



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Дніпропетровський національний університет
залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна

Кафедра «Електрорухомий склад залізниць»

ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ

Завдання до курсової роботи з методичними вказівками

Укладач А. М. Афанасов

*Для студентів напрямку підготовки 6.050702
«Електромеханіка», спеціальності 7.05070203
«Електричний транспорт»*

Дніпропетровськ 2014

УДК 629.423(075.8)

Укладач

Афанасов Андрій Михайлович

Рецензенти:

доктор техн. наук, проф. *А.М. Муха* (ДПТ)

Теорія автоматичного керування [Текст]: завдання на курсову роботу з методичними вказівками / уклад.: А. М. Афанасов; Дніпропетр. нац. ун-т залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна. – Д.: Вид-во Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна, 2014. – 23 с.

Призначено для виконання курсової роботи з дисципліни «Теорія автоматичного керування» студентами денної та безвідривної форм навчання за напрямом підготовки 6.050702 «Електромеханіка», спеціальності 7.05070203 «Електричний транспорт».

Курсову роботу присвячено розрахунку характеристик системи автоматичного керування та дослідженню її стійкості.

Методичні вказівки містять вихідні дані до курсової роботи, завдання та рекомендації з виконання всіх розділів роботи.

Іл. 6. Табл. 6. Бібліогр.: 4 назв.

© Афанасов А. М., укладання, 2014

© Вид-во Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна, редагування, оригінал-макет, 2014

ЗМІСТ

ЗАГАЛЬНІ ВИМОГИ	4
Завдання на курсову роботу	4
Вихідні дані на курсову роботу	5
Порядок виконання курсової роботи	6
1. СТРУКТУРНА СХЕМА СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ..	6
2. ВИЗНАЧЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ЛАНОК САК	6
2.1 Ланка № 1	6
2.2 Ланка № 2	12
2.3 Ланка № 3	15
3. ВИЗНАЧЕННЯ ПЕРЕДАВАЛЬНОЇ ФУНКЦІЇ САК	15
3.1. Передавальна функція САК у розімкненому стані	15
3.2. Частотна передавальна функція розімкненої САК.....	16
3.3. Передавальна функція замкнутої САК	16
3.4. Частотна передавальна функція замкнутої САК.....	17
4. ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ САК.....	17
4.1. Стійкість замкнутої САК за критерієм Гурвіца	17
4.2. Стійкість замкнутої САК за критерієм Михайлова.....	18
4.3. Стійкість замкнутої САК за критерієм Найквіста.....	19
4.4. Визначення критичного коефіцієнту передачі САК	21
БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК	22

ЗАГАЛЬНІ ВИМОГИ

Метою курсової роботи є дослідження системи автоматичного керування (САК) заданої структури шляхом визначення характеристик окремих ланок САК, визначення характеристик САК в розімкненому та замкненому стані, дослідження стійкості САК. Система автоматичного керування складається з трьох типових ланок, робота кожної з яких описується заданим диференціальним рівнянням.

Курсова робота складається з чотирьох частин і виконується за індивідуальними вихідними даними, які визначаються за двоохзначним номером завдання. Номер завдання для студентів денної форми навчання задається викладачем. Номер завдання для студентів безвідривної форми навчання відповідає двом останнім цифрам їх учбового шифру.

ЗАВДАННЯ НА КУРСОВУ РОБОТУ

1. Скласти структурну схему САК.
2. Визначити характеристики ланок САК:
 - передавальні функції;
 - перехідні характеристики;
 - імпульсні характеристики;
 - частотні характеристики.
3. Визначити передавальні функції САК у розімкненому та замкненому стані:
 - передавальну функцію розімкненої САК;
 - частотну передавальну функцію розімкненої САК;
 - передавальну функцію замкненої САК;
 - частотну передавальну функцію замкненої САК.
4. Провести дослідження замкненої САК на стійкість:
 - за критерієм Гурвіца;
 - за критерієм Михайлова;
 - за критерієм Найквіста.
5. Перелік графічних робіт:
 - структурна схема САК;
 - перехідні характеристики ланок 1 та 2;
 - імпульсні характеристики ланок 1 та 2;
 - амплітудні частотні характеристики ланок 1 та 2;
 - фазові частотні характеристики ланок 1 та 2;
 - амплітудно-фазові частотні характеристики ланок 1 та 2;
 - годограф Михайлова для замкненої САК;
 - амплітудно-фазова частотна характеристика розімкненої САК.

ВИХІДНІ ДАНІ НА КУРСОВУ РОБОТУ

ЗАГАЛЬНІ ВИХІДНІ ДАНІ

Структурна схема САК наведена на рис. 1.

Загальний вид диференціальних рівнянь, що описують стан окремих ланок системи автоматичного керування:

$$T_0^2 \frac{d^2 z}{dt^2} + T_1 \frac{dz}{dt} + z = k_1 y ; \quad (\text{ланка 1})$$

$$T_2 \frac{du}{dt} + u = k_2 z ; \quad (\text{ланка 2})$$

$$x = k_3 u . \quad (\text{ланка 3})$$

ІНДИВІДУАЛЬНІ ВИХІДНІ ДАНІ

Коефіцієнти передачі (k_1 , k_2 , k_3) та постійні часу (T_0 , T_1 , T_2) для окремих ланок САК обираються за двозначним номером завдання з таблиць, які наведено нижче.

