

- pulse energy input in various production processes / A. A. Dolinsky, G. K. Ivanitsky – Beijing (China): Higher Education Press. 1992. – P. 89 – 100.
5. Noltingk, B. E. Cavitation Produced by Ultrasonics / B. E. Noltingk, E. A. Neppiras // Proc. Roy. Soc. (London), 1950. – Vol. 63B. – P. 674 – 685.
  6. Shima, A. Temperature effects on single bubble collapse and induced impulsive pressure / A. Shima, Y. Tomita, T. Ohno // J. Fluid Engng. 1988. – Vol. 110, №2. – P. 194 – 199.
  7. Подготовка кормов к скармливанию. [Электронный ресурс] / Всесоюзный фермерский портал. – Режим доступа: \www/ URL: [http://www.fermer1.ru/organizatsiya-pribylnogo-proizvodstva-svininy\\_11](http://www.fermer1.ru/organizatsiya-pribylnogo-proizvodstva-svininy_11) – 23.12.2013 г. – Загл. с экрана.
  8. Ободович, А. Н. Исследования процесса диспергирования зерновых смесей с применением метода дискретно-импульсного ввода энергии (ДИВЭ) для получения жидких кормов [Текст] / А. Н. Ободович, Б. Х. Драганов, А. Ю. Лымарь // Журн. Промышленная теплотехника – 2013 – Т.35, №5 – С. 9 – 18.
  9. Піроженко, І. А. Гідродинаміка та теплові ефекти в циліндричному роторно-пульсаційному апараті [Текст]: дис. кандидата техн. наук / І. А. Піроженко. – К., 2005. – 161 с.
  10. Балабудкин, М. А. Роторно-пульсационные аппараты в химико-фармацевтической промышленности [Текст] / М. А. Балабудкин. – М. Медицина, 1983. – 159 с.

**В публікації аргументовано необхідність безперервного контролю технічного стану колісних пар вагона під час руху. Проведено математичне моделювання коливань колісної пари при її русі з найбільш розповсюдженими пошкодженнями – короткими ізольованими нерівностями на поверхні кочення коліс. За результатами моделювання вільних і вимушених коливань визначені інформативні діагностичні ознаки методу акустичного контролю колісних пар**

**Ключові слова:** вагон, пара колісна, коливання, вібропереміщення, контроль акустичний, ознаки діагностичні

**В публикации аргументировано необходимость непрерывного контроля технического состояния колесных пар вагона во время движения. Проведено математическое моделирование колебаний колесной пары при ее движении с наиболее распространенными повреждениями - короткими изолированными неровностями на поверхности катания колес. По результатам моделирования свободных и вынужденных колебаний определены информативные диагностические признаки метода акустического контроля колесных пар**

**Ключевые слова:** вагон, пара колесная, виброперемещения, контроль акустический, признаки диагностические

УДК 629.4.083:629.45

# МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КОЛИВАНЬ КОЛІСНОЇ ПАРИ ЯК ОСНОВА МЕТОДУ АКУСТИЧНОГО КОНТРОЛЮ

І. Е. Мартинов

Доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри\*

E-mail: martinov.hiit@rambler.ru

В. В. Бондаренко

Кандидат технічних наук, доцент\*

E-mail: bonvya@mail.ru

Д. І. Скуріхін

Асистент\*

E-mail: skurikhin@i.ua

Кафедра «Вагони»

Українська державна академія залізничного транспорту  
пл. Фейербаха 7, м. Харків, Україна, 61050

## 1. Вступ

Публікація відноситься до області надійності, діагностики та неруйнівного контролю рухомого складу та його частин, а саме присвячена вдосконаленню методу акустичного контролю технічного стану колісних пар вагонів на основі математичного моделювання. Основні аспекти розробленого методу детально викладено у публікаціях [1 – 3].

## 2. Аналіз літератури

Короткі ізольовані нерівності на поверхні кочення коліс є одними з найпоширеніших пошкоджень ходових частин вагонів, які знижують довговічність осей колісних пар та підшипників буксових вузлів [4]. Дані пошкодження при укочуванні утворюють нерівномірний прокат, який особливо небезпечний при підвищених швидкостях руху (120-160 км/год) і важко піддається виявленню в експлуатації. У місцях

повзунів і наварів, що укочені, також відбувається викривлення матеріалу обода, що при подальшій експлуатації приводить до руйнування колеса [5 – 7].

### 3. Мета і завдання дослідження

Для обґрунтування і розробки діагностичної моделі методу акустичного контролю коротких нерівностей колісних пар, отримання граничних (початкових) умов для акустичного аналізу проведено чисельне моделювання власних і вимушених коливань колісної пари пасажирського вагона.

### 4. Розробка математичної моделі та динамічний аналіз коливань колісної пари вагона

Початковим етапом динамічного аналізу є визначення частот і форм власних коливань, оскільки вони характеризують фундаментальні пружно-масові властивості колісної пари і є основою для наступних видів аналізу.

