УДК 519.6

Михайло Юрійович Ракушев *(канд. техн. наук, с.н.с., докторант)*
Максим Георгійович Тищенко *(канд. техн. наук, науковий співробітник)*

Національний університет оборони України імені Івана Черняховського, Київ

СПОСІБ РЕАЛІЗАЦІЇ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ СХЕМ РОЗРАХУНКУ МАТРИЦІ ЯКОБІ РІШЕННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ НА ОСНОВІ БАГАТОВИМІРНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ

Пропонується спосіб розробки алгоритму, який реалізує числово-аналітичну обчислювальну схему розрахунку матриці Якобі рішення звичайного диференційного рівняння за його початковими умовами і параметрами, які входять до його правої частини. Спосіб розкриває послідовність розрахунку вищезазначеної матриці Якобі будь-якої вимірності, через комбіноване застосування одно- та двовимірних диференціальних перетворень. Відмінною особливістю способу є формалізація використання двовимірних масивів в обчислювальному алгоритмі.

Ключові слова: *диференціальні перетворення, матриця Якобі.*

Постановка проблеми

Одним з напрямків застосування інформаційних технологій у сучасній збройній боротьбі є їх широке впровадження в системи управління зброєю. У програмах розвитку систем озброєння різного призначення та систем управління озброєнням, чітко прослідковується тенденція щодо обов'язкового оснащення таких систем потужними бортовими обчислювачами, для автоматизованого (автоматичного) наведення та управління ними у бою [1].

У багатьох випадках, зазначені завдання вирішуються на основі розрахунку деяких характеристик, що визначають зміну у часі і просторі відповідних параметрів, при чому такі зміни описуються диференціальними рівняннями (такі системи називають динамічними), які у більшості випадків є векторними та нелінійними, і тому їх розв'язок (інтегрування) із задовільною точністю можливий лише числовими методами [2, 3]. Відмінною ознакою числових методів є їх висока обчислювальна складність. Як правило, бортові обчислювачі не мають значних обчислювальних потужностей, і тому до алгоритмів, які в них реалізуються, висуваються жорсткі вимоги щодо їх результуючої обчислювальної складності [4]. Особливо гостро зазначені вимоги стають, при вирішенні завдань з розрахунку та аналізу точністних характеристик динамічних систем або, при визначенні їх параметрів за даними проведених вимірювань [2]. Це обумовлюється необхідністю розрахунку матриці Якобі (матриці часткових похідних) поточного рішення диференціального рівняння за його початковими умовами та параметрами, які входять до його правої частини [2, 5].

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Найкращім способом числового розрахунку вищезазначеної матриці Якобі за критерієм ”точність-обчислювальна складність” є метод варіацій. У даному методі розрахунок заснований на інтегруванні варіаційного диференціального рівняння для звичайного диференціального рівняння, яке описує динамічну систему [2, 5].

У [5] запропоновано новий метод розрахунку матриці Якобі рішення звичайного диференціального рівняння, який оснований на диференціальних перетвореннях. Метод дозволяє розробляти обчислювальну схему розрахунку шуканої матриці Якобі на основі комбінованого застосування одно- та двовимірних диференціальних перетворень. Особливістю такої схеми є те, що складне багатовимірне диференціальне перетворення реалізоване послідовним проведенням значно більш простих двовимірних перетворень [5].

У відомій літературі з диференціальних перетворень основний акцент робиться на математичні та методичні особливості їх застосування для рішення розв'язувальної задачі. Зазначене, для задачі числового або числово-аналітичного інтегрування звичайного диференціального рівняння зводиться до розробки відповідної обчислювальної схеми [6]. При програмній реалізації такої обчислювальної схеми необхідно попередньо розробити алгоритм програми, і для випадку рішення задачі одновимірними диференціальними перетвореннями, розроблена обчислювальна схема інтуїтивно зрозуміло ”алгоритмізується”, наприклад, із використанням одновимірних масивів для розрахунку та зберігання відповідних Т-спектрів. Однак, при розробці алгоритму для обчислювальної схеми розрахунку матриці Якобі рішення диференціального рівняння, через необхідність проведення комплексного використання диференціальних перетворень різної мірності така ”інтуїтивна зрозумілість алгоритмізації” вже розробленої обчислювальної схеми зникає. Таким чином, виникає необхідність щодо формалізації розробки описаних вище алгоритмів.

