \frac{V_2}{\omega_1}.$$

При работе механизма в фазе приближения толкателя центр вращения ролика “А” переместится в положение “А’”, а мгновенный центр относительного движения в положение “Р’”. Угол давления при этом примет значение λ' .

$$O_1P' = \frac{V_2'}{\omega_1}.$$

Проведем следующие построения (рис. 72):

1. От точки A отложим отрезок AB равный O_1P . Линия, проведенная через точку B и центр вращения кулачка “ O_1 ” будет наклонена к горизонтали под углом передачи “ γ ”.
2. От точки A' отложим отрезок $A'B'$ равный O_1P' . Угол между линией, проведенной через точку B' и центр вращения кулачка O_1 равен γ' .

$$V_2 = \frac{dS_2}{dt}; \quad O_1P = \frac{V_2}{\omega_1} = \frac{dS_2}{dt \cdot \omega_1} = \frac{dS_2 \cdot dt}{dt \cdot d\varphi_1} = \frac{dS_2}{d\varphi_1}.$$

Таким образом, взаимное расположение мгновенного центра относительного движения и центра вращения кулачка определяется величиной аналога скорости толкателя.

Если изменить последовательность построения, то на основе диаграммы зависимости перемещения толкателя “ S_2 ” от аналога его скорости $\frac{dS_2}{d\varphi_1}$, построенной в едином масштабе $K'_{S_2} = K' \frac{dS_2}{d\varphi_1}$ можно определить положение центра вращения кулачка “ O_1 ”.

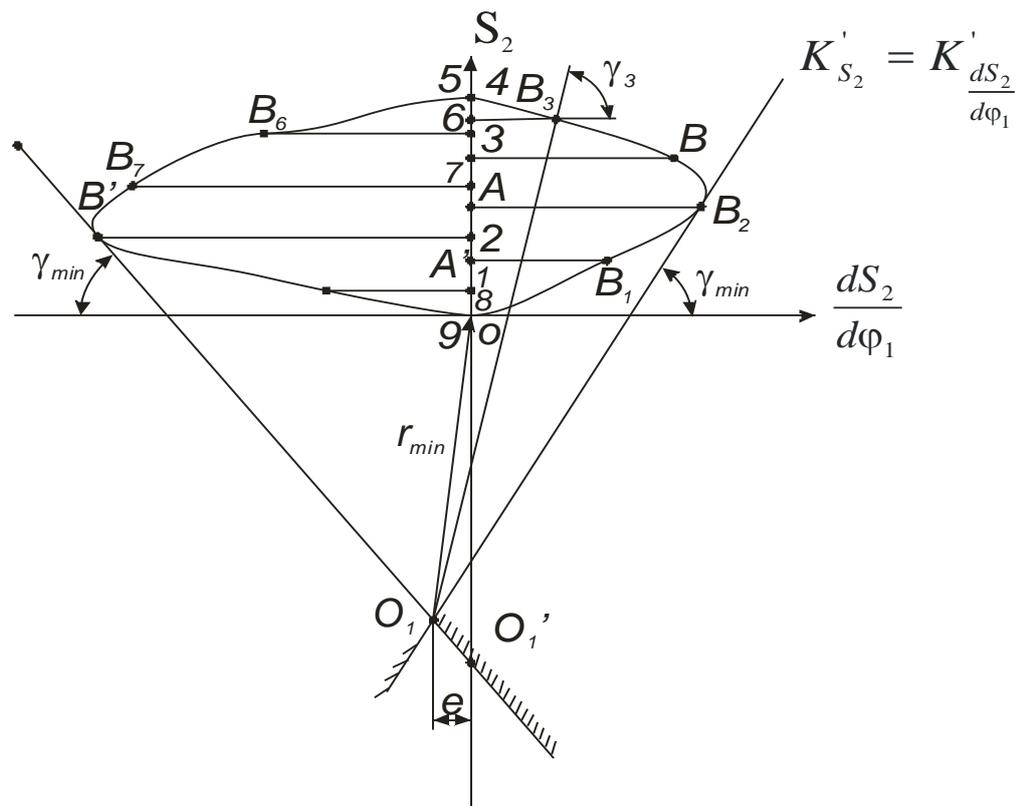


Рис. 73

Отметим на оси ординат положения точек A и A' в масштабе K'_{S_2} (рис.73). От точки A в соответствии с рис. 72 отложим вправо отрезок AB в том же масштабе K'_{S_2} , а от точки A' влево отрезок $A'B'$. Величины отрезков определяются по кинематической диаграмме зависимости

аналога скорости толкателя $\frac{dS_2}{d\varphi_1}$ от угла поворота кулачка φ_1 , построенном в масштабе $K \frac{dS_2}{d\varphi_1}$.

Аналогично отмечаются остальные точки на траектории движения толкателя, через них проводятся линии, параллельные оси $\frac{dS_2}{d\varphi_1}$ и на этих линиях откладываются значения аналогов скорости в масштабе $K'_{S_2} = K' \frac{dS_2}{d\varphi_1}$.

Значения, соответствующие фазе удаления откладываются вправо от оси S_2 , а значения, соответствующие фазе приближения – влево от оси S_2 .

При каждой точке “В” диаграммы (рис. 73) можно построить углы γ_{min} для нахождения центра вращения кулачка O_1 . Но в этом нет необходимости, поскольку, если провести к диаграмме две касательные под углом γ_{min} и принять за центр вращения кулачка O_1 точку пересечения касательных, то будет выполняться условие $\gamma_i \geq \gamma_{min}$ во всех положениях механизма. На рис. 73 показан угол передачи γ_3 в третьем положении $\gamma_3 \geq \gamma_{min}$.

Аналогичные построения можно провести и в остальных положениях механизма.

Если центр вращения кулачка разместить в точке O_1 , то кулачок будет иметь минимально возможные габариты. При этом траектория движения толкателя будет смещена относительно центра вращения кулачка на величину эксцентриситета “ e ” (механизм со смещенным толкателем).

