



---

УЧЕБНИКИ И УЧЕБНЫЕ ПОСОБИЯ ДЛЯ СТУДЕНТОВ  
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ



**А. В. МАСЛОВ, А. В. ГОРДЕЕВ, Ю. Г. БАТРАКОВ**

# ГЕОДЕЗИЯ

6-е издание,  
переработанное и дополненное

Допущено Министерством сельского хозяйства Российской Федерации в качестве учебника для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальностям:  
120301 «Землеустройство», 120302 «Земельный кадастр»,  
120303 «Городской кадастр»



**МОСКВА «КолосС» 2008**

УДК 528(075.8)  
ББК 26.12я73  
М31

Редактор *Н. М. Щербакова*

Рецензент профессор *И. А. Седельникова* (Московский государственный строительный университет)

**Маслов А. В., Гордеев А. В., Батраков Ю. Г.**  
М31 Геодезия. — М.: КолосС, 2008. — 598 с.: ил. — (Учебники и учеб. пособия для студентов высш. учеб. заведений).  
ISBN 5—9532—0318—7

Описаны теодолитная, мензульная и тахеометрическая съемки, геометрическое и тригонометрическое нивелирование. Рассмотрены электромагнитные дальномеры и электронные тахеометры.

Изложена теория погрешностей измерений и способы математической обработки геодезических сетей. Рассмотрено построение геодезических сетей методами триангуляции, полигонометрии, трилатерации и различными видами линейных, угловых и линейно-угловых засечек. В шестом издании (пятое вышло в 1993 г.) рассказано о современном состоянии государственной геодезической сети (ГГС), единой государственной системы координат КС-95, о новых структурах ГГС и опорных межевых сетей (ОМС).

Рассмотрена глобальная спутниковая система позиционирования.

Для студентов, обучающихся по специальностям 120301 «Землеустройство», 120302 «Земельный кадастр», 120303 «Городской кадастр».

УДК 528(075.8)  
ББК 26.12я73

*Оригинал-макет книги является собственностью издательства «КолосС»,  
и его воспроизведение в любом виде, включая электронный,  
без согласия издателя запрещено.*

ISBN 978—5—9532—0647—1

©Издательство «КолосС», 2006

---

# Глава 1

## ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ПО ГЕОДЕЗИИ

●

### 1.1. ПРЕДМЕТ И ЗАДАЧИ ГЕОДЕЗИИ

*Геодезия* — наука, изучающая форму и размеры поверхности Земли или отдельных ее участков путем измерений, вычислительной обработки их, построения карт, планов, профилей, которые используют при решении инженерных, экономических и других задач. Эта наука возникла в глубокой древности и развивалась с ростом потребностей человека в жилье, возделывании растений, делении земельных массивов на участки, строительстве каналов для орошения, осушения земель и соединения рек и морей, строительстве дорог и мостов, поселков, городов, мелких и крупных культурных, промышленных и технических сооружений, шахт и туннелей, изучении водного режима рек, морей и водных бассейнов, природных богатств страны, недр Земли и т. п.

Для проведения любого мероприятия, связанного с использованием земли в сельском и лесном хозяйствах, со строительством сооружений, требуются: изучение земной поверхности (форм рельефа, места расположения различных объектов), производство специальных измерений, их вычислительная обработка и составление карт, планов, профилей, которые служат основной продукцией геодезических работ и дают представление о форме и размере поверхности всей Земли или ее отдельных частей.

В задачу геодезии входит изучение методов:

измерений линий и углов на поверхности Земли, под землей (в шахтах, туннелях), над землей [при аэрофотосъемке<sup>1</sup>, использовании искусственных спутников Земли (ИСЗ), ракетно-космической техники] с помощью специальных геодезических приборов;

вычислительной обработки результатов измерений и создания цифровых моделей местности с использованием электронно-вычислительной техники;

графических построений и оформления карт, планов и профилей с использованием машинной графики (графопостроителей, принтеров);

---

<sup>1</sup>Науку о методах получения и преобразования аэроснимков земной поверхности в планы и карты называют *аэрофотогеодезией*, а использование космических снимков для составления карт земной поверхности — задача *космической геодезии*.

использования результатов измерений и графических построений при решении задач промышленного, сельскохозяйственного, транспортного, культурного строительства, научных исследований, землеустройства, земельного и других кадастров.

Карты, планы, профили и цифровые модели местности необходимы для решения различных задач, в частности для отвода земельных участков во владение и пользование гражданами страны, государственным, кооперативным, общественным предприятиям, учреждениям и организациям, а также для проектирования границ земельных участков, водоемов, каналов, дорог, строений и пр. Проектирование, связанное с определением площадей участков, расчетами и графическим нанесением проектных линий на проектные материалы, а затем перенесением проекта в натуру, т. е. определением положения границ участков, осей дорог, каналов, линий застроек и т. д. на местности, согласно проекту, производят также методами геодезии.

В процессе строительства сооружений методами геодезии наблюдают за вертикальностью стен, горизонтальностью балок, уклонами дорог, высотами плотин, глубиной и уклонами каналов, а в процессе их эксплуатации следят за деформацией и осадками.

Большое значение имеет геодезия в проведении государственного земельного кадастра, предназначенного для обеспечения заинтересованных предприятий, учреждений, организаций и граждан сведениями о земле в целях организации ее рационального использования и охраны, регулирования земельных отношений, землеустройства, обоснования размеров платы за землю, оценки хозяйственной деятельности.

Важна геодезия и в проведении оборонных мероприятий страны.

Перед геодезией стоят также большие научные задачи по определению формы и размеров Земли как планеты, изучению горизонтальных и вертикальных движений земной коры, составлению карт больших районов, областей, стран и всего мира.

При осуществлении мероприятий в народном хозяйстве страны геодезисты первыми отправляются на объект работ для измерений на местности, составления карт, планов и профилей, необходимых при проектировании сооружений, участвуют в составлении проектов и перенесении их в натуру.

Геодезия как инженерная наука<sup>1</sup> опирается на математику, физику, тесно связана с астрономией и геофизикой, географией и

---

<sup>1</sup> Науку, рассматривающую комплекс геодезических работ, выполняемых при изысканиях, проектировании, перенесении проектов в натуру, строительстве и эксплуатации различных сооружений, включая наблюдения за их осадками и деформацией, при монтаже оборудования, эксплуатации природных богатств страны называют *прикладной* (инженерной) геодезией.

геологией, геоморфологией и почвоведением, земледелием и геоботаникой, землеустроительным проектированием и экономикой сельского хозяйства, мелиорацией, дорожным делом и др.

## 1.2. ИСТОРИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Необходимость проведения геодезических работ возникла у человечества в глубокой древности. Народы Египта, Греции и других стран за несколько тысячелетий до нашей эры вели геодезические работы в целях строительства, деления земельных массивов на части, о чем свидетельствуют раскопки и уцелевшие памятники. Само слово «геодезия» в переводе с греческого языка означает «землеразделение», поэтому оно, по-видимому, связано с работами по размежеванию земельных участков.

Геодезия на Руси также возникла в связи с необходимостью делить земельные участки на части (проводить межевание) и определять их площади.

О геодезических работах на территории России, производившихся несколько столетий назад, свидетельствуют летописи, чертежи, надписи на камнях и др. Древнейшим памятником является так называемый Тмутараканский камень, найденный в 1792 г. вблизи города Тамань и в настоящее время находящийся в Эрмитаже (г. Санкт-Петербург). На этом камне сохранилась надпись, свидетельствующая о том, что в 1068 г. князь Глеб измерил расстояние длиной около 20 км между Керчью и Таманью по льду через Керченский пролив. Таким образом, уже во второй половине XI в. в Древней Руси проводили геодезические работы, в результате которых было определено сравнительно большое расстояние.

В начале XIV в. русские князья по примеру Византии делали описания земельных владений своих подданных в целях распределения податей, повинностей и дани. Эти описания проводили княжеские «писцы», по сути первые землемеры. Они знали грамоту, умели считать, ориентировались в княжеских законах и владели простейшими методами измерений на местности. Впервые термин «межевание» (землеразделение) встречается в одной из жалованных грамот 1470 г. в царствование Ивана III.

Исследователи-историки имели веские основания считать, что в XVI в., а может быть, и в конце XV в. потребности в измерении земель привели к необходимости создания рукописей геометрического содержания. Так, В. Н. Татищев, историк XVIII в., утверждал, что у него был наказ, данный в 1556 г. при Иване IV писцам о том, как следует измерять землю.

С 1556 г. при Иване IV (Грозном) работы по описанию земель велись на основе «писцовых наказов» (инструкций) о порядке проведения описаний. Еще в XV в. в качестве единицы измерения земли на Руси была установлена десятина.

В середине XVI в. была составлена первая карта, изображающая Московию, написана первая русская «геометрия» (геодезия), имевшая название: «Книга, именуемая геометрия, или землемерие радиксом и циркулем, глубокомудрая, дающая легкий способ измерять места самые недоступные, плоскости, дебри». Однако общий уровень образования на Руси к концу XVI в. по сравнению с Западной Европой был очень низким.

С середины XVII в. писцовые описания земель вели в соответствии с Соборным уложением 1649 г. (первым сводом законов России), где межевание признавалось как самостоятельное юридическое действие. Межевание начинали от уездных городов и постепенно его распространяли по волостям. При этом для обозначения границ на местности применяли столбы, деревья с тесаными гранями, вырубали просеки, рыли ямы, использовали также межники и границы живых урочищ. Длину граничных линий выражали в саженьях, площади пашни измеряли в десятинах. Инструментами для измерения служили трехаршинная сажень (2,13 м) и мерная веревка. При этом историки свидетельствуют, что некоторые писцы были малограмотными, а многие из них небрежно выполняли свои обязанности.

В 1775 г. при разборке Оружейной палаты в Москве был обнаружен «Устав ратных, пушечных и других дел, касающихся до воинской науки», создание которого относится к 1607 и 1621 гг. «Устав» интересен тем, что в нем излагаются некоторые геометрические сведения в виде рецептов, как решаются задачи на определение расстояний, недоступных для непосредственного измерения.

Следующая по времени геометрическая рукопись относится к 1629 г., которая входила в «Книгу сошного письма» и имела название «О земном верстании, как земля верстать». Вся рукопись была посвящена вычислению площадей. При этом любые очертания полей предлагалось представлять треугольниками, трапециями, квадратами и прямоугольниками. Площадь прямоугольника определяли геометрически, а для вычисления площади треугольника рекомендовали умножить половину меньшей стороны на большую и полученный результат считали площадью треугольника, площадь трапеции была равна произведению полусуммы оснований на большее основание, а площадь равнобокой (равнобедренной) трапеции — произведению полусуммы оснований на длину боковой стороны. В правилах измерения площадей ошибочно считали, что все фигуры с равными периметрами ограничивают равные площади. По-видимому, это произошло из-за недостаточно обоснованного переноса частных правил на общий случай или в результате искажения переписчиками при копировании византийских или каких-либо других рукописей.

По мере развития естественных наук, и прежде всего математики и физики, совершенствовались и геодезические работы. Даль-

нейшему их развитию способствовало изобретение зрительной трубы с сеткой нитей и метода триангуляции. С этого времени значительно повысилась точность съемочных работ.

Первые съемки для картографирования России в соответствии с Указом Петра I были начаты в 1720 г. По результатам этих работ был составлен первый «Атлас Всероссийской империи», изданный в 1734 г. В него входили генеральная карта России и 14 карт отдельных губерний.

Постановке техники измерений на научную основу способствовала одна из самых замечательных математических книг: «Арифметика» Л. Ф. Магницкого, изданная в 1703 г. и содержащая первоначальные сведения о методах практической геометрии, тригонометрии, астрономии, а также навигационные сведения.

Мероприятия Петра I, связанные с заселением Ингерманландии<sup>1</sup> русскими, составление карты России и генеральное межевание<sup>2</sup> уже проводили на основе новой геодезической техники измерений. Веревки были заменены металлическими цепями, а для измерения углов стали применять астролэбии.

В 1739 г. был учрежден географический департамент Петербургской академии наук, занимавшийся работами по составлению карт страны. В 1758—1763 гг. департаментом руководил М. В. Ломоносов.

В 1765 г. Екатерина II своим указом утвердила особую комиссию по государственному межеванию. В 1766 г. были созданы две межевые инструкции: одна для землемеров «Инструкция землемерам, к генеральному всей империи земель размежеванию», другая — для межевых учреждений (губернских канцелярий и провинциальных контор). Утвердив инструкции, Екатерина II написала изречение «Каждый при своем». Впоследствии оно находилось на знаке форменного кепи воспитанников Константиновского межевого института. Исторические источники свидетельствуют, что обучение геодезии («землемерию») проводилось по книге «Молодой геодет, или Первые основания геодезии, содержащие все геодетское знание, предложенное вкратце, изъясненное правилами и примерами», написанной профессором, членом Императорской академии наук С. К. Котельниковым в 1766 г.

Работы по генеральному межеванию в России выявили очевидную нехватку квалифицированных специалистов. Межевика в то время в большинстве своем не имели специального образования и необходимого опыта. Поэтому 29 мая 1779 г. при Межевой канцелярии была организована Константиновская землемерная школа,

---

<sup>1</sup>Ингерманландия — старинное название земель по Неве и Финскому заливу, отвоеванных Петром I у шведов.

<sup>2</sup>Генеральное межевание — установление границ частных земельных владений, являющееся государственным мероприятием и проводившееся в интересах землевладельцев с 1766 по 1861 г.

с 1819 г. — Константиновское землемерное училище, а с 10 мая 1835 г. Константиновский межевой институт. В 1930 г. на базе землеустроительного факультета создан Московский институт землеустройства, с 1992 г. — Государственный университет по землеустройству, а на базе геодезического факультета — Московский геодезический институт, с 1993 г. был Московский государственный университет геодезии и картографии. В целом генеральное межевание длилось почти 100 лет (1766—1861). Оно было проведено в 32 губерниях на общей площади 300 млн га, причем к 1796 г. была обмежевана большая часть дач — 90,2 % в 23 губерниях на площади около 150 млн га. В среднем за год межевые работы проводили на площади 4,5 млн га и включали около 5000 дач.

В 1882 г. основан Корпус военных топографов, выполнявший геодезические, топографические и картографические работы военного общегосударственного назначения.

Важный этап в развитии астрономо-геодезических работ — открытие в 1839 г. Пулковской обсерватории.

В XIX в. начали проводить геодезические работы по построению геодезических сетей и градусные измерения по меридиану под руководством русских ученых-геодезистов К. Н. Теннера, В. Я. Струве, Ф. Ф. Шуберта и др. Эти работы, отличающиеся по тому времени наивысшей точностью, имели большое научное значение. Они оказали решающее влияние на развитие теории геодезии и методов геодезических и астрономических работ во всем мире.

Большие геодезические работы, проведенные при генеральном межевании и завершившиеся изготовлением генеральных уездных планов и губернских атласов, послужили материалом для изготовления карт страны.

С развитием капитализма в России после реформы 1861 г. проводили специальное (частное) межевание, однако итоги генерального межевания были основой земельно-правовых отношений в России до Великой Октябрьской социалистической революции 1917 г. Геодезические работы в этот период проводили главным образом для нужд сельского хозяйства, военного дела и строительства путей сообщения. Потребность в геодезических работах была небольшая, и геодезия развивалась очень медленно. Производили геодезические съемочные работы и составляли планы, как правило, на отдельные небольшие участки владений помещиков и крестьянских общин, в гористой местности Кавказа, а также на крупных земельных массивах Полтавской и Черниговской губерний. Для измерений углов и линий еще часто применяли астролябии и мерные цепи.

После революции 1917 г. требования к проведению геодезических работ возрастали с каждым годом. Уничтожение частной соб-

ственности на землю и ликвидация крупных землевладений потребовали большого объема работ по отводу земель коллективным хозяйствам (совхозам и колхозам), уравнительному распределению земель между селениями и сельскохозяйственными объединениями, устранению дальнотемелья, чересполосицы и др. Возникла необходимость съемки больших площадей, включающих большое количество землепользований.

После Гражданской войны для восстановительных мероприятий в народном хозяйстве начали проводить геодезические работы, связанные с обновлением и составлением карт. Чтобы координировать все геодезические работы, проводимые на территории молодой советской республики, и упорядочить геодезическое и картографическое дело, 15 марта 1919 г. Правительством России был издан декрет об учреждении Высшего геодезического управления (ныне Федеральное агентство геодезии и картографии — Роскартография). Работы стали выполнять по единым техническим инструкциям и наставлениям.

Приведение в единую систему большого числа перекрывающихся съемочных работ, выполняемых различными ведомствами, вызвало изменение техники геодезических измерений и их вычислительной обработки.

Новые требования землеустройства заставили производить съемку рельефа местности специально для сельскохозяйственных целей. Вскоре появился новый вид съемки — аэрофотосъемка, которую в 1927 г. начали применять на Украине и в Средней Азии. В 1927—1928 гг. в Фергане, Украине и Московской губернии были проведены опытные работы по использованию аэрофотоматериалов (аэрофотоснимков, фотопланов) для составления землеустроительных проектов и перенесения их в натуру, в результате которых установлено, что фотопланы как в отношении полноты и точности, так и в отношении удобств пользования ими при землеустроительных работах имеют ряд преимуществ перед планами наземных съемок. Это объясняется в первую очередь тем, что фотографическое изображение местности позволяет составить более детальное и полное представление о растительности, почве и других факторах, которые вместе с экономическими условиями определяют направление развития территории. Массовое внедрение аэрофотосъемки в землеустройстве началось в 30-х годах XX столетия. Этот период был крупным переломом в развитии геодезии не только в сельском хозяйстве, но и в народном хозяйстве в целом.

Во время Великой Отечественной войны (1941—1945) геодезические работы в сельском хозяйстве продолжали. В послевоенный период восстановление разрушенных и строительство новых городов и сел, заводов, крупнейших в мире гидроэлектростанций и оросительных систем было продолжено.

К 1960 г. было завершено создание карты масштаба 1 : 100 000 на всю территорию страны, а к 1970 г. — астрономо-геодезической сети I класса. В 1980-х годах завершена съемка всей территории в масштабе 1 : 25 000. Промышленные и сельскохозяйственные районы страны покрыты топографическими съемками в масштабе 1:10 000 и крупнее. Объемы крупномасштабных топографических съемок постоянно увеличиваются.

В настоящее время широко применяют спутниковые технологии, позволяющие с высокой точностью в любое время определять координаты пунктов геодезических построений. Для этого на высоте около 20 000 км функционирует сеть искусственных спутников Земли. Орбиты спутников рассчитаны так, чтобы в любой точке поверхности Земли и Мирового океана в любое время суток можно было принимать сигналы не менее четырех спутников. В настоящее время функционируют космические навигационные системы ГЛОНАСС (ГЛОбальная Навигационная Спутниковая Система, Россия) и NAVSTAR (NAVigation Sattelite providing Time and Range — навигационная спутниковая система, обеспечивающая измерение времени и местоположения, США).

В связи с проводимой в России земельной реформой для целей землеустройства и Государственного кадастра объектов недвижимости основные геодезические работы выполняет Государственный проектно-изыскательский институт земельно-кадастровых съемок (Госземкадастрсъемка), подчиненный Федеральному агентству кадастра объектов недвижимости России (Роснедвижимость). Роснедвижимость и его подразделения в рамках реализации совместного Российско-Швейцарского кадастрового проекта «Москва» в 2003 г. на территории Москвы и Московской области внедрили первую в России спутниковую систему межевания земель, которая будет способствовать продвижению спутниковых технологий в производство. Эта система состоит из Вычислительного центра и 28 референсных (стационарных) станций по приему спутниковой измерительной информации. Площадь обслуживаемой территории составляет около 70 тыс. км<sup>2</sup>. В режиме реального времени точность определения координат пунктов — 1...2 см, а в режиме постобработки — до 1 мм.

### **1.3. ПОНЯТИЕ О ФОРМЕ И РАЗМЕРАХ ЗЕМЛИ**

При решении ряда геодезических задач требуется знать форму и размеры Земли, которая не является правильным геометрическим телом. Ее физическая поверхность (и в особенности поверх-



Рис. 1.1. Уровенные поверхности

ность суши) очень сложная (рис. 1.1), ее невозможно выразить какой-либо математической формулой. Поэтому в геодезии введено понятие *уровенной поверхности*.

*Уровенной* называют выпуклую поверхность, касательная к которой в любой точке перпендикулярна направлению отвесной линии. Следовательно, *уровенную поверхность* мысленно можно провести через любую точку на физической поверхности земли, под землей и над землей. Уровенная поверхность точки *A* показана на рисунке 1.1. Реально *уровенную поверхность* можно представить как водную поверхность пруда, озера, моря, океана в спокойном состоянии. Поверхность Мирового океана, мысленно продолженная под сушей, названа *поверхностью геоида*, а тело, ограниченное ею, — *геоидом*. Но и поверхность геоида из-за неравномерного размещения масс в теле Земли также очень сложная и не выражается какой-либо математической поверхностью, например поверхностью шара<sup>1</sup>. Исследования формы Земли астрономо-геодезическими методами показали, что Земля сплюснута у полюсов (вследствие вращения Земли вокруг своей оси). Поэтому в качестве математической поверхности, характеризующей форму Земли, принимают поверхность такого эллипсоида вращения, т. е. тела, получающегося от вращения эллипса вокруг его малой (полярной) оси (рис. 1.2), который по форме наиболее близко подходит к поверхности геоида. Размерами эллипсоида являются длины его большой *a* и малой *b* полуосей, а также сжатие, которое определяют по формуле

$$\alpha = (a - b)/a.$$

<sup>1</sup>Первое определение размера Земли как шара было выполнено Эратосфеном в III в. до н. э.

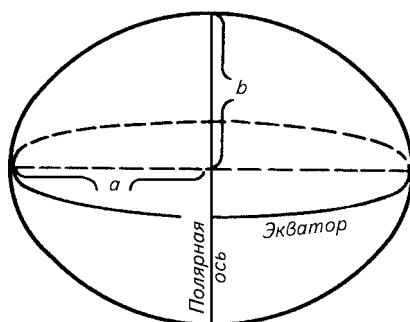


Рис. 1.2. Схема земного эллипсоида

На протяжении двух последних столетий ученые неоднократно определяли размеры земного эллипсоида (табл. 1.1).

1.1. Размеры земного эллипсоида

Исследователь	Год	Полуось		Сжатие $\alpha$
		большая $a$ , м	малая $b$ , м	
Деламбр	1800	6375653	6356564	1/334,0
Бессель	1841	6377397	6356079	1/299,2
Ф. Н. Красовский	1940	6378245	6356863	1/298,3

Результаты, полученные Деламбром, имеют историческое значение. Одна десятиmillionная часть четверти меридиана Деламбра (парижского) была принята за единицу длины в метрической системе — метр. Результатами, полученными Бесселем, пользовались в России, а затем в СССР до 1946 г. В 1940 г. советские геодезисты под руководством Ф. Н. Красовского и при ближайшем участии А. А. Изотова на основе большого геодезического материала получили наиболее точные и достоверные размеры земного эллипсоида, которые были приняты для геодезических работ в СССР по постановлению Совета Министров СССР от 7 мая 1946 г. Точность и достоверность этих размеров подтверждают результаты наблюдений за движениями ИСЗ, полученные в последние десятилетия учеными в России и за рубежом.

При приближенных расчетах поверхность эллипсоида принимают за поверхность шара (равновеликого по объему земному эллипсоиду) с радиусом 6371,1 км, округляя это значение до 6370 км, а в некоторых случаях до 6400 км. Для небольших участков земной поверхности поверхность эллипсоида принимают за плоскость.

#### 1.4. ЕДИНИЦЫ И СПОСОБЫ ИЗМЕРЕНИЙ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ В ГЕОДЕЗИИ

В геодезии измеряются различные величины (под величиной понимают количественную характеристику физического тела, явления или процесса). Измерить величину — значит определить ее числовое значение в принятых единицах измерения (метр, квадратный метр, градус и т. д.).

Измерения называют *прямыми*, если их выполняют при помощи измерительных приборов, позволяющих сравнить измеряемое значение с принятым за единицу измерения, и *косвенными*, когда результат получают по прямым измерениям других величин, связанных с определяемой известной математической зависимостью. Например, значение угла в треугольнике можно непосредственно измерить теодолитом (прямое измерение), но можно значение этого угла вычислить (косвенное определение), если три стороны этого треугольника были непосредственно измерены.

За единицу линейных измерений (расстояний, горизонтальных проложений, высот, превышений) в геодезии принят метр, за единицу измерений горизонтальных и вертикальных углов — градус, минута, секунда. Первоначальная длина метра по предложению комиссии Парижской академии наук от 19 марта 1791 г. должна была равняться одной десятиллионной части дуги Парижского меридиана. В 1799 г. был изготовлен образец метра в виде жезла из платины. Он получил название «архивный метр». В 1889 г. с «архивного метра» была изготовлена 31 копия-жезл из 90 % платины и 10 % иридия, названные *эталоны*. Три эталона хранятся в помещении Международного бюро мер и весов в Севре, около Парижа, а остальные были распределены между странами-участниками в качестве их национальных эталонов. Россия получила эталон № 11, хранящийся в Академии наук России, и № 28, хранящийся в НИИ метрологии им. Д. И. Менделеева в Санкт-Петербурге. В XX в. метрическая система легла в основу современной Международной системы единиц или сокращенно «система СИ» (Si-System International), которую сейчас повсеместно используют в науке, технике, образовании и народном хозяйстве.

*Основные единицы (механические):*

Длина, метр (м)	1 м равен расстоянию, которое свет проходит в вакууме за $1/299\,792\,458$ доли секунды <sup>1</sup>
Масса, килограмм (кг)	1 кг равен массе международного прототипа килограмма, который хранится в Севре (Франция)
Время, секунда (с)	1 с равна $9\,192\,631\,770$ периодам излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия 133

<sup>1</sup>Интерференционная установка позволяет сравнивать жезл с эталонной длиной световой волны в 100 раз точнее, чем с платиново-иридиевым эталоном метра.