Параметр	Передостання цифра номеру завдання									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
T_0 , мс	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
k_1	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9
k_2	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9

Параметр	Остання цифра номеру завдання									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
T_1 , мс	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
T_2 , мс	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
k_3	3,0	3,2	3,4	3,6	3,8	4,0	4,2	4,4	4,6	4,8

ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ

1. СТРУКТУРНА СХЕМА СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ

Структурна схема системи автоматичного керування (САК) наведена на рис. 1. Дана система – замкнута, з негативним зворотнім зв'язком, має три ланки з передаточними функціями: $W_1(p)$, $W_2(p)$, $W_3(p)$.

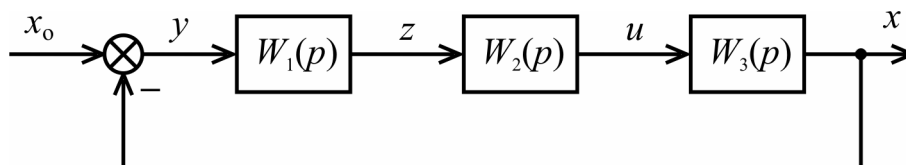


Рис. 1. Структурна схема САК

Управляючою координатою є x_0 , той, що управляється – x . Проміжні сигнали пов'язані між собою рівняннями:

$$y = x_0 - x;$$

$$z(p) = W_1(p) \cdot y(p);$$

$$u(p) = W_2(p) \cdot z(p);$$

$$x(p) = W_3(p) \cdot u(p).$$

САК здійснює автоматичне регулювання за відхиленням. Величина y є помилкою регулювання (відхиленням).

2. ВИЗНАЧЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ЛАНОК САК

2.1. Ланка № 1

Дана ланка описується диференціальним рівнянням

$$T_0^2 \frac{d^2 z}{dt^2} + T_1 \frac{dz}{dt} + z = k_1 y,$$

де y і z – вхідний та вихідний сигнали відповідно;

T_0 , T_1 – постійні часу;

k_1 – коефіцієнт передачі.

Запишемо дане рівняння в операторній формі

$$T_0^2 \cdot p^2 \cdot z(p) + T_1 \cdot p \cdot z(p) + z(p) = k_1 \cdot y(p).$$

Знайдемо передавальну функцію ланки у вигляді:

$$W_1(p) = \frac{z(p)}{y(p)};$$

$$W_1(p) = \frac{k_1}{T_0^2 p^2 + T_1 p + 1}.$$

Дана ланка є інерційною ланкою другого порядку.
Характеристичний поліном ланки має вигляд

$$d_1(p) = T_0^2 p^2 + T_1 p + 1.$$

Характеристичне рівняння

$$T_0^2 p^2 + T_1 p + 1 = 0.$$

Знайдемо корні характеристичного рівняння:

$$p_1 = \frac{-T_1 + \sqrt{T_1^2 - 4T_0^2}}{2T_0^2};$$

$$p_2 = \frac{-T_1 - \sqrt{T_1^2 - 4T_0^2}}{2T_0^2}.$$

Якщо корні p_1 і p_2 характеристичного рівняння дійсні, то дана ланка є аперіодичною, якщо корні p_1 і p_2 комплексні, дана ланка є коливальною. Для коливальної ланки корні p_1 і p_2 мають вигляд

$$p_{1,2} = \alpha \pm j\beta.$$

Знаходимо перехідну функцію ланки $h_1(t)$, підставивши у рівняння її стану значення вхідного сигналу $y = 1$.

$$T_0^2 \frac{d^2 z}{dt^2} + T_1 \frac{dz}{dt} + z = k_1.$$

Для аперіодичної ланки другого порядку перехідна функція має вигляд

$$h_1(t) = k_1 \left[\frac{p_2}{p_1 - p_2} e^{p_1 t} - \frac{p_1}{p_1 - p_2} e^{p_2 t} + 1 \right].$$

Імпульсна функція аперіодичної ланки другого порядку

$$v_1(t) = \frac{dh_1}{dt} = \frac{k_1 p_1 p_2}{p_1 - p_2} [e^{p_1 t} - e^{p_2 t}].$$

Для коливальної ланки перехідна функція має вигляд:

$$h_1(t) = k_1 \left[1 - \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{\beta} e^{\alpha t} \cdot \sin(\beta t + \varphi_0) \right];$$

$$\varphi_0 = \arctg \frac{\beta}{\alpha}.$$

Імпульсна функція коливальної ланки

$$v_1(t) = \frac{dh_1}{dt} = \frac{k_1(\alpha^2 + \beta^2)}{\beta} \cdot e^{\alpha t} \cdot \sin \beta t.$$

Коефіцієнт демпфірування ланки

$$n = \frac{T_1}{2T_0}.$$

Задаючись значенням t , розраховуємо величини $h_1(t)$ і $v_1(t)$. Результати розрахунку зводимо в табл. 1.

Таблиця 1

t, c							
h_1							
v_1							

За даними таблиці 1 будуємо характеристики $h_1(t)$ і $v_1(t)$.

Частотну передавальну функцію ланки $W_1(j\omega)$ отримаємо, виконавши у виразі для $W_1(p)$ заміну $p = j\omega$.

