

---

УДК 681.142

Н.А. Яремчук, О.Ю. Редёга

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», Київ

## **СПОСОБ УМЕНЬШЕНИЯ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ УСТАНОВЛЕНИЯ ВЕРБАЛЬНО-ЧИСЛОВЫХ ШКАЛ**

*Предложен способ уменьшения неопределенности вербально-числовых шкал для комплексных (интегральных) показателей качества, при установлении которых используется агрегатирование (объединение) единичных показателей качества, представленных в вербальной и числовой шкалах. Предложенный способ основан на использовании следующих операторов агрегатирования: ОWA – для вербальной шкалы и медианы Уолша – для числовой. Критерием уменьшения неопределенности является уменьшение дисперсии матрицы соответствия между числовой и вербальной шкалами.*

**Ключевые слова:** вербально-числовая шкала, матрица соответствия.

### **Введение**

Вербально-числовые шкалы или гибридные шкалы [1] все чаще используются при измерении ординальных величин. В соответствии с определением измерения в репрезентативной теории [2] измерение – это присвоение чисел свойствам объектов

и событиям реального мира с помощью объективной эмпирической операции, чтобы таким способом описать их. Но с другой стороны при выполнении так называемых «мягких» [3] или нетрадиционных измерений свойства могут отражаться с помощью вербальных или символических шкал. К таким измерениям относят измерение качества сложных объек-

тов, измерение нефизических величин и т.д. В этом случае между проявлениями свойства и вербальными категориями должно выполняться отношение релевантности (т.е. семантического соответствия). Но из-за разного представления вербальных категорий разными экспериментаторами или разного понимания свойств релевантность может быть нарушена. Для обеспечения релевантности отражения может быть использована вербально-числовая шкала (рис.1), при этом при построении вербально-числовых шкал первообразной может быть и числовая и вербальная шкала. Если первообразной является вербальная шкала, то соответствующую ей числовую получают арифметизацией вербальной шкалы с использованием априорной информации [4] или с использованием стохастической арифметизации [5]. Если первообразной является числовая шкала, то вербальную устанавливают исходя из семантического соответствия или эмпирической интерпретации чисел. Примером является вербально-числовая шкала качества функционирования программных средств с использованием количества функциональных отказов [6]:  $Z = \langle \text{«Всегда»}-100; \text{«Часто»}-85; \text{«Не всегда»}-60 \text{ и т.д.} \rangle$ .

При измерении качества сложных объектов, в частности программных средств (ПС), пользуются понятием профиля объекта. Под профилем понимают такую характеристику объекта, которая определяется набором свойств, например, для ПС набором единичных показателей качества или оценочных элементов. Если необходим переход от профиля к комплексному показателю качества, например, для ПС – к метрике, то этот переход осуществляется с использованием оператора агрегатирования (объединения) единичных показателей. Для агрегатирования вербальных единичных показателей качества (при условии, что их весовые коэффициенты равны единице) можно использовать оператор OWA [7]. Для числовых единичных показателей качества ПС в стандарте [8] рекомендуется использовать среднее арифметическое.

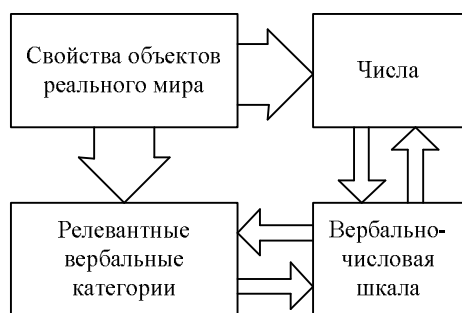


Рис. 1. Установление вербально-числовой шкалы

Для ординальных величин применение среднего арифметического проблематично, т.к. их значения не рекомендуется использовать для алгебраиче-

ских операций [9]. Поэтому числовая шкала должна быть сформирована как ассоциативная или полностью числовая [10] для выполнения ограниченного отношения комбинирования. Характеристикой точности установления вербально-числовой шкалы является матрица соответствия между вербальной и числовой точками шкалы (для дискретных шкал) и классами эквивалентности (для шкал квазипорядка). На пересечении столбцов (вербальные точки шкалы) и строк (числовые точки шкалы) расположены вероятности их соответствия  $P_{ij}$  (рис.2).

i \ j	Точки вербальной шкалы			
Точки числовой шкалы		$P_{ij}$		

Рис. 2. Матрица соответствия вербально-числовой шкалы

Для идеальной вербально-числовой шкалы в диагональных клетках расположены единицы, в остальных клетках – нули. Результаты установления вербально-числовой шкалы комплексного показателя качества ПС с использованием оператора OWA для вербальной шкалы и среднего арифметического для числовой шкалы представлены в работе [11]. Расчет дисперсии матрицы соответствия свидетельствует о значительном рассеивании вероятностей и следовательно, о значительной неопределенности установления шкалы комплексного показателя качества. Поэтому были проведены дополнительные исследования, результаты которых позволяют уменьшить неопределенность установления вербально-числовой шкалы.