*Дополнительные единицы (геометрические):*

Плоский угол, радиан (рад.)      Радиан — угол между двумя радиусами окружности, дуга между которыми по длине равна радиусу

*Производные единицы (пространства, времени и механические):*

Ускорение, метр на секунду в квадрате ( $\text{м/с}^2$ )       $1 \text{ м/с}^2$  — ускорение прямолинейно и равномерно движущейся точки, при котором за время  $1 \text{ с}$  скорость точки изменяется на  $1 \text{ м/с}$

Площадь, квадратный метр ( $\text{м}^2$ )       $1 \text{ м}^2$  — площадь квадрата с длиной стороны, равной  $1 \text{ м}$

Скорость, метр в секунду ( $\text{м/с}$ )       $1 \text{ м/с}$  — скорость прямолинейно и равномерно движущейся точки, при которой она за время  $1 \text{ с}$  проходит путь  $1 \text{ м}$

Объем, кубический метр ( $\text{м}^3$ )       $1 \text{ м}^3$  — объем куба с длиной ребра, равной  $1 \text{ м}$

Частота, герц (Гц)      Герц — частота, при которой за время  $1 \text{ с}$  происходит один цикл периодического процесса ( $\text{Гц} = 1/\text{с}$ )

Давление, паскаль (Па);  
бар ( $10^5 \text{ Па}$ )       $\text{Н/м}^2$  (ньютон на квадратный метр);  
 $1 \text{ мм ртутного столба} = 133,3 \text{ Па}$ ;  
 $1 \text{ атмосфера} = 760 \text{ мм рт. столба} = 101\,325 \text{ Па}$

*Несистемные величины:*

Диапазон измеряемых величин очень широк и разнообразен, поэтому допускается применение исторически сложившихся и прочно вошедших в геодезическое производство несистемных единиц. Это десятичные кратные (образованные умножением на  $10$ ,  $100$ ,  $1000$  и т. д.) и десятичные дольные (образованные умножением на  $0,1$ ;  $0,01$ ;  $0,001$  и т. д.) от единиц системы СИ и др.

Для измерения горизонтальных и вертикальных углов используют следующие угловые единицы:

$1^\circ$  градус =  $1^\circ = 1/90$  часть прямого угла или  $1/360$  часть окружности;

$1'$  минута =  $1' = 1/60$  часть градуса =  $0^\circ 01' 00''$  ( $60''$ );

$1''$  секунда =  $1'' = 1/60$  часть минуты =  $0^\circ 00' 01''$ ;

$1^\text{град} = 1^\text{г} = 1/100$  часть прямого угла или  $1/400$  часть окружности;

$1^\text{г} = 100^\text{с}$  (десятичных минут);

$1^\text{с}$  десятичная минута =  $100^\text{сс}$  (десятичных секунд);

$1^\text{сс}$  десятичная секунда =  $0,0001^\text{г}$ .

Между угловыми единицами имеются следующие зависимости:

$1^\circ = 1,111^\text{г}$ ;

$1^\text{г} = 0,9^\circ$ ;

$1' = 1,851^\text{с}$ ;

$1^\text{с} = 0,54'$ ;

$1'' = 3,086\,419\,75^\text{сс}$ ;

$1^\text{сс} = 0,324''$ .

В современной практике геодезического приборостроения применяют новые угловые единицы — гон и миллигон:

$1 \text{ гон} = 1^\text{г} = 0,9^\circ$ ;

$1 \text{ гон} = 1000 \text{ мгон}$ ;

$1 \text{ мгон} = 0,001 \text{ гон} = 0,1^\text{с} = 10^\text{сс} = 3,21''$ .

Для измерения длин и н и й:

$1 \text{ километр (км)} = 1000 \text{ м}$ ;

$1 \text{ дециметр (дм)} = 0,1 \text{ м}$ ;

$1 \text{ сантиметр (см)} = 0,01 \text{ м}$ ;

$1 \text{ миллиметр (мм)} = 0,001 \text{ м}$ .

Для измерения площадей:

$1 \text{ километр квадратный (км}^2\text{)} = 1\,000\,000 \text{ м}^2 = 100 \text{ га}$ ;

$1 \text{ гектар (га)} = 10\,000 \text{ м}^2$ ;

$1 \text{ дециметр квадратный (дм}^2\text{)} = 0,01 \text{ м}^2$ ;

$1 \text{ сантиметр квадратный (см}^2\text{)} = 0,0001 \text{ м}^2$ ;

$1 \text{ миллиметр квадратный (мм}^2\text{)} = 0,000\,001 \text{ м}^2$ .

В Великобритании и США для всех целей, кроме научных, продолжают использовать «свою» для каждой страны старую систему единиц.

До перехода на метрическую систему в России использовали следующие единицы измерений:

1 сажень = 3 аршина = 2,133 6 м;

1 верста = 1066,8 м = 1,066 8 км;

1 вершок = 4,445 см;

1 дюйм = 25,4 мм.

## **1.5. ЭЛЕМЕНТЫ ИЗМЕРЕНИЙ НА МЕСТНОСТИ (ГОРИЗОНТАЛЬНЫЕ ПРОЛОЖЕНИЯ ЛИНИЙ, ГОРИЗОНТАЛЬНЫЕ УГЛЫ, УГЛЫ НАКЛОНА)**

На картах, планах и профилях изображают контуры (очертания) различных объектов местности: земельных участков, землепользований крестьянских хозяйств, сельскохозяйственных угодий, берегов рек, морей, каналов, дорог, строений и т. д. Чтобы нанести контур на карту, план или профиль, выбирают характерные точки, например вершины углов ломаных контуров, определяют их взаимное положение, наносят на план или профиль, после чего соединяют прямыми линиями. При этом всегда руководствуются основным принципом геодезии — от общего к частному, состоящим в том, что вместо взаимного определения положения большого числа характерных точек выбирают несколько основных, устанавливают положение одной относительно другой, затем относительно основных точек определяют положение характерных контурных, наносят их на карту, план или профиль с таким расчетом, чтобы можно было с требуемой детальностью изобразить все интересующие объекты местности.

Взаимное положение точек местности определяют измерением линий (расстояний) между точками и углов между направлениями линий, соединяющих точки. Линии измеряют различными мерными приборами, для измерения углов используют угломерные. Взаимное расположение точек  $A$  и  $B$  на местности определяют измерением расстояния  $AB$  (рис. 1.3,  $a$ ), которое затем проецируют нормальными<sup>1</sup> на поверхность эллипсоида. В проекции получается кривая  $A_1B_1$ , используемая для составления карты.

При выполнении геодезических работ на небольшой территории, когда часть уровенной поверхности или поверхности эллипсоида можно принять за плоскость, т. е. не учитывать кривизну Земли, линию местности  $AB$  проецируют ортогонально на горизонтальную плоскость, т. е. на плоскость, перпендикулярную к от-

---

<sup>1</sup>Отвесная линия и нормаль (перпендикуляр) к поверхности эллипсоида не совпадают, а образованный ими угол называют *уклонением отвесной линии*. В среднем он близок к 2...3", а в отдельных местах (Кавказ) достигает 45". Его исследуют и учитывают при астрономических наблюдениях, точных наблюдениях за движением земной коры и т. д.

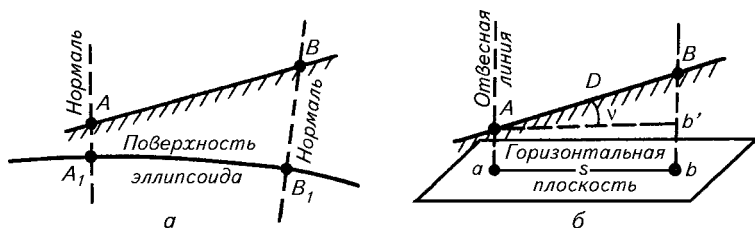


Рис. 1.3. Проекция линии местности на поверхность эллипсоида (а) и горизонтальную плоскость (б)

весной линии (рис. 1.3, б). В проекции получают прямую  $ab$ , называемую горизонтальным проложением линии  $AB$  местности. Таким образом, *горизонтальным проложением* называют ортогональную проекцию линии местности на горизонтальную плоскость. Его используют для составления плана.

Изображение участка земной поверхности на бумаге без учета кривизны Земли, т. е. проектирование линий местности не на поверхность эллипсоида, а на горизонтальную плоскость, значительно упрощает геодезические вычисления. Это служит главной причиной того, что на небольших площадях часть уровенной поверхности принимают за плоскость. Возникает вопрос — на какой площади уровенную поверхность или поверхность эллипсоида можно принимать за плоскость? Конечно, все зависит от разницы между  $ab$  и  $A_1B_1$  (см. рис. 1.3). Чем больше площадь, а следовательно, расстояние  $AB$ , тем больше будет разница между  $ab$  и  $A_1B_1$ . Так, при  $AB = 22$  км разность между  $ab$  и  $A_1B_1$ , рассчитанная по формуле  $ab - A_1B_1 = -AB^3/12R^2$  ( $R$  — радиус Земли), равна 0,022 м, что составляет 1/1 000 000 от 22 км. С такой точностью измеряют линии высокоточными методами. Поэтому и считают, что кривизну Земли можно не учитывать и линии местности проектировать на горизонтальную плоскость на площади  $22 \text{ км} \cdot 22 \text{ км} \approx 500 \text{ км}^2 = 50 000 \text{ га}$ . Это довольно большая площадь, если учесть, что площадь землепользования коллективных хозяйств в центральной полосе России близка к 5000...10 000 га.

Углы, измеряемые на местности, — это горизонтальные углы и углы наклона (вертикальные). Принцип измерения горизонтального угла состоит в том, что через вершину угла  $A$  (рис. 1.4) мысленно проводят горизонтальную плоскость  $M$ , касательную к уро-

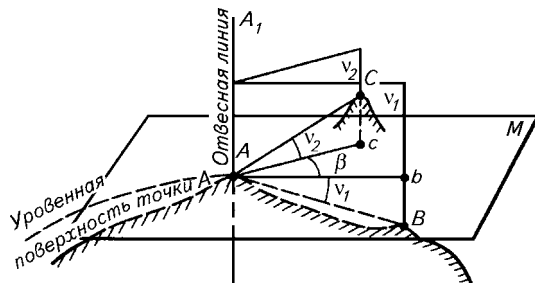


Рис. 1.4. Горизонтальный угол и углы наклона

венной поверхности в точке  $A$ . Затем направления линий  $AB$  и  $AC$  местности проецируют вертикальными плоскостями  $v_1$  и  $v_2$ , проходящими через отвесную линию  $AA_1$ , на горизонтальную плоскость и в пересечении вертикальных и горизонтальных плоскостей получают линии  $Ab$  и  $Ac$  (горизонтальные проложения). Угол  $\beta$ , заключенный между линиями  $Ab$  и  $Ac$ , является горизонтальным. Следовательно, *горизонтальным* называют угол, заключенный между проекциями линий местности на горизонтальную плоскость.

Для получения представления о повышении и понижении земной поверхности измеряют углы наклона  $v_1$  и  $v_2$ , заключенные между направлениями линий местности  $AB$ ,  $AC$  и их проекциями  $Ab$ ,  $Ac$  на горизонтальную плоскость. *Углом наклона* называют угол, образованный линией местности и горизонтальной плоскостью. Угол  $v_1$ , расположенный ниже горизонтальной плоскости, называют *отрицательным углом наклона*, и перед его числовым значением ставят знак минус, а угол  $v_2$ , расположенный над горизонтальной плоскостью, — *положительным углом наклона*, и перед его числовым значением ставят знак плюс.

Измерив на местности длину линии  $AB = D$  (см. рис. 1.3, б) и угол наклона  $v$ , горизонтальное проложение  $ab = s$  вычисляют по формуле

$$s = D \cos v. \quad (1.1)$$

Вместо вычисления  $s$  по этой формуле или для контроля вычисления  $s$  можно в результат измерения  $D$  ввести поправку  $\Delta D$  наклон линии к горизонту, которая показывает, насколько катет  $s$  короче гипотенузы  $D$ . Тогда

$$s = D - \Delta D, \quad (1.2)$$

отсюда следует, что

$$\Delta D = D - s.$$

Подставив в это равенство значение  $s$  из формулы (1.1), получим

$$\Delta D = D - D \cos v = D(1 - \cos v)$$

или

$$\Delta = \frac{v}{\quad} \quad (1.3)$$

Вычисляя  $\Delta D$ , определяют горизонтальное проложение по формуле (1.2). Поправку  $\Delta D$  всегда вычитают из результата измерения  $D$ , так как катет всегда короче гипотенузы.

## 1.6. ВЫСОТЫ ТОЧЕК МЕСТНОСТИ И ПРЕВЫШЕНИЯ МЕЖДУ НИМИ

При использовании изображения земной поверхности на плоскости (плане, карте) для составления проекта оросительных или осушительных систем, размещения земельных участков для механизированной обработки и т. д. требуется иметь не только очертания объектов в горизонтальной проекции, но и представление о неровностях земной поверхности, крутых и пологих местах, превышения точек.

Неровности земной поверхности характеризуются высотами точек. *Высотой* точки называют отрезок отвесной линии (расстояние) от этой точки до уровенной поверхности, принятой за начало счета высот (рис. 1.5). Обычно высоту точки определяют относительно уровенной поверхности океана (геоида)<sup>1</sup>. Если высоту определяют относительно какой-либо уровенной поверхности, проходящей через произвольную точку, то высоту называют *условной*. Отрезки  $Bb$  и  $Cc$  (см. рис. 1.5) — высоты соответственно точек  $B$  и  $C$  земной поверхности, а отрезки  $Bb'$  и  $Cc'$  — условные высоты этих точек. Обычно высоты точек обозначают буквой  $H$ . Например,  $H_B$  — высота точки  $B$ . Разность высот точек называют *превышением* между точками и обозначают буквой  $h$ . Например, отрезок  $Cc'$  — превышение точки  $C$  над точкой  $B$ . Превышение в направлении с точки  $B$  на точку  $C$  положительно, поэтому его сопровождают знаком плюс; превышение точки  $C$  на точку  $B$  отрицательно и его сопровождают знаком минус.

Высоты точек земной поверхности преимущественно являются положительными и лишь для точек, расположенных ниже уровенной поверхности океана, например на Прикаспийской низменности, — отрицательными (до  $-28$  м). В России началом счета высот служит нуль Кронштадтского футштока<sup>2</sup>, на котором чертой отмечен средний уровень воды в Финском заливе.

Если для небольшого расстояния между точками  $A$  и  $B$  (см. рис. 1.3, б) не учитывать кривизну Земли и уровенную поверхность принять за плоскость, то превышение точки  $B$  над точкой  $A$  можно вычислить по горизонтальному проложению  $ab = s$  и углу наклона  $v$ , пользуясь формулой

$$h_{AB} = Bb' = stg v_{AB} \quad (1.4)$$

(знак превышения зависит от знака угла наклона), а высоту точки  $B$  ( $H_B$ ), зная высоту точки  $A$  ( $H_A$ ), — по формуле

$$H_B = H_A + h_{AB} = H_A + stg v_{AB}. \quad (1.5)$$

<sup>1</sup>Высоту точки над поверхностью геоида называют *ортометрической*, а над поверхностью земного эллипсоида — *геодезической*.

<sup>2</sup>Кронштадтский футшток — медная доска с горизонтальной чертой, вделанная в устьи моста Обводного канала.

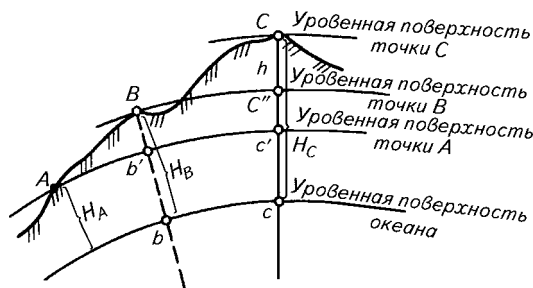


Рис. 1.5. Схема высот точек местности и превышений между ними

Эту формулу читают так: высота точки в конце линии равна высоте точки в начале линии плюс превышение между ними.

### 1.7. КАРТА, ПЛАН, ПРОФИЛЬ

На картах изображают обычно поверхность всей Земли или ее частей (материков, стран, областей, районов). С геометрической точки зрения карта представляет более или менее искаженное изображение земной поверхности. Это объясняется тем, что сферическую поверхность Земли невозможно изобразить на бумаге без искажений, так же как нельзя поверхность выпуклого неэластичного предмета развернуть на плоскости без разрывов. Поэтому при построении карт пользуются различными картографическими проекциями, в которых по определенному математическому закону сначала строят географическую сетку меридианов и параллелей, а затем по ней наносят детали местности. Существует большое число картографических проекций, каждой из них свойственны искажения либо форм изображаемых объектов, либо соотношения их площадей, либо того и другого.

Чем больше изображаемая на карте территория, тем с большими искажениями получают на карте объекты. С этой точки зрения *картой* называют уменьшенное, построенное в картографической проекции, обобщенное изображение поверхности Земли<sup>1</sup>.

Если для построения карты точки и линии местности проецируют нормальными на поверхность эллипсоида (см. рис. 1.3, а), а затем поверхность эллипсоида по определенным математическим законам изображают на плоскости, то для построения плана точки и линии местности проецируют перпендикулярами (ортогонально) на горизонтальную плоскость и полученное на ней горизонтальное проложение участка земной поверхности (рис. 1.6)

<sup>1</sup>В учебниках по картографии дается более широкое определение карты. Изучением геодезических работ, при проведении которых учитывается кривизна Земли, занимается особая дисциплина — высшая геодезия.

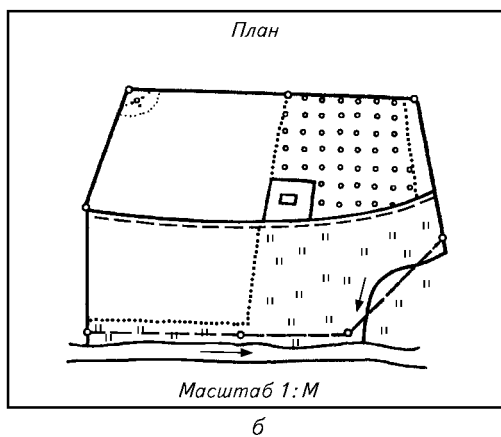
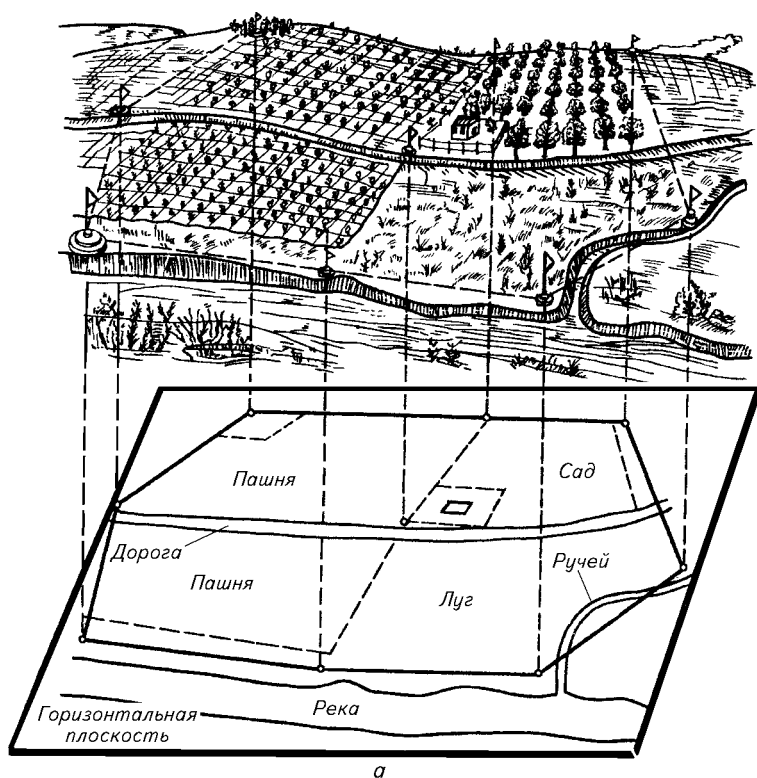


Рис. 1.6. Проектирование участка местности на горизонтальную плоскость (а) и план участка (б)

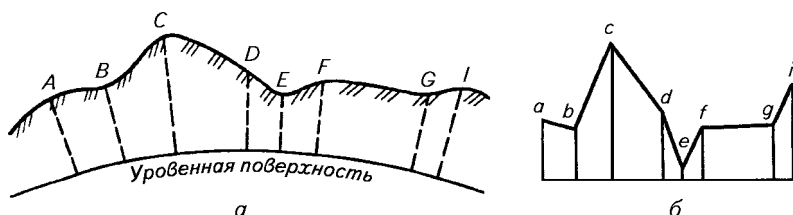


Рис. 1.7. Вертикальный разрез земной поверхности (а) и профиль местности (б)

уменьшают в определенное число раз с сохранением подобия фигур, полученных на горизонтальной плоскости. *План* — уменьшенное подобное изображение на плоскости горизонтального проложения участка земной поверхности. Его нельзя составить на очень большую территорию, так как кривизна земли вызовет большую разницу между горизонтальными проложениями линий местности и их проекциями на поверхность эллипсоида, т. е. план будет изображать земную поверхность с большими искажениями.

К геодезическим материалам относят *профиль местности*, т. е. уменьшенное изображение вертикального разреза земной поверхности (рис. 1.7, а). На нем линию, изображающую уровенную поверхность, проводят обычно в виде прямой (рис. 1.7, б). Для наглядности изображения рельефа на профиле вертикальные отрезки (высоты, превышения) изображают в более крупном масштабе, чем горизонтальные. Если высоты точек выражаются большими числами, то для удобства построения профиля их уменьшают на одно и то же число. Разрез местности представляет обычно кривую линию, а профиль строят в виде ломаной линии, и поворотные точки линии *a, b, c, d, e, f, g, i* (см. рис. 1.7, б) представляют характерные точки местности *A, B, C, D, E, F, G, I* (см. рис. 1.7, а), высоты которых определяют либо по карте, либо по измерениям на местности.

## 1.8. МАСШТАБЫ ПЛАНОВ. ТОЧНОСТЬ МАСШТАБА

Для составления планов, карт и профилей результаты измерений линий на местности уменьшают в несколько сотен или тысяч раз в зависимости от размеров участков, требуемой детальности их изображения на планах, картах и профилях, а также от целей, для которых их составляют. На степень этого уменьшения указывает масштаб. *Масштабом плана* называют отношение длины линии на плане *s* к горизонтальному проложению соответствующей линии местности  $s_M$ :

$$1 : M = s : s_M. \quad (1.6)$$

Число  $M$ , показывающее, во сколько раз уменьшены горизонтальные проложения линий местности для составления плана, почти всегда круглое: 500, 1000, 2000, 5000, 10 000 и т. п. Эти числа представляют знаменатели *численных масштабов*, которые выражают аликвотными дробями (с числителем, равным единице), например 1:5000, 1:1000, 1:2000, 1:5000, 1:10 000, 1:25 000 и т. п.

Масштабы плана и карты существенно отличаются друг от друга тем, что масштаб плана — величина постоянная во всех его частях, а масштаб карты изменяется при переходе от одной ее части к другой или сохраняется в одних направлениях и изменяется в других.

Различают масштабы *крупные* и *мелкие*. Чем меньше знаменатель численного масштаба, тем крупнее масштаб. Обычно планы составляют в крупных масштабах, а карты — в мелких. Но понятие о крупных и мелких масштабах относительное. Например, масштаб 1:5000 для сельскохозяйственных планов считается крупным, а для городских — мелким. Масштаб 1:200 000 для географических карт — крупный, а для карт муниципального района — мелкий. Для профилей обычно вертикальный масштаб крупнее горизонтального.

Для планировки сельских населенных пунктов и землепользований крестьянских хозяйств в основном применяют планы в масштабе 1:2000, для сельскохозяйственных земель, занятых овощными культурами, 1:5000, 1:10 000, зерновыми культурами, — 1:10 000, 1:25 000 и 1:50 000, а занятых скотоводством, — 1:100 000 и мельче.

Численный масштаб очень часто записывают так «в 1 см 100 м». Эта запись соответствует масштабу 1:10 000 (1 см плана соответствует 10 000 см местности).

Зная численный масштаб, легко линии местности переводить в линии на плане (карте) и наоборот. Например, если горизонтальное проложение линии местности равно 283,7 см, масштаб плана 1:5000, т. е. в 1 см 50 м, то длина линии на плане составит  $283,7 : 50 = 5,67$  см. Если линия на плане имеет длину 3,28 см, масштаб плана 1:25 000, т. е. в 1 см 250 м, то горизонтальное проложение линии местности будет  $3,28 \cdot 250 = 820$  м.

Чтобы не делать подобных вычислений, пользуются шкалой (номограммой), называемой *линейным масштабом*. Для построения линейного масштаба выбирают *основание масштаба*, т. е. отрезок длиной обычно от 1 до 2,5 см, которое соответствует круглому числу метров на местности, преимущественно 10, 20, 50 или 100, 200, 500 м и т. д. Рассмотрим пример построения линейного масштаба и пользования им, если численный масштаб 1:5000. Приняв за основание отрезок 1 см, соответствующий 50 м на местности, откладывают его несколько раз по прямой и подписывают, как указано на рисунке 1.8, а. Левое основание делят на 5 или 10 частей. Далее, взяв расстояние на плане в раствор циркуля-измерите-

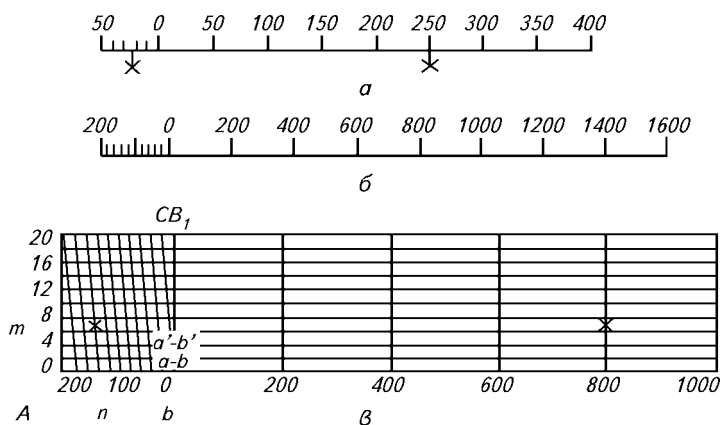


Рис. 1.8. Линейные (а, б) и поперечный (в) масштабы

ля, одну его ножку устанавливают на штрих, разделяющий основания, так, чтобы другая ножка попала на левое основание, по которому на глаз отсчитывают расстояние в интервале делений. Это расстояние между штрихами, обозначенными крестиками, равно 274 м (см. рис. 1.8, а).