В динаміці розглядалися коливання колісної пари, як системи з розподіленими параметрами. Взаємодія колеса з рейковою колією імітувалась реакціями  $Q_d$ , буксові вузли замінені на приведені маси  $m_{b1}$  і  $m_{b2}$  (рис. 1). Жорсткість буксового ресорного підвішування не враховувалась, так як вона значно менше жорсткості колісної пари.

Для вирішення задачі розроблена тривимірна скінченно-елементна модель колісної пари типу РУ1Ш-957. Для максимальної адекватності моделі у якості кінцевих елементів сітки використовувалися тетраедри з параболічним полем переміщень (елементів – 9013, вузлів сітки – 17509). Заданий матеріал – сталь (модуль Юнга –  $2,1 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup>; коеф. Пуассона – 0,3; щільність – 7850 кг/м<sup>3</sup>).

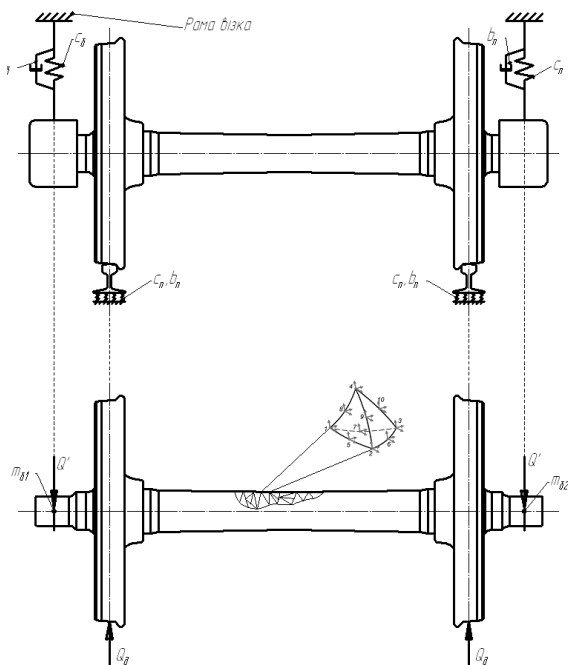


Рис. 1. Розрахункова схема колісної пари

Диференціальне рівняння коливань системи з розподіленими параметрами в матричній формі має вигляд:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{P\}, \quad (1)$$

де  $[M]$  – матриця мас;

$[C]$  – матриця конструкційного демпфірування;

$[K]$  – матриця жорсткостей;

$\{u\}$  – вектор переміщень;

$\{P\}$  – вектор зовнішнього навантаження, що залежить від часу.

При аналізі власних частот і форм коливань вектор зовнішнього навантаження дорівнює нулю, також не враховуємо демпфування, тому запишемо:

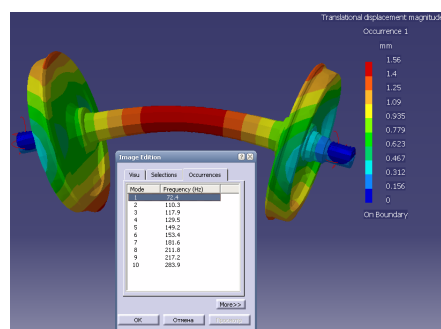
$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = 0. \quad (2)$$

Розв'язок рівняння (2) шукаємо у вигляді:

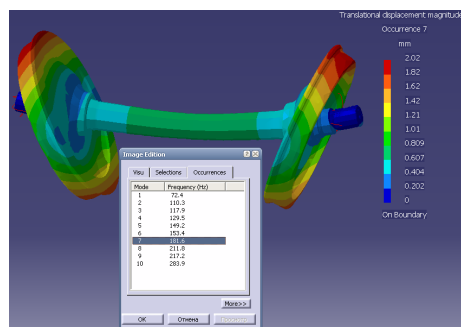
$$\{u\} = \{\varphi\} \sin \omega t. \quad (3)$$

Аналіз проведений в середовищі *MSC Nastran*. При визначенні власних частот і форм коливань колісної пари вагона застосовувався метод Ланцоша, як найбільш ефективний для більшості конструкцій [8].

Частоти і форми коливань колісної пари знайдені в площині дії вертикального навантаження, тому що інші не збуджуються. З діапазону розв'язків обрано дві перші основні форми власних коливань у вертикальній поперечній площині на частотах 72,4 і 181,6 Гц (рис. 2, а, б). Отримані результати узгоджуються з дослідженнями інших авторів [6, 7].



а



б

Рис. 2. Основні форми і частоти власних коливань колісної пари: а – перша власна частота 72,4 Гц; б – друга власна частота 181,6 Гц

Вимушені коливання колісної пари при русі з короткою нерівністю є несталими, тому для моделювання даного процесу використаний лінійний динамічний аналіз перехідних процесів *MSC Nastran*. Для цього випадку рівняння руху в матричній формі приведено у виразі (1).