**Постановка задачи.** Целью работы является подбор операторов агрегатирования единичных показателей качества, позволяющих уменьшить неопределенность установления вербально-числовой шкалы комплексного показателя качества.

## 1. Операторы агрегатирования для вербально-числовых шкал

Оператор агрегатирования предназначен для получения комплексного (интегрального) показателя  $L$  по профилю  $L^N$ , состоящему из  $N$  единичных показателей:  $(l_1, l_2, \dots, l_N)$ . В качестве оператора агрегатирования для вербальной шкалы используется модифицированный оператор OWA, который определяется как:

$$OWA = \max_{k=1}^N [\min(Q(k), q_k)] \quad (1)$$

где  $Q(k)$  – весовая функция оператора OWA,

$$Q(k) = S(f), S(f) = E\{1, 5 + [k \cdot \frac{t-1}{N}]\},$$

$S(f) - f_k$  - класс эквивалентности вербальной шкалы, который соответствует номеру  $k$ .

$k$  - номер единичного показателя в профиле,

$E\{\}$  - функция, которая возвращает целую часть числа  $\{\}$ ,

$t$  - количество точек шкалы (если шкала дискретная), или классов эквивалентности шкалы (шкала квазиупорядка),

$N$  - количество единичных показателей в профиле качества,

$q_k$  - единичный показатель профиля качества, проранжированного в соответствии с уменьшением уровня качества.

Уменьшение неопределенности установления вербально-числовой шкалы достигается за счет подбора оператора агрегатирования для числовой шкалы. Как уже указывалось во вступлении в [11] в качестве оператора агрегатирования используется среднее арифметическое. Следует отметить, что более адекватным оператором агрегатирования для ординальных величин является медиана. Но эффективность медианы как статистической оценки центра распределения намного ниже, чем среднего арифметического. Поэтому с целью повышения точности установления шкалы а, следовательно, и с целью уменьшения неопределенности, была рассмотрена возможность использования для агрегатирования числовых данных медианы Уолша, эффективность которой немного меньше, чем у среднего арифметического, но значительно выше, чем у обычной медианы. При агрегатировании на основании профиля  $(l_1, l_2, \dots, l_N)$  получают  $n = N(N+1)/2$  новых значений  $Y_k = \frac{1}{2}(l_i + l_j)$ ,  $i \leq j$  (их называют средними Уолша). Окончательным результатом есть  $L = \text{med}\{Y_1, Y_2, \dots, Y_N\}$ .

Рассмотрим работу операторов агрегатирования с использованием вербально-числовой шкалы рис. 3.

Вербальная шкала (уровень качества)	Низкий (Н)	Средний (С)	Высокий (В)
Числовая шкала (пронормированное значение показателя)	[0; 0,3]	[0,3; 0,7]	[0,7; 1]
Номер класса эквивалентности	1	2	3

Рис.3. Вербально-числовая шкала качества ПС

Допустим, что при оценивании уровня качества единичных показателей профиля  $\{q_1, q_2, q_3, q_4\}$  (табл. 1) ПС в соответствии с вербальной шкалой рис. 3 была получена оценка-профиль  $\{BBCH\}$  табл. 1. Составляющие профиля проранжированы в соответствии с уменьшением уровня качества, после чего определяется комплексный показатель качества с помощью оператора OWA (1):

$$\left. \begin{array}{l} Q(1) \rightarrow C \\ Q(2) \rightarrow C \\ Q(3) \rightarrow B \\ Q(4) \rightarrow B \end{array} \right\} Q(k) = \{CCBB\}$$

$$OWA = \bigvee_k \{CCBB\} \wedge \{BBCH\} = C.$$

Таблица 1

Профиль ПС с результатом агрегатирования

Единичный показатель качества $q_k$	Уровень качества по вербальной шкале	Значение показателя качества по числовой шкале
$q_1$	В	0,9
$q_2$	В	0,85
$q_3$	С	0,6
$q_4$	Н	0,2
Результат агрегатирования	С (Оператор OWA)	0,66 $\rightarrow$ С (Медиана Уолша)

Таким образом, комплексный показатель качества определенный по профилю  $\{BBCH\}$  соответствует уровню вербальной шкалы «Средний» и с использованием медианы Уолша для числовой шкалы составляет 0,66, то есть также соответствует классу эквивалентности «Средний». Однако существует определенная вероятность несовпадения решения по вербальной и числовой шкале для комплексных показателей, числовые значения которых находятся вблизи пересечения соответствующих классов эквивалентности. Эти вероятности были оценены и использованы для построения матрицы соответствия вербально-числовой шкалы.