підставивши у вираз для її передавальної функції $p = j\omega$.

$$W_1(j\omega) = \frac{k_1}{-T_0^2 \omega^2 + jT_1 \omega + 1}.$$

Дійсна частотна функція ланки

$$U_1(\omega) = \frac{k_1(1 - T_0^2 \omega^2)}{(1 - T_0^2 \omega^2)^2 + T_1^2 \omega^2}.$$

Уявна частотна функція ланки

$$V_1(\omega) = -\frac{k_1 T_1 \omega}{(1 - T_0^2 \omega^2)^2 + T_1^2 \omega^2}.$$

Амплітудна частотна функція ланки

$$A_1(\omega) = \frac{k_1}{\sqrt{(1 - T_0^2 \omega^2)^2 + T_1^2 \omega^2}}.$$

Логарифмічна амплітудна частотна функція ланки

$$L_1(\omega) = 20 \lg A_1(\omega).$$

Фазова частотна функція ланки

$$\varphi_1(\omega) = -\arccos \frac{1 - T_0^2 \omega^2}{\sqrt{(1 - T_0^2 \omega^2)^2 + T_1^2 \omega^2}}.$$

Задаючись значенням ω , розраховуємо величини $U_1(\omega)$, $V_1(\omega)$, $A_1(\omega)$, $L_1(\omega)$, $\varphi_1(\omega)$. Результати розрахунку зводимо в табл. 2. За даними табл. 2 будуємо амплітудну, фазову та амплітудно-фазову частотні характеристики ланки 1.

Таблиця 2

$\omega, 1/\text{с}$								
U_1								
V_1								
A_1								
L_1								
$\varphi_1, ^\circ$								

Загальний вигляд характеристик аперіодичної ланки другого порядку наведено на рис. 2, а коливальної ланки – на рис. 3.

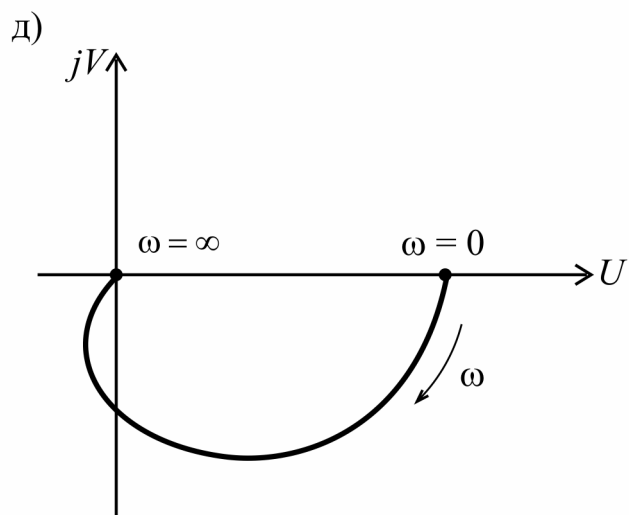
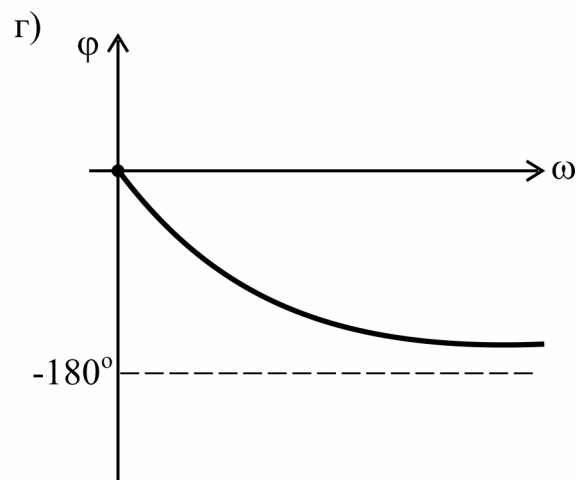
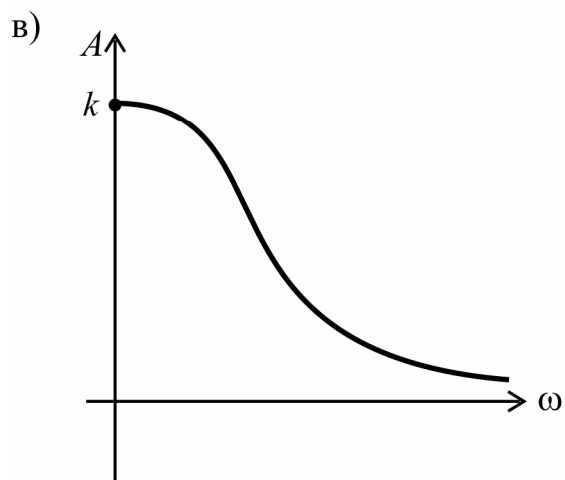
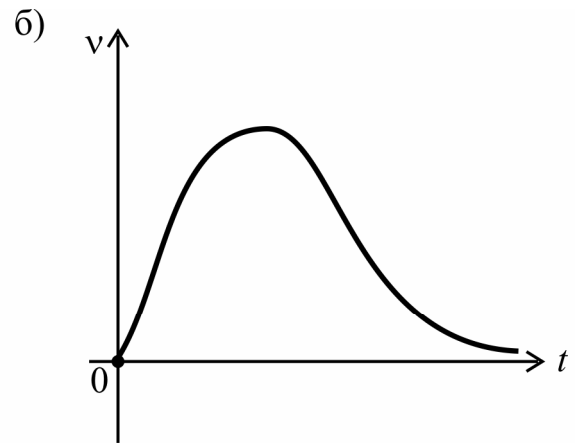
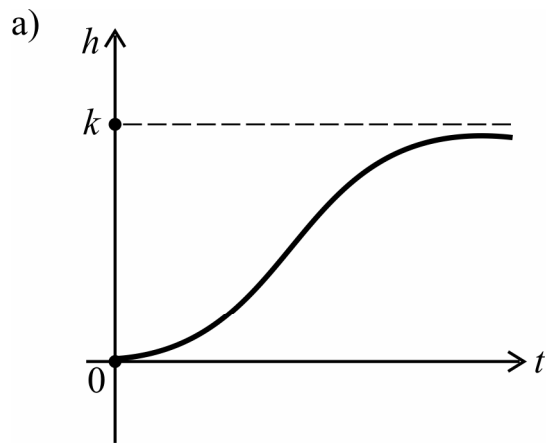