Область внутри заштрихованной зоны представляет собой геометрическое место расположения центров вращения кулачка при выполнении условия $\gamma_i \geq \gamma_{min}$.

Если требуется спроектировать кулачковый механизм с центральным толкателем (траектория движения толкателя проходит через

центр вращения кулачка), то наименьшие габариты кулачка будут при расположении центра его вращения в точке O_1' .

Лекция 16

Определение минимального радиуса кулачка при вращательном движении ведомого звена.

Рассмотрим влияние углов давления и передачи на работоспособность кулачкового механизма с коромыслом (рис. 74).

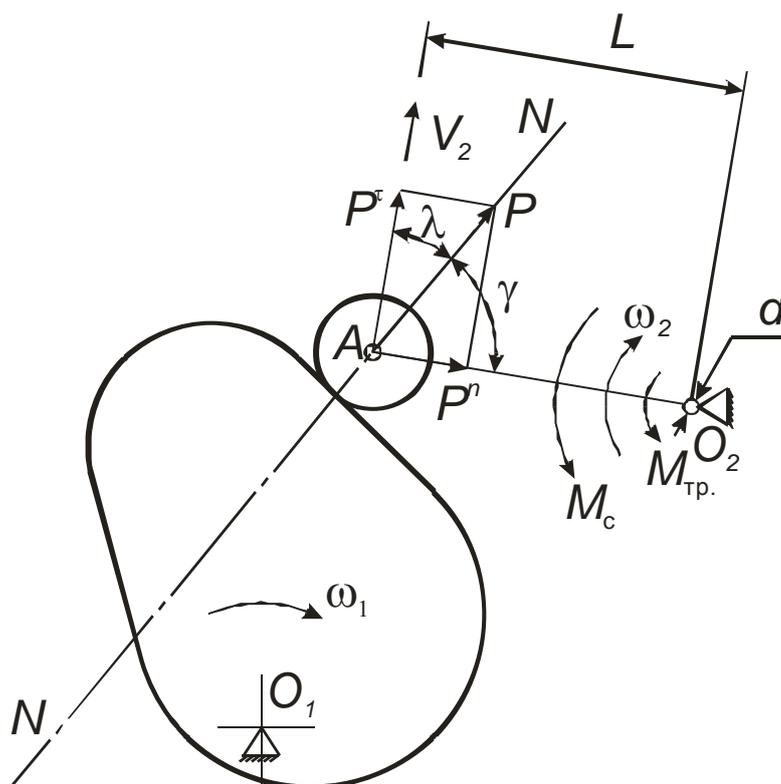


Рис. 74

Движение коромысла будет возможно при выполнении условия

$$P^\tau \cdot L > M_c + M_{\text{тр}},$$

где L — длина коромысла;

M_c — момент технологического сопротивления;

$M_{\text{тр}}$ — момент трения в шарнире O_2 .

$$M_{\text{од}} = P^n \cdot f \cdot \frac{d}{2},$$

где d — диаметр шарнира.

С ростом угла давления λ уменьшается составляющая силы нормального давления P^r и возрастает P^n , что, как и в механизме с толкателем, может привести к самозаклиниванию механизма, поскольку возрастает $M_{тр}$.

Основываясь на теоретических положениях, рассмотренных для механизма с поступательным толкателем, можно графически построениями определить минимальный радиус теоретического профиля кулачка.

Для этого выбирается масштаб построения K_S и в этом масштабе изображается коромысло AO_2 длиной L (рис. 75) во всех положениях механизма.

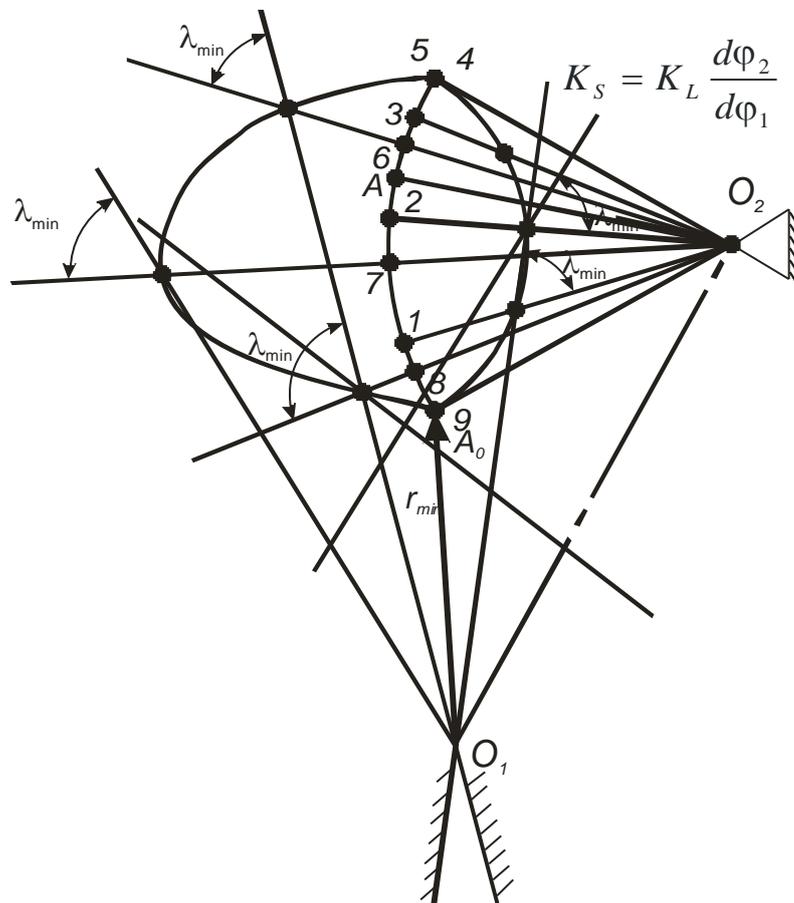


Рис. 75

Через каждую точку траектории движения центра ролика коромысла проводятся линии к центру O_2 и на них откладываются значения аналогов окружной скорости центра ролика коромысла (точка A)

$L \cdot \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1}$ в масштабе K_S . Причем, если направления ω_1 и ω_2 совпадают, то значения аналогов откладываются от траектории к центру O_2 , а при противоположных направлениях.– от центра O_2 .