При складанні системи рівнянь вектор зовнішнього навантаження був заданий у вигляді динамічної сили, що діє на майданчиках контакту колеса з рейкою. Домінуючий вплив на силу ударної взаємодії  $Q_d(t)$  чинять швидкість поїзда  $v$  і розміри короткої нерівності на поверхні кочення колеса  $l_0$ . Оскільки процес  $Q_d(t)$  високочастотний, то повинна бути обчислена велика кількість гармонік, що дуже трудомістко. Виходячи із цього, у наступних розрахунках була застосована спрощена формула для розрахунків максимальної сили удару:

$$Q_d = \frac{v}{r} l_0 \cdot \sqrt{c_k \cdot \frac{m_n \cdot m_p}{m_n + m_p}}, \quad (4)$$

де  $r$  – радіус колеса;

$m_n$  – маса невіднесених частин;

$m_p$  – маса рейкової колії, яка бере участь в ударній взаємодії;

$c_k$  – контактна жорсткість у контакті колеса з рейкою.

На підставі вищевикладеного розроблена спрощена модель первинного коливання у вигляді послідовності прямокутних імпульсів (рис. 3).

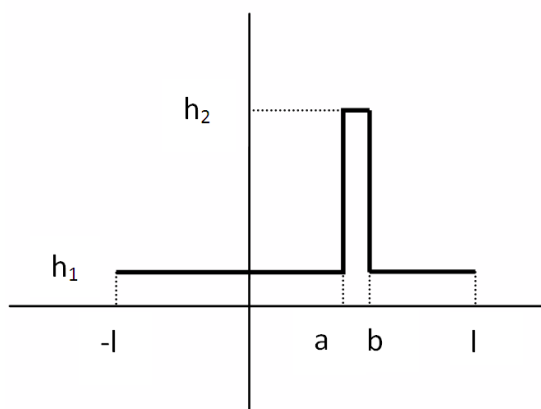


Рис. 3. Одиночний імпульс

Розглянемо допоміжну функцію,

$$f(x) = \begin{cases} h_2, & x \in [a, b] \\ h_1, & x \notin [a, b] \end{cases},$$

де  $f(x) = Q(t)$ ,  $l = T_0/2$ ,  $a = t_3$ ,

$$b = t_3 + t_{yd}, h_1 = Q_{cr}, h_2 = Q_d.$$

Розкладемо допоміжну функцію у ряд Фур'є на сегменті  $[-1, 1]$ :

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n \cos \frac{\pi n}{l} x + b_n \sin \frac{\pi n}{l} x \right), \quad (5)$$

де

$$a_0 = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) dx, \quad (6)$$

$$a_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \cos \frac{\pi n}{l} x dx, \quad (7)$$

$$b_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \sin \frac{\pi n}{l} x dx. \quad (8)$$