Рис. 2. Характеристики аперіодичної ланки другого порядку:
а) перехідна характеристика; б) імпульсна характеристика;
в) амплітудна частотна характеристика; г) фазова частотна характеристика;
д) амплітудно-фазова частотна характеристика

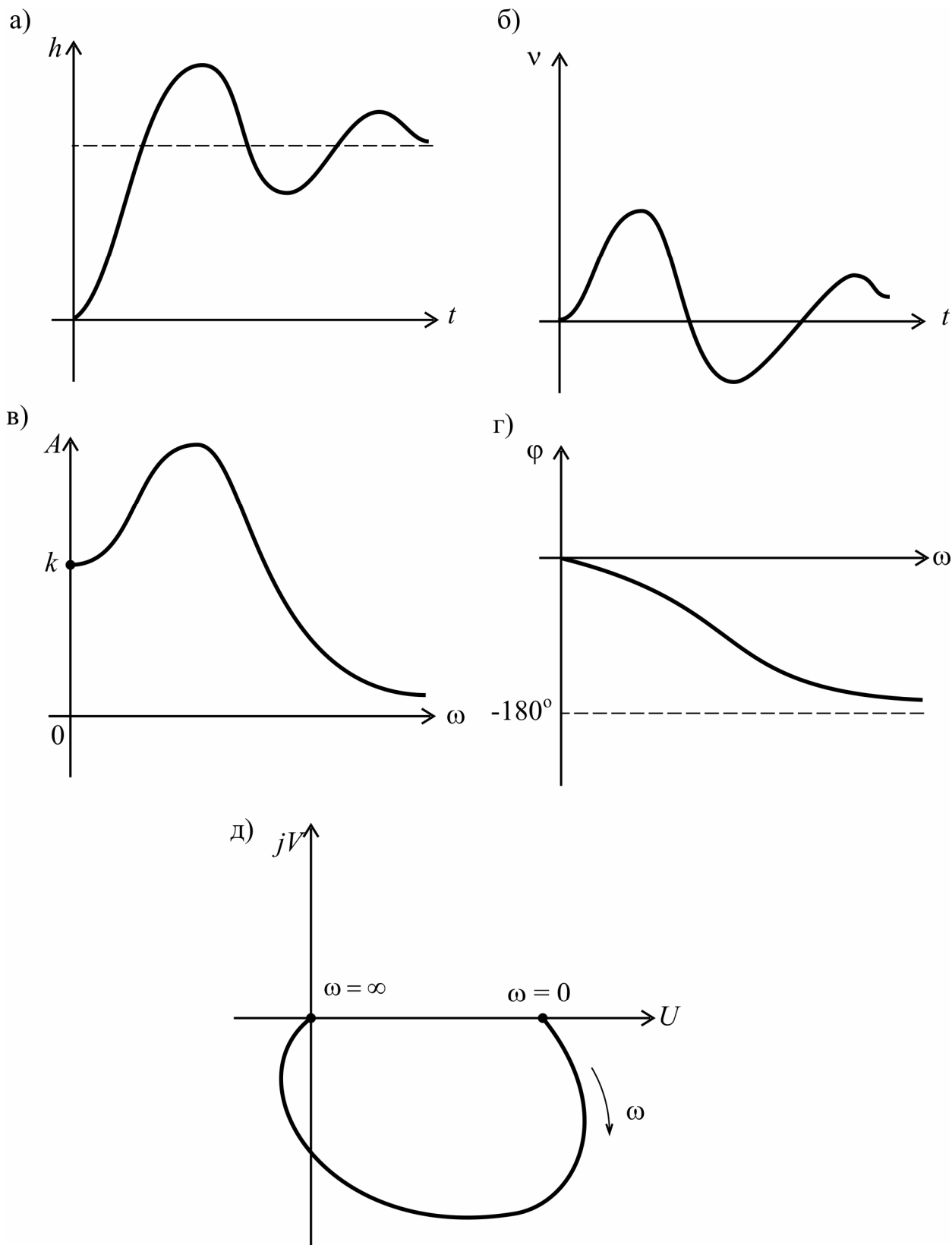


Рис. 3. Характеристики коливної ланки:
а) перехідна характеристика; б) імпульсна характеристика;
в) амплітудна частотна характеристика; г) фазова частотна характеристика;
д) амплітудно-фазова частотна характеристика

2.2. Ланка № 2

Дана ланка описується диференціальним рівнянням

$$T_2 \frac{du}{dt} + u = k_2 z,$$

де z і u – вхідний та вихідний сигнали відповідно;

T_2 – постійна часу;

k_2 – коефіцієнт передачі.

Запишемо дане рівняння в операторній формі

$$T_2 p u(p) + u(p) = k_2 z(p).$$

Знайдемо передавальну функцію ланки у вигляді

$$W_2(p) = \frac{u(p)}{z(p)} = \frac{k_2}{T_2 p + 1}.$$

Дана ланка є аперіодичною ланкою першого порядку.