В каждой из точек диаграммы проводятся лучи под углом γ_{min} к линиям, проведенным к центру O_2 .

Условие $\gamma_i \geq \gamma_{min}$ будет выполняться в том случае, если в качестве центра вращения кулачка O_1 будет выбрана точка пересечения лучей, наиболее удаленная от начала траектории движения точки A или любая точка внутри заштрихованной зоны.

Лекция 17

Профилирование кулачков.

Профилирование кулачков проводится методом обращенного движения, в соответствии с которым кулачковому механизму сообщается дополнительное (обращенное) движение с угловой скоростью равной по величине и противоположной по направлению угловой скорости кулачка ω_1 .

Кулачок при этом становится неподвижным, а ведомое звено совершает сложное движение.

Профилирование кулачков в механизмах с центральным толкателем.

Задается масштаб построения K_S'' и в этом масштабе изображается положение центра вращения кулачка O_1' , выбранное по диаграмме зависимости аналога скорости $\frac{dS_2}{d\varphi_1}$ от перемещения толкателя S_2 . А также размечается траектория движения центра ролика толкателя (рис. 76).

Изображаются положения толкателя на границах фазовых углов в обращенном движении и эти углы разбиваются на участки в соответствии

с положениями механизма (деления оси абсцисс φ_1 в кинематических диаграммах).

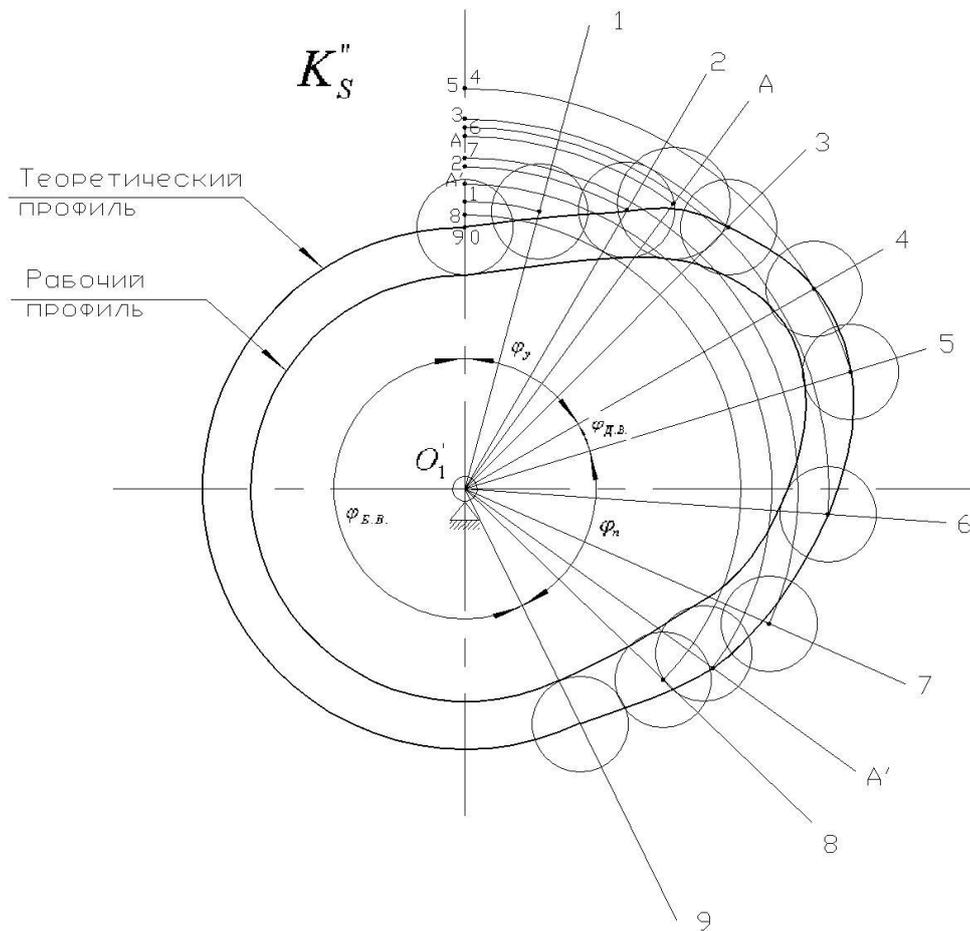


Рис. 76

В каждом из положений изображается толкатель в обращенном движении. Проекция точки траектории движения центра ролика толкателя на соответствующее положение толкателя в обращенном движении, формирует теоретический профиль кулачка.

Рабочий профиль кулачка контактирует с роликом толкателя. Радиус ролика определяется как наименьшее значение, из полученных по зависимостям

$$r_p = 0,4 \cdot r_{min}; \quad r_p = 0,8 \cdot R_{min},$$

где r_{min} — минимальный радиус теоретического профиля кулачка (рис. 73);

R_{min} — минимальный радиус кривизны теоретического профиля.

В каждой из точек теоретического профиля в масштабе K_s'' изображаются окружности с радиусом r_p . Касательно к окружностям проводятся рабочий профиль кулачка, т.е. моделируется процесс обращенного движения толкателя с роликом.

Профилирование кулачков в механизмах со смещенным толкателем.

Если требуется спроектировать механизм с наименьшими габаритами (r_{min}), либо в задании на проектирование указано конкретное значение эксцентриситета “ e ”, то в масштабе K_s'' изображаются окружность с радиусом, равным эксцентриситету “ e ”.

На этой окружности выделяются фазовые углы, разбиваются на интервалы и в полученных точках проводятся касательные к окружности, которые определяют положение толкателя в обращенном движении (рис. 77).