## 2. Построение матрицы соответствия вербально-числовой шкалы

Для нахождения вероятностей в матрице соответствия вербально-числовой шкалы были использованы границы комплексных показателей по числовой шкале, соответствующие вербальным профилям.

Для профиля с тремя составляющими с использованием медианы Уолша в качестве оператора агрегатирования для числовой шкалы, получена следующая матрица установления шкалы, рис. 4.

Профили	BVB	BVC	BCC	CCC	CSH	CHN	NNN
Уровень качества по вербальной шкале	B	C					H
Уровень качества по числовой шкале	1	1	0,6	0,04			
	2		0,4	0,96	1	0,96	0,4
	3					0,04	0,6

Рис. 4. Матрица соответствия вербально-числовой шкалы для профиля с тремя единичными показателями качества

Проведенный анализ показал, что если количество единичных показателей в профиле равно количеству

классов эквивалентности вербально-числовой шкалы, то в матрице соответствия наблюдается большое рассеивание из-за дискретности оператора OWA. Поэтому для проведения сравнения операторов агрегатирования количество единичных показателей  $N$  должно превышать количество классов эквивалентности. Для профиля с четырьмя единичными показателями качества матрица соответствия имеет вид рис. 5, где вербальный комплексный показатель качества получен с помощью оператора OWA, а числовой – медианы Уолша.

Условные вероятности, соответствующие уровням качества по вербальной и числовой шкале, получены на числовой шкале с представлением возможных решений по нижним и верхним границам классов эквивалентности.

Профили	BVBV	BVVC	BVVH	BVCC	BVCH	BCCC	BVNH	CCCC	BCCH	CCCH	BCNH	CCNH	BVNH	CHNH	NNNH
Уровень качества по вербальной шкале	B			C											H
Уровень качества по числовой шкале	1	1	1	1	0,33	0,04	0								
	2	0	0	0	0,67	0,96	1	1	1	1	0,96	0,67	0	0	0
	3									0	0,04	0,33	1	1	1

Рис. 5. Матрица соответствия вербально-числовой шкалы для профиля с четырьмя единичными показателями качества

При построении в этих границах нечетких чисел в форме гаусиан с носителем, который соответствует границам, было найдено параметр размещения центра и рассеивания (среднее квадратическое отклонение), что затем используется для вычисления вероятности нахождения результата в определенном классе эквивалентности.

### 3. Сравнение эффективности использования оператора OWA и медианы Уолша на числовой шкале

Для сравнения рассеивания при использовании различных операторов агрегатирования использована мера рассеивания, установленная Blair и Lacy [6] для ординальных данных, которая определяется как:

$$D = \frac{4}{m-1} \sum_{k=1}^{m-1} F_k(1-F_k), \quad 0 < D < 1, \quad (2)$$

где  $F_k$  - вероятность отнесения профиля к  $k$ -му уровню.

Значение  $D$  равняется 1, когда данные поляризованы за вероятностью (например,  $P_{11} = 0,5$ ,  $P_{12} = 0,5$ ).

Проанализировав меру рассеивания  $D$  (табл. 2), видно, что при использовании медианы Уолша в качестве оператора агрегатирования для числовой шкалы рассеивание матрицы соответствия шкалы значительно снижается в отличие от матри-

цы соответствия, построенной на основе объединения числовых показателей по среднему арифметическому, где полное соответствие результатов наблюдается только для среднего и крайних профилей. При использовании агрегатирования с помощью медианы Уолша наблюдается полное совпадение результатов для крайних классов эквивалентности и большинства средних профилей хотя присутствует некоторое рассеивание в средних классах эквивалентности у линий перехода.

### Выводы

В работе предложен способ уменьшения неопределенности вербально-числовых шкал для комплексных показателей качества, при установлении которых используется агрегатирование (объединение) единичных показателей качества, которые представлены в вербальной и числовой шкалах. Оператором агрегатирования для вербальных шкал было предложено использовать оператор OWA. Для числовых шкал рассмотрено эффективность использования среднего арифметического и медианы Уолша на предмет уменьшения неопределенности матрицы соответствия вербально-числовой шкалы при использовании этих операторов. Критерием снижения неопределенности является уменьшение дисперсии матрицы соответствия между числовой и вербальной шкалами.