Знайдемо перехідну функцію ланки $h_2(t)$, підставивши у рівняння її стану значення вхідного сигналу $z = 1$.

$$T_2 \frac{du}{dt} + u = k_2.$$

Перехідна функція аперіодичної ланки першого порядку має вигляд

$$h_2(t) = k_2 \left(1 - e^{-\frac{t}{T_2}} \right).$$

Імпульсна функція аперіодичної ланки першого порядку

$$v_2(t) = \frac{dh_2}{dt} = \frac{k_2}{T_2} e^{-\frac{t}{T_2}}.$$

Задаючись значеннями t , розраховуємо величини $h_2(t)$ і $v_2(t)$.
Результати розрахунку зводимо в табл. 3.

Таблиця 3

$t, \text{с}$							
h_2							
v_2							

За даними таблиці 3 будуємо характеристики $h_2(t)$ і $v_2(t)$.

Частотну передавальну функцію ланки $W_2(j\omega)$ отримаємо, виконавши у виразі для $W_2(p)$ заміну $p = j\omega$.

$$W_2(j\omega) = \frac{k_2}{1 + j\omega T_2}.$$

Дійсна частотна функція ланки

$$U_2(\omega) = \frac{k_2}{1 + T_2^2 \omega^2}.$$

Уявна частотна функція ланки

$$V_2(\omega) = -\frac{k_2 T_2 \omega}{1 + T_2^2 \omega^2}.$$

Амплітудна частотна функція ланки

$$A_2(\omega) = \frac{k_2}{\sqrt{1 + T_2^2 \omega^2}}.$$

Логарифмічна амплітудна частотна функція ланки

$$L_2(\omega) = 20 \lg A_2(\omega).$$

Фазова частотна функція ланки

$$\varphi_2(\omega) = -\arctg T_2 \omega.$$

Задаючись значенням ω , розраховуємо величини $U_2(\omega)$, $V_2(\omega)$, $A_2(\omega)$, $L_2(\omega)$, $\varphi_2(\omega)$. Результати розрахунку зводимо в табл. 4. За даними табл. 4 будуємо амплітудну, фазову та амплітудно-фазову частотні характеристики ланки 2.

Таблиця 4

$\omega, 1/c$								
U_2								
V_2								
A_2								
L_2								
$\varphi_2, ^\circ$								

Загальний вигляд характеристик аперіодичної ланки першого порядку наведено на рис. 4.

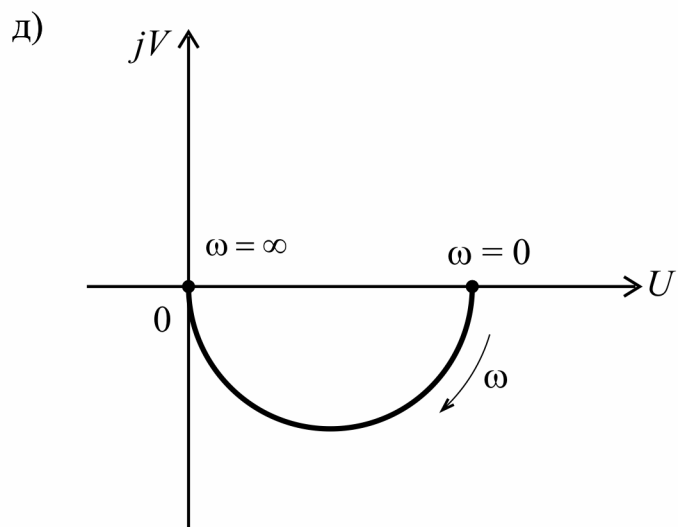
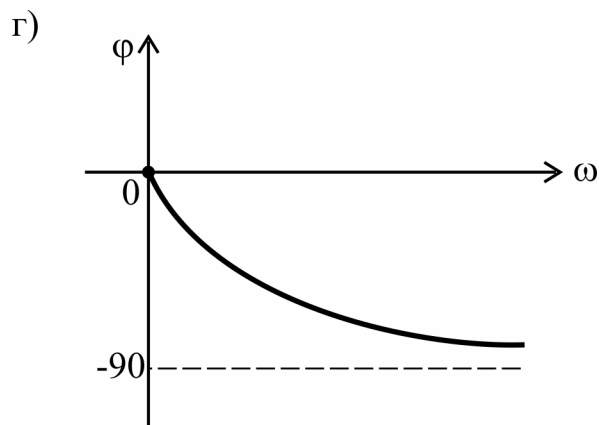
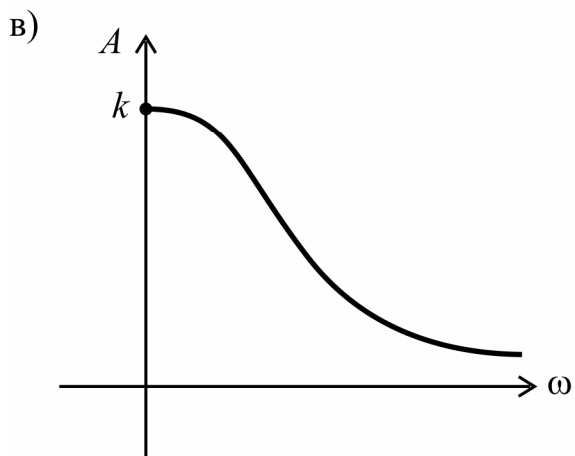
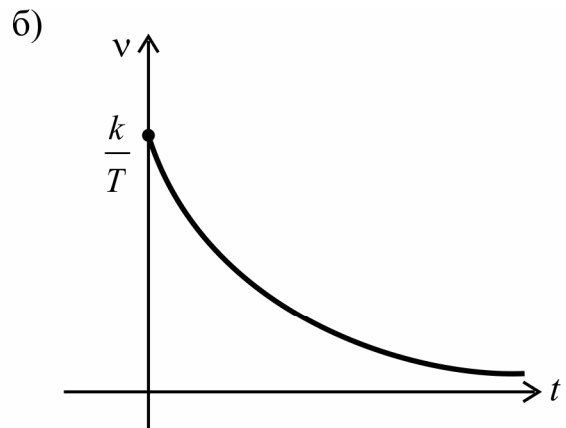
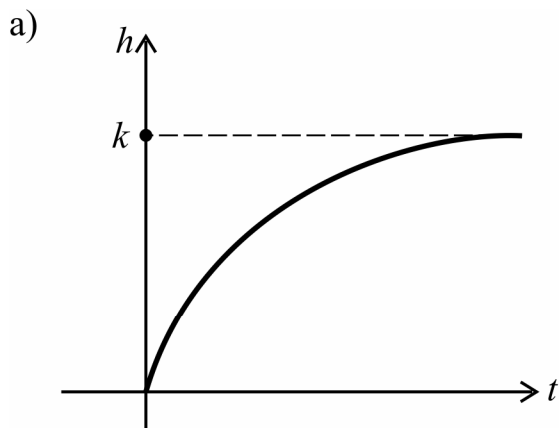