Построение линейного масштаба, когда знаменатель численного масштаба не выражается круглым числом, что бывает при использовании аэрофотоснимка местности, по существу ничем не отличается от только что сказанного. Например, масштаб аэрофотоснимка 1:17 380. Согласно условиям, указанным выше, основание линейного масштаба должно соответствовать 200 м, а длину его определим из соотношения:

1 см соответствует 173,8 м;

х см соответствует 200,0 м;

следовательно,  $x = 1 \cdot 200 / 173,8 = 1,15$  см.

Этот отрезок несколько раз откладывают на прямой, левое основание делят на части и вычерчивают масштаб, как показано на рисунке 1.8, б.

Так как доли деления по линейному масштабу оценивают на глаз, что снижает точность измерения расстояний, то для повышения точности используют *поперечный масштаб* (см. рис. 1.8, в), который строят следующим образом. Выбирают основание масштаба АВ и откладывают его несколько раз на прямой. Из полученных точек восстанавливают перпендикуляры к этой прямой (или проводят параллельные линии, не перпендикулярные прямой). Левое основание делят на  $n$  равных частей (5 или 10), а на перпендикулярах откладывают  $m$  равных делений (5 или 10) произвольной длины, но не более 3 см. Через полученные точки на перпендикулярах проводят линии, параллельные основанию.

Затем на левом основании через все деления проводят линии, параллельные ВС, как показано на рисунке 1.8, в, называемые *трансверсалими*. Отрезок  $ab$  называют *наименьшим делением попе-*

*речного масштаба*. Размер его зависит от длины основания  $AB$  и числа делений  $n$  и  $m$ . Из подобия треугольника  $BCB_1$  и  $Bab$  следует, что  $ab/CB_1 = Bb/BB_1 = 1/m$ , откуда  $ab = CB_1/m$ . Но  $CB_1 = AB/n$ , поэтому  $ab = AB/nm$ , т. е. наименьшее деление поперечного масштаба равно основанию, деленному на произведение чисел  $n$  и  $m$ .

Для поперечного масштаба 1:10 000, изображенного на рисунке 1.8, *в*, основание  $AB$ , равное 2 см, соответствует 200 м на местности. Число делений  $n = m = 10$ , поэтому наименьшее деление поперечного масштаба соответствует  $ab = 200/10 \cdot 10 = 2$  м на местности.

Точно так же получим длину отрезка  $a'b'$  (см. рис. 1.8, *в*):

$$a'b' = 2AB/nm = 2ab = 4 \text{ м};$$

затем длины других отрезков между перпендикуляром  $BB_1$  и трансверсалью  $BC$  — 6, 8, 10 м и т. д.

Для удобства пользования поперечным масштабом его подписывают (см. рис. 1.8, *в*) снизу против перпендикуляров (согласно тому, что  $AB = 200$  м): 200, 0, 200, 400, 600 и т. д. и слева против горизонтальных линий (если  $ab = 2$  м): 0, 4, 8, 12 и т. д.

По этим подписям отсчитывают расстояние, взятое с плана и отмеченное на рисунке 1.8, *в* крестиками, при этом одну ножку циркуля-измерителя ставят на один из перпендикуляров с расчетом, что другая ножка попадает на какую-либо трансверсаль и обе ножки должны стоять на одной горизонтальной линии. Тогда определяемое расстояние между крестиками (концами ножек циркуля-измерителя) будет:

$$4AB + 7AB/n + 3,5ab = 4 \cdot 200 + 7 \cdot 20 + 3,5 \cdot 2 = 947 \text{ м.}$$

Поперечный масштаб при всех его достоинствах не может обеспечить точность выше определенного предела, зависящего от свойств человеческого глаза. Последний в состоянии совмещать острие ножки циркуля с точкой на плане, точку с точкой, штрих со штрихом с точностью около 0,1 мм<sup>1</sup>, если они находятся на расстоянии 25 см от глаза. Из этого следует, что детали объектов местности (выступы, изгибы), выражающиеся на плане линиями менее 0,1 мм, изобразить нельзя. Поэтому при изображении деталей объектов местности на плане руководствуются *точностью масштаба*, которая представляет длину отрезка горизонтального продолжения линии на местности, соответствующую 0,1 мм на плане. Например, точность масштаба 1:10 000 равна 1 м, 1:5000 — 0,5 м и т. д. В соответствии с точностью масштаба при изображении де-

<sup>1</sup>Исследования кафедры геодезии МИИЗ (ГУЗ) показали, что эта величина равна 0,08 мм.

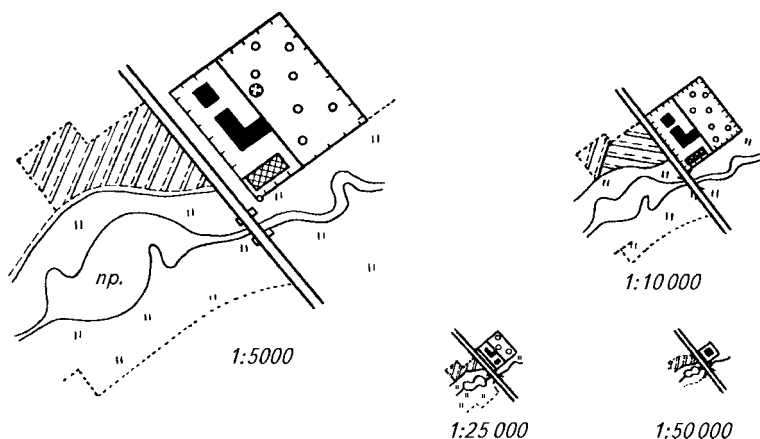


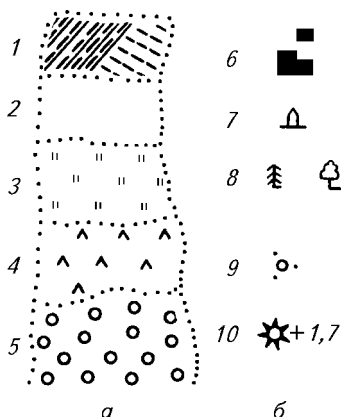
Рис. 1.9. Изображение объектов местности в разных масштабах

талей объектов местности на плане и карте неизбежны обобщения (генерализация).

С уменьшением масштаба, т. е. с увеличением его знаменателя, теряется детальность изображения объектов местности (рис. 1.9). Если объект местности очень мал, а изобразить его на плане необходимо, то его изображают так называемым *внемасштабным* условным знаком (рис. 1.10, б), т. е. независимо от точности масштаба. Например, нередко колодец в горизонтальной проекции представляет квадрат со стороной 1 м. Даже в масштабе 1:10 000 он представляется точкой (0,1 мм), но в планах масштабов 1:1000—1:50 000 и даже мельче его изображают зеленым кружком диаметром 1,2...1,4 мм.

Рис. 1.10. Площадные (а) и внемасштабные (б) условные знаки объектов местности:

1 — огород; 2 — пашня; 3 — сенокос; 4 — пастбище; 5 — лес; 6 — огнеупорные постройки; 7 — памятник; 8 — отдельно стоящее дерево (хвойное, лиственное); 9 — отдельные кусты; 10 — курган и его высота



## 1.9. УСЛОВНЫЕ ЗНАКИ ОБЪЕКТОВ МЕСТНОСТИ

На картах и планах изображают большое число разнообразных объектов местности — контуров сельскохозяйственных угодий (пашни, залежей, сенокосов, пастбищ-выгонов, огородов, садов и др.), лесов, кустарников, вырубок, болот, песков, озер, прудов, построек, линий дорог, рек, канав и пр. Совокупность этих объектов называют *ситуацией*.

Объекты на планах и картах обозначают условными знаками, так как отдельные объекты настолько малы, что названия их невозможно разместить в пределах контура объекта, а обилие надписей ухудшает читаемость карты. Число таких знаков более 400. Условные знаки, обязательные для всех учреждений и организаций, ведущих съемочные работы, устанавливает Роскартография и издает отдельно для каждого масштаба или группы масштабов.

Многообразие сельскохозяйственных угодий не укладывается в рамки обязательных условных знаков, поэтому землеустроительные организации издают дополнительные условные знаки для сельскохозяйственных угодий.

Объекты, которые можно изобразить на плане с сохранением подобия (на карте с некоторым искажением), например сельскохозяйственные угодья, населенные пункты, обозначают *площадными* условными знаками (рис. 1.10, а).

Контуры сельскохозяйственных угодий, кустарников, лесов, болот, песков и др., если они не разделяются канавами, изгородями и пр., обозначают точечным пунктиром, внутри ставят условные знаки. Контуры пахотных угодий (пашни) условных знаков не имеют и лишь иногда внутри контура пашни ставят букву «п».

Ручьи, речки и родники, береговые линии рек, морей, прудов озер и др. обозначают синей краской; горизонтالي, обрывы, осыпи, промоины и другие элементы естественного рельефа — коричневой; все остальные объекты — черной краской. На красочных картах изображения лесов, кустарников, садов, парков, виноградников и некоторых других угодий (объектов) окрашивают зеленой краской; красками выделяют шоссе, улучшенные грунтовые дороги и т. п.

## 1.10. ОСНОВНЫЕ ФОРМЫ РЕЛЬЕФА МЕСТНОСТИ

Земная поверхность не является плоскостью. Даже участки равнинной местности небольшой площади нельзя считать плоскими. Различные возвышения и углубления учитывают при строительстве площадок и зданий, дорог и каналов, мостов и плотин, при проектировании участков для полива, механизированной обработки и пр. Совокупность разнообразных неровностей земной поверхности называют *рельефом*.

Рельеф местности оказывает влияние на почвообразование, а значит, и на вид сельскохозяйственного использования территории.

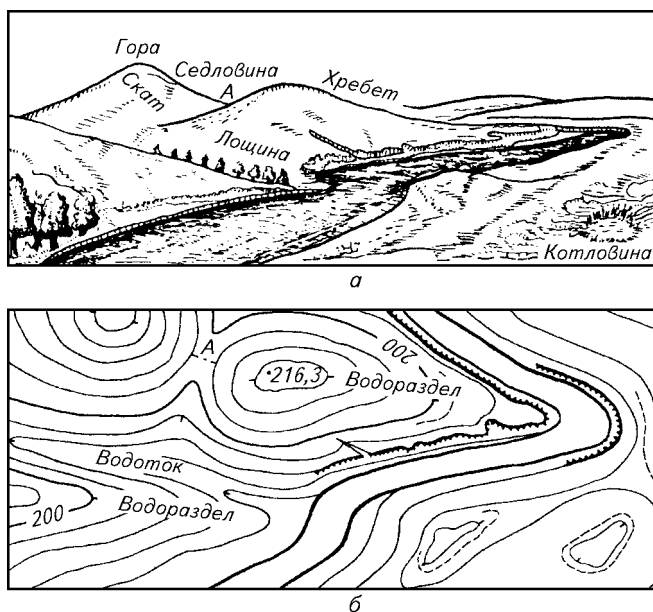


Рис. 1.11. Рельеф местности (а) и его изображение на плане горизонталями (б)

Рельеф местности не является чем-то постоянным, неизменным. Под влиянием сил, действующих внутри Земли, колебаний температуры, действий воды, ветра, растений, деятельности человека рельеф с течением времени изменяется. Поэтому мероприятия, направленные на рациональное использование земной территории, связаны с необходимостью периодического изучения рельефа и отображения его на картах, планах и профилях, по которым проектируют эти мероприятия.

Из разнообразных неровностей земной поверхности можно выделить *основные формы рельефа*: горы, котловины, хребты, лощины, седловины.

*Горой* называют возвышенность конической формы (рис. 1.11, а). Гору высотой менее 200 м над окружающей поверхностью называют *холмом*. Самую высокую точку горы называют *вершиной*, от которой во все стороны местность понижается, превышения имеют отрицательный знак. Боковые поверхности горы называют *скатами*, которые в нижней части заканчиваются *подошвой*. Остроконечную верхнюю часть горы называют *пиком*, а плоскую — *плато*.

*Котловиной* называют углубление конической или чашеобразной формы. Самую низкую точку котловины называют *дном*, от нее во все стороны местность повышается, превышения точек над

дном имеют положительный знак. Боковые поверхности котловины также называют скатами, которые в верхней части заканчиваются *бровкой*. Небольшие котловины с крутыми скатами называют *воронками*.

*Хребет* представляет собой возвышение удлиненной формы (складку земной поверхности). Линию вдоль хребта, проходящую по самым высоким точкам, называют *водоразделом* (рис. 1.11, б), а боковые части — *скатами*. Если посмотреть вниз по водоразделу, то превышения в этом направлении, вправо и влево имеют отрицательный знак, а назад — положительный.

*Лощина* — углубление удлиненной формы. Линию вдоль лощины, проходящую по самым низким точкам, называют *водотоком* или *талвегом*, а бока — скатами, которые заканчиваются бровками. Если посмотреть вниз по водотоку, то превышения в этом направлении будут отрицательными, а вправо, влево и назад — положительными.

Широкие лощины с пологими скатами называют *долинами*, а с крутыми и каменистыми — *ущельями*. Лощины в виде глубоких промоин в долинах, образующиеся под действием текущих вод, называют *оврагами*. С течением времени обрывы оврага осыпаются, зарастают травой, древесной растительностью и образуют *балки*.

*Седловина* имеет форму седла, представляет сочетание двух хребтов со сходящимися водоразделами в характерной точке А (см. рис. 1.11) и двух лощин с расходящимися от этой точки водотоками. Если встать в точке А и посмотреть вдоль одного из хребтов, то превышения в этом и обратном направлениях будут положительными, а в правом и левом — отрицательными.

Разновидности основных форм рельефа: *террасы* — когда крутой скат прерывается пологой площадкой; *гребни* — острые части хребта по водоразделу; *перевалы (седловины)* — пониженные части хребта у водоразделов и др.

Для изображения рельефа местности в характерных точках (на вершинах, дне, водоразделах, водотоках, бровках, подошвах, седловинах и в точках перегибов скатов) определяют высоты и подписывают их на планах и картах.

### 1.11. СПОСОБЫ ИЗОБРАЖЕНИЯ РЕЛЬЕФА НА ПЛАНАХ И КАРТАХ. СПОСОБ ГОРИЗОНТАЛЕЙ

Для изображения рельефа местности на планах и картах применяют условные обозначения, которые дают представление о формах рельефа земной поверхности, крутизне скатов, высотах точек и превышениях. Существует несколько способов изображения и обозначения рельефа.

Рельеф местности на плане можно представить с помощью *надписей высот* характерных точек. При большом числе этих над-

писей можно судить о формах рельефа и крутизне скатов, однако обилие их делает план трудночитаемым и не дает наглядного представления о рельефе местности.

Наглядное представление о формах рельефа и крутизне скатов дает *способ штрихов* (гашюр), которые наносят параллельно скату по принципу: чем круче скат, тем толще штрих. Этот способ имеет следующие недостатки: по плану со штрихами трудно судить о размере превышений между точками земной поверхности; обилие штрихов ухудшает читаемость планов и карт; нанесение штрихов — трудоемкая и кропотливая работа. Поэтому этот способ в настоящее время не применяют.

В такой же степени наглядное представление о рельефе местности дают способы *отмывки скатов*, т. е. окрашивание скатов коричневой краской — чем круче скат, тем темнее тон окраски, и *цветной пластики*, применяемый для изображения рельефа на географических скатах. Способ цветной пластики предусматривает окрашивание карт различными оттенками нескольких цветов в зависимости от высот точек местности: низменности — зеленым цветом, горы и предгорья — коричневым и т. д. Способы отмывки и цветной пластики, как и способ штрихов, не дают представления о превышениях между точками земной поверхности с нужной точностью.

Наиболее распространен как удовлетворяющий всем перечисленным выше требованиям способ изображения рельефа на планах и картах горизонталями (изогипсами).

*Горизонталь* — след, получающийся от сечения земной поверхности уровенной поверхностью, следовательно, горизонталь есть линия на земной поверхности (воображаемая), проходящая через точки с одинаковыми высотами. Например, граница (урез) воды и суши у водоема — горизонталь.

При изображении рельефа местности горизонталями уровенные поверхности, секущие земную поверхность, отстоят одна от другой на одном и том же расстоянии, называемом *высотой сечения рельефа*  $h_c$  (рис. 1.12, а).

Горизонтали — следы сечения земной поверхности уровенными поверхностями — проецируются на горизонтальную плоскость  $M$  для изображения их на плане (или на поверхность эллипсоида для изображения их на карте). Горизонтали, изображающие гору, представляют замкнутые кривые, и чем круче скат, тем ближе одна к другой проходят горизонтали. Если гора имеет форму прямого конуса, то ее изображают горизонталями в виде концентрических окружностей, отстоящих на равных расстояниях одна от другой.

Котловину тоже изображают замкнутыми кривыми (рис. 1.12, б). Чтобы отличить изображение котловины от изображения горы, от одной или нескольких горизонталей проводят скатштрихи (*бергштрихи*) в сторону понижения ската.

Хребет можно представить как часть горы (рис. 1.12, в<sup>1</sup>), а ложину — как часть котловины (рис. 1.12, г). Чтобы отличать изоб-

---

<sup>1</sup>Секущие уровенные поверхности на рисунке 1.12, б, в, г для удобства изображены плоскостями.

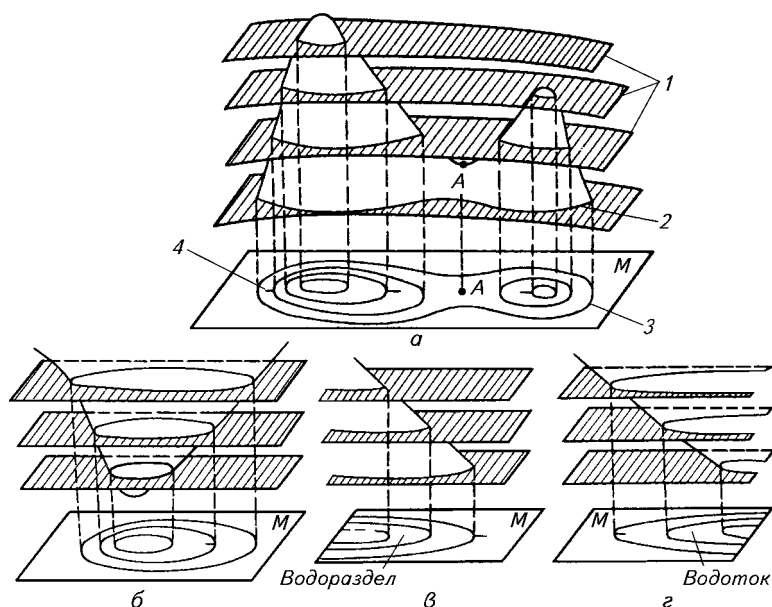


Рис. 1.12. Изображение на плане горизонталями горы и седловины (а), котловины (б), хребта (в) и лощины (г):

1 и 2 — секущие плоскости; 3 — горизонтали; 4 — бергштрихи

ражения хребта и лощины, проводят скатштрихи: у хребта — от горизонтали с выпуклой стороны, у лощины — с вогнутой. В месте наибольшего изгиба горизонталей проходят водораздел и водоток.

Изображение горизонталями седловины показано на рисунках 1.11, б, 1.12, а. Ее характерной точкой является точка А. Особенности горизонталей, изображающих седловину, в том, что по обе стороны от точки А горизонтали хребтов имеют одинаковые высоты, а горизонтали лощин по обе стороны от точки А также одинаковы и ниже на высоту сечения рельефа, чем горизонтали хребтов.

Высоты горизонталей подписывают либо в разрыве горизонталей, либо у их концов так, чтобы нижняя часть цифр располагалась ниже по скату (см. рис. 1.11, б).

Высоты горизонталей всегда кратны высоте сечения рельефа. Например, при высоте сечения рельефа 2,5 м не может быть горизонтали с высотой 182 м, а могут быть высоты горизонталей 180; 182,5; 185; 187,5; 190 м и т. д. Высота сечения рельефа на рисунке 1.11, б равна 5 м. Высота вершины горы подписана 216,3 м, следовательно, высота первой горизонтали, изображающей форму верх-

ней части этой горы, — 215, второй — 210, третьей — 205, четвертой — 200 м (эта горизонталь утолщена и ее высота подписана в двух местах).

При выборе высоты сечения рельефа учитывают:

масштаб плана или карты (чем крупнее масштаб, тем меньше высота сечения рельефа);

характер рельефа местности (для горной местности высота сечения рельефа больше, чем для равнинной);

требуемую точность и детальность, определяемые хозяйственно-техническими соображениями (чем точнее и детальнее требуется изобразить рельеф, тем меньше должна быть высота его сечения).

Высота сечения рельефа, обычно применяемая при съемках, приведена ниже:

Масштаб	1:5000	1:10 000	1:25 000
Местность:			
равнинная (степь, приводораздельные участки)	0,5	1	2,5
полуравнинная, всхолмленная	1	2,5	5
горная	2,5	5	10

Если отдельные детали рельефа, находясь между горизонталями, не отображаются при выбранной высоте сечения, то в этих местах проводят *полугоризонтالي* прерывистыми линиями (см. рис. 1.11, б), а иногда и *четвертьгоризонтали*, т. е. линии, проходящие через точки с одинаковыми высотами, кратными половине и четверти высоты сечения рельефа.

## 1.12. УКЛОН ЛИНИИ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЫСОТ ТОЧЕК, ЛЕЖАЩИХ МЕЖДУ ГОРИЗОНТАЛЯМИ

При проектировании каналов, дорог, направлений движения тракторных агрегатов на пашне, изучении эрозии почв определяют уклоны линий местности. *Уклоном*  $i$  линии называют отношение превышения  $h$  между двумя точками к горизонтальному проложению  $s$  между ними, т. е.

$$i = h/s. \quad (1.7)$$

Исходя из формулы (1.4) и рисунка 1.3, б уклон линии — это тангенс угла наклона, поэтому

$$i = \operatorname{tg} v = h/s. \quad (1.8)$$

Уклон линии в зависимости от знака превышения может быть положительным или отрицательным. Уклон линии, превышение и угол наклона, определенные в одном и том же направлении, имеют один и тот же знак.

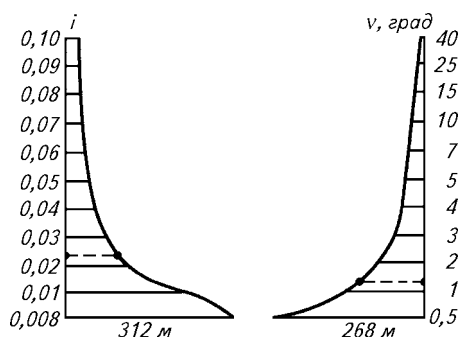


Рис. 1.13. Графики заложений, выраженные через уклон  $i$  и угол наклона  $v$

Пример:  $h = +3,58$  м,  $s = 84,7$  м,  $i = \operatorname{tg} v = +3,58/84,7 = +0,0423$ ;  $v = 2^{\circ}25'$ . Уклон часто выражают в тысячных долях единицы, в данном случае  $i = +42$  тысячных, или  $i = +4,23$  %.

Уклон линии между точками, лежащими на соседних горизонталях, равен отношению высоты сечения рельефа к расстоянию между этими точками, определенному по плану. Уклон линии между этими точками можно быстро и просто определить графически при помощи *графика заложений*<sup>1</sup> (рис. 1.13), который изображают на крупномасштабных картах.

Графики заложений дают возможность определить уклон  $i$  (в тысячных долях или в процентах) или угол наклона  $v$  (в градусах). Графики строят так. Для интересующих уклонов или углов наклона (табл. 1.2) при принятой высоте сечения рельефа вычисляют горизонтальные проложения по формулам

$$s = h/i \text{ и } s = h/\operatorname{tg} v = h \operatorname{ctg} v.$$

## 1.2. Данные для построения графиков заложений при $h_c = 2,5$ м

Уклон $i$	Горизонтальное проложение $s$ , м	Угол наклона $v$	$\operatorname{ctg} v$	Горизонтальное проложение $s$ , м
0,008	312	0,5	114,6	286
0,010	250	1	57,3	143
0,020	125	2	28,6	72
0,030	83	3	19,1	48
0,040	62	4	14,3	36
0,050	50	5	11,4	29
0,060	42	7	8,1	20
0,070	36	10	5,7	14

<sup>1</sup>Заложением называют горизонтальное проложение между двумя последовательными (соседними) горизонталями по заданному направлению. Заложением ската называют горизонтальное проложение между двумя последовательными горизонталями по нормальному (перпендикулярному) направлению к горизонталям.

Уклон $i$	Горизонтальное проложение $s$ , м	Угол наклона $v$	$\operatorname{ctg} v$	Горизонтальное проложение $s$ , м
0,080	31	15	3,7	9
0,090	28	25	2,1	5
0,100	25	40	1,2	3

Затем на вертикальной линии откладывают произвольные (преимущественно равные) отрезки и против их концов подписывают значения уклонов или углов наклона (см. рис. 1.13). От полученных точек на вертикальной линии по перпендикулярам к ней откладывают значения горизонтальных положений в масштабе плана (карты) и через их конечные точки проводят линию. При пользовании графиком заложений расстояние между точками на соседних горизонталях (где требуется определить уклон) берут в раствор циркуля-измерителя и прикладывают его к номограмме так, чтобы одна ножка была на вертикальной линии, а другая — на кривой по перпендикуляру к вертикальной линии, после чего против ножки циркуля измерителя отсчитывают уклон или угол наклона, интерполируя тысячные доли уклона или доли градуса на глаз. По расстоянию, отмеченному пунктиром (см. рис. 1.13), определяют уклон, который равен 23 тысячным, или угол наклона, равный  $1,3^\circ$ .