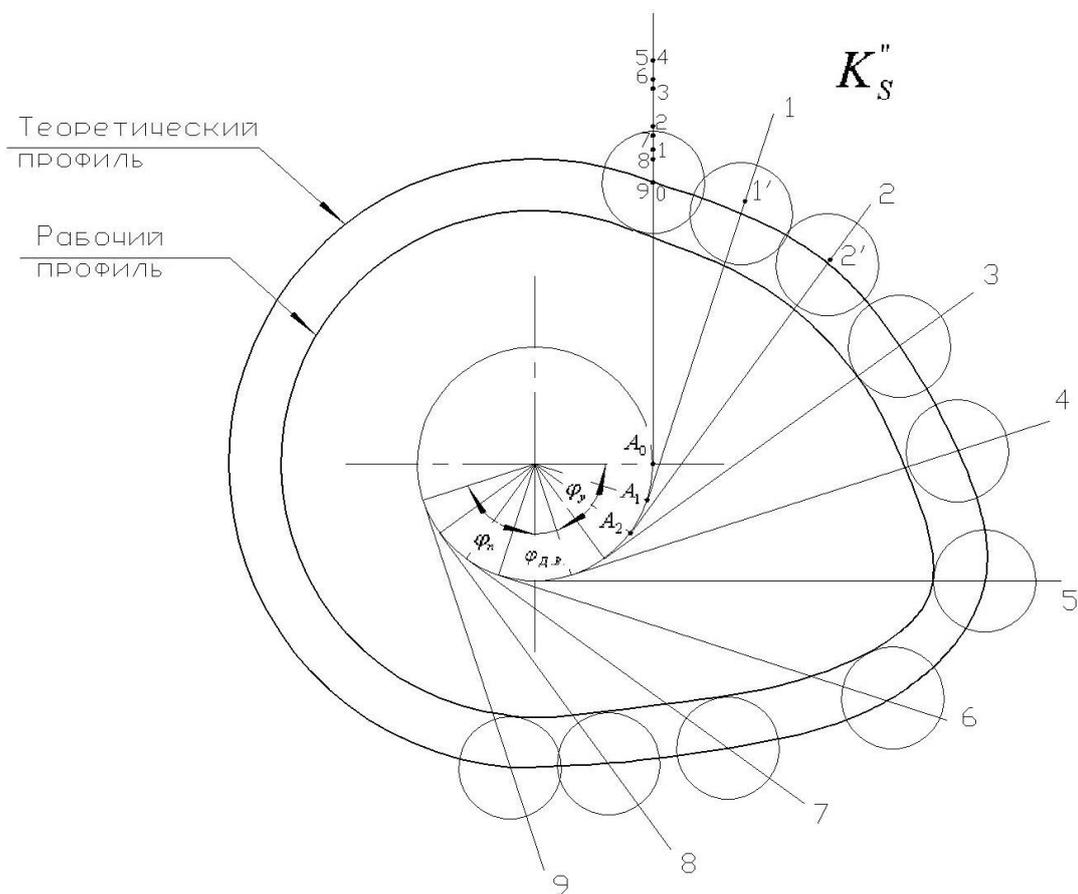


Рис. 77

Откладывая на лучах, изображающих положение толкателя, расстояния от точек касания до соответствующего положения центра ролика толкателя построить теоретический профиль кулачка.

Например: $A_1-1' = A_0-1$; $A_2-2' = A_0-2$ и т.д.

Рассчитав радиус ролика и изобразив ролики, построить рабочий профиль кулачка.

Лекция 18

Профилирование кулачков в механизмах с вращательным и поступательным движением ведомого звена.

Задается масштаб построения K_s'' и в этом масштабе изображается коромысло O_2A в крайних положениях и выбранный центр вращения кулачка O_1 (рис. 78). Траектория движения центра ролика коромысла (точка A) разбивается на интервалы в соответствии с кинематической диаграммой $\varphi_1-\varphi_2$.

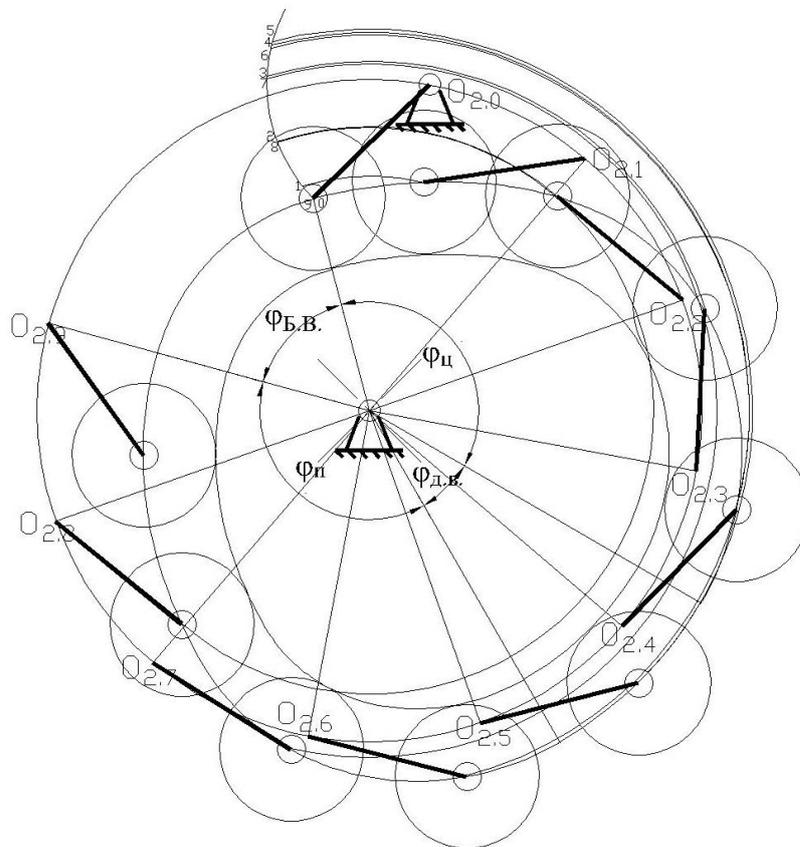


Рис. 78

Кулачковому механизму задается обращенное движение с угловой скоростью “ $-\omega_1$ ”. В результате кулачок останавливается, а коромысло O_2A совершает вращательно-колебательное движение относительно центров O_1 и O_2 . При этом межцентровое расстояние O_1O_2 и длина коромысла O_2A не меняются, а расстояние от центра O_1 до центра ролика коромысла (точка A) меняется в соответствии с диаграммой φ_1 - φ_2 .