Запишемо вільні члени для одиночного імпульсу:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) dx = \frac{1}{l} \left( \int_{-l}^a h_1 dx + \int_a^b h_2 dx + \int_b^l h_1 dx \right) = \\ &= \frac{1}{l} (h_1 x|_{-l}^a + h_2 x|_a^b + h_1 x|_b^l) = \\ &= \frac{1}{l} [h_1 a - (-h_1 l) + h_2 (b - a) + h_1 (l - b)] = \\ &= \frac{1}{l} [h_1 a + h_1 l + h_2 b - h_2 a + h_1 l - h_1 b] = \\ &= \frac{1}{l} [h_1 (a - b + 2l) + h_2 (b - a)] = \\ &= \frac{2}{T_0} [Q_{cr} (-t_{yd} + T_0) + Q_d t_{yd}] = \\ &= \frac{2}{T_0} [Q_{cr} (T_0 - t_{yd}) + Q_d t_{yd}]. \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \cos \frac{\pi n}{l} x dx = \\ &= \frac{1}{l} \left( \int_{-l}^a h_1 \cos \frac{\pi n}{l} x dx + \int_a^b h_2 \cos \frac{\pi n}{l} x dx + \int_b^l h_1 \cos \frac{\pi n}{l} x dx \right) = \\ &= \frac{h_1}{l} \frac{1}{\pi n} \sin \frac{\pi n}{l} x|_{-l}^a + \frac{h_2}{l} \frac{1}{\pi n} \sin \frac{\pi n}{l} x|_a^b + \frac{h_1}{l} \frac{1}{\pi n} \sin \frac{\pi n}{l} x|_b^l = \\ &= \frac{h_1}{\pi n} \left( \sin \frac{\pi n}{l} a - \sin \frac{\pi n}{l} (-l) \right) + \frac{h_2}{\pi n} \left( \sin \frac{\pi n}{l} b - \sin \frac{\pi n}{l} a \right) + \\ &+ \frac{h_1}{\pi n} \left( \sin \frac{\pi n}{l} a - \sin \frac{\pi n}{l} b \right) = \\ &= \frac{h_1}{\pi n} \sin \frac{\pi n}{l} a + \frac{h_2}{\pi n} \sin \frac{\pi n}{l} b - \frac{h_2}{\pi n} \sin \frac{\pi n}{l} a - \frac{h_1}{\pi n} \sin \frac{\pi n}{l} b = \\ &= \frac{h_1}{\pi n} \left( \sin \frac{\pi n}{l} a - \sin \frac{\pi n}{l} b \right) + \frac{h_2}{\pi n} \left( \sin \frac{\pi n}{l} b - \sin \frac{\pi n}{l} a \right) = \\ &= \left( \frac{h_2}{\pi n} - \frac{h_1}{\pi n} \right) \left( \sin \frac{\pi n}{l} b - \sin \frac{\pi n}{l} a \right) = \\ &= \left( \frac{h_2 - h_1}{\pi n} \right) \left( \sin \frac{\pi n}{l} b - \sin \frac{\pi n}{l} a \right) = \\ &= 2 \left( \frac{h_2 - h_1}{\pi n} \right) \left( \cos \frac{\pi n (b+a)}{2l} \sin \frac{\pi n (b-a)}{2l} \right) = \\ &= 2 \left( \frac{Q_d - Q_{cr}}{\pi n} \right) \left( \cos \frac{\pi n (2t_3 + t_{yd})}{T_0} \sin \frac{\pi n t_{yd}}{T_0} \right). \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
 b_n &= \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \sin \frac{\pi n}{l} x dx = \\
 &= \frac{1}{l} \left( \int_a^b h_1 \sin \frac{\pi n}{l} x dx + \int_a^b h_2 \sin \frac{\pi n}{l} x dx + \int_b^l h_1 \sin \frac{\pi n}{l} x dx \right) = \\
 &= \frac{h_1}{l} \frac{1}{\pi n} \cos \frac{\pi n}{l} x \Big|_{-l}^a + \frac{h_2}{l} \frac{1}{\pi n} \cos \frac{\pi n}{l} x \Big|_a^b + \frac{h_1}{l} \frac{1}{\pi n} \cos \frac{\pi n}{l} x \Big|_b^l = \\
 &= \frac{h_1}{\pi n} \left( \cos \frac{\pi n}{l} a - \cos \frac{\pi n}{l} (-l) \right) + \frac{h_2}{\pi n} \left( \cos \frac{\pi n}{l} b - \cos \frac{\pi n}{l} a \right) + \\
 &+ \frac{h_1}{\pi n} \left( \cos \frac{\pi n}{l} a - \cos \frac{\pi n}{l} b \right) = -\frac{h_1}{\pi n} \cos \frac{\pi n}{l} a + \frac{h_2}{\pi n} \cos \pi n - \\
 &- \frac{h_2}{\pi n} \cos \frac{\pi n}{l} b + \frac{h_1}{\pi n} \cos \frac{\pi n}{l} a - \frac{h_1}{\pi n} \cos \pi n + \frac{h_1}{\pi n} \cos \frac{\pi n}{l} b = \\
 &= \frac{h_1}{\pi n} \left( \sin \frac{\pi n}{l} a - \sin \frac{\pi n}{l} b \right) + \frac{h_2}{\pi n} \left( \sin \frac{\pi n}{l} b - \sin \frac{\pi n}{l} a \right) = \\
 &= \left( \frac{h_2 - h_1}{\pi n} \right) \left( \cos \frac{\pi n}{l} a - \cos \frac{\pi n}{l} b \right) = \\
 &= -\left( \frac{h_2 - h_1}{\pi n} \right) \left( \cos \frac{\pi n}{l} b - \cos \frac{\pi n}{l} a \right) \\
 &= 2 \left( \frac{h_2 - h_1}{\pi n} \right) \left( \sin \frac{\pi n(b+a)}{2l} \sin \frac{\pi n(b-a)}{2l} \right) = \\
 &= 2 \left( \frac{Q_d - Q_{ct}}{\pi n} \right) \left( \sin \frac{\pi n(2t_3 + t_{yd})}{T_0} \sin \frac{\pi n t_{yd}}{T_0} \right)
 \end{aligned} \quad (11)$$