Рис. 4. Характеристики аперіодичної ланки першого порядку:
 а) перехідна характеристика; б) імпульсна характеристика;
 в) амплітудна частотна характеристика; г) фазова частотна характеристика;
 д) амплітудно-фазова частотна характеристика

2.3. Ланка № 3

Дана ланка описується рівнянням

$$x = k_3 u,$$

де u і x – вхідний та вихідний сигнали відповідно;

k_3 – коефіцієнт передачі.

Передавальна функція ланки

$$W_3(p) = \frac{x(p)}{u(p)} = k_3.$$

Дана ланка є пропорційною.

Знайдемо перехідну функцію ланки $h_3(t)$, підставивши у рівняння її стану значення вхідного сигналу $u = 1$.

$$x = k_3.$$

Перехідна функція пропорційної ланки має вигляд

$$h_3(t) = k_3.$$

Імпульсна функція пропорційної ланки

$$v_3(t) = k_3 \cdot \delta(t),$$

де $\delta(t)$ – дельта-функція.

Частотні характеристики пропорційної ланки знайдемо у вигляді:

$$W_3(j\omega) = k_3;$$

$$U_3(\omega) = k_3;$$

$$V_3(\omega) = 0;$$

$$A_3(\omega) = k_3;$$

$$L_3(\omega) = 20 \lg k_3;$$

$$\varphi_3(\omega) = 0.$$

3. ВИЗНАЧЕННЯ ПЕРЕДАВАЛЬНОЇ ФУНКЦІЇ САК

3.1. Передавальна функція САК у розімкненому стані

Задана система автоматичного керування є замкненою із негативним зворотним зв'язком. Якщо розірвати зворотний зв'язок, отримаємо розімкнену систему з трьома послідовно з'єднаними ланками. Передавальна функція САК у розімкненому стані

$$W(p) = W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot W_3(p).$$

Підставивши у дане рівняння вирази для передавальних функцій окремих ланок, отримаємо

$$W(p) = \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot k_3}{(T_0^2 p^2 + T_1 p + 1) \cdot (T_2 p + 1)}.$$

Після ряду перетворювань та заміन отримаємо

$$W(p) = \frac{k}{a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + 1},$$

де k – загальний коефіцієнт передачі;

a_0, a_1, a_2 – коефіцієнти характеристичного полінома.

$$k = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3;$$

$$a_0 = T_0^2 \cdot T_2;$$

$$a_1 = T_0^2 + T_1 \cdot T_2;$$

$$a_2 = T_1 + T_2.$$

Підставимо значення k, a_0, a_1 і a_2 у вираз для $W(p)$, це і буде передавальна функція розімкненої САК.

3.2. Частотна передавальна функція розімкненої САК

Частотну передавальну функцію САК у розімкненому стані отримаємо, виконавши у виразі для $W(p)$ заміну $p = j\omega$.

$$W(j\omega) = \frac{k}{a_0 (j\omega)^3 + a_1 (j\omega)^2 + a_2 \cdot j\omega + 1}.$$

Виконаємо перетворення та отримаємо цей вираз у вигляді

$$W(j\omega) = \frac{k}{N(\omega) + jM(\omega)},$$

де

$$N(\omega) = 1 - a_1 \omega^2;$$

$$M(\omega) = -a_0 \omega^3 + a_2 \omega.$$

Підставимо значення k та вирази для $N(\omega), M(\omega)$ у формулу для $W(j\omega)$, це і буде частотна передавальна функція розімкненої САК.

3.3. Передавальна функція замкненої САК

Передавальна функція замкненої САК може бути знайдена за формулою

$$\overline{W}(p) = \frac{W(p)}{1 + W(p)}.$$

Підставивши у дану формулу вираз для $W(p)$, отримаємо у загальному вигляді

$$\overline{W}(p) = \frac{k}{a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3},$$

де $a_3 = k + 1$.

Підставимо значення k , a_0 , a_1 , a_2 і a_3 у вираз для $\overline{W}(p)$, це і буде передавальна функція замкненої САК.