Формулювання мети статті

У статті пропонується формалізований спосіб розробки алгоритму, який реалізує числово-аналітичну обчислювальну схему розрахунку матриці Якобі рішення звичайного диференціального рівняння за його початковими умовами і параметрами, які входять до його правої частини.

Виклад основного матеріалу

Метод варіацій для розрахунку матриці часткових похідних від рішення звичайного диференціального рівняння за його початковими умовами та параметрами, які входять до його правої частини, – це сумісне інтегрування векторного диференціального рівняння (яке описує динамічну систему) (1) и варіаційного (по відношенню до (1)) матричного диференціального рівняння (2) [2, 5]:

$$\frac{du}{dt} = f(t, u, \lambda), \quad t > t_0, \quad u(t_0) = u_0, \tag{1}$$

$$\frac{d}{dt}\delta u = \phi(t, u, \lambda), \ \delta u(t_0) = \left\| E_{n\times n} \quad 0_{n\times m} \right\|, \tag{2}$$

де $u = u(t)$ – вектор-функція (рішення вихідного диференціального рівняння) розміром n; t – незалежна змінна; u_0 – вектор початкових умов розміром n; λ – вектор параметрів розміром m; $f(t, u, \lambda)$ – задана вектор-функція, неперервно диференційована за u та λ розміром n; $\delta u = \left\| \partial u/\partial u_0 \quad \partial u/\partial \lambda \right\|$ – шукана матриця Якобі (блокова матриця часткових похідних за початковими умовами u_0 та параметром λ) розміром $n\times(n+m)$; $E_{n\times n}$ – одинична матриця розміром $n\times n$; $0_{n\times m}$ – нульова матриця розміром $n\times m$; $\phi(t, u, \lambda) = \left\| \partial f(t, u, \lambda)/\partial u_0 \quad \partial f(t, u, \lambda)/\partial \lambda \right\|$ – блокова матриця, що отримується операцією аналітичного диференціювання правої частини (1) за векторами u_0 та λ розміром $n\times(n+m)$.

Для зручності подальшого викладення введемо блоковий вектор $q^T = \left\| u_0^T \quad \lambda^T \right\|$.

Основною складністю розрахунку вищезазначеної матриці часткових похідних методом варіацій (1), (2) є необхідність аналітичного диференціювання (1) для визначення варіаційного рівняння (2), так як провести таку аналітичну операцію, при складній правій частині (1) методично складно.

В основі формалізованого математичного апарату диференціальних перетворень лежить операція числово-аналітичного диференціювання, яка реалізована у вигляді відповідних рекурентних алгебраїчних залежностей [6]. Це дозволяє з будь-якою, наперед заданою, точністю та методично просто проводити операцію диференціювання будь-якої складної функції, що і є основною складністю реалізації методу варіацій.

Вимірність диференціальних перетворень, що застосовуються для рішення відповідної задачі, визначається кількістю незалежних змінних, що одночасно розглядаються. У задачі розрахунку шуканої матриці Якобі, їх загальна кількість рівна $n+m+1$ (одна – t та $n+m$ – складові вектору q). Однак якщо проводити розрахунок шуканої матриці за стовбцями (за аналогією із традиційним методом варіацій), то змінні доцільно розглядати попарно (одна – t та послідовно кожний з елементів вектору q). Внаслідок цього громіздке $n+m+1$-вимірне диференціальне перетворення "розпадається" на $n+m$ простих 2-вимірних (одна – t и послідовно кожний з елементів q).

У [5] розроблено новий метод рішення (1), (2) у якому операція визначення варіаційного рівняння проводиться числово-аналітично в області Т-спектрів, для цього використовуються пряме двовимірне диференціальне перетворення.

Одновимірними диференціальними перетвореннями називають функціональні перетвореннями вигляду (без втрати узагальненості подальших викладок розглянемо диференціально-тейлорівські (ДТ) перетворення за змінною t) [6]:

$$Z(k) = \frac{H^k}{k!}\left[\frac{\partial^k z(t)}{\partial t^k}\right]_{t_*}, \tag{3}$$

$$z(t) \approx \sum_{k=0}^{k_{max}} \left[\frac{(t - t_*)^k}{H^k} Z(k)\right], \tag{4}$$

де $z(t)$ – скалярна функція, яка є диференційованою необхідну кількість разів (має похідні необхідного порядку) за t; t – скалярний аргумент за яким проводиться перетворення; t_* – значення аргументу, при якому проводиться перетворення; H – відрізок аргументу, на якому функція $z(t)$ подається рядом Тейлора за t; k – цілочисловий аргумент $k = 0, 1, \ldots$; $Z(k)$ – дискретна функція за аргументом k; k_{max} – номер максимальної дискрети Т-спектру, що враховується при відновленні.