Підставивши вирази (9) – (11) у вираз (5) отримаємо ряд Фур'є для послідовності прямокутних імпульсів:

$$\begin{aligned}
 Q(t) &= \frac{Q_{ct}(T_0 - t_{yd}) + Q_d t_{yd}}{T_0} + \\
 &+ \sum_{n=1}^{\infty} \left[ 2 \left( \frac{Q_d - Q_{ct}}{\pi n} \right) \left( \cos \frac{\pi n(2t_3 + t_{yd})}{T_0} \sin \frac{\pi n t_{yd}}{T_0} \right) + \right. \\
 &\left. 2 \left( \frac{Q_d - Q_{ct}}{\pi n} \right) \left( \sin \frac{\pi n(2t_3 + t_{yd})}{T_0} \sin \frac{\pi n t_{yd}}{T_0} \right) \right].
 \end{aligned} \quad (12)$$

Для створення імпульсних послідовностей з різними параметрами був застосований математичний пакет *Mathcad*. Алгоритм формування послідовності імпульсів для *Mathcad* записаний за допомогою умовної функції:

$$y(x) = f \left\{ \begin{array}{l} c1 \leq x \leq c2 \\ d1 \\ d2 \end{array} \right\}, \quad (13)$$

де  $c1, c2$  - значення змінної  $x$ , які визначають граничні умови;

$d1$  - значення, прийняте функцією при виконанні умови;

$d2$  - теж саме, при не виконанні умови.

Отримана крива зміни вертикальної сили при русі колеса з короткою нерівністю на поверхні кочення  $Q_d(t_j)$  у вигляді суми одиночних імпульсів зміщених на тривалість імпульсу і період їх проходження:

$$\begin{aligned}
 Q_d(t_j) &= \\
 &= \sum_{N=0}^{N=1} \left[ \begin{array}{c} t_3 + T_0 \cdot N \leq t_j \leq t_3 + t_{yd} + T_0 \cdot N \\ Q_d \\ Q_{ct} \end{array} \right].
 \end{aligned} \quad (14)$$

де  $t_3$  - зсув у часі відносно  $t_j$ ;

$N$  - кількість імпульсів у послідовності;

$t_{yd}, T_0$  - тривалість і період проходження імпульсів;

$Q_{ct}$  - статичне навантаження від колеса на рейку.

У виразі (14) сформований масив значень  $Q_j$ , у якому для кожного  $j$ -го відліку визначені значення, що відкладені по осі ординат. Додавши одиночні імпульси, зміщені по осі часу на  $t_{yd}$ ,  $T_0$  отримана необхідна послідовність імпульсів з варійованими значеннями тривалості та періоду їх проходження.

Згідно нормативному документу [9] установлені розміри коротких нерівностей, які дозволяють задати швидкісний режим прямування поїзда з виявленою короткою нерівністю на поверхні кочення колеса. Регламентовані глибини повзуна  $\delta_{0,m}$ :

$$0,001 < \delta_0 \leq 0,002;$$

$$0,002 < \delta_0 \leq 0,006;$$

$$0,006 < \delta_0 \leq 0,012;$$

$$\delta_0 > 0,012.$$

Для розрахунку прийняті наступні значення:  $r=0.475$  м;  $c_k=10^5$  кН/м;  $m_n=2$ м;  $m_p=0.15$  м, які підставлені у вираз (4) та умовну функцію (14). За допомогою пакета *Mathcad* побудовані імпульсні послідовності зміни вертикальної сили  $Q_d(t_j)$  с варійованими розмірами короткої нерівності і швидкості поїзда. На ілюстраціях (рис. 4, а – г) показані результати.

Результати розрахунків залежностей вертикальних сил  $Q_d(t_j)$  від часу використані в якості вихідних даних для динамічного аналізу перехідних процесів в MSC Nastran. Демпфування в цьому випадку задане у формі коефіцієнта конструкційного демпфування  $G = 0,1$ . Для визначення частоти перетворення  $\omega$  коефіцієнта  $G$  до еквівалентного в'язкого демпфування обрана перша основна частота власних коливань колісної пари  $\omega = 2\pi f, \omega = 2 \cdot 3,14 \cdot 72,4 = 455$  рад/с. При цьому матриця демпфування в рівнянні (1) має вигляд:

$$[C] = \frac{G}{\omega} [K], \quad (15)$$

Використовуючи метод прямого інтегрування знайдений розв'язок системи (1) у дискретних точках за часом, з фіксованим кроком  $\Delta t$ . Крок інтегрування обраний виходячи з мінімального періоду коливань

$$T_2 = \frac{1}{181,6} = 0,0055 \text{ с}, \Delta t = \frac{T_2}{8} = 7 \cdot 10^{-4} \text{ с}.$$

На ілюстраціях (рис. 5, а – ж) наведені результати динамічного аналізу у вигляді графіків залежностей переміщень осі колісної пари від часу при русі вагона на швидкостях 30 і 60 км/год з різними розмірами

нерівностей поверхні кочення коліс. Для наочності зображення коливального процесу взята точка на середній частині осі.