3.4. Частотна передавальна функція замкненої САК

Частотну передавальну функцію САК у замкнутому стані отримаємо, виконавши у виразі для $\overline{W}(p)$ заміну $p = j\omega$.

Частотна передавальна функція замкненої САК має вигляд

$$\overline{W}(j\omega) = \frac{k}{\overline{N}(\omega) + j\overline{M}(\omega)},$$

де

$$\overline{N}(\omega) = -a_1 \omega^2 + a_3;$$
$$\overline{M}(\omega) = M(\omega).$$

Підставимо значення k та вирази для $\overline{N}(\omega)$, $\overline{M}(\omega)$ у формулу для $\overline{W}(j\omega)$, це і буде частотна передавальна функція замкненої САК.

4. ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ САК

4.1. Стійкість замкненої САК за критерієм Гурвіца

Характеристичний поліном замкненої САК має вигляд

$$\overline{D}(p) = a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3.$$

Характеристичне рівняння

$$a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3 = 0.$$

Для характеристичного рівняння третього порядку умови стійкості:

$$a_0 > 0; \quad a_1 > 0; \quad a_2 > 0; \quad a_3 > 0; \quad a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0.$$

Так як a_0 , a_1 , a_2 і a_3 позитивні, стійкість САК визначається нерівністю

$$a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0.$$

При дотриманні даної умови САК стійка, якщо умова не виконується, САК нестійка.

4.2. Стійкість замкненої САК за критерієм Михайлова

Комплексний характеристичний поліном замкненої САК

$$\overline{D}(j\omega) = \overline{N}(\omega) + j\overline{M}(\omega),$$

де

$$\overline{N}(\omega) = -a_1 \omega^2 + a_3;$$

$$\overline{M}(\omega) = -a_0 \omega^3 + a_2 \omega.$$

Для спрощення побудови кривої Михайлова знайдемо точки її перетину з дійсною і уявною осями. Для цього вирішимо рівняння:

$$\overline{M}(\omega) = 0;$$

$$\overline{N}(\omega) = 0.$$

Знайдемо точки перетину кривої Михайлова з дійсною віссю

$$-a_0 \omega^3 + a_2 \omega = 0.$$

Маємо два кореня:

$$\omega_0 = 0;$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{a_2}{a_0}}.$$

Знайдемо точки перетину кривої Михайлова з уявною віссю

$$-a_1 \omega^2 + a_3 = 0.$$

Маємо один корінь

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{a_3}{a_1}}.$$

Задамося рядом значень ω (у тому числі ω_0 , ω_1 , ω_2) і визначимо дійсну і уявну частини $\overline{D}(j\omega)$. Результати розрахунку $\overline{N}(\omega)$ і $\overline{M}(\omega)$ заносимо в табл. 5.

Таблиця 5

$\omega, 1/c$							
$\bar{N}(\omega)$							
$\bar{M}(\omega)$							

За даними таблиці будуюмо годограф Михайлова. Якщо крива Михайлова при зміні частоти ω від нуля до ∞ , починаючись при $\omega=0$ на дійсній позитивній осі, обходить проти годинникової стрілки послідовно n квадрантів координатної площини, де n – порядок характеристичного поліному, то САК стійка.

Загальний вигляд кривої Михайлова для стійкої САК з характеристичним поліномом третього порядку наведено на рис. 5.

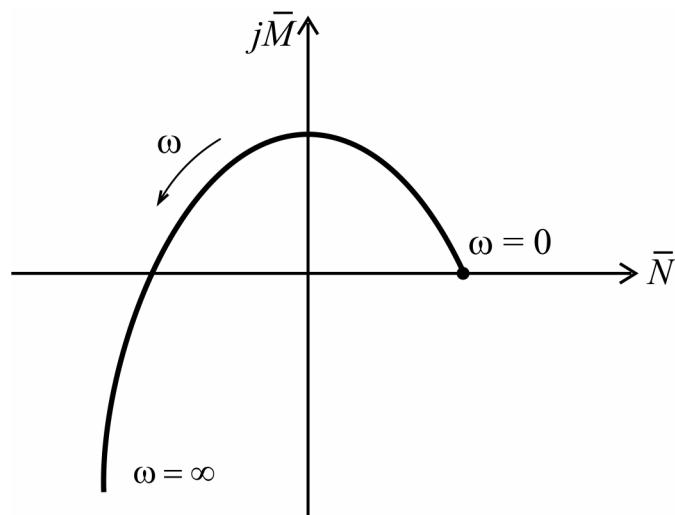


Рис. 5. Годограф Михайлова

4.3. Стійкість замкненої САК за критерієм Найквіста

Попередньо визначимо стійкість розімкненої САК за критерієм Гурвіца. Характеристичне рівняння для розімкненої САК має вигляд

$$a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + 1 = 0.$$

Для характеристичного рівняння третього порядку умови стійкості:

$$a_0 > 0; \quad a_1 > 0; \quad a_2 > 0; \quad a_1 a_2 - a_0 > 0.$$

Так як a_0 , a_1 і a_2 позитивні, стійкість розімкненої САК визначається нерівністю

$$a_1 a_2 - a_0 > 0.$$

При дотриманні даної умови САК стійка.