Следует иметь в виду, что график заложений пригоден для работы на плане (карте) лишь того масштаба и такой высоты сечения рельефа, для которых он построен.

Пользуясь уклоном, можно решить задачу, предусмотренную формулой (1.5), т. е. вычислить высоту точки  $B$ , зная высоту точки  $A$ , уклон линии и горизонтальное проложение между этими точками. Согласно формуле (1.7)

$$h = is, \quad (1.9)$$

т. е. превышение равно произведению уклона и горизонтального проложения. Тогда формулу (1.5) можно записать так:

$$H_B = H_A + h = H_A + is. \quad (1.10)$$

Можно определить высоту точки  $B$ , лежащей между горизонталями (рис. 1.14, *а*) или между точками с известными высотами. Для этого через точку  $B$  проводят прямую  $AC$  как кратчайшее расстояние между горизонталями и по плану определяют расстояния  $AC$  и  $AB = s$ . Решение задачи сводится к вычислению  $h$  в формуле (1.10). На профиле местности (рис. 1.14, *б*)  $h = B'B$ , а высота сечения рельефа  $h_c = C'C$ . Из подобия треугольников  $AC'C$  и  $AB'B$  следует, что

$$h/s = h_c/AC.$$

Но  $h_c/AC = i$ , поэтому  $h = is$ . Теперь по формуле (1.10) определим искомую высоту точки  $B$ .

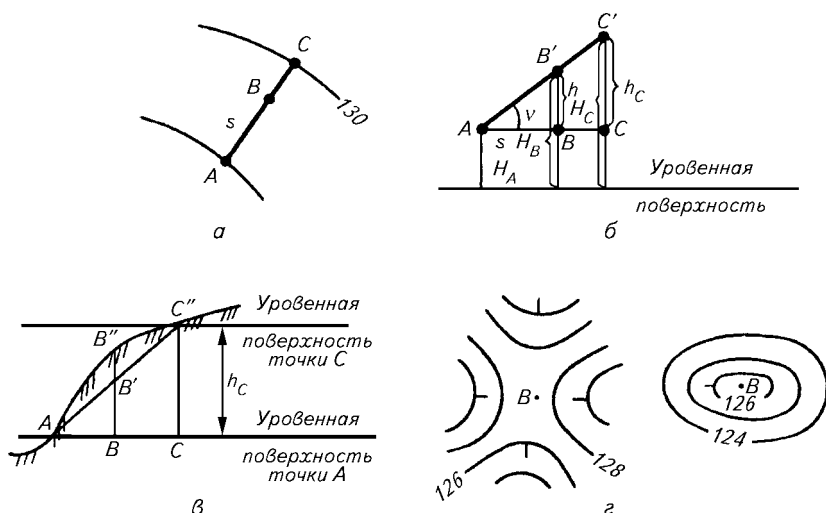


Рис. 1.14. Определение высоты точки, лежащей между горизонталями

Пример:  $h_c = 2,5$  м,  $H_A = 127,5$  м,  $AC = 137$  м,  $s = 94$  м. Тогда  $H_B = 127,5 + (2,5/137) \cdot 94 = 127,5 + 0,0182 \cdot 94 = 127,5 + 1,7 = 129,2$  м.

Такое определение положения точки называют *линейным интерполированием*.

Если профиль местности между соседними горизонталями выражается не прямой линией, а выпуклой или вогнутой, т. е. уклон между точками  $A$  и  $C$  неоднороден, то при решении задачи описанным способом высоту точки  $B$  (рис. 1.14, в) определяют приблизительно с погрешностью, равной отрезку  $B'B''$ . Если точка лежит между горизонталями с одинаковыми высотами, то установить высоту указанным способом невозможно. Можно лишь сказать, что высота точки  $B$  (рис. 1.14, г) больше 126 и меньше 127 м. Поэтому высоты характерных точек рельефа на седловинах, вершинах гор, дне котловин и т. д. получают из измерений на местности и выписывают на планы и карты.

### 1.13. ОРИЕНТИРОВАНИЕ ЛИНИЙ МЕСТНОСТИ. АЗИМУТЫ

При проектировочных работах требуется знать расположение объектов по отношению к странам света. Карты и планы составляют так, что верхние их края являются северными. Для этого при измерениях на местности линии ориентируют по направлению

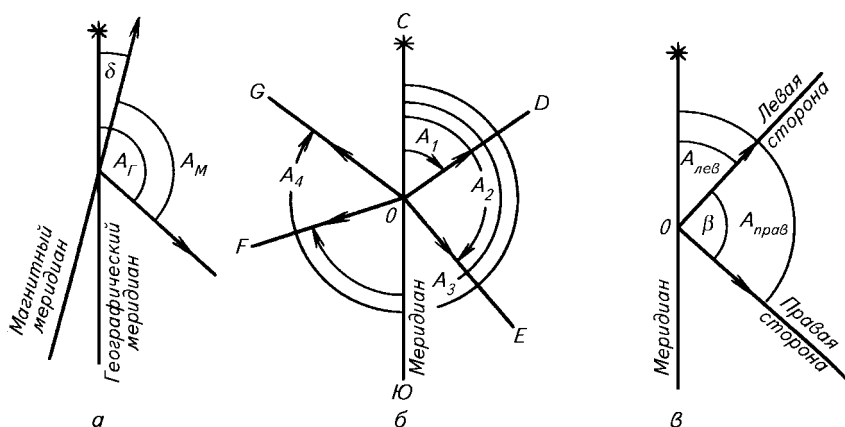


Рис. 1.15. Схемы ориентирования линий (а, б) и определения горизонтального угла (в) по азимутам

географического меридиана, т. е. линии пересечения плоскости географического меридиана<sup>1</sup> с горизонтальной плоскостью.

Направление астрономического меридиана на местности определяют из астрономических наблюдений или при помощи гироскопических приборов — гиroteодолита, гироскопа.

При составлении плана на небольшой участок местности разрешается линии ориентировать по направлению *магнитного меридиана*, т. е. по линии, получающейся в пересечении вертикальной плоскости, проходящей через полюсы магнитной стрелки компаса (буссоли), с горизонтальной плоскостью.

Направления географического (обозначенного звездочкой на рис. 1.15) и магнитного (обозначенного на рис. 1.15 стрелкой) меридианов, как правило, не совпадают. Горизонтальный угол, образованный направлениями этих меридианов, называют *склонением магнитной стрелки*  $\delta$  (см. рис. 1.15, а). Склонение может быть *восточным*, когда северное направление магнитного меридиана отклоняется от направления географического меридиана к востоку, и *западным* — в случае отклонения северного направления магнитного меридиана к западу. Восточное склонение имеет

<sup>1</sup>Географический меридиан — обобщенное понятие об астрономическом и геодезическом меридианах.

Плоскость *астрономического меридиана* проходит через направление отвесной линии в данной точке и параллельна оси вращения Земли.

Плоскость, проходящую через нормаль к поверхности земного эллипсоида в данной точке и его малую ось, называют плоскостью *геодезического меридиана*.

Плоскость, проходящая через данную точку и ось вращения Земли, называют плоскостью *геоцентрического меридиана*.

знак «плюс», западное — «минус». Склонение изменяется с изменением места и времени (на территории России оно колеблется от  $30^\circ$  в северной оконечности Новой Земли до  $-14^\circ$  в районе Верхоянска). В европейской части России восточное склонение колеблется от  $0^\circ$  (в районе Калининграда) до  $20^\circ$  (в районе Нарьян-Мара).

На одном и том же месте земной поверхности в течение веков происходит изменение склонения магнитной стрелки в пределах десятков градусов, при этом полный период колебания склонения совершается в течение более четырех веков. Такое изменение склонения называют *вековым*.

*Годовое* изменение склонения в Европе в среднем близко к  $5'$ , причем западное склонение уменьшается, восточное увеличивается. Наблюдают также *суточное* изменение склонения, при котором амплитуда колебания в средних широтах России достигает до  $15'$ , летом она больше, чем зимой; в северных широтах больше, чем в южных.

Склонение также изменяется под влиянием магнитных возмущений и бурь, связанных с полярными сияниями, солнечными пятнами. Показания магнитной стрелки сильно изменяются с изменением места наблюдения в районах залегания магнитных руд. Такие отступления от среднего значения склонения магнитной стрелки называют *магнитными аномалиями*.

Не следует работать с магнитной стрелкой в местах скопления железа, вблизи полотна железной дороги и электролинии высокого напряжения.

Все указанные изменения склонения магнитной стрелки, и особенно суточное склонение, не дают возможности точно определить направление магнитного меридиана, поэтому при отсутствии аномалий его находят с точностью до  $15'$ .

Для ориентирования линий местности относительно меридиана служит *азимут* — горизонтальный угол, который отсчитывают от северного направления меридиана по ходу часовой стрелки до направления данной линии.

Если линию ориентируют относительно географического меридиана, то азимут называют *географическим*  $A_r$  (см. рис. 1.15, а), если относительно магнитного меридиана, то *магнитным*  $A_m$ . Разность между географическим и магнитным азимутами равна склонению магнитной стрелки, т. е.

$$A_r - A_m = \delta. \quad (1.11)$$

Азимуты могут иметь значения от  $0$  до  $360^\circ$  (см. рис. 1.15, б).

По азимутам сторон угла (см. рис. 1.15, в) можно вычислить горизонтальный угол  $\beta$  как разность азимутов правой и левой сторон:

$$\beta = A_{\text{прав}} - A_{\text{лев}}. \quad (1.12)$$

Для определения магнитных азимутов используют *буссоль* — прибор в виде круглой коробки, в центре которой на шпиль насажена магнитная стрелка. Отсчет азимутов производят против концов магнитной стрелки по кольцу буссоли, на котором нанесены градусные или полуградусные деления. Деления на азимутальном кольце подписаны от 0 до 360° против хода часовой стрелки. При определении азимута нулевой диаметр кольца буссоли совмещают с направлением линии, азимут которой определяют; нуль должен быть обращен к наблюдаемому предмету, отсчет азимута производят по северному концу магнитной стрелки.

#### 1.14. ДИРЕКЦИОННЫЕ УГЛЫ. СБЛИЖЕНИЕ МЕРИДИАНОВ. РУМБЫ

После измерений на местности приступают к вычислительной обработке результатов измерений, в частности вычисляют азимуты отдельных линий. Вычисления азимутов связаны с трудностями, так как для прямой линии на земной поверхности в разных ее

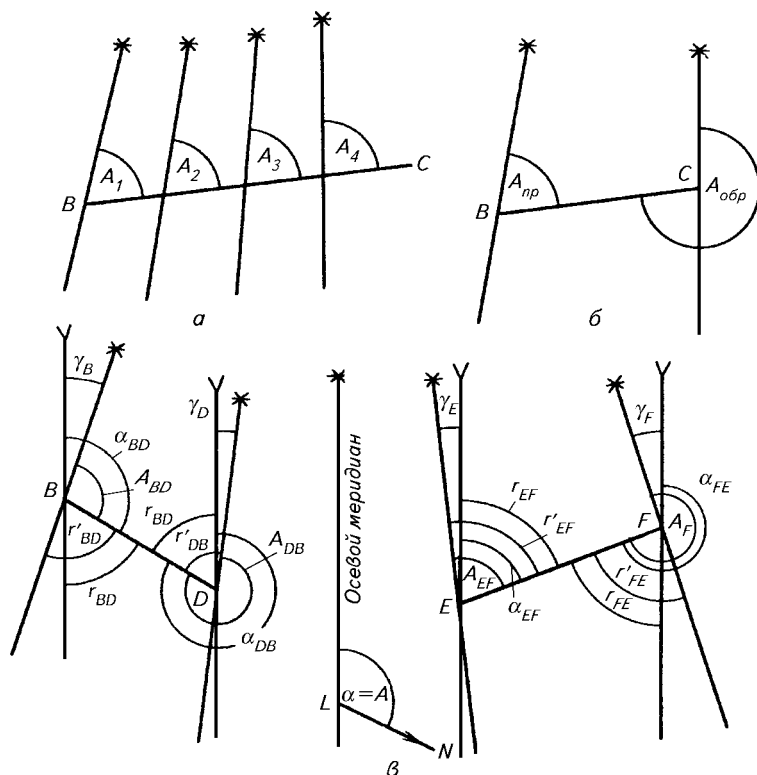


Рис. 1.16. Азимут прямой линии в разных ее частях (а), прямой и обратный азимуты (б), сближение меридианов, румбы, дирекционные углы (в)

точках азимут изменяется из-за непараллельности меридианов (рис. 1.16, а)<sup>1</sup>.

По этой причине прямой и обратный азимуты одной и той же линии различаются между собой не ровно на  $180^\circ$  (рис. 1.16, б). Поэтому для упрощения вычислений направлений линий используют дирекционный угол. В связи с этим на территории, для которой составляют карты и планы, один из географических меридианов принимают за осевой — совмещают его с осью абсцисс системы прямоугольных координат, и относительно него ориентируют все линии местности.

Для проведения геодезических работ в государственной системе координат на территории страны принимают несколько осевых меридианов. Например, в России осевыми принято считать географические меридианы, долготы которых кратны  $3^\circ$  (21, 24, 27, 30,  $33^\circ$  и т. д.) или кратны 3, но не кратны  $6^\circ$  (21, 27,  $33^\circ$  и т. д.).

Для работы на небольших участках местности за осевой разрешается принимать произвольный географический или магнитный меридиан, который пересекает территорию участка или находится вблизи него.

В отличие от азимута дирекционный угол отсчитывают не от направления меридиана, проходящего через данную точку (начало линии), а от линии, параллельной осевому меридиану (оси абсцисс), поэтому *дирекционным* называют угол, отсчитываемый от северного направления линии, параллельной осевому меридиану, по часовой стрелке до направления данной линии<sup>2</sup>.

Дирекционные углы, как и азимуты, могут иметь значения от 0 до  $360^\circ$ , но они не изменяются для прямой линии во всех ее точках. Разность между азимутом  $A$  и дирекционным углом  $\alpha$  называется *сближением меридианов* (рис. 1.16, в), т. е.

$$\gamma = A - \alpha. \quad (1.13)$$

Сближение меридианов можно также определить как горизонтальный угол между направлением меридиана в данной точке и линией, параллельной осевому меридиану.

Согласно формуле (1.13) и рисунку 1.16, в сближение меридианов будет положительным для точек местности, находящихся к востоку от осевого меридиана, и отрицательным — к западу от осевого меридиана.

Таким образом, зная азимут линии и сближение меридианов в данной точке, можно вычислить дирекционный угол этой линии.

Абсолютное значение сближения меридианов увеличивается с удалением от осевого меридиана и с увеличением широты местно-

<sup>1</sup>Направления географических меридианов параллельны между собой лишь для точек на экваторе.

<sup>2</sup>Дирекционный угол целесообразнее называть осевым азимутом по аналогии с географическим и магнитным азимутами, отсчитываемыми от направлений географического и магнитного меридианов.

сти. Для астрономических меридианов сближение определяют по формуле<sup>1</sup>

$$\gamma = \Delta\lambda \sin \varphi, \quad (1.14)$$

где  $\Delta\lambda$  — разность долгот между меридианом, проходящим через данную точку, и осевым меридианом;  $\varphi$  — широта точки местности.

Например, для Москвы  $\varphi \approx 56^\circ$  и  $\sin 56^\circ \approx 0,8$ , каждой минуте разности долгот соответствует примерно 1 км расстояния. Следовательно, на каждый километр расстояния от осевого меридиана  $\gamma$  изменяется на  $0,8'$ .

Сближение меридианов равно нулю, если точка находится на осевом меридиане (на оси абсцисс) или на экваторе. Для линии  $LN$  (см. рис. 1.16, *в*), начало которой лежит на осевом меридиане, азимут равен дирекционному углу.

Иногда для удобства и контроля вычислений и графических построений дирекционные углы перевычисляют в румбы  $r$ , изменяющиеся от 9 до  $90^\circ$ . Румбом называют горизонтальный угол, отсчитываемый от ближайшего направления линии, параллельной осевому меридиану, до направления данной линии<sup>2</sup>. Чтобы направление линии было вполне определенным, значению румба приписывают название стран света: СВ, ЮВ, ЮЗ, СЗ. Например, румб  $СЗ:48^\circ19'$  означает, что направление линии лежит между направлениями на север и запад и составляет с линией, параллельной осевому меридиану, угол  $48^\circ19'$ . Соотношения между дирекционными углами и румбами на рисунке 1.16, *в* следующие:

$$\left. \begin{array}{llll} \alpha = & \alpha = & & \\ \alpha = & \alpha = \circ & = \circ & \alpha \\ \alpha = & \alpha = \circ + & = \alpha & \circ \\ \alpha = & \alpha = \circ & = \circ & \alpha \end{array} \right\} \quad (1.15)$$

Такие же соотношения имеем между географическими азимутами и румбами, обозначенными на рисунке 1.16, *в* соответственно буквами  $A$  и  $r'$ , и магнитными азимутами и румбами, отсчитываемыми от ближайшего направления соответствующего географического или магнитного меридиана.

<sup>1</sup>Эта формула выведена в разделе 11.5, в котором геодезические долготы и широты обозначены соответственно  $L$  и  $B$ .

<sup>2</sup>Целесообразно этот румб называть осевым.

Удобство и простота пользования дирекционным углом при геодезических вычислениях в том, что прямой дирекционный угол линии отличается от обратного на  $180^\circ$  (прямой и обратный румбы равны по величине и отличаются один от другого противоположными названиями — СВ и ЮЗ, СЗ и ЮВ) и величина дирекционного угла прямой линии в любой ее точке есть величина постоянная.

Прямые и обратные географические азимуты и румбы, прямые и обратные дирекционные углы и румбы линий  $BD$  и  $EF$ , лежащих по обе стороны от осевого меридиана (оси абсцисс), и сближения меридианов для точек  $B, D, E, F$  в северном полушарии показаны на рисунке 1.16, в.

Если  $A_{BD}$  и  $A_{EF}$  — прямые азимуты линий  $BD$  и  $EF$ , то  $A_{DB}$  и  $A_{FE}$  — обратные азимуты этих линий. Если  $\alpha_{BD}$  и  $\alpha_{EF}$  — прямые дирекционные углы, то  $\alpha_{DB}$  и  $\alpha_{FE}$  — обратные; обозначение прямых и обратных географических румбов  $r'$  и румбов  $r$  также показаны на рисунке 1.16, в. Соотношения между прямыми и обратными дирекционными углами, азимутами и румбами можно выразить формулами:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \alpha \pm \circ \\ &= \pm \circ + \gamma \quad \gamma \\ &= \end{aligned} \right\} \quad (1.16)$$

## 1.15. СИСТЕМЫ ГЕОГРАФИЧЕСКИХ И ПРЯМОУГОЛЬНЫХ КООРДИНАТ

Положения точек земной поверхности на карте и плане определяют координатами. Наиболее часто пользуются географическими и прямоугольными координатами.

*Географическими координатами* (рис. 1.17, а) являются широта и долгота точки. *Географическая* (астрономическая) *широта*  $\varphi$  точки  $M$  — угол между направлением отвесной линии, проходящей через эту точку, и плоскостью экватора. *Географическая* (астрономическая) *долгота*  $\lambda$  — двугранный угол, заключенный между плоскостью меридиана, проходящего через эту точку, и плоскостью начального меридиана.

Угол, составленный нормалью к поверхности эллипсоида и плоскостью экватора, называют *геодезической широтой*, а двугранный угол, заключенный между плоскостями геодезического и начального меридианов, — *геодезической долготой*.

Широты бывают северные и южные, изменяются от 0 (на экваторе) до  $90^\circ$  (на земных полюсах). Долготы бывают восточные и западные, изменяются от 0 (на начальном — Гринвичском меридиане) до  $180^\circ$  (на тихоокеанской ветви Гринвичского меридиана). Линию, проходящую через точки с одинаковыми широта-

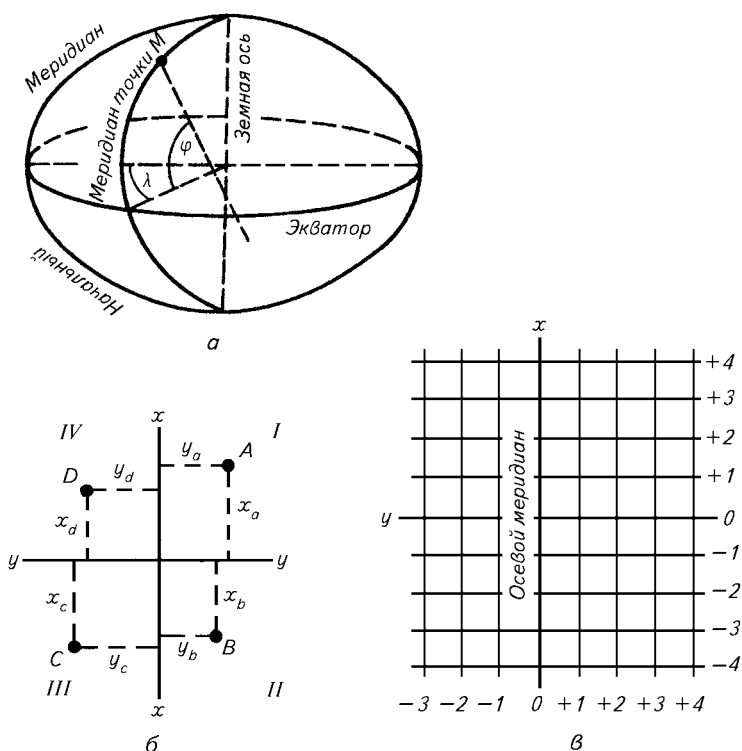


Рис. 1.17. Географические (а), прямоугольные (б) координаты точек и прямоугольная координатная сетка (в)

ми, называют *параллелью*, а с одинаковыми долготами — *меридианом*.

Если для составления карты на большую территорию строят географическую сетку меридианов и параллелей, то для составления планов и карт в инженерной геодезии чаще всего используют систему *прямоугольных координат* (рис. 1.17, б). Положение точки определяют относительно осей прямоугольных координат: абсцисс  $x$  и ординат  $y$ . Система прямоугольных координат в геодезии повернута относительно системы прямоугольных координат, принятой в математике, на  $90^\circ$ , после чего повернута около оси абсцисс на  $180^\circ$  (зеркальное изображение). При таком расположении осей углы в геодезии для ориентирования линий (дирекционные углы) отсчитывают от вертикальной оси по ходу часовой стрелки, тогда как углы в тригонометрии отсчитывают от горизонтальной оси против хода часовой стрелки. Благодаря этому формулы тригонометрии и аналитической геометрии полностью при-

менимы в геодезии. В связи с этим четверти системы координат в геодезии пронумерованы по ходу часовой стрелки (см. рис. 1.17, б). Положение каждой точки определяется абсциссой  $x$  и ординатой  $y$ , знаки которых зависят от четверти, в которой находится точка. Эта зависимости приведена ниже:

Четверть	$x$	$y$
I	+	+
II	—	+
III	—	—
IV	+	—

Для небольших участков местности система прямоугольных координат может иметь начало в любом месте. В государственной системе координат за ось ординат принимают линию экватора, за ось абсцисс — направление осевого меридиана.

На бумаге через определенные расстояния проводят линии, параллельные осям координат (через 1, 0,5 км и т. д.), составляющие прямоугольную сетку (рис. 1.17, в). Эта сетка нужна как для составления плана (нанесения точек по координатам), так и для определения координат точек по плану.

Многие карты, кроме географической, имеют прямоугольную сетку. Существуют формулы для перевода географических координат в прямоугольные и обратно.

Положение точки по высоте (в третьем измерении) характеризуют третьей координатой — *высотой*. Высоты подписывают на планах и картах или выражают условными обозначениями.

### 1.16. ОРИЕНТИРОВАНИЕ КАРТЫ ПО БУССОЛИ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ АЗИМУТОВ И ДИРЕКЦИОННЫХ УГЛОВ ДЛЯ ЛИНИЙ НА КАРТЕ

Для большинства территорий земной поверхности карты (планы) составляют на нескольких листах, причем число листов в зависимости от площади и масштаба может быть очень большим. Лист карты обычно представляет собой трапецию, основаниями которой являются отрезки параллелей, а боковыми сторонами — отрезки меридианов. Юго-западная часть трапеции, вершина которой (точка  $B$ ) имеет северную широту  $55^{\circ}10'$  и восточную долготу  $36^{\circ}15'$ , показана на рисунке 1.18, а.

Линия  $CB$  представляет направление географического меридиана. Другие линии, проведенные сверху вниз (например,  $ED$ ), являются линиями прямоугольной координатной сетки, параллельными осевому меридиану (оси абсцисс). По расположению этих линий относительно меридианов, сравнивая рисунки 1.16 и 1.18, а, видим, что осевой меридиан находится восточнее этого листа карты (осевой меридиан и меридиан  $CB$  в Северном полушарии должны сходиться к северу), а угол  $\gamma$  между линиями  $CB$  и  $ED$  — отрицательное сближение меридианов.