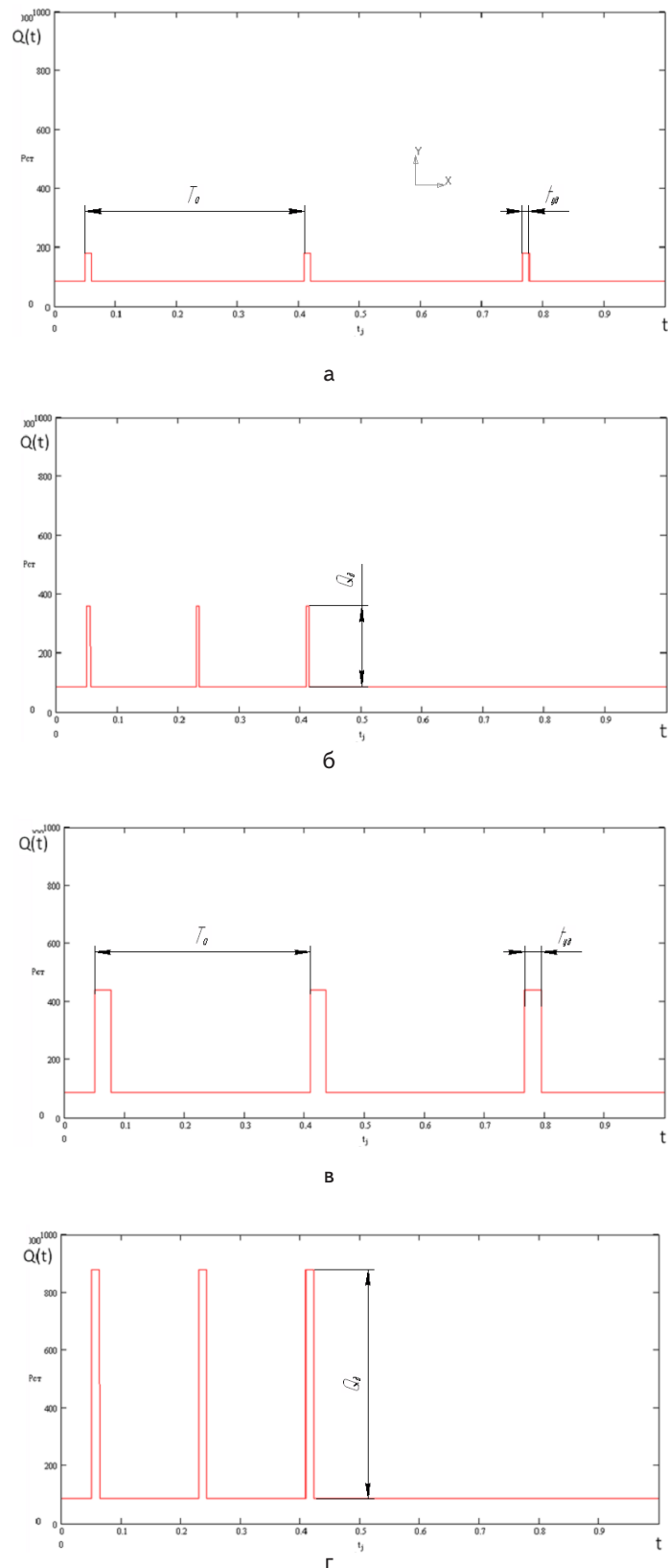
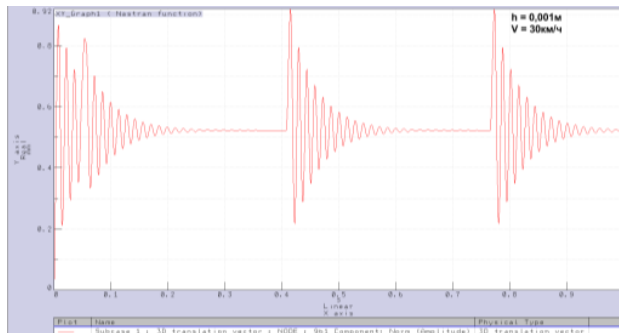
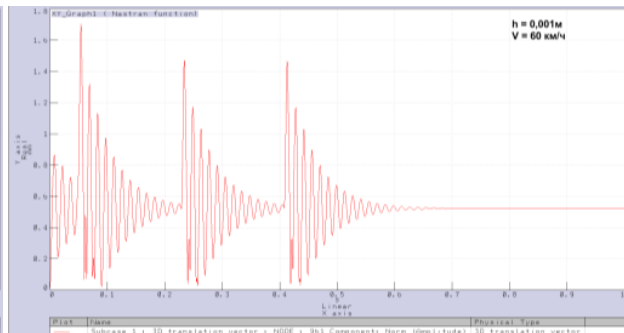