Вираз (3) визначає пряме перетворення, яке дозволяє за оригіналом $z(t)$ найти знайти зображення $Z(k)$. Обернене перетворення, яке відновлює оригінал $z(t)$ у вигляді відрізку ряду Тейлора, визначається виразом (4). ДТ-зображення $Z(k)$ прийнято називати Т-спектром, а значення функції $Z(k)$ при конкретних значеннях аргументу k – Т-дискретами [6]. У табл. 1 наведені деякі оригінали та їх зображення для (3) [6].

Обчислювальна схема інтегрування (1) на основі одновимірних диференціальних перетворень (3), (4), для рівномірної сітки $\omega_i = \{t_i = iH, i = 0, 1, 2, \ldots\}$ має вигляд

$$\begin{cases} U(k=0) = u_i, \ u_{i=0} = u_0, \quad t_i = iH, \\ T(k) = t_i ъ(k) + Hъ(k-1), \ \Lambda(k) = \lambda ъ(k), \\ U(k+1) = \dfrac{H}{k+1} F(T(k), U(k), \Lambda(k)), \\ \qquad \text{при } k = \overline{0, k_{max,u} - 1}, \end{cases} \tag{5}$$

$$u_{i+1} = \sum_{k=0}^{k_{max,u}} U(k), \tag{6}$$

де u_i – сіткова функція, що приймається за рішення (1) на ω_i; $U(k)$, $T(k)$, $\Lambda(k)$, $F(\cdots)$ – Т-спектри рішення (1), незалежної змінної, правої частини рівняння (1) на ω_i відповідно; H – шаг обчислювальної сітки ω_i за незалежною змінною диференціального рівняння; $k_{max,u}$ – максимальний номер врахованої при відновленні Т-дискрети.

Для збереження коректності математичних викладок, необхідно зробити зауваження, яке стосується невідповідності скалярного (невекторного) диференціального перетворення (3), (4), що введене для скалярних функцій, та диференціальних спектрів в обчислювальній схемі (5), (6) (виходячи з (1)), які є диференціальним перетворенням вектор-функцій. Зазначена некоректність зникає, якщо у (5), (6) розглядати кожний з елементів векторів окремо, і відповідно проводити для неї диференціальні перетворення, але, виключно, для зменшення громіздкості результуючих формул (із урахуванням уточнення щодо розгляду за елементами) у (5), (6) залишені векторні позначення.

Використання (5), (6) дозволяє послідовно (починаючи з $i=0$) знайти розв'язок (1) – визначити на ω_i значення сіткової функції, яка приймається за наближене рішення вихідного диференціального рівняння $u=u(t)$

$$u(t_i)\approx u_i\,. \qquad (7)$$

Окремо розглянемо визначення Т-зображення правої частини диференціального рівняння (1) $F(T(k),U(k),\Lambda(k))$ у прямому перетворенні (5), воно (методично просто) проводиться у наступному порядку: вихідна функція $f(t,u,\lambda)$ "розділяється" на базові математичні операції (сума, різниця, множення, ділення, тригонометричні функції, степеневі функції тощо), які визначають оригінали; кожна така операція разом з оригіналами заміняється на відповідне Т-зображення. Саме така методична простота проведення прямого перетворення надає можливість використання диференціальних перетворень для рішення нелінійних задач.

Таблиця 1

Одновимірні диференціальні перетворення

№	Оригінал	Зображення		
		позначення	обчислення	назва операції
1	$x(t)y(t)$	$X(k)*Y(k)$	$\sum_{p=0}^{k}(X(k-p)Y(p))$	алгебраїчна згортка
2	1	$ъ(k-a)$	$\begin{cases}1, & k=a,\\ 0, & k\neq a\end{cases}$	тейлорівська одиниця –"теда"
3	t	$T(k)$	$t_*ъ(k)+Hъ(k-1)=\begin{cases}t_*, & k=0,\\ H, & k=1,\\ 0, & k\geq 2,\end{cases}$	Т-спектр змінної
4	const	$const\cdot ъ(k)$	$const\cdot ъ(k)$	Т- спектр сталої величини
5	$\frac{dx(t)}{dt}$	$DX(k)$	$\frac{k+1}{H}X(k+1)$	диференціювання в області Т-спектрів