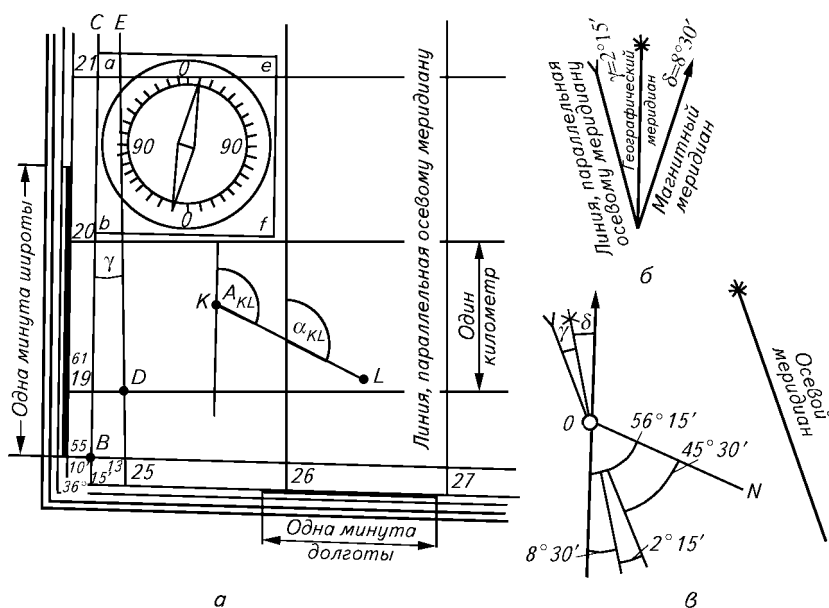


Рис. 1.18. Схемы ориентирования карты по буссоли (а), определения склонения магнитной стрелки и сближения меридианов (б), вычисления дирекционного угла по магнитному азимуту (в)

При ориентировании карты по буссоли нужно иметь в виду, что два противоположных ребра  $ab$  и  $ef$  (см. рис. 1.18, а) коробки (квадратной или прямоугольной) буссоли параллельны нулевому диаметру кольца, поэтому одно из этих ребер ( $ab$ ) прикладывают к меридиану  $CB$ . Если склонение магнитной стрелки равно нулю, то надо вращать карту до тех пор, пока нулевые штрихи кольца буссоли окажутся против концов магнитной стрелки. Если склонение не равно нулю, а, например, равно  $+10^\circ$  (восточное), то карту вращают до тех пор, пока северный конец магнитной стрелки окажется против штриха с надписью  $10^\circ$  к востоку от нуля.

Если буссоль круглая, то ее накладывают на линию  $CB$  так, чтобы нулевой диаметр располагался над этой линией.

Направление линии на карте, т. е. ее азимут или дирекционный угол, определяют при помощи геодезического транспортира, отличающегося от учебного большим размером. Радиус его обычно около 12 см. Для определения дирекционного угла линии  $KL$  (см. рис. 1.18, а) надо при помощи транспортира измерить на карте угол  $\alpha_{KL}$ . Если известно сближение меридианов в точке  $K$ , то географический азимут можно вычислить согласно формуле (1.13)

$$A_{KL} = \alpha_{KL} + \gamma_K.$$

Для измерения азимута по карте надо через точку  $K$  провести линию, параллельную ближайшему меридиану, воспользовавшись делениями минут на рамке (в данном случае можно воспользоваться и линией  $CB$ ), после чего при помощи транспортира измерить угол  $A_{KL}$ .

Чтобы вычислить магнитный азимут  $A_m$  линии  $KL$ , надо знать склонение магнитной стрелки; тогда в соответствии с формулой (1.11)

$$A_m = A_r - \delta.$$

На картах под нижней рамкой часто приводят схематическое изображение склонения магнитной стрелки и сближения меридианов (рис. 1.18, б).

**Задача.** Вычислить значение румба  $r$  линии  $ON$  (рис. 1.18, в) посредством дирекционного угла, если известен магнитный румб этой линии ЮВ:  $r' = \text{ЮВ}:56^\circ15'$ , склонение магнитной стрелки  $\delta = +8^\circ30'$  и сближение меридианов  $\gamma = -2^\circ15'$ .

**Решение.**

1. Магнитный азимут линии  $ON$   $A_m = 180^\circ - 56^\circ15' = 123^\circ45'$  [согласно формулам (1.15)].

2. Географический азимут  $A_r = 123^\circ45' + 8^\circ30' = 132^\circ15'$  [согласно формуле (1.11)].

3. Дирекционный угол  $\alpha = 132^\circ15' - (-2^\circ15') = 134^\circ30'$  [согласно формуле (1.13)].

4. Значение румба  $r = 180^\circ - 134^\circ30' = 45^\circ30'$ , а направление линии ЮВ:  $45^\circ30'$  [согласно формулам (1.15)].

Приведенную задачу можно просто и наглядно решить согласно рисунку 1.18, в.

Так как известен магнитный румб, то через начальную точку  $O$  линии  $ON$  надо провести направление магнитного меридиана, обозначив его стрелкой, и линию  $ON$  в направлении ЮВ под углом  $56^\circ15'$  к меридиану. Далее, через точку  $O$  провести направление географического меридиана. Так как склонение магнитной стрелки положительное (восточное), то северное направление магнитного меридиана будет отклонено от северного направления географического меридиана к востоку, а значит, северное направление географического меридиана проводят от северного направления магнитного меридиана с отклонением к западу на  $8^\circ30'$  и обозначают звездочкой.

Далее, через точку  $O$  проводят линию, параллельную осевому меридиану. Так как сближение меридианов отрицательное, то точка  $O$  находится к западу от осевого меридиана, а следовательно, осевой меридиан будет расположен к востоку от точки  $O$ . Для Северного полушария, в котором находится территория России, осевой и другие географические меридианы будут сходиться к северу, поэтому северное направление линии, параллельной осевому меридиану, проведенное через точку  $O$ , будет отклоняться от направления географического меридиана к западу под углом  $2^\circ15'$ . Относительно этой линии и линии  $ON$  определим искомый румб. Как видно на рисунке 1.18, в, название его ЮВ сохраняется, а значение будет равно  $56^\circ15' - 8^\circ30' - 2^\circ15' = 45^\circ30'$ .

## 1.17. ПРИАЩЕНИЯ КООРДИНАТ. ПРЯМАЯ И ОБРАТНАЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

При привязке границ землепользований к геодезическим пунктам, вычислительной обработке результатов измерений на местности, связанной с составлением плана землепользования, при про-

ектировании участков и других объектов, подготовке к перенесению проектов в натуру возникает необходимость вычислять координаты и приращения координат точек местности, решать прямую и обратную геодезические задачи.

*Прямая геодезическая задача* состоит в том, что по известным (исходным) координатам начального пункта  $A(x_A \text{ и } y_A)$  линии  $AB$  (рис. 1.19), дирекционному углу этой линии  $\alpha_{AB}$  и ее горизонтальному проложению  $s_{AB}$  вычисляют координаты конечной точки  $B(x_B \text{ и } y_B)$  этой линии, т. е. известны  $x_A, y_A, \alpha_{AB}, s_{AB}$ , надо вычислить  $x_B, y_B$ . Наиболее простой случай, когда линия  $AB$  расположена в первой четверти системы прямоугольных координат и имеет северо-восточное направление, а дирекционный угол линии равен значению румба, тогда

$$\begin{aligned} x_B &= x_A + (x_B - x_A); \\ y_B &= y_A + (y_B - y_A). \end{aligned} \quad (1.17)$$

Здесь разности координат конечной  $B$  и начальной  $A$  точек линии  $AB$  называют приращениями координат этой линии.

*Приращения координат* линии называют ортогональные проекции горизонтального проложения этой линии на оси координат. Их обычно обозначают  $\Delta x$  и  $\Delta y$ , поэтому равенства (1.17) перепишем в виде

$$\begin{aligned} x_B &= x_A + \Delta x_{AB}; \\ y_B &= y_A + \Delta y_{AB}. \end{aligned} \quad (1.18)$$

Они читаются так: координата конечной точки линии равна сумме координаты начальной точки и приращения между ними [сравните это с выражением, относящимся к формуле (1.5)].

Приращения координат могут быть вычислены по дирекционному углу линии и ее горизонтальному проложению, являющемуся гипотенузой прямоугольного треугольника, в котором катеты (приращения координат) получают по формулам:

$$\begin{aligned} \Delta x_{AB} &= s_{AB} \cos \alpha_{AB}; \\ \Delta y_{AB} &= s_{AB} \sin \alpha_{AB}. \end{aligned} \quad (1.19)$$

Приращения координат имеют знаки («плюс» или «минус»), которые зависят от знака косинуса и синуса дирекционного угла или от названия румба линии (табл. 1.3) и не зависят от четверти, образованной осями координат.

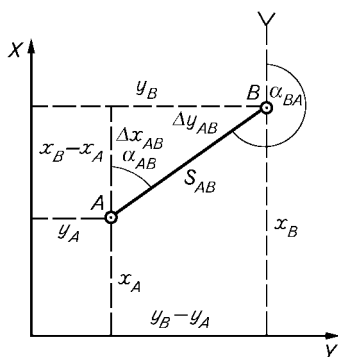


Рис. 1.19. Схема решения прямой и обратной геодезических задач

### 1.3. Знаки приращений координат

Дирекционный угол линии, град	Название румба	Приращения координат	
		$\Delta x$	$\Delta y$
0...90	СВ	+	+
90...180	ЮВ	—	+
180...270	ЮЗ	—	—
270...360	СЗ	+	—

Подставив выражения (1.19) в формулы (1.18), получим формулы для решения прямой геодезической задачи:

$$\begin{aligned}x_B &= x_A + s_{AB} \cos \alpha_{AB}; \\ y_B &= y_A + s_{AB} \sin \alpha_{AB}.\end{aligned}\quad (1.20)$$

*Обратная геодезическая задача* состоит в том, что по известным (исходным) координатам конечных пунктов линии  $AB$  (см. рис. 1.19) вычисляют дирекционный угол и горизонтальное проложение этой линии, т. е. известны  $x_A, y_A, x_B, y_B$ , надо найти  $\alpha_{AB}$  и  $s_{AB}$ .

По катетам прямоугольного треугольника (приращениям координат)  $\Delta x_{AB} = x_B - x_A$  и  $\Delta y_{AB} = y_B - y_A$  можно вычислить дирекционный угол

$$\operatorname{tg} \alpha_{AB} = (y_B - y_A) / (x_B - x_A). \quad (1.21)$$

Здесь особое внимание обращают на знаки разностей (приращений) координат. Если требуется вычислить дирекционный угол  $\alpha_{AB}$ , т. е. в направлении с точки  $A$  на точку  $B$ , то, вычисляя разности, следует из координат конечной точки ( $x_B$  и  $y_B$ ) вычесть координаты начальной точки ( $x_A$  и  $y_A$ ). Эти знаки, согласно таблице 1.3, определяют название румба, а следовательно, и значение дирекционного угла. Если требуется вычислить дирекционный угол  $\alpha_{BA}$ , то это можно сделать по формуле

$$\operatorname{tg} \alpha_{BA} = (y_A - y_B) / (x_A - x_B).$$

Горизонтальное проложение  $s_{AB}$ , согласно выражениям (1.19), вычислим по формулам

$$\begin{aligned}s_{AB} &= \Delta x_{AB} / \cos \alpha_{AB} = (x_B - x_A) / \cos \alpha_{AB}; \\ s_{AB} &= \Delta y_{AB} / \sin \alpha_{AB} = (y_B - y_A) / \sin \alpha_{AB}.\end{aligned}\quad (1.22)$$

Совпадение результатов, вычисленных по этим формулам, контролирует вычисление  $s$ , которое должно всегда получаться положительным, и  $\alpha$ , но не контролирует вычисление разностей координат. Поэтому их надо вычислять с особым вниманием.

Эту же задачу можно решить в обратной последовательности, т. е. сначала вычислить  $s_{AB}$  по теореме Пифагора:

$$= \sqrt{\quad + \quad}$$

а затем дирекционный угол по двум формулам для контроля, согласно выражениям (1.22):

$$\begin{aligned}\sin \alpha_{AB} &= (y_B - y_A) / s_{AB}; \\ \cos \alpha_{AB} &= (x_B - x_A) / s_{AB}.\end{aligned}$$

### 1.18. ПРИВЯЗКА ТОЧКИ И ЛИНИИ К ГЕОДЕЗИЧЕСКИМ ПУНКТАМ

Помимо привязки границ землепользований к геодезическим пунктам<sup>1</sup> эту прямую геодезическую задачу решают при съемке и перенесении проекта в натуру полярным способом. Она состоит в вычислении координат точки 1 (рис. 1.20) и дирекционного угла линии 1—2 по известным (исходным) координатам точки B, дирекционному углу линии AB, горизонтальным углам  $\beta_B$  и  $\beta_1$  и горизонтальному проложению линии B1.

Следовательно, для решения прямой геодезической задачи, т. е. передачи координат с исходной точки на другие, нужно знать исходный дирекционный угол линии, который можно получить одним из способов.

*Астрономическим способом* (из наблюдений по небесным светилам) или при помощи специального прибора — гиротеодолита — получают географический азимут линии, в который вводят поправку за сближение меридианов в соответствии с формулой (1.13). Этот способ достаточно точный, но требует сложных наблюдений, вычислений и специального оборудования.

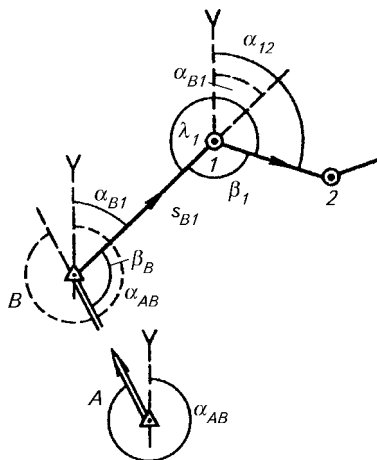


Рис. 1.20. Схема вычисления дирекционных углов линий хода по исходному дирекционному углу

<sup>1</sup>Геодезический пункт — пункт геодезической сети, отмеченный на местности заложением в землю центром и возведенным над ним наружным знаком. Координаты центра пункта указаны в геодезических каталогах.

*Измерение магнитного азимута по буссоли с введением поправки за склонение магнитной стрелки и сближение меридианов.* Этот способ очень приближенный из-за неточного определения магнитного азимута. Его применяют для составления плана на небольшой участок местности. В этом случае иногда магнитный азимут одной из линии на плане принимают за дирекционный угол.

*Передача исходного дирекционного угла* линии между двумя геодезическими пунктами  $A$  и  $B$  (см. рис. 1.20), закрепленными (отмеченными) на местности и имеющими координаты, на линию  $I-2$ , дирекционный угол которой нужно определить. Измерения, связанные с передачей дирекционного угла на линию и координат на точку, называют *привязкой* их к пунктам геодезической сети.

Рассмотрим последний способ. Если исходный дирекционный угол  $\alpha_{AB}$  линии  $AB$  не известен, а известны только координаты точек  $A$  и  $B$ , то его вычисляют путем решения обратной геодезической задачи по формуле (1.21). Для вычисления дирекционного угла  $\alpha_{I2}$  линии  $I-2$  на местности измеряют горизонтальные углы  $\beta_B$  при точке  $B$  и  $\beta_1$  при точке  $I$ . Эти углы расположены справа по ходу и называются *правыми*. Угол  $\beta_B$  связывает (примыкает) исходную сторону (линию)  $AB$  со следующей линией  $BI$  и называется *примычным*.

Для получения дирекционного угла  $\alpha_{BI}$  воспользуемся тем, что он не изменяется на всех точках линии. Поэтому исходный дирекционный угол  $\alpha_{AB}$  из точки  $A$  перенесем в точку  $B$  (см. рис. 1.20), тогда

$$\alpha_{BI} = \alpha_{AB} - 180^\circ - \beta_B.$$

Теперь аналогично можно вычислить и дирекционный угол  $\alpha_{I2}$  линии  $I-2$ :

$$\alpha_{I2} = \alpha_{BI} + 180^\circ - \beta_1.$$

Две последние формулы отличаются одна от другой только знаками перед  $180^\circ$ . Но  $-180^\circ$  от  $+180^\circ$  отличается на  $360^\circ$ , между тем известно, что целый период в  $360^\circ$  всегда можно к значению угла прибавить или исключить. Поэтому в этих двух формулах можно написать  $\pm 180^\circ$ . Практически же удобнее принимать  $+180^\circ$  и пользоваться формулами:

$$\begin{aligned} \alpha_{BI} &= \alpha_{AB} + 180^\circ - \beta_B, \\ \alpha_{I2} &= \alpha_{BI} + 180^\circ - \beta_1, \end{aligned} \quad (1.23)$$

которые читаются следующим образом: *дирекционный угол следующей линии равен дирекционному углу предыдущей линии плюс  $180^\circ$  минус правый угол между этими линиями.*

Если на местности измерены *левые* углы (например, вместо правого  $\beta_1$  измерен левый  $\lambda_1$ ), то, подставив  $\beta_1 = 360^\circ - \lambda_1$  в выражения (1.23), получим

$$\alpha_{12} = \alpha_{B1} + 180^\circ - (360^\circ - \lambda_1),$$

или

$$\alpha_{12} = \alpha_{B1} + \lambda_1 - 180^\circ, \quad (1.24)$$

т. е. дирекционный угол последующей линии равен сумме дирекционного угла предыдущей линии и левого угла между этими линиями минус  $180^\circ$ .

Пользуясь формулами (1.23) и (1.24), можно последовательно вычислить дирекционные углы большого числа линий, имея измеренные горизонтальные углы между ними.

Аналогично, последовательно пользуясь формулами (1.20), можно вычислить координаты точки 1, затем точки 2 и т. д., зная координаты исходной точки *B* и измерив на местности линии  $D_{B1}$ ,  $D_{12}$ , углы наклона этих линий и вычислив горизонтальные проложения  $s_{B1}$ ,  $s_{12}$  по формуле (1.1) с контролем по формуле (1.2).

Так, координаты точки 1 можно получить по формулам (1.20):

$$x_1 = x_B + s_{B1} \cos \alpha_{B1}, \quad y_1 = y_B + s_{B1} \sin \alpha_{B1},$$

а точки 2 (если это необходимо) — по формулам:

$$x_2 = x_1 + s_{12} \cos \alpha_{12}, \quad y_2 = y_1 + s_{12} \sin \alpha_{12}.$$

Зная высоту исходной точки *B*, получив из измерений на местности горизонтальные проложения линий  $s_{B1}$  и  $s_{12}$  и углы наклона линий местности  $v_{B1}$ ,  $v_{12}$ , можно последовательно вычислить высоты точек в соответствии с формулой (1.5):

$$\begin{aligned} H_1 &= H_B + h_{B1} = H_B + s_{B1} \operatorname{tg} v_{B1}, \\ H_2 &= H_1 + h_{12} = H_1 + s_{12} \operatorname{tg} v_{12}. \end{aligned}$$

### 1.19. ПОНЯТИЕ О ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЯХ И ИХ ТОЧНОСТИ. ПРАВИЛА СОСТАВЛЕНИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ ДОКУМЕНТОВ

Геодезия изучает форму и размеры поверхности Земли путем измерений на местности углов и расстояний (линий) с помощью специальных приборов. Эти измерения называют геодезическими.

*Точками местности* являются вершины углов, в которых устанавливают угломерный прибор, а также начальные и конечные точки линий, между которыми проводят измерения. По координатам

натам этих точек составляют планы местности, инженерные проекты, которые переносят в натуру (на местность). В точках или между ними проверяют правильные измерения углов и линий при полевом контроле. Поэтому, чтобы воспользоваться этими точками в дальнейшем, их *закрепляют* (обозначают) на местности различными *знаками* в зависимости от условий местности, назначения геодезических измерений, их точности, требований к сохранности в течение полевого сезона или на многолетний период.

Такими знаками могут быть деревянные колья или металлические стержни длиной 20...30 см, которые забивают вровень с землей или оставляют на поверхности земли не более 2 см. Для быстрого разыскания знака вокруг кола выкапывают канавку в виде треугольника, квадрата или кольца диаметром 0,5...1 м и шириной 0,1...0,2 м. Кол имеет круглое или квадратное сечение, центр которого в верхнем срезе кола представляет вершину угла, над которой устанавливают угломерный прибор и которая служит началом или концом измеряемой линии. Для обозначения номера или названия точки рядом с колом иногда забивают второй кол — сторожок, на возвышающейся части которого (0,1 м) подписывают номер или название точки.

При необходимости сохранить обозначение точки на более длительное время вместо кола или металлического стержня в землю вкапывают отрезок металлической, гончарной, асбестоцементной трубы или железобетонного столба длиной 1...1,5 м на глубину 0,6...1,0 м. Вокруг знака вырывают канавку на штык лопаты, землю из канавы насыпают около знака в виде кургана (рис. 1.21, *a*), имеющего форму усеченного конуса, высотой 0,2...0,4 м и диаметром нижнего основания до 2 м. Для более точного обозначения точки на верхнем срезе столба выбивают две взаимно перпендикулярные черты, пересечение которых служит вершиной измеряемого угла, началом или концом измеряемой линии.

*Поворотные точки границ землепользований*, которые часто используют для измерений углов и линии между ними, обычно закрепляют долговременными *межевыми знаками*. Они представляют собой железобетонные монолиты квадратного сечения толщиной не менее 10 см (с утолщением в нижней части) и длиной 1,2...1,5 м, их закапывают в землю на глубину 0,8...1 м. Межевые знаки окапывают кольцевыми канавами с возведением курганов высотой до 0,4 м и диаметром нижнего основания 2,5 м. В верхней части знака, возвышающейся над курганом, краской или теснением изображают номер межевого знака, обращенный в сторону следующей поворотной точки границы землепользования.

В качестве межевых знаков нередко используют каменные столбы, отрезки железных труб толщиной не менее 5 см и асбестоцементных — толщиной не менее 10 см, углового железа, рель-

са. В их нижнюю часть вставляют поперечные штыри, предохраняющие знак от вытаскивания из земли. Реже применяют деревянные столбы, так как они не обеспечивают нужной сохранности.

При больших расстояниях между точками (несколько км) их обозначают деревянными или металлическими сооружениями — *пирамидами* (рис. 1.21, б), или более сложными сооружениями — *сигналами*. Для обеспечения долговечности знака (пункта) под пирамидами и сигналами закладывают так называемые *центры*, состоящие из железобетонных монолитов, нижний из которых закладывают на глубину 2,2 м. Чтобы измерить угол, надо осторожно раскопать насыпь до марки верхнего монолита, находящейся на глубине до 0,5 м, над ней поставить угломерный прибор. После окончания измерений насыпь восстанавливают.

*Измерение* состоит в сравнении значения измеряемого угла или длины измеряемой линии с принятой единицей измерения — угловым градусом, метром и др. Например, при измерении линии определяют, сколько раз метровый отрезок укладывается в длине этой линии. Измеряют углы на местности угломерными приборами, в основном *теодолитами*, а линии — различными приборами, от самых простых (*рулетки, ленты, проволоки*) до сложных (*оптические и электромагнитные дальномеры*). Числовые значения, получаемые в процессе измерений, записывают в специальные полевые журналы и абрисы (схематические чертежи) или фиксируют в накопителях информации электронных измерительных приборов.

При выполнении *полевых* (на местности) и *камеральных* (в лабораторных помещениях) вычислительных и графических работ

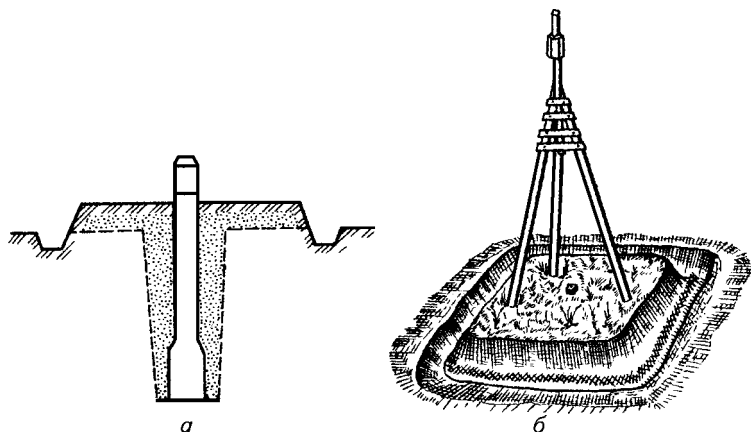


Рис. 1.21. Закрепление точек местности межевым знаком (а) и пирамидой (б)

самое серьезное внимание обращают на аккуратность и четкость вычерчивания и записей.

Полевые журналы и абрисы заполняют и вычерчивают четко, с таким числом пояснительных надписей, чтобы любой специалист без затруднений мог производить последующую вычислительную обработку полевых измерений и составление планов. Все полевые данные записывают хорошо отточенным карандашом средней твердости, а в практике некоторых учреждений даже тушью. Подчистки, записывание одной цифры по другой и обводки полевых записей не допускаются. Неправильно записанное число аккуратно зачеркивают одной линией и над ним пишут правильное число (подчистку и аккуратное исправление цифр допускают лишь при выполнении камеральных вычислительных работ).

Если результаты повторных измерений записаны на другой странице журнала или в другом журнале, то возле зачеркнутого результата указывают, на какой странице и в каком номере журнала даны эти записи.

Испорченные по какой-либо причине страницы журнала не уничтожают, а по диагонали пишут «испорчено» и указывают номер страницы, где записи продолжаются. Листы или страницы журналов и других документов до работы нумеруют и число листов или страниц заверяют подписью начальника отряда (партии, экспедиции). В журналах указывают дату, условия измерений и фамилии исполнителей.

Никакие записи и вычисления в «черновиках» и переписывание с них не допускаются.

Чертежные работы выполняют на специальной доске или на ровном столе при помощи выверенных линеек, треугольников, измерителей с острыми иглами и пр.

При полевых и камеральных вычислениях записи выполняют прямым вычислительным шрифтом (рис. 1.22), при котором четные цифры должны выступать вверх, нечетные опускаться вниз наполовину высоты строки, единица и ноль остаются на строке.

Выполняя действия с числами, цифры записывают одну под другой. При сложении и вычитании целые части пишут под целыми, а дробные — под дробными. Многозначные числа пишут группами, по две-три цифры в группе, например 6 958 354,3 или  $14^{\circ}47,2' = 0,26396$ . Целые части от дробных отделяют запятыми.

При записях результатов измерений или при действиях с числами часто прибегают к целесообразному округлению чисел. Например, число  $\pi$  округляют следующим образом: 3,14159; 3,1416;



Рис. 1.22. Вычислительный шрифт

3,142; 3,14; 3,1; 3. Если в числе последняя цифра 5, то, округляя ее, оставляют четную цифру. Например, число 12,825 округляют до 12,82, а 0,575 — до 0,58.