Траектория вращательного обращенного движения центра O_2 разбивается на участки в соответствии с заданными значениями фазовых углов φ_y , $\varphi_{д.в.}$, φ_p , а углы φ_y и φ_p разбиваются на равные участки в соответствии с делением оси абсцисс (φ_1) кинематических диаграмм (точки O_{2i} на рис. 74). На каждой из линий центров O_1O_{2i} в обращенном движении строится треугольник $O_1O_{2i}A_i$. Точки A_i являются точками теоретического профиля кулачка (рис. 74).

Определение радиуса ролика и построение рабочего профиля кулачка рассмотрено выше.

Профилирование кулачков в механизмах с поступательно движущимся плоским толкателем.

При поступательном движении плоского толкателя угол давления $\lambda=0$ (рис. 79). Поэтому профилирование кулачка в таких механизмах проводится из условия выпуклости профиля кулачка, т.е. для всех положений должно выполняться условие

$$R_i > 0,$$

где R_i – радиус кривизны профиля кулачка в i -м положении механизма.

a^r – релятивное ускорение.

Поскольку $\omega_3=0$ и направляющая уу неподвижна, то $a_{B_3B_2}^k = 0$;

$a_{Cyy}^k = 0$. Таким образом

$$\overrightarrow{a_{B_3}} = \overrightarrow{a_{A_1}} + \overrightarrow{a_{B_3B_2}^k}; \quad \overrightarrow{a_{B_3}} = \overrightarrow{a_{Cyy}^r} = \overrightarrow{a_C}.$$

План ускорений представлен на рис. 80. Масштаб построения K_a .

Треугольник $P_a a_1' b_3'$ подобен треугольнику AO_1D . Таким образом

$$\frac{AD}{P_a C'} = \frac{AO_1}{P_a a_1'} \Rightarrow AD = P_a C' \cdot \frac{AO_1}{P_a a_1'};$$

$$P_a a_1' = \frac{a_{A_1}}{K_a} = \frac{\omega_1^2 \cdot O_1 A}{K_a}; \quad P_a C' = \frac{a_C}{K_a} = \frac{d^2 S_2}{dt^2} / K_a.$$

Проведем алгебраические преобразования

$$\frac{d^2 S_2}{dt^2} \cdot \frac{d\varphi_1^2}{d\varphi_1^2} = \frac{d^2 S_2}{d\varphi_1^2} \cdot \left(\frac{d\varphi_1}{dt} \right)^2 = \frac{d^2 S_2}{d\varphi_1^2} \cdot \omega_1^2;$$

$$AD = \frac{\frac{d^2 S_2}{d\varphi_1^2} \cdot \omega_1^2}{K_a} \cdot \frac{AO_1}{\frac{\omega_1^2 \cdot O_1 A}{K_a}} = \frac{d^2 S_2}{d\varphi_1^2}.$$

Таким образом, условие выпуклости кулачка имеет вид

$$\frac{d^2 S_2}{d\varphi_1^2} + r_0 + S_2 > 0; \quad \frac{d^2 S_2}{d\varphi_1^2} > -(r_0 + S_2);$$

$$-\frac{d^2 S_2}{r_0 + S_2} < 1,0; \quad -\frac{d^2 S_2}{r_0 + S_2} < tg 45^\circ.$$

Для определения положения оси вращения кулачка “O”, из условия его выпуклости, строим диаграмму зависимости перемещения

Лекция 19

Уравновешивание и виброзащита механизмов и машин.

Быстроходные машины являются источником механических колебаний, возбуждаемых неуравновешенными массами вращающихся звеньев, переменными моментами инерции, динамическими силами.

Эти колебания передаются на фундамент, создают вибрации, шум, что оказывает неблагоприятное влияние на обслуживающий персонал и приборы. Поэтому строительными и санитарными нормами предусмотрены ограничения на амплитуды колебаний при различных частотах.

Основные направления по ограничению амплитуд колебаний представлены на схеме (рис. 78).

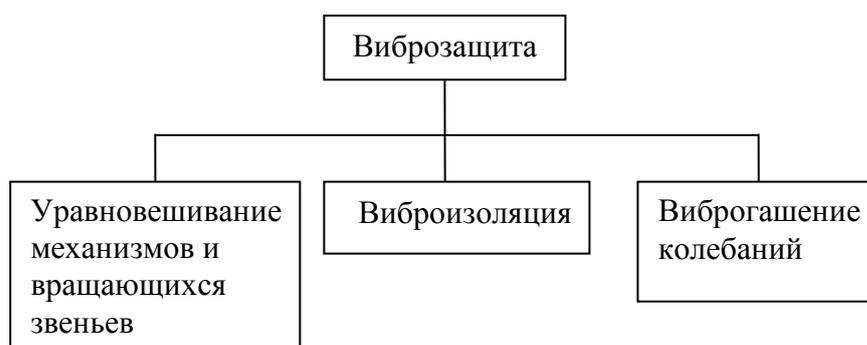


Рис. 82

Виброизоляция – это уменьшение колебаний системы за счет значительного ослабления ее связей с другими системами.

Виброгашение основано на присоединении к машине дополнительных колебательных систем, называемых динамическими гасителями. Динамические гасители обычно представляют собой дополнительную массу m_1 , присоединяемую к основной машине с массой m с помощью упругой связи (например, пружины) (рис. 83).