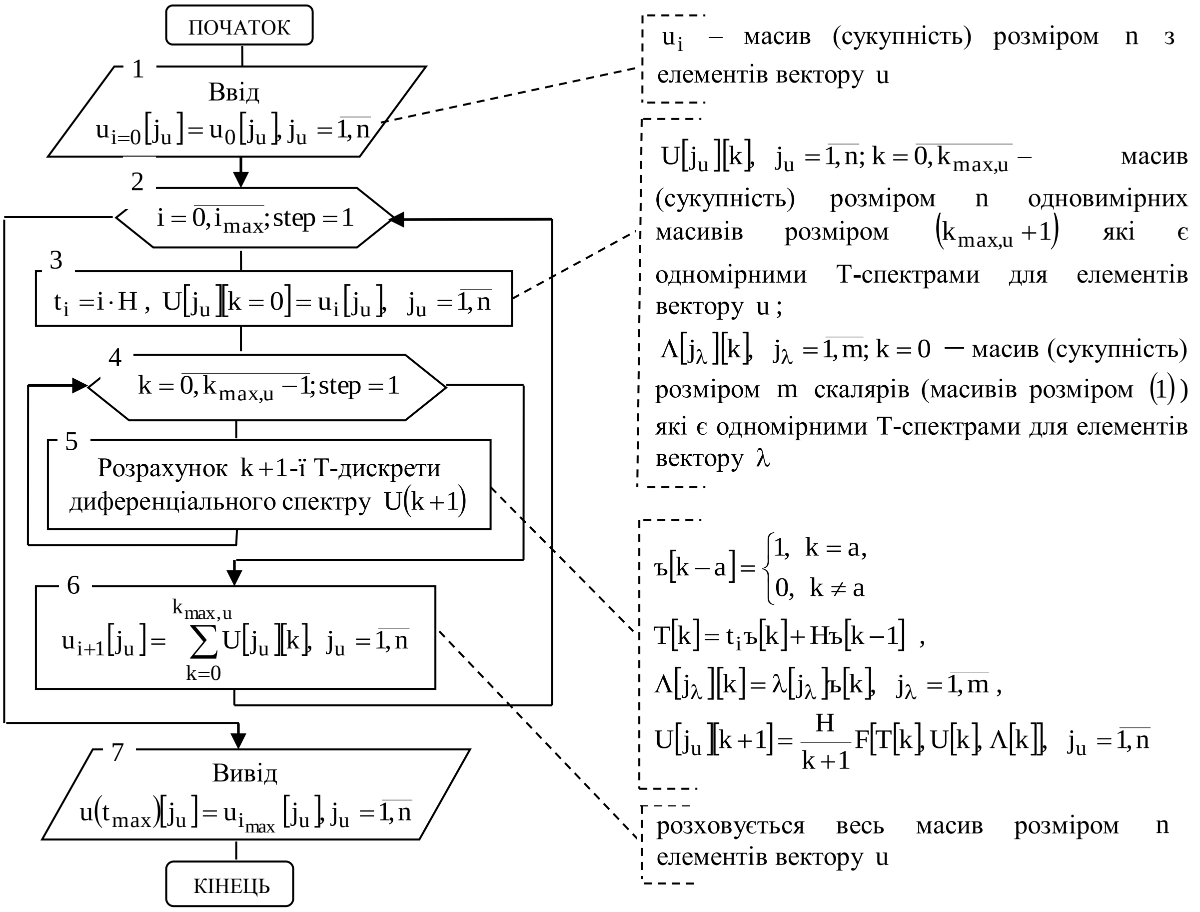

Рис. 1. Алгоритм реалізації обчислювальної схеми (5), (6) інтегрування рівняння (1)

Пряме перетворення (5) з врахуванням властивостей диференціальних перетворень являє собою рекурентні залежності [6], які дозволяють послідовно (починаючи з $k=0$) знайти Т-спектр рішення рівняння (1) для кожного вузла обчислювальної сітки ω_i (тобто визначити значення $k+1$-ї Т-дискрети із значень Т-дискрет з меншими значеннями аргументу k). Зазначене дає змогу реалізувати циклічний алгоритм (5), із використанням одновимірних масивів для розрахунку та зберігання відповідних Т-спектрів.

Спираючись на зазначене, алгоритм реалізації (5), (6) матиме вигляд який наведений на рис. 1, де квадратними дужками позначені одновимірні масиви; u_i, t_i (за індексом i) не позначені як масиви (для зменшення можливої плутанини щодо інших масивів, або взагалі не використання масивів за індексом i); масиви за елементами з $j_u = \overline{1,n}$, $j_\lambda = \overline{1,m}$ розкривають застосування диференціальних перетворень до вектор-функцій.