Записывают результаты измерений числом цифр, соответствующим точности измерений. Не записывают, например, результат измерения угла числом  $5^{\circ}00'$ , если угол измерен с точностью до  $1^{\circ}$ , и наоборот, не записывают результат измерения числом  $5^{\circ}$ , если измерение проводили с точностью до минуты, хотя результат измерения оказался равным  $5^{\circ}00'$ . Не считают равными по точности числа, записанные так: 5, 5,0, 5,00 м и т. д. Если линия измерена с точностью до 0,1 м, то пишут 278,3 м, а не 278,30 м, а если до 0,01 м, то — 278,30 м, а не 278,3 м.

*Точность измерений* характеризуют погрешностями (ошибками) измерений. *Погрешностью  $\Delta$  измерения* называют разность между измеренным  $l$  и ее точным  $a$  значениями, т. е.

$$\Delta = l - a. \quad (1.25)$$

Ее получают по правилу: из того, что имеется, вычитают то, что должно быть. Точное значение измеряемой величины можно получить, используя прибор более высокой точности. В отдельных случаях точное значение величины известно. Например, точная сумма значений измеренных углов в плоском треугольнике равна  $180^{\circ}$ , а сумма измеренных углов оказалась  $179^{\circ}58,5'$ , тогда погрешность суммы измеренных углов будет  $-0^{\circ}01,5'$ . Эту погрешность называют *угловой невязкой* треугольника.

Но одно значение погрешности  $\Delta$ , вычисленное по формуле (1.25), не характеризует точность измерения, потому что, повторяя измерения величины, будем получать различные значения  $l$ . Поэтому в качестве обобщенной характеристики точности измерений принимают *среднюю квадратическую погрешность*, вычисляемую по многократным измерениям  $l_1, l_2, \dots, l_n$ , а следовательно, и по  $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$ , пользуясь формулой Гаусса

$$= \sqrt{\Delta^2 + \Delta^2 + \dots + \Delta^2} \quad (1.26)$$

где  $n$  — число измерений.

Погрешности  $\Delta$  и  $m$  называют *абсолютными* и пользуются ими для оценки точности измерений, не зависящих от величины  $l$ , например от значения угла, т. е. принимают, что углы в  $1^{\circ}$  и в  $100^{\circ}$  измеряют в одинаковых условиях, одним и тем же прибором с одинаковой точностью. Погрешности измерений линий, зависящие от их длины, характеризуют *относительными погрешностями*, т. е. отношением абсолютной погрешности к результату измерения:  $\Delta/l$  — относительная погрешность измерения, а  $m/l$  — относительная средняя квадратическая погрешность измерения.

Иногда точность измерений характеризуют расхождением между результатами измерений одной и той же величины  $d = l_1 - l_2$  или относительным расхождением  $d/l$ . Например,  $l_1 = 215,73$  м,  $l_2 = 215,84$  м, тогда

$$d/l = (215,73 - 215,84)/216 = -0,11/216 = -1/1960.$$

Для определения допустимости расхождений или невязок используют *предельные погрешности*, которые принимают как удвоенные или утроенные средние квадратические погрешности, т. е.

$$\Delta_{\text{пред}} = 2m \text{ или } \Delta_{\text{пред}} = 3m. \quad (1.27)$$

## 1.20. ПРАВИЛА ДЕЙСТВИЙ С ПРИБЛИЖЕННЫМИ ЧИСЛАМИ

При геодезических измерениях и вычислениях приходится иметь дело преимущественно с приближенными числами. Например, результат измерения линии записан с округлением до двух десятичных знаков или до сотых долей метра — 128,23 м. Это число неточное, за последней цифрой следует бесконечно большое число цифр, которые отброшены при их округлении, потому что они уже не соответствуют точности измерения. Также число 1,414214, полученное после извлечения квадратного корня из 2, не является точным, в нем шестым десятичным знаком была цифра 3, седьмым — 5 и т. д., поэтому шестой знак округлен до 4.

Для правильного действия с приближенными числами в них различают: десятичные знаки, значащие и верные цифры. *Десятичными знаками* называют все цифры после запятой, *значащими* — все цифры числа, кроме нулей слева и справа, если последние при округлении поставлены вместо других цифр. Например, число 4108,207 имеет три десятичных знака и семь значащих цифр. Число 0,0035 имеет четыре десятичных знака и две значащие цифры. Если говорят, что в населенном пункте 16 000 жителей, то в этом числе две значащие цифры, так как нули поставлены вместо других цифр. Но в числе  $\sqrt{2} =$  пять значащих цифр, потому что в нем нулями не заменены какие-либо цифры.

Каждая цифра или группа цифр в числе имеет название в зависимости от места, которое она занимает в числе среди десятичных знаков или значащих цифр. Например, в числе 4108,207 последняя цифра 7 может быть названа как 7 единиц третьего десятичного знака или 7 единиц седьмой значащей цифры, или 0,7 единицы второго десятичного знака и 0,7 единицы шестой значащей цифры. Группа цифр 82 в этом числе может быть названа как

82 единицы первого десятичного знака или 82 единицы пятой значащей цифры и т. д.

*Верными* называют цифры числа, засуживающие доверия. Например, если результат измерения записан так: 128,23 м, а измерение проводили с точностью до 1 м, то в этом числе будут лишь три (128) верные цифры, а последние две цифры неверные, не заслуживающие доверия.

В таком точном числе, как  $180^\circ$ , выражающем сумму углов плоского треугольника, число верных значащих цифр бесконечно большое. В формуле (1.3) число 2 также имеет бесчисленное множество верных значащих цифр.

При вычислениях выдерживают такое число значащих цифр, десятичных знаков, знаков логарифма, которое обеспечивает нужную точность результатов и не загружает вычисления неверными или ненужными цифрами.

Рассмотрим некоторые действия с числами.

**Сложение и вычитание приближенных чисел.** Если числа содержат неодинаковое число десятичных знаков, то при их сложении и вычитании оставляют столько десятичных знаков, сколько их имеет приближенное число с наименьшим числом десятичных знаков плюс одна запасная цифра.

Например, при сложении чисел, имеющих верные значащие цифры:  $12,13754 + 0,27 + 287,6 + 1253,852$  число 287,6 имеет наименьшее число десятичных знаков. Остальные числа перед сложением (вычитанием) надо округлять так:  $12,14 + 0,27 + 287,6 + 1253,85 = 1553,9$ .

Полученный результат (1553,9) содержит все верные значащие цифры. Если бы мы не округляли остальные числа и вычисления вели до пяти десятичных знаков, приписав вместо неизвестных десятичных знаков вопросительные знаки, то, складывая, получили бы:

$$\begin{array}{r} 12,13754 \\ 0,27 ??? \\ 287,6 ? ??? \\ \hline 1253,852 ?? \\ \hline 1553,9 ? ??? \end{array}$$

Наличие вопросительных знаков на месте второго, третьего и т. д. десятичных знаков свидетельствует о целесообразности проведенного выше округления слагаемых и нецелесообразности оставления третьего, четвертого и пятого десятичных знаков. Если нужно иметь сумму с двумя верными десятичными знаками, то число 287,6 нужно уточнить, чтобы оно имело верный второй десятичный знак. Если нужно иметь сумму с тремя десятичными знаками, то число 287,6 должно иметь верные второй и третий десятичные знаки, а число 0,27 — верный третий десятичный знак.

Поэтому сумма или разность приближенных чисел имеет столько верных десятичных знаков, сколько их имеет число с наименьшим количеством десятичных знаков. Поэтому в слагаемых (уменьшаемых и вычитаемых) в сумме (разности) должно быть одинаковое число десятичных знаков.

Необходимое число десятичных знаков определяется наличием и в исходных величинах или в результатах измерений.

**Умножение и деление приближенных чисел.** Если числа содержат неодинаковое число значащих цифр, то при умножении и делении их оставляют столько значащих цифр, сколько их содержит приближенное число с наименьшим количеством значащих цифр, плюс одна запасная значащая цифра.

Например, при умножении и делении чисел 12 827,53 и 2,13, у которых все значащие цифры верные, число с наименьшим количеством значащих цифр будет 2,13. Поэтому перед умножением или делением другое число надо округлить до 12 830. Если это округление не сделать, а произвести умножение ( $12\,827,53 \cdot 2,13 = 27\,322,6389$ ), то результат будет иметь очень большое число неверных цифр. В этом легко убедиться, если к числу с наименьшим количеством значащих цифр прибавить еще одну значащую цифру, т. е., например, принять 2,133, тогда  $12\,827,53 \cdot 2,133 = 27\,361,12149$ . В этом результате по сравнению с первым совпали только три первые цифры, т. е. столько, сколько их было в числе с наименьшим количеством значащих цифр. Это же можно показать на примере с вопросительными знаками:

$$\begin{array}{r}
 12\,827,53 \\
 \times 2,13? \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 \text{?????} \\
 3848259 \\
 1282753 \\
 2565506 \\
 \hline
 273??????
 \end{array}
 \end{array}$$

т. е. в произведении оказались три верные цифры. Поэтому в данном случае необходимо умножение:  $12\,830 \cdot 2,13 = 27\,300 = 2,73 \cdot 10^4$ .

Если нужно иметь в произведении или частном от деления еще одну верную цифру, то число 2,13 нужно уточнить, чтобы оно имело верную четвертую значащую цифру.

Произведение и частное имеют столько верных значащих цифр, сколько их в числе с наименьшим количеством значащих цифр. В связи с этим в сомножителях (делимых и делителях) и произведении (частном) должно быть одинаковое число значащих цифр.

Необходимое число значащих цифр определяется наличием их в исходных значениях или в результатах измерений.

**Возведение в степень и извлечение корня.** По аналогии с произведением при возведении числа в степень в полученном числе надо оставить столько значащих цифр, сколько их было в числе, возводимом в степень, т. е.  $42,27^2 = 1787$ .

Если в результате извлечения корня требуется получить четыре значащие цифры, то в подкоренном числе надо оставить такое же число значащих цифр, т. е. брать не  $\sqrt{\quad} =$  а  $\sqrt{\quad} =$

**Приближенный способ вычислений при малых значениях углов.** Этот способ применяют, когда значения синусов или тангенсов малых углов можно заменить значениями углов, выраженных в радианной мере, представляющей отношение длины дуги, на которую опирается угол, к радиусу дуги, т. е.

$$\sin v \approx v_{\text{рад}} \approx \text{tg } v.$$

Так как выражение угла в радианной мере пропорционально градусному значению угла, т. е.

$$v_{\text{рад}}/\pi = v^\circ/180^\circ, \text{ то } v_{\text{рад}} = v^\circ\pi/180^\circ = v^\circ/\rho^\circ = v'/\rho' = v''/\rho'',$$

где  $\pi = 3,141\,59$ ;  $\rho^\circ = 57,295\,8^\circ \approx 57,3^\circ$ ,  $\rho' = 3437,75' \approx 3438'$ ,  $\rho'' = 206\,265''$  — соответственно число градусов, минут и секунд в радиане.

Поэтому для малых углов  $v$  применима формула

$$v \approx v \approx v \approx \frac{v^\circ}{\circ} \approx \frac{v'}{'} \approx \frac{v''}{''} \quad (1.28)$$

Этот способ применяют в зависимости от того, с каким количеством значащих цифр нужно получить результат вычислений. Чем больше угол, тем больше синус и тангенс будут отличаться от выражения угла в радианах.

Значения углов, при которых по формуле (1.28) можно получить синус и тангенс с определенным числом верных значащих цифр (с точностью до половины единицы последней значащей цифры), приведены в таблице 1.4.

**1.4. Некоторые малые углы  $v$  и формулы для вычисления  $\sin$  и  $\text{tg}$  этих углов**

	$v$		
	$v$	$v$	
6	До $10'$	До $8'$	$\left. \begin{array}{l} \left. \left. \begin{array}{l} \frac{v''}{''} \\ \frac{v'}{'} \\ \frac{v^\circ}{\circ} \end{array} \right\} \right\} \end{array} \right\}$
5	» $23'$	» $19'$	
4	» $1,8^\circ$	» $1,4^\circ$	
3	» $8,3$	» $6,5^\circ$	
2	» $18^\circ$	» $14^\circ$	

Например, в значении  $^{\circ} \quad ' \approx \frac{'}{60}, \approx \frac{''}{3600} =$  вер-  
ными будут четыре значащие цифры.

## 1.21. ПОНЯТИЕ О СЪЕМКАХ МЕСТНОСТИ

Все съемочные работы, выполняемые в поле (на земле, под землей, над землей), называют *полевыми*, а вычислительные и графические, выполняемые в кабинетах и лабораториях, — *камеральными*.

Для составления карт, планов и профилей местности необходимо в поле измерить линии и углы. Процесс таких измерений называют *съемкой местности*. Съемку, выполняемую для получения высот точек и превышений между ними, называют *нивелированием*.

Всякую съемку проводят по основному правилу геодезии — от общего к частному, т. е. сначала определяют положение основных точек, создают так называемую *съемочную геодезическую сеть*, а затем проводят *съемку ситуации*.

В процессе съемки ситуации устанавливают взаимное положение отдельных характерных точек снимаемых объектов. Например, при съемке строений устанавливают взаимное положение их углов, при съемке канав, дорог определяют взаимное положение их поворотов, а при съемке пахотных угодий — взаимное положение поворотных точек контуров (очертаний) угодий и пр.

Съемки имеют названия в зависимости от назначения или целей, для которых их выполняют: сельскохозяйственные, почвенные, лесные, городские, геологические и др.

*Объектами* сельскохозяйственных съемок являются: границы землепользований и административные границы, населенные пункты и отдельно стоящие постройки, сельскохозяйственные угодья (огороды, пашни, сенокосы, пастбища), леса, кустарники и отдельно стоящие деревья, полезащитные лесные полосы и аллеи, болота, пески, солонцы, солончаки, takyры, каменистые россыпи, пути сообщения, воды и водные сооружения, энергосети и средства связи, рельеф местности.

При почвенных съемках на план или карту наносят нужные для изучения почв объекты, почвенные разрезы, прикопки и контуры почвенных разновидностей.

В зависимости от применяемых приборов различают следующие виды съемок: теодолитные, мензульные, тахеометрические, аэрокосмические, фототеодолитные, нивелирные.

Для получения планов небольших участков местности, занимающих площади в несколько сотен и тысяч гектаров, применяют теодолитные и мензульные съемки. Если на плане или карте тре-

буется изобразить рельеф местности, то обычно методом теодолитной съемки определяют взаимное положение точек съемочной геодезической сети, а ситуацию местности снимают мензулой. Особенность мензульной съемки состоит в том, что план местности составляют непосредственно в поле в процессе съемки.

Для небольших участков при необходимости изобразить на плане рельеф или создать цифровую модель местности применяют тахеометрическую съемку. Основной вид съемки для значительных по площади территорий — аэрокосмическая фотосъемка, заключающаяся в последовательном фотографировании местности при помощи особого автоматического фотоаппарата, устанавливаемого на воздушном или космическом носителе. Для изготовления карт, планов или цифровых моделей местности по фотоснимкам применяют фотограмметрические и стереофотограмметрические приборы, при этом положение основных точек геодезических сетей определяют методами теодолитных съемок.

Для горной и всхолмленной местностей применяют фототеодолитную съемку, при которой местность фотографируют при помощи фототеодолита, а затем на специальных приборах по фотоснимкам составляют план местности.

Иногда возникает необходимость в быстрой (приближенной) съемке местности. В этом случае применяют полуинструментальную или глазомерную съемку и барометрическое нивелирование.

#### **Контрольные вопросы и задания**

1. Что называется урванной поверхностью? 2. Поверхность какой фигуры более всего соответствует поверхности геоида? 3. Что называют проектированием точек земной поверхности, как и на что их проектируют? 4. Что такое горизонтальный угол? 5. Что называют углом наклона? 6. Что называют горизонтальным проложением линии и по каким формулам его вычисляют? 7. Что называют картой, планом, профилем? 8. В чем сущность геодезической съемки? 9. Какие системы координат различают на плоскости? 10. Что такое широта и долгота точки местности? 11. Какие координаты называют прямоугольными и каковы их знаки? 12. Что называют масштабом плана? 13. Какие бывают масштабы планов? 14. Что называют точностью масштаба? 15. Какая точность у масштабов 1:17 000, 1:23 000, 1:45 000? 16. Что называют склонением магнитной стрелки и по какой формуле его вычисляют? 17. По названию какой оси меридиану присвоено название «осевой»? 18. Что называют дирекционным углом линии? 19. Что называют сближением меридианов и по какой формуле его вычисляют? 20. В чем преимущество использования дирекционных углов по сравнению с азимутами? 21. Прямой дирекционный угол линии равен  $85^{\circ}14'$ . Чему равен обратный дирекционный угол?

---

## Глава 2

### ТЕОДОЛИТНАЯ СЪЕМКА

#### 2.1. СУЩНОСТЬ ТЕОДОЛИТНОЙ СЪЕМКИ. ПРИМЕНЯЕМЫЕ ПРИБОРЫ

Теодолитная съемка, как и съемки других видов, является полевой работой, при выполнении которой сначала создают съемочную геодезическую сеть (рис. 2.1), а затем производят съемку ситуации. Основным прибор, с помощью которого выполняют этот вид съемки, — *теодолит*, предназначенный для измерения горизонтальных углов и углов наклона.

Съемочной геодезической сетью при теодолитной съемке может быть сеть треугольников (рис. 2.1, *а*), сеть теодолитных полигонов (рис. 2.1, *б*), составляющих группу смежных многоугольников, или теодолитных ходов (рис. 2.1, *в*), представляющих систему ломаных линий, привязанную к геодезическим пунктам. При съемке небольших участков съемочная сеть может представлять один полигон или ход. Ход, проложенный внутри полигона для съемки ситуации, называют *диагональным* (рис. 2.1, *б*).

Перед производством измерений все вершины (поворотные точки) полигонов и ходов закрепляют на местности кольями, столбами и пр. После этого измеряют длины сторон (линий) полигонов и ходов, горизонтальные углы между ними, углы наклона линий для последующего вычисления их горизонтальных проложений.

Таким образом, процесс теодолитной съемки состоит из закрепления точек на местности, измерения линий и углов в полигонах и ходах, съемки ситуации.

Для измерения линий в полигонах и ходах применяют стальные ленты, рулетки, дальномеры различных видов и другие приборы, позволяющие измерять линии с относительной погрешностью не более 1/2000.

Для измерения больших расстояний целесообразно применять радио- и светодальномеры, обеспечивающие большую точность измерений.

Углы в теодолитных полигонах и ходах измеряют при помощи теодолитов со средней квадратической погрешностью не более 0,5'.

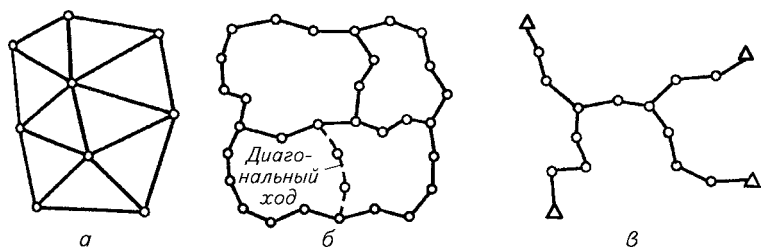


Рис. 2.1. Съёмочные геодезические сети треугольников (*а*), полигонов (*б*) и ходов (*в*), привязанных к геодезическим пунктам

## 2.2. ТЕОДОЛИТЫ

При измерении горизонтального угла направления  $AB$  и  $AC$  (см. рис. 1.4), выходящие из вершины измеряемого угла  $A$ , проецируют на горизонтальную плоскость  $M$ , и между проекциями  $Ab$  и  $Ac$  этих направлений образуется горизонтальный угол  $\beta$ , обычно измеряемый теодолитом (рис. 2.2, *а*). Роль горизонтальной плоскости у теодолита выполняет круг 2 (рис. 2.2, *а, б*), на котором нанесена круговая шкала градусных (или градовых) делений, называемая *лимбом*. Градусные деления лимба подписаны от 0 до  $360^\circ$  по часовой стрелке.

Центр лимба должен находиться на одной отвесной линии с вершиной измеряемого угла  $A$ . Чтобы отметить (отсчитать) на лимбе проекции направлений  $AB$  и  $AC$ , над неподвижным во время измерения угла лимбом вращается второй круг 1, называемый *алидадой*, ось вращения 3 которой, проходящая через точку  $A$ , называется *вертикальной осью* теодолита. С алидадой связано отсчетное устройство в виде штриха или шкалы, при помощи которых производят отсчет по лимбу. Круг 2 и алидада 1 составляют *горизонтальный круг* теодолита.

Для проецирования направлений на плоскость горизонтального круга предназначена *зрительная труба 14*, вращающаяся вместе с алидадой в горизонтальной плоскости, а также в вертикальных плоскостях  $v_1$  и  $v_2$  (см. рис. 1.4), перпендикулярных плоскости горизонтального круга и проходящих через вертикальную ось теодолита.

Для измерения угла  $\beta$  (см. рис. 2.2, *б*) надо навести зрительную трубу по правой стороне угла, т. е. на точку  $B$  и против штриха  $b$ , имеющегося на алидаде, произвести отсчет  $0b$  по лимбу. Затем, не вращая лимб, вращают алидаду, зрительную трубу, наводят на точку  $C$  и против того же штриха алидады, который окажется в точке  $c$ , делают отсчет  $0c$  по лимбу.

Так как деления на лимбе подписаны по ходу часовой стрелки, то отсчет  $0b$  будет больше отсчета  $0c$  и горизонтальный угол  $\beta$

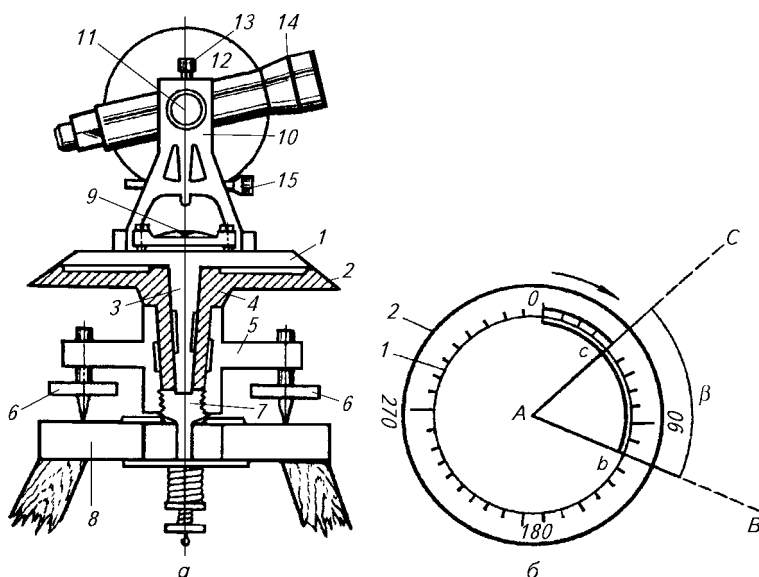


Рис. 2.2. Схемы теодолита (а) и измерения горизонтального угла (б)

получим по формуле

$$\beta = 0b - 0c. \quad (2.1)$$

Если  $0b$  оказалось меньше  $0c$ , то к  $0b$  прибавляют  $360^\circ$ .

В соответствии с описанным принципом измерения горизонтального угла теодолит сконструирован следующим образом: ось 3 алидады (см. рис. 2.2, а) входит в трубчатую ось 4 круга, которая входит в трубку подставки 5. Для приведения вертикальной оси теодолита в отвесное положение служит горизонтирующее устройство в виде трех подъемных винтов 6 (третий винт на рисунке 2.2 не показан), образующих равносторонний треугольник. Подъемные винты опираются на головку штатива 8. К штативу теодолит прикреплен посредством станкового винта 7. К крючку станкового винта подвешивают отвес (нить с грузом на конце) для центрирования теодолита, т. е. совмещения его вертикальной оси с отвесной линией, проходящей через вершину измеряемого угла (при наличии оптического центрира пользуются им). К верхней поверхности алидады прикреплены две колонки 10 зрительной трубы, вращающейся в вертикальной плоскости на горизонтальной оси 11 теодолита. Для измерения углов наклона служит вертикальный круг 12, лимб которого вращается вместе со зрительной трубой на горизонтальной оси 11, алидада неподвижна. Для приведения

вертикальной оси теодолита в отвесное положение служит один или два уровня 9, прикрепленные к алидаде или к колонке трубы. У некоторых теодолитов имеется уровень и при алидаде вертикального круга.

Зрительная труба имеет закрепительное устройство (винт) 13, посредством которого закрепляют трубу, и наводящее устройство 15, позволяющее плавно и медленно вращать трубу при наведении ее на визирную цель. Наводящее устройство работает только при закрепленном положении зрительной трубы.

Такие же устройства имеют лимб и алидаду горизонтального круга. Установочное устройство (винт) имеет уровень при алидаде вертикального круга. Таким образом, теодолит имеет три закрепительных устройства, три наводящих и одно установочное устройство уровня вертикального круга.

Теодолиты снабжают круговой буссолью, обычно помещаемой в виде насадки над зрительной трубой или на колонке трубы.

Теодолит, показанный на рисунке 2.2, имеет конструкцию, которая позволяет вращать алидаду как отдельно от лимба, так и вместе с ним. Такой теодолит называют повторительным в отличие от неповторительного, у которого лимб вращается, но не имеет наводящего устройства. В России теодолиты с невращающимися лимбами не производят.

По точности теодолиты разделяют на *высокоточные, точные и технические*. При теодолитной съемке обычно применяют технические теодолиты, позволяющие измерять углы со средней квадратической погрешностью 30". Различают также теодолиты с металлическими кругами (в России не производят) и теодолиты оптические со стеклянными кругами и оптической системой, передающей изображение делений лимбов и отсчетных устройств в поле зрения отсчетного микроскопа, расположенного около окуляра зрительной трубы. К оптическим теодолитам относят Т30, 2Т30, 2Т30П. У этих теодолитов индекс 30 указывает на точность измерения угла в секундах.