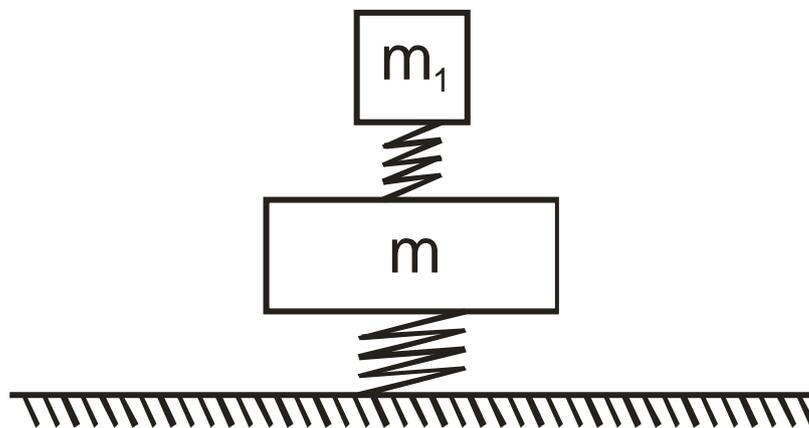


Рис. 83

Для виброгашения могут также использоваться ударные гасители (рис. 84) и демпферы (рис. 85).

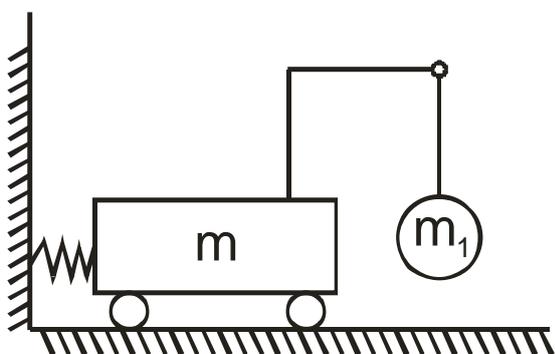


Рис. 84

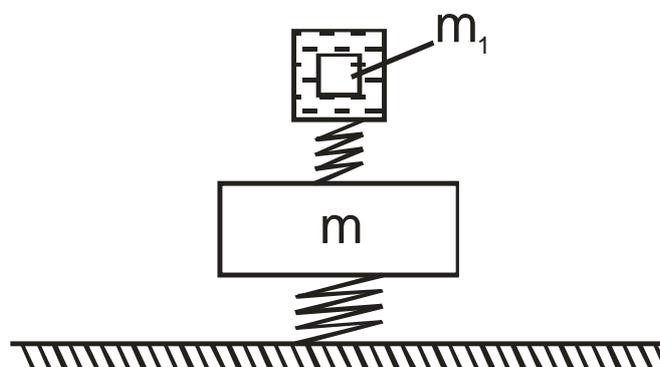


Рис. 85

Уравновешивание вращающихся звеньев

При вращении звеньев вокруг осей, не совпадающих с центром тяжести, возникают силы инерции, действующие на опоры. Рассмотрим в качестве примера вращение шара массой $m=0,1$ кг, расположенного на расстоянии $l=0,1$ м от оси вращения (рис. 86). Угловая скорость $\omega=300$ 1/с.

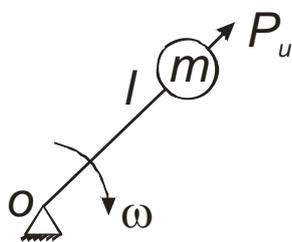


Рис. 86

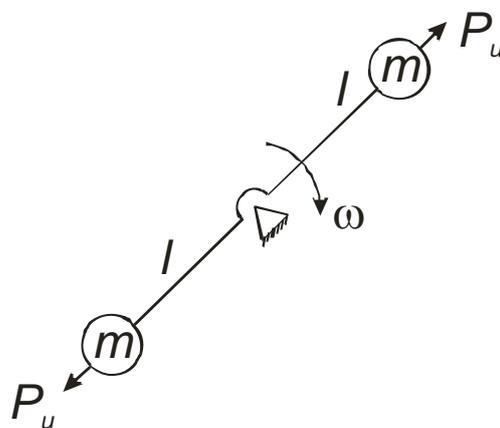


Рис. 87

Сила инерции, действующая на опору “O”

$$P_u = m\omega^2 l = 0,1 \cdot 300^2 \cdot 0,1 = 900 \text{ Н}$$

Таким образом, нагрузка на опору от силы инерции в 900 раз превышает наибольшую нагрузку от веса шара в статическом состоянии.

Задача уравнивания – исключение влияния сил инерции на опоры. Для этого необходимо выполнение следующих условий:

1. Главный вектор сил инерции $\vec{F}_u = 0$.
2. Главный момент сил инерции $\vec{M}_u = 0$.

Эти условия должны выполняться в любой момент движения.

Для представленной на рис. 86 механической системы задача уравнивания может быть решена установкой противовеса (рис. 87).

Статическое уравнивание

Статическое уравнивание применяется для звеньев, имеющих малую протяженность вдоль оси вращения (зубчатые колеса, шкивы ременных передач, звездочки цепных передач, маховики и т.д.).

Для таких деталей уравнивание обеспечивается, если выполняется условие

$$\vec{P}_{u_i} = 0.$$

Мерой статической неуравновешенности является статический момент масс звена относительно оси вращения $\vec{m} \cdot \vec{\rho}$, т.к. эта величина пропорциональна и сонаправлена силе инерции

$$\vec{P}_{u_i} = \vec{m}_i \rho_i \cdot \omega^2.$$

Таким образом, для статического уравнивания необходимо выполнение условия

$$\sum \vec{m}_i \rho_i = 0.$$

Рассмотрим пример

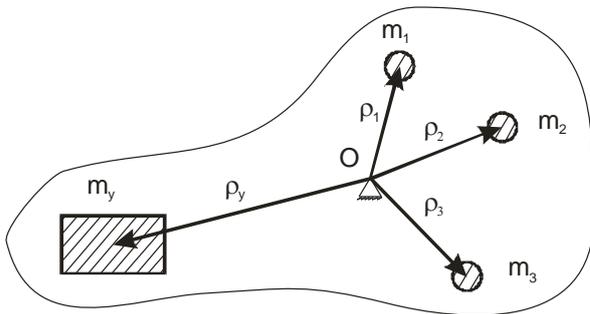


Рис. 88

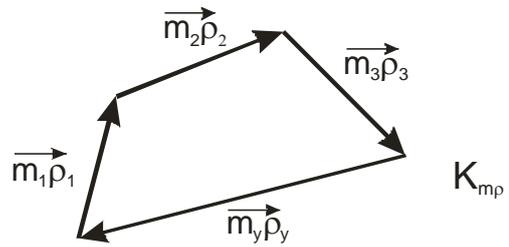


Рис. 89

Запишем векторное уравнение равновесия статических моментов масс звена относительно оси вращения O .

