

Теорема Гаусса для поля в диэлектрике. Диэлектрическая проницаемость и ее физический смысл

В идеальных диэлектриках нет свободных зарядов, способных под действием внешнего электрического поля перемещаться по всему объему. Все электрические заряды диэлектрика связаны с атомами и молекулами вещества. Эти заряды получили название связанных зарядов. Под действием поля связанные заряды могут смещаться только в пределах микроскопических объемов.

Процесс смещения связанных зарядов под действием внешнего электрического поля называется поляризацией.

В результате поляризации на поверхности диэлектрика появляются связанные заряды.

Пусть, например, слой однородного диэлектрика заключен между двумя бесконечными параллельными плоскостями AA' и BB' (рис.4.9). Поверхностные плотности свободных зарядов этих плоскостей соответственно равны $+\sigma_p$ и $-\sigma_p$, и напряженность поля этих свободных зарядов E_0 . Направлена от пластины AA' к BB'. В результате поляризации диэлектрика на его поверхностях AA' и BB' возникнут связанные заряды, поверхностная плотность которых соответственно равна $-\sigma_p$ и $+\sigma_p$. Из рисунка видно, что электрическое поле связанных зарядов будет направлено от пластины BB' к AA', т.е. противоположно внешнему полю E_0 . Напряженность результирующего

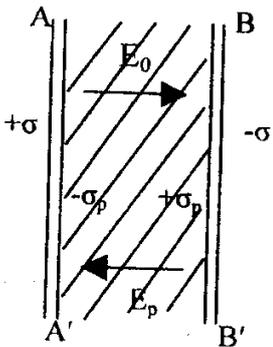


Рис.4.9

поля

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_p$$

равна геометрической сумме напряженностей поля свободных и связанных зарядов, или напряженность результирующего электрического поля внутри диэлектрика по величине будет равно разности

$$E = E_0 - E_p$$

и уменьшается по сравнению с тем полем E_0 , которое было бы в данном месте в отсутствие диэлектрика.

Согласно теореме Гаусса поток электростатического смещения через замкнутую поверхность равен алгебраической сумме всех зарядов, расположенных внутри поверхности:

$$\oint_S \vec{D}_n dS = \sum q \quad (4.9)$$

Поле в среде отличается от поля в вакууме тем, что оно создается как свободными, так и связанными зарядами, поэтому (4.9) можно записать в виде:

$$\oint_S \vec{D}_n dS = \sum q_{\text{своб}} + \sum q_{\text{связ}} \quad (4.10)$$

Выражение (4.10) и является теоремой Гаусса для поля в диэлектрике. Для нахождения $\sum q_{\text{связ}}$ вспомним, что

$$dq_{\text{связ}} = \sigma_p dS; \quad \sigma_p = P_{\ell_n};$$

$$\sigma_p \cdot dS = P_{\ell_n} \cdot dS; \quad dq_{\text{связ}} = P_{\ell_n} \cdot dS;$$

$$\sum q_{\text{связ}} = \oint_S dq_{\text{связ}}; \quad \sum q_{\text{связ}} = \oint_S P_{\ell_n} dS.$$

Теорема Гаусса для поля в диэлектрике запишется в виде

$$\oint_S D_n dS = \sum q_{\text{своб}} - \oint_S P_{\ell_n} dS. \quad (4.11)$$

Знак минус ставится ввиду того, что каждый рассеченный диполь внутри замкнутой поверхности, дает некомпенсированный заряд $-q$.

Перепишем (4.11) в виде

$$\oint_S (D_n + P_{\ell_n}) dS = \sum q_{\text{своб}}$$

Электростатическое смещение $D_n = \epsilon_0 E_{n \text{ и}}$

$$\oint_S (\epsilon_0 E_n + P_{\ell_n}) dS = \sum q_{\text{своб}}. \quad (4.12)$$

$$\sum q_{\text{своб}} = \oint_S D_n dS,$$

Подставив в уравнение (4.12) вместо $\sum q_{\text{своб}}$ получим

$$\oint_S (\epsilon_0 E_n + P_{\ell_n}) dS = \oint_S D_n \cdot dS.$$

Так как это равенство должно выполняться для любой замкнутой поверхности, то

$$D_n = \epsilon_0 E_n + P_{\ell_n};$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}_{\ell} \quad (4.13)$$

Вектор поляризации $\vec{P}_{\ell} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$.

Подставляя его значение в уравнение (4.13), получим

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \epsilon_0 \chi \vec{E} = \epsilon_0 (1 + \chi) \vec{E}$$

Обозначим $(1 + \chi) = \epsilon$.

Называется эта величина относительной диэлектрической проницаемостью диэлектрика.

Относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика равна его электрической восприимчивости, увеличенной на единицу.

Вводя обозначение ϵ' для вектора электрического смещения в диэлектрике, имеем следующее выражение:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E} \quad (4.14)$$

Для вакуума $\epsilon = 1$;

$$\vec{D}_0 = \epsilon_0 \vec{E}. \quad (4.15)$$

Взяв отношение (4.14) к (4.15), получим, что

$$\epsilon = \frac{D}{D_0},$$

т.е. диэлектрическая проницаемость показывает, во сколько раз увеличивается величина электрического смещения при внесении в поле диэлектрика.