Знайдемо амплітудно-фазну частотну характеристику (АФЧХ) розімкненої САК. Помноживши чисельник і знаменник виразу для $W(j\omega)$ на

сполучений множник $N(\omega) - jM(\omega)$ та розділивши дійсну і уявну частини, отримаємо

$$W(j\omega) = \frac{kN(\omega)}{N^2(\omega) + M^2(\omega)} + j \frac{-kM(\omega)}{N^2(\omega) + M^2(\omega)}.$$

Для зручності введемо нові позначення

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega),$$

де $P(\omega)$ та $Q(\omega)$ – дійсна і уявна частини АФЧХ відповідно.

$$P(\omega) = \frac{kN(\omega)}{N^2(\omega) + M^2(\omega)} = \frac{k(1 - a_1\omega^2)}{(1 - a_1\omega^2)^2 + (a_2\omega - a_0\omega^3)^2};$$

$$Q(\omega) = -\frac{kM(\omega)}{N^2(\omega) + M^2(\omega)} = -\frac{k(a_2\omega - a_0\omega^3)}{(1 - a_1\omega^2)^2 + (a_2\omega - a_0\omega^3)^2}.$$

Визначимо частоти, при яких АФЧХ перетинає дійсну та уявну вісі з умов: $Q(\omega) = 0$; $P(\omega) = 0$.

Знайдемо точки перетину АФЧХ з дійсною віссю

$$a_2\omega - a_0\omega^3 = 0.$$

Маємо два кореня:

$$\omega_0 = 0;$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{a_2}{a_0}}.$$

Знайдемо точки перетину АФЧХ з уявною віссю

$$1 - a_1\omega^2 = 0.$$

Маємо один корінь

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{a_1}}.$$

Задамося рядом значень ω (у тому числі ω_0 , ω_1 , ω_2) і визначимо дійсну і уявну частини $W(j\omega)$. Результати розрахунку $P(\omega)$ і $Q(\omega)$ заносимо в табл. 6. За даними таблиці 6 будуємо АФЧХ розімкненої САК та за критерієм Найквіста визначаємо її стійкість.

Таблиця 6

$\omega, 1/c$							
$P(\omega)$							
$Q(\omega)$							

Якщо САК в розімкненому стані стійка, то замкнена САК буде стійка при умові, що годограф АФЧХ розімкненої САК не охоплює точку $(-1; 0)$.

На рис. 6 наведено загальний вигляд АФЧХ стійкої розімкненої САК, яка буде стійка і у замкнутому стані.

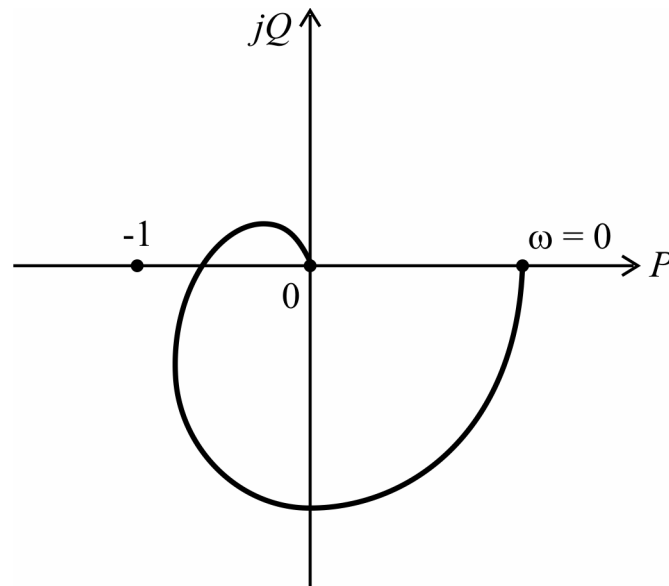


Рис. 6. АФЧХ розімкненої САК

4.4. Визначення критичного коефіцієнту передачі САК

Значення критичного коефіцієнту передачі САК знайдемо, використовуючи критерій стійкості Гурвіца, з умови

$$a_1 a_2 - a_0 a_3 = 0$$

або

$$a_1 a_2 = a_0 a_3.$$

Підставивши у дану рівність вирази для a_1 , a_2 , a_0 та a_3 , отримаємо рівняння

$$(T_0^2 + T_1 \cdot T_2) \cdot (T_1 + T_2) = T_0^2 \cdot T_2 (k_{кр} + 1).$$

Вирішивши дане рівняння відносно $k_{кр}$, остаточно отримаємо вираз

$$k_{кр} = \frac{T_1}{T_2} + \frac{T_1^2}{T_0^2} + \frac{T_1 \cdot T_2}{T_0^2}.$$

При $k < k_{кр}$, САК стійка. При $k > k_{кр}$, САК нестійка.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Попович, М. Г. Теорія автоматичного керування [Текст] : навч. посібник для вузів / М. Г. Попович, О. В. Ковальчук. – К. : Либідь, 2007. – 655 с.
2. Юревич, Е. И. Теория автоматического управления [Текст] : учебн. пособие для вузов / Е. И. Юревич. – Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2007. – 540 с.
3. Теория автоматического управления [Текст] : учебн. пособие для вузов / под ред. А. А. Воронова. – М. : Высш. шк., 1986. – 367 с.

Навчальне видання

Афанасов Андрій Михайлович

Теорія автоматичного керування

Завдання до курсової роботи з методичними вказівками

Редактор

Комп'ютерна верстка

Формат 60x84 1/16. Ум. друк. арк. _____. Обл.-вид. арк. _____.
Тираж 100 пр. Зам. № _____.

Видавництво Дніпропетровського національного університету
залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна

Свідоцтво суб'єкта видавничої діяльності ДК № 1315 від 31.03.2003

Адреса видавництва та дільниці оперативної поліграфії:
вул. Лазаряна, 2; Дніпропетровськ, 49010