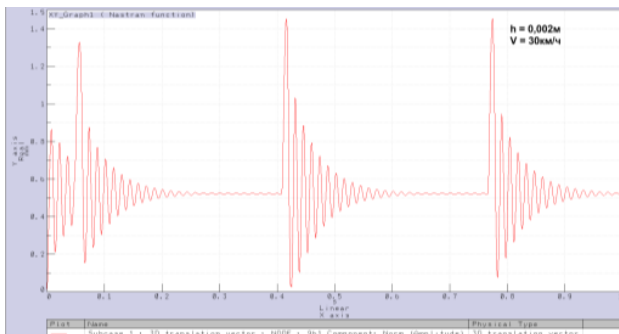
Рис. 4. Імпульсні послідовності зміни вертикальної сили на колесі з повзуном при: а –  $\delta_0=0,002$  м,  $v=30$  км/год; б –  $\delta_0=0,002$  м,  $v=60$  км/год ; в –  $\delta_0=0,012$  м,  $v=30$  км/год ; г –  $\delta_0=0,012$  м,  $v=60$  км/год



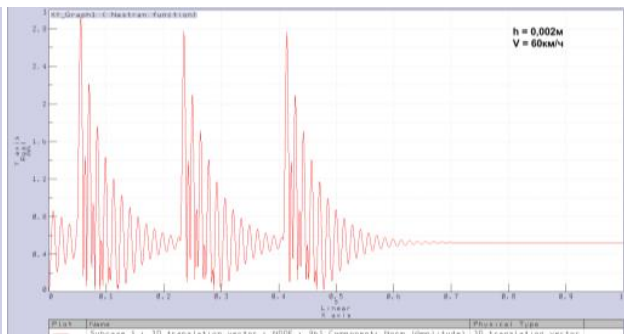
а



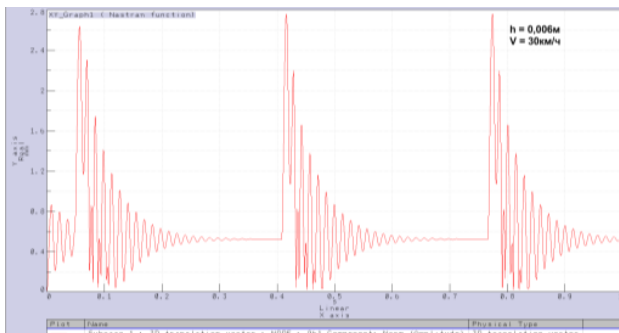
б



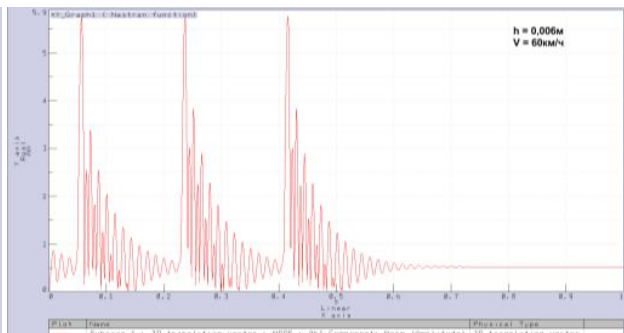
в



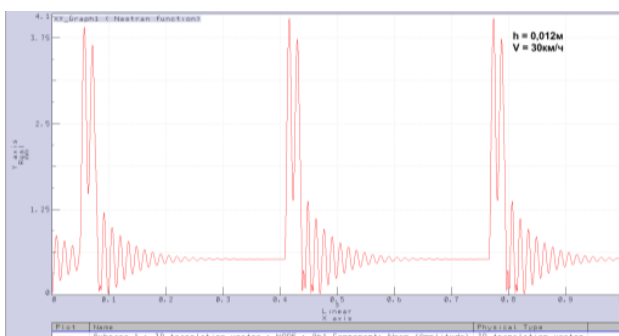
г



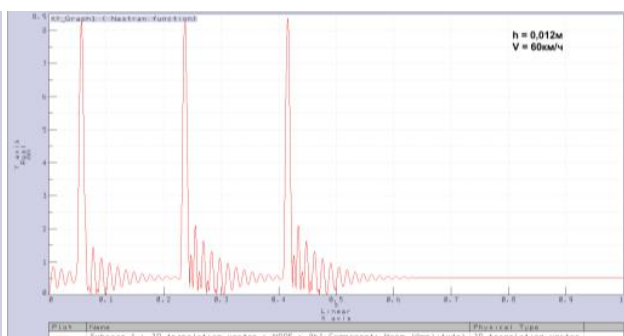
д



е



є



ж

Рис. 5. Амплітудно-часові залежності вібропереміщень середньої частини осі колісної пари: а –  $\delta_0=0,001$  м,  $v=30$  км/год; б –  $\delta_0=0,001$  м,  $v=60$  км/год; в –  $\delta_0=0,002$  м,  $v=30$  км/год; г –  $\delta_0=0,001$  м,  $v=60$  км/год; д –  $\delta_0=0,006$  м,  $v=30$  км/год; е –  $\delta_0=0,006$  м,  $v=60$  км/год; є –  $\delta_0=0,012$  м,  $v=30$  км/год; ж –  $\delta_0=0,012$  м,  $v=60$  км/год

Розроблена математична модель дозволяє дослідити вібраційний стан колісної пари при її русі з короткою нерівністю на поверхні кочення колеса і може бути ефективно використана, як основа акустичного методу, що реалізований як у бортових так і наземних засобах контролю технічного стану колісних пар рухомого складу під час руху [10, 11].