Прямим двовимірним диференціальним перетворенням називають функціональне перетворення вигляду (для наочності подальших викладок збережемо введені позначення для одновимірних перетворень (3) за t) [6]:

$$Z(k, k_q) = \frac{H^k H_q^{k_q}}{k! k_q!} \left[\frac{\partial^{k+k_q} z(t,q)}{\partial t^k \partial q^{k_q}} \right]_{t_*,\, q_*}, \quad (8)$$

де t, q – аргументи за якими проводиться перетворення; t_*, q_* – значення аргументів, при яких проводиться перетворення; H, H_q – відрізки аргументів, на яких функція $z(t,q)$ подається рядом Тейлора за t та q відповідно; k, k_q – цілочислові аргументи $0, 1, \ldots$; $Z(k, k_q)$ – дискретна функція за аргументами k, k_q.

Функцію $Z(k, k_q)$ називають двовимірним Т-спектром, а її значення, при конкретних значеннях аргументів k, k_q – Т-дискретами [6].

У табл. 2 наведені деякі оригінали та їх зображення для двовимірних диференціальних перетворень [6], де назви співпадають з табл. 1.

Новий метод рішення (1), (2) у якому операція визначення варіаційного рівняння проводиться числово-аналітично в області Т-спектрів, для рівномірної обчислювальної сітки $\omega_i = \{t_i = i \cdot H,\ i = 0, 1, 2, \ldots\}$ має вигляд [5]:

$$\begin{cases} U(k=0, k_q=0) = u_i,\ u_{i=0} = u_0,\ t_i = iH, \\ U(k=0, k_q=1) = \delta u_i,\ \delta u_{i=0} = \|E_{n\times n} \quad 0_{n\times m}\|, \\ T(k, k_q) = t_i \text{ъ}(k, k_q) + H\text{ъ}(k-1, k_q), \\ \Lambda(k, k_q) = \lambda \text{ъ}(k, k_q) + \|0_{m\times n}\ E_{m\times m}\| \text{ъ}(k, k_q - 1), \\ U(k+1, k_q) = \dfrac{H}{k+1} F\big(T(k, k_q), U(k, k_q), \Lambda(k, k_q)\big), \\ \quad \text{при } k = \overline{0,\ k_{max,u(\delta u)} - 1},\ k_q = 0, 1, \end{cases} \quad (9)$$

$$u_{i+1} = \sum_{k=0}^{k_{max,u}} U(k, 0),\ \delta u_{i+1} = \sum_{k=0}^{k_{max,\delta u}} U(k, 1), \quad (10)$$

де $u_i, \delta u_i$ – сіткові функції, що приймаються за рішення (1) та (2) на ω_i відповідно; $U(k, k_q)$, $T(k, k_q)$, $F(\cdots)$ – двовимірні Т-спектри рішення (1), незалежної змінної, правої частини рівняння (1) на ω_i відповідно; $\Lambda(k, k_q)$ – двовимірний Т-спектр параметрів λ, що входять до правої частини (1) за якими розраховується матриця Якобі (визначається для розрахунку елементів матриці Якобі $\partial u / \partial u_0$, як для сталої величини, і для елементів – $\partial u / \partial \lambda$, як для змінної [5]), H – шаг обчислювальної сітки ω_i за незалежною змінною диференціального рівняння; $k_{max,u}$, $k_{max,\delta u}$ – максимальні номери враховуваних при відновленні Т-дискрет при розрахунку u_i та δu_i відповідно; $E_{n\times n, m\times m}$ – одиничні матриці розміром $n \times n$ та $m \times m$ відповідно; $0_{n\times m, m\times n}$ – нульові матриці розміром $n \times m$ та $m \times n$ відповідно.

Розрахунок Т-спектру (9) отримується з Т-спектру (3) шляхом заміни одновимірних диференціальних перетворень на двовимірні та додаткового врахування Т-спектру параметру λ.

Шукана матриця Якобі δu визначається за-стовбцями, при цьому Т-спектр $U(k, k_q = 0)$ розраховується тільки один раз, а Т-спектр $U(k, k_q = 1)$ перераховується для кожного стовпця δu при відповідних стовпцях з $U(k=0, k_q=1) = \delta u_i$, $\delta u_{i=0} = \|E_n \quad 0_{n\times m}\|$ та $\Lambda(k, k_q = 1) = \|0_{m\times n} \quad E_m\| \text{ъ}(k, k_q - 1)$.