Для оптического центрирования теодолитов вместо отвеса можно воспользоваться зрительной трубой объективом вниз, наблюдая вершину (точку) измеряемого угла через полую ось алидады.

Теодолиты Т30, 2Т30, 2Т30П не имеют уровня при вертикальном круге. Его заменяет уровень при горизонтальном круге, расположенный параллельно плоскости вращения зрительной трубы. Подставка теодолита скреплена с металлическим диском, являющимся дном футляра, прикрепляемым станковым винтом к головке штатива. Футляром закрывают прибор не только при хранении, но и при перенесении его с точки на точку, когда теодолит оставляют закрепленным на головке штатива.

Теодолиты 2Т30 и 2Т30П конструктивно и технически повторяют Т30, но помимо ориентир-буссоли, прикрепляемой к колон-

ке зрительной трубы, имеют уровень на зрительной трубе для нивелирования горизонтальным лучом, а зрительная труба 2Т30П дает прямое изображение.

### 2.3. ОТСЧЕТНЫЕ УСТРОЙСТВА. ПОНЯТИЕ ОБ ЭКСЦЕНТРИСИТЕТЕ АЛИДАДЫ

При изменении углов и поверках теодолитов приходится производить отсчеты по лимбу. Для этого окружность лимба имеет 360, 720, 1080, 2160 или 4320 делений, каждое из которых соответственно равняется  $1^\circ$ ,  $30'$ ,  $20'$ ,  $10'$  и  $5'$ . Значение одного деления лимба в градусной мере называют *ценой деления лимба*.

Поле зрения отсчетного *штрихового микроскопа* оптического теодолита Т30 показано на рисунке 2.3, а. Микроскоп расположен около окуляра зрительной трубы. Верхняя часть поля зрения с обозначением В дает изображение штриха (*штрих* — неподвижный отсчетный индекс, расположенный в центре окуляра отсчетного микроскопа) и делений лимба вертикального круга, а нижняя с обозначением Г — горизонтального. Деления на лимбах подписаны через  $1^\circ$ , каждый градусный интервал разделен на шесть делений, следовательно, *цена деления обоих лимбов*  $10'$ . Минуты в пределах этого деления отсчитывают на глаз. Отсчет по лимбу вертикального круга  $357^\circ 36'$  (см. рис. 2.3, а), по лимбу горизонтального круга  $14^\circ 22'$ , на рисунке 2.3, б отсчет по лимбу вертикального круга  $182^\circ 24'$ , по лимбу горизонтального круга  $194^\circ 22'$ .

Поле зрения отсчетного *шкалового микроскопа* оптических теодолитов 2Т30 и 2Т30П показано на рисунке 2.3, в. Микроскоп расположен около окуляра зрительной трубы. Верхняя часть поля зрения дает изображение шкалы и делений лимба вертикального круга, нижняя — горизонтального. Деления на лимбах подписаны через градус и цена деления лимба равна  $1^\circ$ . Длина шкалы, по которой проводят отсчет, равна градусному делению лимба. Она разделена на 12 делений, следовательно, *цена деления шкалы*  $5'$ . Десятые доли деления шкалы оценивают на глаз, поэтому отсчет мож-

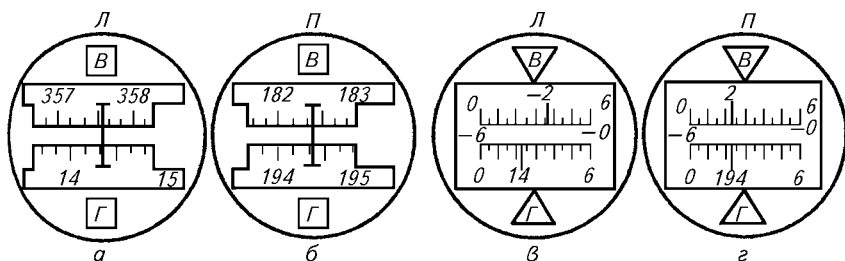


Рис. 2.3. Поле зрения штрихового (а, б) и шкалового (в, г) микроскопов

но проводить до  $0,5'$ . Деления шкалы вертикального круга имеют двойную подпись: сверху — для положительных отсчетов, внизу — для отрицательных, когда подписи градусных делений на лимбе сопровождаются знаком «минус». Отсчет по лимбу вертикального круга  $-2^{\circ}24'$  (см. рис. 2.3, в), по лимбу горизонтального круга  $14^{\circ}22'$ . Отсчет по лимбу вертикального круга (рис. 2.3, г)  $+2^{\circ}23'$ , а по лимбу горизонтального круга  $194^{\circ}23'$ .

Для повышения точности измерения углов, исключения влияния эксцентриситета алидады и других приборных погрешностей на отсчеты по лимбу делают не менее двух наведений зрительной трубы на каждую точку предмета, а следовательно, не менее двух отсчетов по лимбу: при положении вертикального круга влево от зрительной трубы Л и вправо от нее П.

*Эксцентриситетом алидады* называют несовпадение вертикальной оси теодолита (оси вращения алидады) с центром лимба. Это несовпадение вызывает смещение штриха или шкалы отсчетного микроскопа относительно делений лимба, а следовательно, смещенные (ошибочные) отсчеты по лимбу. Но это смещение отсчетов при Л и П происходит во взаимно противоположных направлениях, т. е. если под влиянием эксцентриситета алидады отсчет при Л увеличивается, то при П уменьшается на то же значение, а среднее арифметическое из отсчетов оказывается свободным от влияния эксцентриситета.

У технических оптических теодолитов значение влияния эксцентриситета алидады на отсчеты по лимбу не определяют из-за малого ее значения по сравнению с другими погрешностями, а также потому, что углы измеряют при двух положениях вертикального круга.

## **2.4. УРОВНИ. ПРИВЕДЕНИЕ ПЛОСКОСТИ АЛИДАДЫ В ГОРИЗОНТАЛЬНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ**

Для измерения горизонтальных углов и углов наклона необходимо привести вертикальную ось теодолита в отвесное положение, а плоскость горизонтального круга — в горизонтальное (рабочее) положение. Для этого теодолиты снабжены цилиндрическими, реже круглыми, уровнями.

*Цилиндрический уровень* представляет собой стеклянную трубку-ампулу (рис. 2.4, а) с хорошо отшлифованной внутренней поверхностью так, что образующая уровня представляет дугу окружности некоторого радиуса. При изготовлении уровня в трубку наливают винный спирт или серный эфир, нагревают его, затем трубку запечатывают и, когда жидкость остывает, вследствие сжатия жидкости возникает разреженное пространство и образуется так называемый *пузырек 1-го уровня*.

Ампулу уровня заключают в металлическую оправу 2 с гипсом, через которую проходят *исправительные винты 3*, прикрепляющие

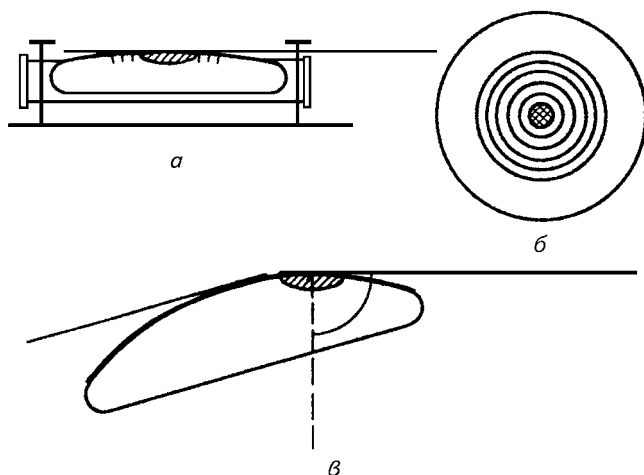


Рис. 2.4. Схемы цилиндрического (а), круглого (б) уровня и положения оси цилиндрического уровня (в):

1 — пузырек уровня; 2 — металлическая оправка; 3 — исправительные винты; 4 — нуль-пункт

уровень к какой-нибудь подставке, например алидаде. На верхней поверхности уровня нанесены штрихи делений, обычно через 2 мм. Один из штрихов в середине ампулы принимают за нулевой и называют *нуль-пунктом* 4. Часто на середине уровня деления отсутствуют, поэтому нуль-пункт представляет воображаемый штрих, относительно которого деления вправо и влево располагаются симметрично. Касательную к дуге цилиндрического уровня, проходящую через нуль-пункт, называют *осью уровня*.

*Круглый уровень* (рис. 2.4, б, вид сверху) представляет стеклянный сосуд со сферической верхней поверхностью. Деления круглого уровня заключены между concentric окружностями, выгравированными на верхней поверхности уровня. Нуль-пунктом является центр этих окружностей. *Осью круглого уровня* называют линию радиуса сферической поверхности, проходящего через нуль-пункт.

Пузырек в ампуле уровня всегда занимает самое высокое положение, поэтому касательная к дуге в центре пузырька цилиндрического уровня (рис. 2.4, в), где бы пузырек не находился, всегда горизонтальна, а перпендикуляр к этой касательной всегда занимает отвесное положение. Поэтому, когда пузырек уровня находится в нуль-пункте (на середине ампулы), ось уровня занимает горизонтальное положение. Если ось уровня параллельна плоскости, на которой уровень находится, то уровень считают выверенным и для приведения плоскости в горизонтальное положение,

Для приведения плоскости алидады (горизонтального круга) теодолита в горизонтальное положение, а следовательно, вертикальной оси теодолита в отвесное положение при помощи одного выверенного цилиндрического уровня ставят его по направлению двух подъемных винтов (например, I и II на рис. 2.5, *а*) и, вращая эти винты в разные стороны, приводят пузырек уровня на середину ампулы, т. е. концы пузырька уровня располагают симметрично относительно нуля-пункта. Затем, повернув алидаду на  $90^\circ$ , уровень располагают по направлению третьего подъемного винта III (см. рис. 2.5, *б*). Вращая этот винт, приводят пузырек уровня на середину, после чего плоскость алидады будет горизонтальна, так как две взаимно перпендикулярные линии на плоскости горизонтальны.

*I* — алидада; *2* — нуль-пункт; *I*, *II*, *III* — подъемные винты

Для приведения плоскости в горизонтальное положение при помощи круглого уровня подъемными винтами I и II (рис. 2.5, з) устанавливают пузырек уровня против нуля-пункта, а затем подъемным винтом III приводят его в нуль-пункт (рис. 2.5, д).

Круглый уровень удобен тем, что он дает возможность приводить плоскость в горизонтальное положение в двух направлениях без ее поворота, но зато он менее точен, чем цилиндрический.

## 2.5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЦЕНЫ ДЕЛЕНИЯ УРОВНЯ

Для приведения плоскости в горизонтальное положение при пользовании уровнем нужно знать его чувствительность, т. е. ту точность, с которой при помощи уровня можно привести плоскость или линию в горизонтальное положение. Чувствительность уровня зависит от его цены деления, которая зависит от радиуса кривизны дуги уровня.

Ценой деления уровня называют центральный угол  $\tau$ , опирающийся на дугу, равную одному делению  $b$  (рис. 2.6, а), или угол, на который отклонится ось уровня при смещении пузырька на одно деление. Этот угол обычно выражают в секундах. Чем меньше цена деления уровня и, следовательно, чем больше радиус кривизны

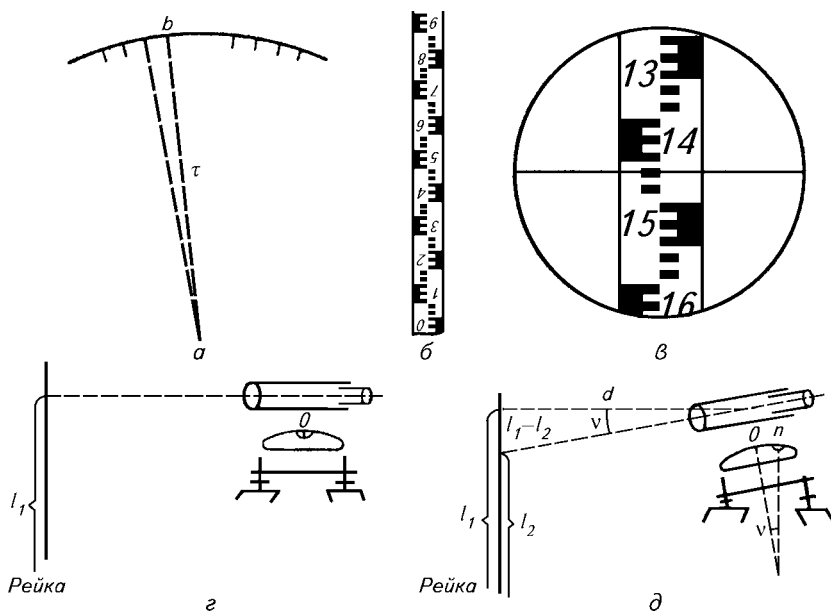


Рис. 2.6. Схемы определения цены деления уровня при помощи теодолита и нивелирной рейки

ны дуги уровня, тем чувствительнее уровень. Достаточно очень малого поворота подъемного или исправительного винта, чтобы переместить пузырек чувствительного уровня.

Цену деления уровня можно определить при помощи зрительной трубы теодолита и *нивелирной рейки* (рис. 2.6, б), на которой цифры дециметровых делений наносят перевернутыми, чтобы в зрительную трубу их наблюдать в прямом виде (рис. 2.6, в), если цилиндрический уровень расположить примерно параллельно зрительной трубе (рис. 2.6, г). Рейку ставят отвесно в 40...50 м от теодолита и приводят подъемным винтом пузырек уровня на середину<sup>1</sup>, после чего делают отсчет  $l_1$  по рейке против горизонтальной нити, видимой в поле зрения трубы. Отсчетом является длина отрезка рейки от начала счета делений по направлению возрастания надписей делений до того места на рейке, где производят отсчет. Этот отсчет на рисунке 2.6, в равен 1464 мм. Теперь нужно наклонить зрительную трубу и ось уровня на один и тот же угол, соответствующий 3...4 делениям (рис. 2.6, д). Это можно сделать только при помощи подъемного винта, по направлению которого расположены уровень и зрительная труба (если уровень прикреплен к трубе, то можно наклонить трубу наводящим устройством — винтом трубы).

Наклонив зрительную трубу и уровень, производят второй отсчет  $l_2$  по рейке и замечают, на какое число делений отклонился пузырек уровня. Пусть число делений равно  $n$ , а угол, на который наклонится зрительная труба и ось уровня, —  $v$ . Если бы пузырек уровня отклонился на одно деление, то согласно определению, данному в начале этого параграфа, угол  $v$  был бы ценой деления уровня  $\tau$ . При любом другом числе делений  $\tau = v/n$ .

Но угол  $v$  определяют разностью отсчетов  $l_1 - l_2$  по рейке и расстоянием  $d$  от вертикальной оси теодолита до рейки, которое измеряют при помощи ленты или рулетки. Из-за малости угла  $v$ , согласно формуле (1.28), можно написать

$$\sin v \approx v_{\text{рад}} \approx \text{tg } v \approx v''/206\,265'' \approx (l_1 - l_2)/d,$$

откуда

$$v'' = (l_1 - l_2) 206\,265''/d.$$

Тогда

$$\tau'' = v''/n \approx (l_1 - l_2) 206\,265''/dn. \quad (2.2)$$

Пр и м е р. При  $l_1 - l_2 = 38$  мм,  $d = 46,6$  мм,  $n = 3$  получим  $\tau'' = 56''$ .

Так как  $\tau$  обычно выражают двумя значащими цифрами, к тому же  $l_1 - l_2$  и  $n$  тоже имеют не более двух значащих цифр, то вместо  $206\,265''$  принимают округленно  $206\,000''$ ,  $l_1 - l_2$  в формуле (2.2) выражают в миллиметрах, а  $d$  в метрах, тогда рабочая формула

<sup>1</sup>Можно просто заметить деления, которых касаются концы пузырька уровня.

имеет вид

$$\tau'' = (l_1 - l_2)206''/nd. \quad (2.3)$$

У технических теодолитов цена деления цилиндрических уровней бывает от 30 до 60". Круглые уровни обычно имеют цену деления около 5'.

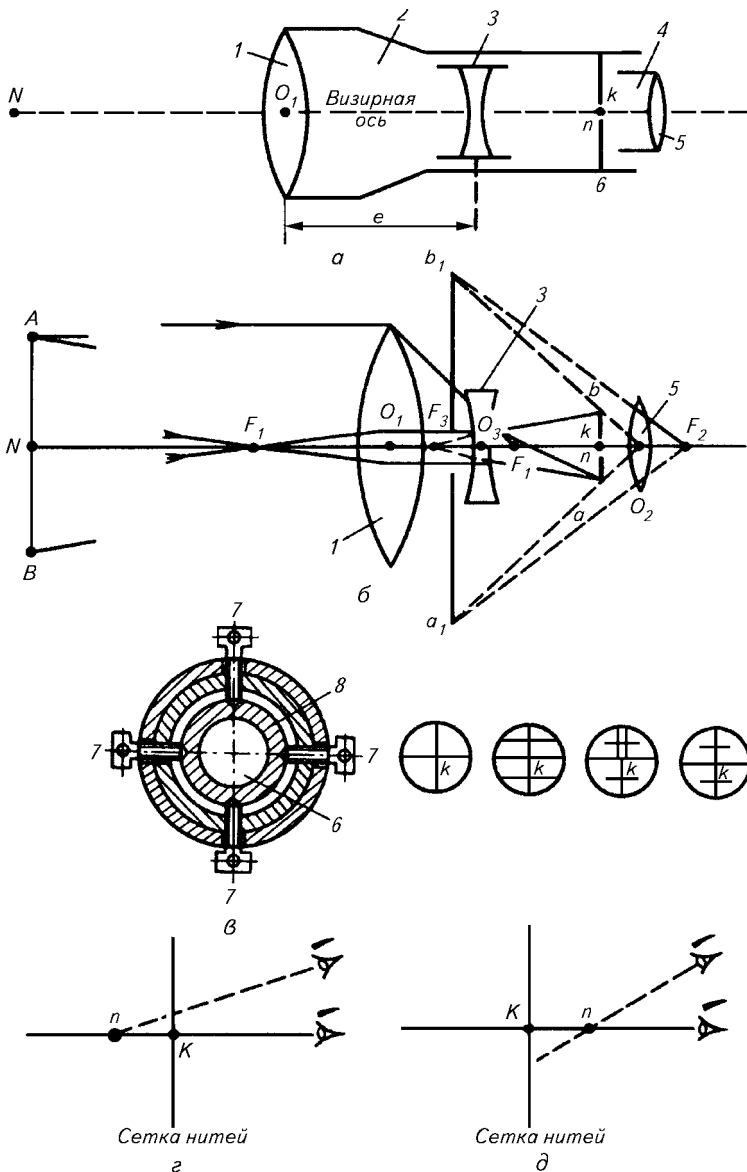
## 2.6. ЗРИТЕЛЬНЫЕ ТРУБЫ. ВИЗИРНАЯ ОСЬ. ПАРАЛЛАКС СЕТКИ НИТЕЙ

Зрительные трубы геодезических приборов являются главным образом астрономическими, т. е. дающими обратное изображение. Они бывают с *внешней* (трубы Кеплера) и *внутренней* фокусировками.

Теодолиты, как и все современные геодезические приборы, имеют зрительную трубу с *внутренней фокусировкой*, отличающуюся тем, что кроме *объектива 1* и *окуляра 5* (рис. 2.7, а) она имеет внутреннюю фокусирующую (рассеивающую двояковогнутую) *линзу 3*. В трубе расстояние между объективом и стеклянной пластинкой — *сеткой нитей 6*, в плоскости которой получают изображение наблюдаемых предметов, не изменяется, и фокусирование изображения выполняется перемещением фокусирующей линзы *3* в *объективном колене 2* (т. е. изменением величины *e*) посредством *кремальеры*, которая имеет форму винта у горизонтальной оси теодолита *11* (см. рис. 2.2, а).

*Диафрагму* (металлическое кольцо) *8* (рис. 2.7, в) с сеткой нитей *6* прикрепляют к объективному колену посредством *исправительных винтов 7* сетки нитей, которые обычно закрыты навинчивающимся колпачком во избежание проникновения в трубу пыли через отверстия, в которые входят исправительные винты. При помощи этих винтов сетка нитей перемещается внутри трубы вверх, вниз и вправо, влево, чтобы положение в зрительной трубе *визирной оси*, т. е. воображаемой линии, проходящей через пересечение (перекрестие) *k* сетки нитей (см. рис. 2.7, а, в) и оптический центр объектива *O<sub>1</sub>*, удовлетворяло поставленным геометрическим условиям. Для получения резкого изображения штрихов сетки нитей (установки ее по глазу) вращают окулярную трубку *4* (см. рис. 2.7, а), приближая или удаляя окуляр относительно сетки нитей. Резкое изображение *n* точки предмета *N* для его совмещения с пересечением *k* достигают перемещением фокусирующей линзы *3* посредством кремальеры.

Построение изображения *ab* предмета *AB* в плоскости сетки нитей и *визирование* (наведение) на точку предмета *N* показано на рисунке 2.7, б. Лучи, идущие от точек *A* и *B* параллельно оптической оси или через передний фокус *F<sub>1</sub>*, в объективе преломляются, но встретив на своем пути фокусирующую (рассеивающую) линзу



**Рис. 2.7. Схемы зрительной трубы с внутренней фокусировкой (а) и хода лучей в ней (б); сетка нитей (в) и ее параллакс (г, д):**

1 — объектив; 2 — объективное колено; 3 — линза; 4 — окулярная трубка; 5 — окуляр;  
 б — сетки нитей; 7 — исправительные винты; 8 — диафрагма

$O_3$  с фокусом  $F_3$ , преломляются в ней, несколько рассеиваются и пересекаются в точках  $a$  и  $b$  (луч, идущий от точки  $B$  параллельно оптической оси, на рис. 2.7,  $b$  не показан).

Изображение  $ab$ , полученное в плоскости сетки нитей, наблюдатель рассматривает глазом через окуляр (как через лупу) с фокусным расстоянием  $O_2F_2$  и с помощью зрительной трубы воспринимает по отношению к предмету как увеличенное обратное изображение  $a_1b_1$ .

Если совмещение изображения  $n$  точки предмета  $N$  с пересечением сетки нитей  $k$  не достигнуто (рис. 2.7,  $z$ ), т. е. изображение  $ab$  в плоскости сетки нитей не получилось, то при перемещении глаза перед окуляром будет казаться, что точка  $n$  перемещается относительно точки  $k$ . Такое явление называют *параллаксом* сетки нитей. Если плоскость изображения находится за плоскостью сетки нитей, то при перемещении глаза вверх изображение точки  $n$  будет тоже перемещаться вверх относительно точки  $k$ . Если плоскость изображения находится впереди сетки нитей, то при перемещении глаза вверх изображение точки  $n$  переместится вниз относительно точки  $k$  (рис. 2.7,  $d$ ). Для избавления от параллакса, а следовательно, повышения точности наведения на точку надо вращать кремальеру до тех пор, пока при перемещении глаза перед окуляром изображения точек  $k$  и  $n$  не будут перемещаться одно относительно другого. Вращением кремальеры добиваются резкого изображения предмета и избавляются от параллакса сетки нитей.

## 2.7. ФОКУСНЫЕ РАССТОЯНИЯ ОБЪЕКТИВА И ЭКВИВАЛЕНТНОЙ ЛИНЗЫ (ТРУБЫ С ВНУТРЕННЕЙ ФОКУСИРОВКОЙ)

Фокусное расстояние линз зрительной трубы необходимо знать для того, чтобы определить увеличение, поле зрения и другие оптические показатели трубы. Фокусным расстоянием объектива, как и всякой другой линзы, является расстояние от главной плоскости объектива  $O_1$  до фокуса  $F_1$  (см. рис. 2.7,  $b$ ).

Для определения оптических показателей зрительной трубы с внутренней фокусировкой пользуются не фокусным расстоянием объектива  $f_1$  (рис. 2.8), а фокусным расстоянием  $f$  воображаемой линзы  $L$ , эквивалентно заменяющей объектив  $L_1$  и фокусирующую линзу  $L_3$ , т. е. *фокусным расстоянием эквивалентной линзы*  $f$ . Оно зависит от фокусных расстояний объектива  $f_1$  и фокусирующей линзы  $f_3$ , а также от расстояния  $e$  между ними, и вычисляют его по известной из оптики формуле

$$F = f_1 f_3 / (-f_1 + f_3 + e). \quad (2.4).$$

<sup>1</sup>В фабричных проспектах зрительных труб с внутренней фокусировкой фокусное расстояние эквивалентной линзы часто называют фокусным расстоянием объектива.

Геометрически замену объектива и фокусирующей линзы одной эквивалентной линзой можно представить так. Луч от удаленной на бесконечность точки (см. рис. 2.8), идущий параллельно оптической оси, преломится в объективе  $L_1$  и направится к его фокусу  $F_1$ . Но, встретив на своем пути фокусирующую (рассеивающую) линзу, он отклонится от оптической оси и пересечет ее в точке  $F$ , которая будет изображением точки  $N$ . Теперь, продолжив луч  $FL_3$  до пересечения его с первоначальным направлением, получим положение эквивалентной линзы  $L$ , фокусное расстояние которой будет  $f$ . Действительно, если объектив и фокусирующую линзу заменить одной эквивалентной линзой, то луч, идущий от удаленной точки, преломится в эквивалентной линзе и пересечется с оптической осью в точке  $F$ , вблизи которой помещается сетка нитей.

Установим зависимость  $f$  от  $f_1, f_3$  и  $e$ .