## 5. Висновки

Після інтерпретації результатів моделювання з'ясовано, що:

– при русі з короткою ізольованою нерівністю на поверхні кочення колеса максимальні вібропереміщення реалізуються на першій власній частоті коливань колісної пари  $f = 72,4$  Гц.

– При розмірах нерівності  $0,001 < \delta_0 \leq 0,012$  м у проміжках між ударами на швидкості 30 км/год коливання загасають повністю і стан системи наближається до випадку статичного навантаження. На швидкості 60 км/год процес не встановлюється до наступного удару, тобто коливання накладаються одне на одне.

– Тривалість ударної взаємодії колеса і рейки не залежить від швидкості вагона та розміру нерівності на поверхні кочення колеса. Ця величина лежить у межах  $1 < t_{\text{уд}} \leq 2$  мс і може бути використана у якості діагностичної ознаки для ідентифікації несправної кінематичної пари.

Отримані результати використані при побудові діагностичної моделі акустичного методу контролю та у якості граничних умов при моделюванні поля шумовипромінення колісної пари в підвагонному просторі.

## Література

1. Мартинов, І. Е. Підвищення експлуатаційної надійності пасажирських вагонів на основі акустичного контролю колісних пар [Текст] / І. Е. Мартинов, В. В. Бондаренко, Д. І. Скуріхін // Міжнародний інформаційно-технічний журнал «Вагонний парк». Харків. – 2011. – №6 – С. 36 – 39.
2. Бондаренко, В. В. Бортова система акустичного контролю колісних пар [Текст] / Бондаренко В. В., Скуріхін Д. І. // Залізничний транспорт України. – 2012. - №1. – С. 32-35.
3. Спосіб дистанційного акустичного контролю рейкового рухомого складу під час руху [Текст] пат. 95863 Україна МПК В61К 9/08 (2006.01), G01S 5/14(2006.01) / Бондаренко В. В., Візник Р. І., Скуріхін Д. І.; заявник та патентовласник Українська державна академія залізничного транспорту. - № а201005510 ; заяв. 05.05.2010; опублік. 12.09.2011, Бюл № 17/2011 – 5 с.
4. Кудрявцев, Н. Н. Оценка эксплуатационной нагруженности колесных пар пассажирских вагонов инерционными силами и их нормирование [Текст] / Н. Н. Кудрявцев, Б. В. Бакланов // Исследование неровностей колес пассажирских вагонов: Сб. науч. трудов ВНИИЖТ вып. № 608. – М.: Транспорт, 1979. – С. 88-101.
5. Образцов, В. Л. Автоматизация технической диагностики колес при движении поезда [Текст] / В. Л. Образцов, В. П. Малышев – М.: Транспорт, 1978. – 48с.
6. Кривошеев, В. Н. Анализ неровностей на поверхностях катания колес, выявленных методом силового контроля [Текст] / В. Н. Кривошеев // Исследование неровностей колес пассажирских вагонов: Сб. науч. трудов ВНИИЖТ вып. № 608. – М.: Транспорт, 1979. – С. 60-74.
7. Кудрявцев, Н. Н. Влияние коротких неровностей колес и рельсов на динамические силы и ускорения ходовых частей вагонов [Текст] / Н. Н. Кудрявцев, В. Н. Белоусов, В. М. Сасковец // Влияние неровностей поверхностей катания колес на работу ходовых частей пассажирских вагонов: Сб. науч. трудов ВНИИЖТ вып. № 610. – М.: Транспорт, 1981. – С. 4-22.
8. Голуб, Дж. Матричные вычисления [Текст] / Дж. Голуб, Ч. Ван Лоун – М.: «Мир», 1999. – 548 с.
9. Інструкція з огляду, обстеження, ремонту та формування вагонних колісних пар [Текст]: ЦВ-ЦЛ-0062. – затв. «Укрзалізниця» 01.04.05. – вид. офіц. – К.: ТОВ «НВП Поліграфсервіс», 2006. – 102 с.
10. Southern, C. Floor standing detectors WCM and RailBAM [Текст] / C. Southern, O. Kopke // The Permanent Way Institution. – 2002. - № 4. - С. 361 – 368.
11. Judge, T. Remote monitoring of the technical state [Text] T. Judge // Railway Age. - 2008. - № 8. – С. 33 – 36.