Таблиця 2

Сравнение рассеивания матрицы соответствия при использовании операторов агрегатирования на числовой шкале медианы Уолша и среднего арифметического

Уровень качества по вербальной шкале	В			С								Н			
Профиль	ВВВВ	ВВВС	ВВВН	ВВСС	ВВСН	ВССС	ВВНН	СССС	ВССН	СССН	ВСНН	ССНН	ВННН	СННН	НННН
Дисперсия с использованием медианы Уолша	0	0	0	0.88	0.15	0	0	0	0	0	0.15	0.88	0	0	0
Дисперсия с использованием среднего арифмет.	0	0.45	0.86	0.88	0.08	0.15	0	0	0	0.15	0.08	0.88	0.86	0.45	0

Проведенный анализ показал, что если количество единичных показателей в профиле равно количеству классов эквивалентности вербально-числовой шкалы, то в матрице соответствия наблюдается большое рассеивание из-за дискретности оператора ОВА. Поэтому для проведения сравнения операторов агрегатирования количество единичных показателей N должно превышать количество классов эквивалентности. Показано, что при использовании медианы Уолша в качестве оператора агрегатирования единичных показателей качества, которые оцениваются за числовой шкалой, дисперсия матрицы соответствия между числовой и вербальной шкалой уменьшается, по сравнению с агрегатированием за средним арифметическим.

Дополнительным преимуществом матрицы соответствия, которая характеризует точность установления шкалы, является то, что она позволяет ранжировать вербальные профили (особенно когда количество единичных показаний в профиле значительно превышает количество вербальных классов эквивалентностей шкалы).

### Список литературы

1. Flynn D. A comparison of multi-item likert and visual analogue scales for the assessment of transactionally defined coping function / van Scaik P, van Wersh A. // *European Journal of Psychological Assessment*. – 20(1). – 2004. – P. 49-58.
2. Cecconi P., *Measurements, evaluations and preferences*: A scheme of classification according to the representational theory, F. Franceschini, M. Galetto // *Measurement*. – 2006. – (39). – P. 35-42.

ences: A scheme of classification according to the representational theory, F. Franceschini, M. Galetto // *Measurement*. – 2006. – (39). – P. 35-42.

3. Finkelstein L. *Measurement in soft systems* / L. Finkelstein // 10th IMEKO TC7 International Symposium. – Saint-Petersburg, Russia. 2004. – P. 21-27.

4. Енюков И.С. Методы, алгоритмы, программы многомерного статистического анализа / И.С. Енюков. – М.: Финансы и статистика, 1985. – 231 с.

5. Хованов Н.В. Стохастические модели теории квалитетических шкал / Н.В. Хованов. – Л-д, 1986. – 76 с.

6. Минаев Ю.Н. Об аттестации математического обеспечения вычислительных систем / Ю.Н. Минаев. – М.: Измерительная техника. – 1985. – № 2. – С. 14-16.

7. Franceschini F. Ordered samples control charts for ordinal variables / F. Franceschini, M. Galetto, M. Varetto // *Quality Engineering*. – 2005. – 21(2). – P. 177-195.

8. ГОСТ 28195-89 «Оценка качества программных средств. Общие положения.»

9. *International vocabulary of metrology. – Basic and general concepts and associated terms (VIM)*. – ICGM, 2012. – 88 p.

10. Domingo-Ferres J. Median-Based Aggregation operators for prototype construction in ordinal scales / Josep Domingo-Ferres, Vicenc Torra // *International journal of intelligent systems*, vol. 18, 2003. – P. 633-655.

11. Yaremchuk N., Evaluation of a complex quality index using numerical and verbal ordinal scale, N. Yaremchuk, O. Redyoga // *Восточно-европейский журнал передовых технологий*. – 2014. – № 2(67). – С. 58-62.

Поступила в редколлегию 4.06.2014

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.Т. Кондратов, Институт кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, Киев.

### ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ ВСТАНОВЛЕННЯ КОМБІНОВАНИХ ОРДИНАЛЬНИХ ШКАЛ

Н. А. Яремчук, О. Ю. Редьога

Запропоновано спосіб зменшення невизначеності вербально-числових шкал для комплексних (інтегральних) показників якості, при встановленні яких використовується агрегування (об'єднання) одиничних показників якості, представлених у вербальній і числовій шкалах. Запропонований спосіб заснований на використанні наступних операторів агрегування: ОВА - для вербальної шкали і медіани Уолша - для числової. Критерієм зменшення невизначеності є зменшення дисперсії матриці відповідності між числової і вербальної шкалами.

**Ключові слова:** вербально-числова шкала, матриця відповідності.

### METHOD FOR ESTABLISHING REDUCE UNCERTAINTY VERBL SCALE

N.A. Yaremchuk, O.Yu. Redyoga

A method of reducing uncertainty verbal numeric scale for complex (integral) quality indicators, which are used in determining aggregation (association) individual quality indicators presented in verbal and numerical scales. The proposed method is based on the following statements unitization: OVA - for verbal scale and media Walsh - for numeric. Criterion to reduce uncertainty is to reduce the variance matrix correspondence between numerical and verbal scales.

**Keywords:** verbal numeric scale, matrix correspondence.