У схемі (9), (10) (аналогічно схемі (3), (4)) залишається некоректність щодо невідповідності скалярного диференціального перетворення (8) та векторних позначень в (9), (10), яка зникає, якщо у (9), (10) розглядати кожний з елементів векторів окремо, і відповідно проводити для неї диференціальні перетворення, але, виключно, для зменшення громіздкості результуючих формул (із урахуванням уточнення щодо розгляду за елементами) залишимо у схемі (9), (10) векторні позначення.

Використання (9), (10) дозволяє послідовно (починаючи з $i=0$) знайти розв'язок (1), (2) – визначити на ω_i значення сіткових функцій, які приймаються за наближене рішення вихідного диференціального рівняння $u = u(t)$ та шуканої матриці Якобі $\delta u = \|\partial u/\partial u_0 \quad \partial u/\partial \lambda\|$

$$u(t_i) \approx u_i,\ \delta u(t_i) \approx \delta u_i. \quad (11)$$

Спираючись на зазначене, алгоритм реалізації (9), (10) матиме вигляд який наведений на рис. 2, де квадратними дужками позначені відповідні одновимірні масиви; u_i, δu_i, t_i (за індексом i)

не позначені як масиви; масиви (сукупності) за елементами з $j_u = \overline{1,n}$, $j_\lambda = \overline{1,m}$ розкривають застосування диференціальних перетворень до векторних функцій; індекс $j_q = \overline{0,n+m}$, при $j_q = 0$ розкриває розрахунок Т-спектру з $\left(k = \overline{0,k_{max\mu}}, k_q = 0\right)$ – рішення вихідного векторного диференціального рівняння) та при $j_q = \overline{1,n+m}$ Т-спектру з $\left(k = \overline{0,k_{max\mu}}, k_q = 1\right)$ – за стовпцями рішення матричного варіаційного диференціального рівняння.

У табл. 3 наведено порівняння алгоритмів для (5), (6) рис. 1 та, для (9), (10) рис. 2.

Таблиця 2

Двовимірні диференціальні перетворення

№	Оригінал	Зображення	
		позначення	Обчислення
1	$x(t,q)y(t,q)$	$X(k,k_q) * Y(k,k_q)$	$\sum_{p_q=0}^{k_q}\sum_{p=0}^{k}\left(X(k-p,k_q-p_q)Y(p,p_q)\right)$
2	1	$\text{ъ}(k-a,k_q-b)$	$\begin{cases}1, & (k=a)\vee(k_q=b),\\ 0, & (k\neq a)\wedge(k_q\neq b)\end{cases}$
3	t	$T(k,k_q)$	$t_*\text{ъ}(k,k_q)+H\text{ъ}(k-1,k_q)=\begin{cases}t_*, & (k=0)\vee(k_q=0),\\ H, & (k=1)\vee(k_q=0),\\ 0, & (k\geq 2)\wedge(k_q\neq 0),\end{cases}$
4	q	$Q(k,k_q)$	$q_*\text{ъ}(k,k_q)+H_q\text{ъ}(k,k_q-1)=\begin{cases}q_*, & (k=0)\vee(k_q=0),\\ H_q, & (k=0)\vee(k_q=1),\\ 0, & (k\neq 0)\wedge(k_q\geq 2),\end{cases}$
5	const	$const\cdot\text{ъ}(k,k_q)$	$const\cdot\text{ъ}(k,k_q)$

Таблиця 3

№	Операція, назва та призначення	Блоки алгоритму	
		Рис. 1 (схема (5), (6))	Рис. 2 (схема (9), (10))
1	Розрахунок сіткової функції (реалізація припасовування [6])	початкове значення: блок 1; оператор циклу: блок 2; тіло циклу: блоки 2-6	початкові значення: блоки 1, 2; оператор циклу: блок 3; тіло циклу: блоки 4-13
2	Розрахунок за стовпцями шуканої матриці Якобі	–	оператор циклу: блок 5; тіло циклу: блоки 6-13
3	Розрахунок Т-спектру (пряме диф. перетворення)	початкове значення: блок 3; оператор циклу: блок 4; тіло циклу: блок 5	початкові значення: блоки 6-8; оператор циклу: блок 9; тіло циклу: блок 10
4	Розрахунок $k+1$-ї Т-дискрети	блок 5	блок 10
		Дані блоки визначають основну частину результуючої обчислювальної складності усього алгоритму. Їх розробка проводиться шляхом програмування залежностей щодо обчислення диференціальних зображень (табл 1, табл. 2) за допомогою, наприклад, підходу за яким кожна з залежностей (табл 1, табл. 2) реалізується відповідною процедурою, до якої передаються (найкраще не за значенням а за посиланням) відповідні масиви (які є Т-спектрами, що приймають участь у відповідній операції). Відмінність блоку 5 (рис. 1) від блоку 10 (рис. 2) полягає виключно у заміні одновимірних процедур у блоці 5 (рис. 1) на двовимірні у блоці 10 (рис. 2)	
5	Обернене диф. перетворення	блок 6	блоки 11-13