$$\vec{m}_1 \rho_1 + \vec{m}_2 \rho_2 + \vec{m}_3 \rho_3 + \vec{m}_y \rho_y = 0,$$

где m_y – дополнительная уравнивающая масса;

ρ_y – радиус-вектор уравнивающей массы.

Графическое решение уравнения равновесия (план статических моментов масс) представлено на рис. 89 в масштабе $K_{мр}$.

На основании решения в деталь вводится дополнительная масса m_y в точке, соответствующей направлению радиус-вектора ρ_y (рис. 88).

Полное уравнивание вращающегося тела

Полное уравнивание применяется для деталей, длина которых больше или соизмерима с диаметром.

Для таких деталей должны выполняться оба условия

$$\vec{F}_{u_i} = 0, \vec{M}_{u_i} = 0.$$

Рассмотрим полное уравнивание цилиндрической детали, содержащей 3 неуравновешенных массы m_1, m_2, m_3 , расположенных в плоскостях I, II, III на расстояниях ρ_1, ρ_2, ρ_3 от оси вращения детали.

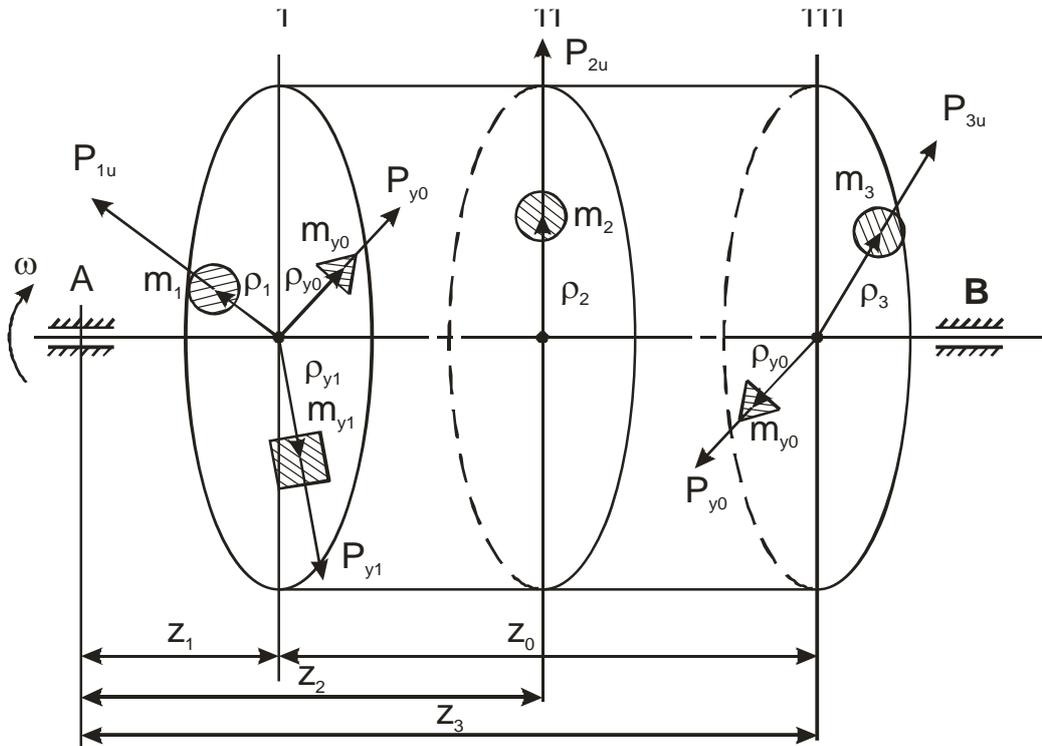


Рис. 90

Рассмотрим 1-е условие $\vec{P}_{u_i} = 0$.

Для выполнения этого условия введем в любой плоскости (например, в плоскости I) дополнительную массу m_{y1} на расстоянии ρ_{y1} от оси вращения (рис. 90).

Уравнение равновесия статических моментов масс

$$\vec{m}_1 \rho_1 + \vec{m}_2 \rho_2 + \vec{m}_3 \rho_3 + \vec{m}_{y1} \rho_{y1} = 0.$$

План статических моментов масс представлен на рис. 91 в масштабе K_{mp} .

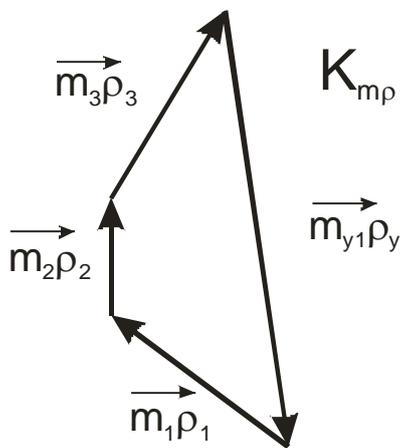


Рис. 91

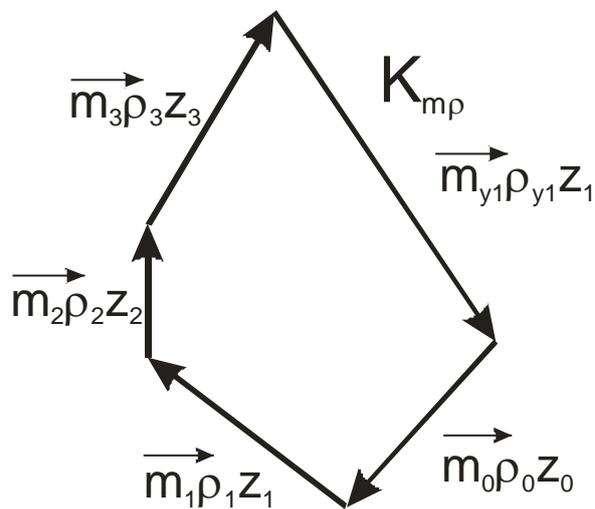


Рис. 92

После выбора места расположения дополнительной массы (длина радиус-вектора ρ_{y_1}) рассчитывается m_{y_1} .

Рассмотрим 2-е условие $\overrightarrow{M}_{u_i} = 0$.

$$M_{u_i} = P_{u_i} \cdot z_i = m_i \cdot \rho_i \cdot \omega^2 \cdot z_i,$$

где z_i – расстояние от линии действия силы $P_{\dot{e}_i}$ до выбранного центра момента (опора A) или плечо пары сил.

Для обеспечения равновесия детали введем в сечения I и III две дополнительные массы m_{y_0} на расстоянии ρ_{y_0} от оси вращения. Пара сил P_{y_0} с плечом z_0 обеспечивают равновесие системы.

Запишем уравнение равновесия

$$\begin{aligned} \overrightarrow{M}_1 + \overrightarrow{M}_2 + \overrightarrow{M}_3 + \overrightarrow{M}_{y_1} + \overrightarrow{M}_{y_0} &= \\ &= \overrightarrow{m}_1 \cdot \rho_1 \cdot z_1 \cdot \omega^2 + \overrightarrow{m}_2 \cdot \rho_2 \cdot z_2 \cdot \omega^2 + \\ &+ \overrightarrow{m}_3 \cdot \rho_3 \cdot z_3 \cdot \omega^2 + \overrightarrow{m}_{y_1} \cdot \rho_{y_1} \cdot z_1 \cdot \omega^2 + \\ &+ \overrightarrow{m}_{y_0} \cdot \rho_{y_0} \cdot z_0 \cdot \omega^2 = 0 \end{aligned}$$

После сокращения на ω^2 получим

$$\overrightarrow{m}_1 \rho_1 \cdot z_1 + \overrightarrow{m}_2 \rho_2 \cdot z_2 + \overrightarrow{m}_3 \rho_3 \cdot z_3 + \overrightarrow{m}_{y_1} \rho_{y_1} \cdot z_1 + \overrightarrow{m}_{y_0} \rho_{y_0} \cdot z_0 = 0.$$

Графическое решение в виде векторного многоугольника представлено на рис. 92.

По аналогии с предыдущим решением, после определения места расположения дополнительных масс m_{p_0} , обеспечивающих динамическое равновесие (длина радиус-вектора ρ_{y_0}), с учетом масштаба построения K_{mp} , рассчитываются величины масс.

Две дополнительные массы m_{y_1} и m_{y_0} в плоскости I можно заменить одной массой в соответствии с принципом статического уравнивания.

Библиографический список.

1. Теория механизмов и механика машин. Под ред. К.В.Фролова. – М.: Высшая школа, 2003.-496 с.
2. Теория механизмов и машин: учебное пособие/ М.З.Коловский и др. – М.: Academia, 2006. – 560с.
3. Смелягин А.И. Теория механизмов и машин. Курсовое проектирование: учебное пособие/А.И.Смелягин, Новосибирск – М.: ИНФРА-М: НГТУ, 2006, 263 с.
4. Покровский В.Б. Теория механизмов и машин: Методические указания к курсовому проекту/ В.Б.Покровский – Екатеринбург:УГТУ-УПИ, 2005, 11 с.
5. Бубнов Э.А., Черненко А.Г. Теория механизмов и машин. Пример выполнения курсового проекта: методические указания для выполнения курсового проекта/Э.А.Бубнов,А.Г.Черненко- Екатеринбург:УГТУ-УПИ,2005,36с.
6. Бубнов Э.А., Черненко А.Г. Теория механизмов и машин. Содержание и оформление курсового проекта: методические указания/Э.А.Бубнов, А.Г.Черненко – Екатеринбург: УГТУ – УПИ, 2006, 42 с.
7. Артоболевский.И.И. Теория механизмов и машин/ И.И..Артоболевский. М.:Наука, 1988.
8. Юдин.В.А Теория механизмов и машин/ В.А. Юдин, Л.В. Петрокас. М.: Высшая школа, 1977.
9. Попов_С.А. Курсовое проектирование по теории механизмов и механике машин/ С.А. Попов. М.: Высшая школа, 1986.
10. Теория механизмов и машин. Проектирование/ под редакцией Кульбачного/О.И. М.: Высшая школа, 1970.
11. Крайнев_А.Ф. Словарь_–_справочник по механизмам/ А.Ф._Крайнев._ М.:_Машиностроение, 1987.

Учебное издание

Владимир Борисович Покровский, Игорь Витальевич Троицкий

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН.

СТРОЕНИЕ МЕХАНИЗМОВ.

КИНЕМАТИКА ПЛОСКИХ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ.

КУЛАЧКОВЫЕ МЕХАНИЗМЫ.

ТРЕНИЕ В КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАХ.

УРАВНОВЕШИВАНИЕ И ВИБРОЗАЩИТА МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Корректор

Компьютерная верстка: А. Бакин

Подписано в печать	Формат 60×84 1/16	Бумага типографическая			
Офсетная печать	Усл. печ. л.	Уч.-изд.	Тираж	Заказ	Цена “С”

Издательство ГОУ ВПО УГТУ-УПИ
620002, Екатеринбург, ул. Мира, 19

Отпечатано в типографии
ООО «Издательство УМЦ УПИ»
г. Екатеринбург, ул. Мира, 17, С-134