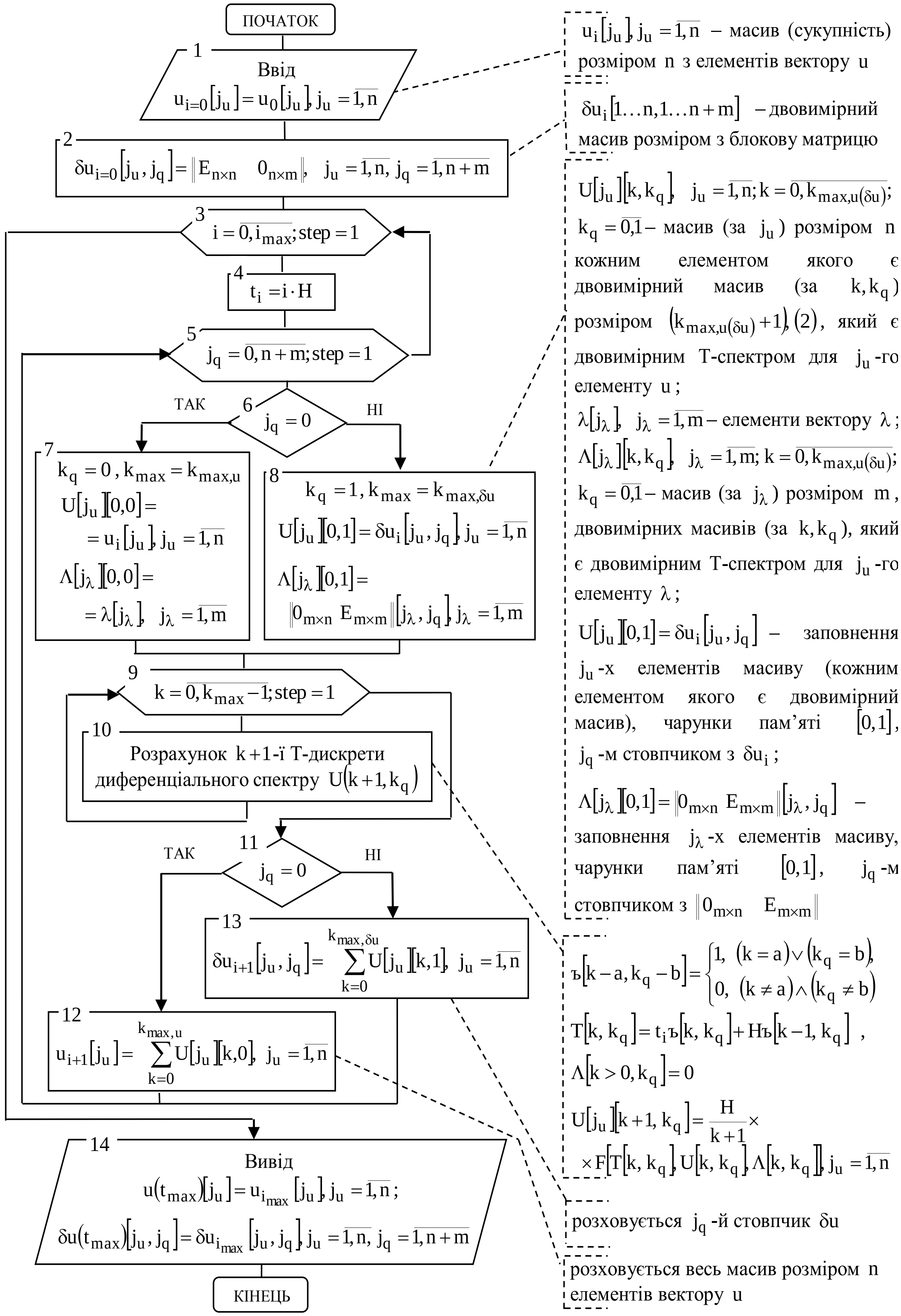

Рис. 2. Алгоритм реалізації обчислювальної схеми (9), (10) розрахунку матриці Якобі рішення звичайного диференціального рівняння за його початковими умовами і параметрами, які входять до його правої частини (1), (2)

Висновки

У статті пропонується формалізований спосіб розробки алгоритму, який реалізує числово-аналітичну обчислювальну схему розрахунку матриці Якобі рішення звичайного диференціального рівняння за його початковими умовами і параметрами, які входять до його правої частини. Спосіб розкриває послідовність розрахунку вищезазначеної матриці Якобі будь-якої вимірності, через комбіноване застосування одно- та двовимірних диференціальних перетворень. Відмінною особливістю способу є формалізація використання двовимірних масивів в обчислювальному алгоритмі.

Література

1. Пермяков О.Ю., Сбітнев А.І. Інформаційні технології і сучасна збройна боротьба. – Луганськ.: Знання, 2008. – 204 с. **2. Жданюк Б.Ф.** Основы статистической обработки траекторных измерений. – М.: Сов. радио, 1978. – 384 с., ил. **3. Самарский А. А.** Численные методы: учеб. пособие для вузов/ А. А. Самарский, А. В. Гулин. – М.: Наука, 1989. – 432 с. **4. Баранов Г.Л.** Символьні перетворення та обчислювальний інтелект бортових програмно-апаратних комплексів високошвидкісних транспортних засобів у складних стислих обставинах руху / Г.Л. Баранов, А.М. Носовський, С.М. Васько // Інтелектуальні системи прийняття рішень та проблеми обчислювального і інтелекту. – Мат-ли міжнар. наук. конф. Том.1. Херсон, ХНТУ, 2010. - С. 449-453. **5. Ковбасюк С.В.** Метод решения вариационного уравнения для задачи Коши на основе дифференциальных преобразований // С.В. Ковбасюк, М.Ю. Ракушев. Научно- теоретический журнал "Электронное моделирование". 2008. – Т. 30 № 6. С. 59-70. **6. Пухов Г.Е.** Дифференциальные спектры и модели. – К.: Наукова думка, 1990.– 184с.

СПОСОБ РЕАЛИЗАЦИИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СХЕМ РАСЧЁТА МАТРИЦЫ ЯКОБИ РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ НА ОСНОВЕ МНОГОМЕРНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

Михаил Юрьевич Ракушев ***(канд. техн. наук, с.н.с., докторант)***
Максим Георгиевич Тищенко ***(канд. техн. наук, научный сотрудник)***

Национальный университет обороны Украины имени Ивана Черняховского, Киев

Предлагается способ разработки алгоритма реализующего численно-аналитическую вычислительную схему расчёта матрицы Якоби решения обыкновенного дифференциального уравнения по его начальным условиям и параметрам входящим в его правую часть. Способ раскрывает последовательность расчёта вышеопределённой матрицы Якоби любого размера, путём комбинированного применения одно- и двухмерных дифференциальных преобразований. Отличительной особенностью способа является формализация использования двухмерных массивов в вычислительном алгоритме.

Ключевые слова: *дифференциальные преобразования, матрица Якоби.*

THE IMPLEMENTATION METHOD OF COMPUTATIONAL CALCULATION SCHEMES OF THE JACOBI MATRIX OF A DIFFERENTIAL EQUATION SOLUTION BASED ON THE MULTIDIMENSIONAL DIFFERENTIAL TRANSFORMATIONS

Yurii Rakushev ***(Candidate of Technical Sciences, Senior Research Fellow, Doctoral Candidate)***
Maksym Tyschenko ***(Candidate of Technical Sciences, Research Fellow of a Research Laboratory)***

National Defence University of Ukraine named after Ivan Cherniakhovsky, Kyiv

Provides a method for developing an algorithm implements numerically-analytical computational scheme for calculating the Jacobi matrix solution of an ordinary differential equation by its initial conditions and parameters within its right side. The method of calculation of the above-defined sequence reveals the Jacobi matrix of any size, by the combined use of one-and two-dimensional differential transformation. Feature of the process is the formalization of the use of two-dimensional arrays in the computer algorithm that allows us to implement algorithms for solving by completion of one-dimensional computational schemes, development of which is widely reported in the literature by the method of differential transformation.

Key words: *differential conversion, the Jacobi matrix.*