Из подобия треугольников  $OLF$  и  $O_3L_3F$  следует, что  $f/O_3F = LO/L_3O_3$  ( $O, O_1, O_3$  — оптические центры соответственной эквивалентной линзы  $L$ , объектива  $L_1$  и фокусирующей линзы  $L_3$ ), откуда

$$f = O_3F \cdot LO/L_3O_3. \quad (2.5)$$

Исходя из подобия треугольников  $O_1L_1F_1$  и  $O_3L_3F_1$ , напомним

$$L_1O_1/L_3O_3 = f_1/(f_1 - e).$$

Но  $LO = L_1O_1$ , поэтому в равенстве (2.5)

$$LO/L_3O_3 = L_1O_1/L_3O_3 = f_1/(f_1 - e). \quad (2.6)$$

Теперь в равенстве (2.5) остается найти величину  $O_3F$ . Для этого представим, что  $F$  — точка предмета, а  $F_1$  — ее мнимое изображение, получаемое посредством линзы  $L_3$  с фокусным расстоянием  $f_3$ , вследствие чего расстоянию от предмета до линзы будет соответствовать отрезок  $O_3F$ , а расстоянию от изображения до линзы — отрезок  $O_3F_1 = f_1 - e$ . Согласно основной формуле оптики напомним

$$1/O_3F - 1/(f_1 - e) = -1/f_3. \quad (2.7)$$

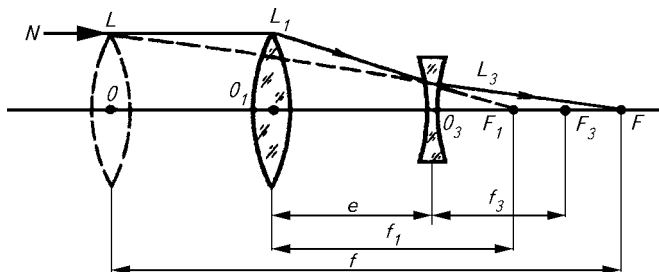


Рис. 2.8. Схема определения фокусного расстояния эквивалентной линзы

Минус в левой части равенства (2.7) свидетельствует о том, что изображение будет мнимым, а минус в правой части указывает, что линза является рассеивающей.

Из формулы (2.7) следует, что

$$O_3F = (f_1 - e)f_3/(-f_1 + f_3 + e). \quad (2.8)$$

Подставив равенства (2.6) и (2.8) в формулу (2.5), получим выражение (2.4).

Фокусное расстояние эквивалентной линзы зависит от расстояния  $e$  между объективом и фокусирующей линзой и меняется во время фокусирования трубы на предметы различной удаленности от наблюдателя.

У зрительных труб технических оптических теодолитов  $f_1 = 90$  мм,  $f_3 = 40$  мм,  $e = 68$  мм (при наведении трубы на удаленный предмет), поэтому согласно формуле (2.4) фокусное расстояние эквивалентной линзы

$$f = 90 \cdot 40 / (-90 + 40 + 68) = 200 \text{ мм.}$$

Из этого примера видно, что при малом фокусном расстоянии объектива и при наличии рассеивающей фокусирующей линзы можно получить большое фокусное расстояние эквивалентной линзы, а это дает возможность конструировать трубы небольших размеров, делать теодолиты более портативными, что является достоинством зрительных труб с внутренней фокусировкой.

## 2.8. УВЕЛИЧЕНИЕ ЗРИТЕЛЬНОЙ ТРУБЫ. ТОЧНОСТЬ ВИЗИРОВАНИЯ

Качество зрительной трубы зависит от ее оптических показателей — увеличения, поля зрения и др.

Увеличением  $v$  трубы называют отношение угла  $\beta$ , под которым предмет  $AB$  виден в зрительную трубу (рис. 2.9,  $a$ ), к углу  $\alpha$ , под которым этот предмет виден невооруженным глазом, т. е.

$$v = \beta/\alpha. \quad (2.9)$$

Выразим увеличение трубы через фокусные расстояния эквивалентной линзы  $f$  и окуляра  $f_2$ . Для этого воспользуемся рисунком 2.9,  $b$ , составленным на основании рисунка 2.7,  $b$  с заменой объектива эквивалентной линзой, и рассмотрим на нем лучи, проходящие через оптические центры эквивалентной линзы  $O$  и окуляра  $O_2$ . Сопоставив на рисунке 2.9 позиции  $a$  и  $b$ , легко увидеть, что вершина угла  $\beta$  находится в оптическом центре окуляра, а вершина угла  $\alpha$  — в оптическом центре эквивалентной линзы. Следова-

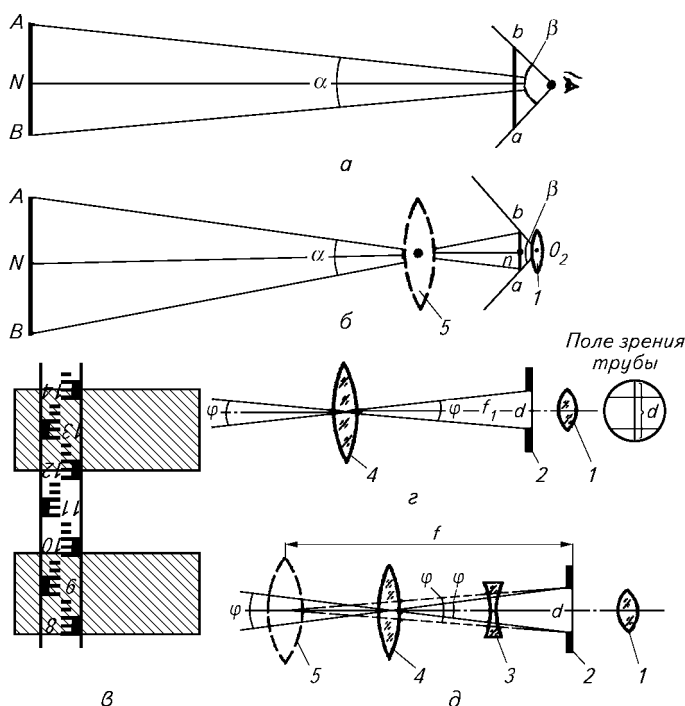


Рис. 2.9. Схема определения увеличения (а, б, в) и поле зрения (г, д) зрительной трубы теодолита:

1 — окуляр; 2 — сетка нитей; 3 — фокусирующая линза; 4 — объектив; 5 — эквивалентная линза

тельно, вершины углов  $\beta$  и  $\alpha$  не имеют общей точки. Однако длина трубы очень мала по сравнению с расстоянием от трубы до предмета  $AB$ , поэтому рисунок 2.9, б можно считать соответствующим рисунку 2.9, а.

Если предмет находится на значительном расстоянии от зрительной трубы, то изображение  $ab$  близко к фокусу объектива, т. е.  $f \approx On$ . Кроме того, расстояние от окуляра до изображения  $ab$  близко к фокусному расстоянию окуляра  $f_2$ ; следовательно,  $f_2 \approx O_2n$ .

Выразив углы  $\alpha$  и  $\beta$  в радианной мере (по малости их), согласно рисунку 2.9, б можно написать

$$\beta \approx ab/f_2; \alpha \approx ab/f.$$

Взяв отношение этих углов, получим

$$\beta/\alpha \approx f/f_2,$$

тогда согласно формуле (2.9)

$$v \approx f/f_2, \quad (2.10)$$

т. е. увеличение трубы можно рассматривать как отношение фокусных расстояний эквивалентной линзы и окуляра.

У зрительных труб технических оптических теодолитов  $f \approx 200$  мм, а  $f_2 \approx 10$  мм, поэтому  $v \approx 20\times$ .

Из-за неточного определения малого значения  $f_2$  увеличение трубы по формуле (2.10) получаем весьма приближенное. Поэтому на практике увеличение трубы определяют при помощи рейки, которую ставят в 5...10 м от теодолита и наблюдают одновременно двумя глазами: одним глазом смотрят непосредственно на рейку, а другим в трубу. При этом два видимых изображения делений рейки проектируют одно на другое. Определение увеличения трубы сводится к тому, чтобы подсчитать, сколько делений, видимых невооруженным глазом, проектируется на одно деление, видимое вооруженным глазом (рис. 2.9, в). Это число и будет увеличением трубы, потому что углом, под которым наблюдают деление рейки в трубу, будет  $\beta$  (см. рис. 2.9, а), а углом, под которым наблюдают деление рейки невооруженным глазом, будет  $\alpha$ . Число, показывающее, сколько раз содержится угол  $\alpha$  в угле  $\beta$ , и будет согласно формуле (2.9) увеличением трубы (на рис. 2.9, в оно равно  $21\times$ ). Увеличение зрительных труб технических оптических теодолитов обычно бывает 20...25 $\times$ .

Зная увеличение трубы, можно определить точность визирования, т. е. точность, с которой совмещаются изображения пересечения сетки нитей и точки наблюдаемого предмета.

Из исследований нормального человеческого глаза известно, что две точки в пространстве не кажутся сливающимися, если угол между лучами, идущими от глаза на эти точки, не меньше  $1'$ . Поэтому такой угол называют критическим углом зрения нормально-го невооруженного глаза и точность визирования невооруженным глазом считают равной  $1'$ .

Для вооруженного глаза критический угол зрения уменьшается пропорционально увеличению трубы. Поэтому точность визирования зрительной трубы выражают формулой

$$t_v = 60''/v. \quad (2.11)$$

Если  $v = 20\times$ , то  $t_v = 3''$ , т. е. с точностью до  $3''$  мы наводим визирную ось зрительной трубы с увеличением  $v = 20\times$  на наблюдаемую точку.

Сравнивая точность визирования и взятия отсчета по лимбу, видно, что визирование на точку значительно точнее, чем отсчитывание по лимбу. Следовательно, на точность измерения угла влияет больше погрешность отсчитывания, чем погрешность визирования.

Зная увеличение зрительной трубы, можно определить поле ее зрения, характеризующееся углом  $\varphi$  (рис. 2.9,  $z$ ,  $d$ ), который опирается на диаметр открытого отверстия диафрагмы сетки нитей  $d$ , а вершина его находится в оптическом центре объектива (эквивалентной линзы у трубы с внутренней фокусировкой). Этот угол согласно формуле (1.28) получим из соотношения

$$\varphi/57^\circ \approx d/f. \quad (2.12)$$

При конструировании зрительной трубы обычно принимают

$$d = 2/3f_2, \quad (2.13)$$

где  $f_2$  — фокусное расстояние окуляра.

Подставив равенство (2.13) в выражение (2.12), с учетом формулы (2.10) получим

$$\varphi \approx 38^\circ/\nu. \quad (2.14)$$

Из формулы (2.14) видно, что чем больше увеличение трубы, тем меньше ее поле зрения. При  $\nu = 20\times$  угол  $\varphi = 1,9^\circ$ .

## 2.9. ИССЛЕДОВАНИЯ И ПОВЕРКИ ТЕОДОЛИТА

При приемке с завода или перед работой теодолит (рис. 2.10) испытывают, т. е. проверяют выполнение ряда условий.

1. Вращения горизонтального, вертикального кругов и алидады горизонтального круга должны быть свободными и при работе наводящими устройствами (винтами) — плавными. Чтобы убедиться в этом, вращают названные части теодолита и винты и наблюдают за их движением. При испытании наводящих устройств (винтов), вращая их, наблюдают в зрительную трубу, насколько плавно перемещаются изображения предметов в поле зрения трубы.

2. Подъемные винты в подставке не должны шататься, а положение теодолита на штативе должно быть устойчивым. Для испытания теодолит устанавливают на штатив и наблюдают в зрительную трубу на какую-либо точку. При легком нажатии руки на отдельные части теодолита и штатива изображение точки не должно сходить с пересечения сетки нитей или должно возвращаться к пересечению нитей, когда действие силы прекращается.

3. Внутренняя поверхность каждого уровня должна быть хорошо отшлифована. Если при вращении подъемных или установочных винтов пузырек уровня смещается плавно, без скачков и задержек, то условие считается выполненным.

4. Зрительная труба должна давать ясные изображения.

5. При работе кремальерой положение визирной оси в зрительной трубе должно быть неизменным. Это означает, что у трубы с

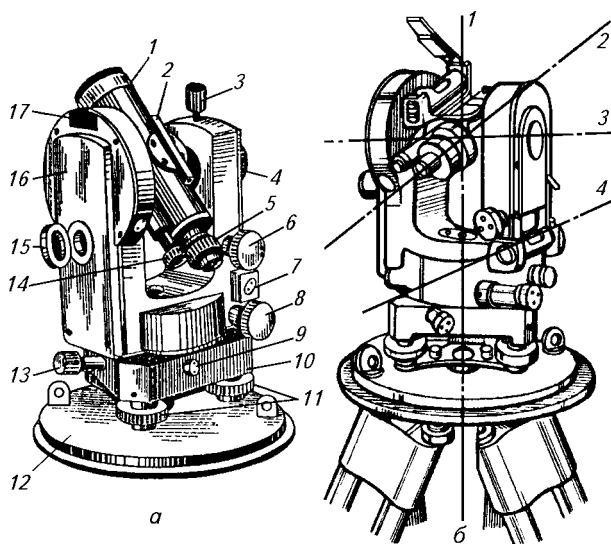


Рис. 2.10. Теодолит Т30:

*a* — устройство: 1 — объектив; 2 — визир, или оптический коллиматор для предварительной наводки зрительной трубы на точку; 3 и 13 — закрепительные винты зрительной трубы и лимба; 4 — кремальберный винт для наводки зрительной трубы на резкость изображения предмета; 5 — окуляр; 6 и 8 — микрометрические винты зрительной трубы и алидады; 7 — цилиндрический уровень; 9 — выход остова микрометрического винта лимба; 10 — подставка-треножник; 11 — подъемные винты подставки-треножника; 12 — основание — дно упаковочного футляра; 14 — окуляр отсчетного микроскопа; 15 — зеркало, направляющее лучи света в отсчетную систему; 16 — подставка трубы; 17 — паз для ориентир-буссоли; *б* — оси теодолита: 1 — вертикальная; 2 — визирная; 3 — горизонтальная; 4 — цилиндрического уровня

внутренней фокусировкой визирная ось должна проходить через оптический центр фокусирующей линзы. Оптические центры объектива  $O_1$  (см. рис. 2.7, *б*) и фокусирующей линзы  $O_3$ , а также пересечение сетки нитей  $k$  находятся на одной прямой, так как визирная ось — прямая линия. Если при вращении кремальеры оптический центр фокусирующей линзы сместится в сторону от этой прямой, то изображение точки  $N$  сойдет с пересечения сетки нитей, а следовательно, изменится положение визирной оси. Испытание заключается в наблюдении в зрительную трубу на какую-либо точку предмета. Условие считают выполненным, если при вращении кремальеры изображение точки предмета не сходит с изображения сетки нитей.

6. Вертикальный круг должен быть прочно соединен со зрительной трубой, а алидада вертикального круга — с ее уровнем. Испытание проводят измерением трех-четырёх углов наклона. Постоянство места нуля в пределах точности измерения углов указывает на выполнение поставленных условий.

Нередко перед или во время работы возникает необходимость определить цену деления уровней (см. разд. 2.5) и увеличение зрительной трубы (см. разд. 2.8).

Точные и высокоточные теодолиты исследуют более полно по особой программе.

Чтобы при работе с теодолитом осуществлялся принцип измерения горизонтального угла (см. разд. 2.2), необходимо проверить (произвести поверку) выполнение у теодолита ряда геометрических условий, и если они не выполнены, то произвести юстировку (исправление) теодолита при помощи исправительных винтов.

Теодолит должен удовлетворять следующим геометрическим условиям взаимного расположения осей его частей (рис. 2.10, б).

1. *Ось цилиндрического уровня при алидаде горизонтального круга должна быть перпендикулярна вертикальной оси теодолита.* Поверку выполнения этого условия называют поверкой уровня.

Если указанное условие выполнено, то после приведения вертикальной оси теодолита в отвесное положение с помощью уровня (см. разд. 2.4) при вращении горизонтального круга пузырек должен оставаться на середине ампулы.

Предположим, что условие не выполнено и ось уровня составляет с плоскостью горизонтального круга (алидады)  $AB$  угол  $v \neq 0$  (рис. 2.11, а, б). Это может быть тогда, когда исправительные вин-

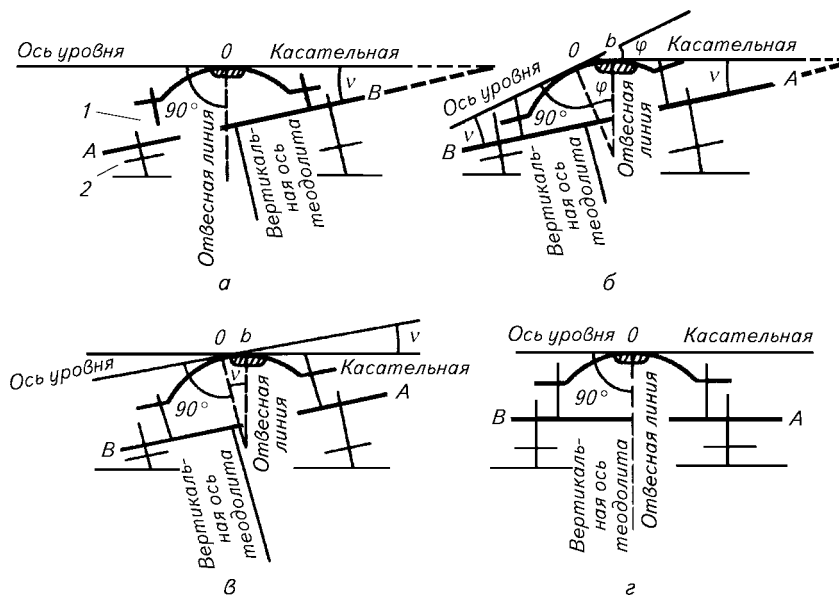


Рис. 2.11. Схемы поверки (а, б) и исправления (в, г) цилиндрического уровня:

1 и 2 — исправительный и подъемный винты

ты, прикрепляющие уровень к плоскости, завинчены не на одну и ту же высоту. После приведения пузырька уровня на середину с помощью двух подъемных винтов (см. рис. 2.11, *а*), по направлению которых поставлен уровень, его ось займет горизонтальное положение и по-прежнему составит с плоскостью угол  $\nu$ . Повернув плоскость на  $180^\circ$  вокруг вертикальной оси теодолита, перпендикулярной к плоскости *ВА* (см. рис. 2.11, *б*), увидим, что пузырек уровня сойдет с середины на дугу *Об*, займет самое высокое положение и касательная к центру пузырька уровня составит с плоскостью угол  $\nu$ , а с осью уровня — угол  $\phi$ . Дуга *Об*, на которую отклонится пузырек уровня, будет соответствовать углу  $\phi$  (вследствие перпендикулярности сторон). Но  $\phi$  как внешний угол равнобедренного треугольника, у которого сторонами являются ось уровня и касательная к центру пузырька уровня, равен  $2\nu$ , т. е.  $\phi = 2\nu$ .

Таким образом, если ось уровня составляет с плоскостью *АВ* угол  $\nu$ , то после поворота плоскости на  $180^\circ$  пузырек уровня отклонится на угол  $2\nu$ . Теперь для исправления надо либо опустить правый конец уровня, либо поднять левый конец, вращая исправительный винт до тех пор, пока пузырек уровня отклонится на половину дуги *Об* (на угол  $\nu$ ) влево, после чего условие окажется выполненным (рис. 2.11, *в*) и уровень можно считать исправленным.

Вследствие того, что половину дуги отклонения при исправлении уровня приходится оценивать на глаз, то все указанные действия, начиная с приведения пузырька на середину при помощи подъемных винтов (см. рис. 2.11, *а*), повторяют до тех пор, пока после поворачивания плоскости на  $180^\circ$  пузырек будет оставаться на середине ампулы. Поэтому для повторения проверки надо вращать один из подъемных винтов или оба в разные стороны, пока пузырек уровня окажется на середине (рис. 2.11, *г*), после чего снова поворачивают плоскость на  $180^\circ$ .

Так как исправительным винтом привести пузырек уровня на половину дуги отклонения труднее, чем подъемным, то после поворота алидады на  $180^\circ$  бывает удобнее сначала привести пузырек уровня на половину дуги отклонения подъемным винтом, а потом привести пузырек на середину, т. е. тоже на половину дуги отклонения, исправительным винтом.

Чтобы точно повернуть плоскость алидады на  $180^\circ$ , пользуются отсчетами по лимбу. Если плоскость алидады поворачивают на  $180^\circ$  на глаз, то нужно предварительно, хотя бы невыверенным уровнем, привести ее примерно в горизонтальное положение в двух взаимно перпендикулярных направлениях.

Если угол  $\nu$  велик, пузырек уровня после поворота алидады на  $180^\circ$  может уйти в самый конец ампулы, то для ускорения работы полезно дугу отклонения *Об* измерить шагом подъемных винтов. Для этого, вращая подъемные винты в разные стороны и считая число поворотов кистей рук, приводят пузырек уровня на середину ампулы. Затем вращают винты в обратную сторону на половину числа поворотов, тем самым пузырек уровня будет перемещен на половину дуги отклонения.

Круглый уровень поверяют так же, как и цилиндрический: сначала по направлению двух подъемных винтов (см. рис. 2.5, *г*, *д*), а затем в таком же порядке — по направлению третьего подъемного винта.

После выполнения первого условия и приведения вертикальной оси теодолита в отвесное положение плоскость горизонтального круга (алидады) будет горизонтальна. Теперь в соответствии с принципом измерения горизонтального угла плоскости  $\nu_1$  и  $\nu_2$

(см. рис. 1.4) должны быть отвесны. Роль этих плоскостей выполняет *коллимационная плоскость*, получающаяся от вращения визирной оси около горизонтальной оси теодолита. В связи с этим возникает необходимость проверить выполнение еще двух условий.

2. *Визирная ось зрительной трубы должна быть перпендикулярна к горизонтальной оси теодолита (оси вращения трубы)*. Если это условие не выполнено, то, вращая визирную ось около горизонтальной оси теодолита, получают не плоскость (коллимационную), а две конические поверхности. Угол  $c$  (рис. 2.12) между визирной осью и плоскостью, перпендикулярной к горизонтальной оси теодолита, называют *коллимационной ошибкой*. Если условие выполнено, то указанная ошибка равна нулю. Поверяют это условие следующим образом.

Приводя вертикальную ось теодолита в отвесное положение, наводят зрительную трубу (при положении вертикального круга влево от нее) на точку  $M$  удаленного предмета (на несколько сотен метров) так, чтобы зрительная труба была примерно горизонтальной, и берут отсчет  $Л$  по лимбу горизонтального круга (рис. 2.12, а). Затем переводят трубу через зенит (т. е. поворачивают трубу на  $180^\circ$  в вертикальной плоскости объективом вверх) и, вращая алидаду, наводят трубу (при положении вертикального круга вправо от нее) на ту же точку  $M$ , берут второй отсчет  $П$  по лимбу горизонтального круга. Если отсчеты минут совпали, т. е. отличаются только на  $180^\circ$ , то условие выполнено. Если отсчеты минут не совпали, то разность между отсчетами  $Л$  и  $П$  представляет двойную

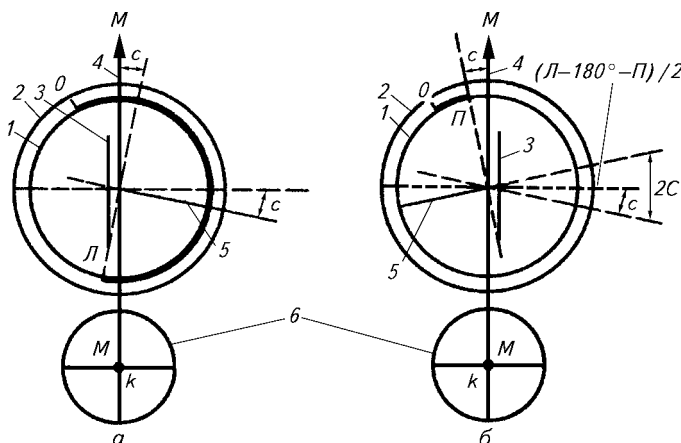


Рис. 2.12. Схемы определения и исправления коллимационной ошибки:

1 — алидада; 2 — лимб; 3 — вертикальные круги; 4 и 5 — вертикальная и горизонтальная оси; 6 — поле зрения трубы

коллимационную ошибку  $2c$  (рис. 2.12, б). Коллимационную ошибку вычисляют по формуле

$$c = 1/2(L - П \pm 180^\circ).$$

Если  $c$  (по модулю) более  $1'$ , то визирную ось поворачивают около оптического центра объектива на угол  $c$ . Для этого алидаду наводящим винтом устанавливают на средний отсчет

$$П_{ср} = 1/2(L + П \pm 180^\circ),$$

вследствие чего визирная ось повернется на угол  $c$  и пересечение сетки нитей сойдет с наблюдаемой точки  $M$ . Для исправления, действуя исправительными винтами сетки нитей (см. рис. 2.7, б), совмещают пересечение нитей с изображением наблюдаемой точки, после чего окажется  $c = 0$  и положение визирной оси исправленным, в чем следует убедиться повторной поверкой условия. Обозначением  $(L - 180^\circ - П)/2$  на рисунке 2.12, б показано перпендикулярное положение горизонтальной оси относительно визирной.

Если условие не выполнено, то коллимационная ошибка повлияет на отсчет по лимбу. Ее определяют по формуле

$$\varepsilon = c/\cos v,$$

где  $v$  — угол наклона визирной оси.

Если углы  $v$  для обеих сторон измеряемого горизонтального угла по абсолютному значению равны, то в отсчеты  $0b$  и  $0c$  (см. рис. 2.2, б) войдет погрешность  $\varepsilon$ , и на точность измерения угла коллимационная ошибка влияние не окажет, так как

$$\beta = 0b + \varepsilon - (0c + \varepsilon) = 0b - 0c.$$

Теодолит не исправляют, если расхождение между отсчетами  $L$  и  $П$ , получаемыми при наведении трубы на точку  $M$ , не превышает двойного значения округления при отсчете. Такой допуск не оказывает заметного влияния на расхождение значений измеряемого угла при обоих положениях вертикального круга, позволяя в некоторых случаях измерять угол при одном положении круга.

Для измерения горизонтального угла (см. рис. 1.4) коллимационная плоскость должна быть отвесна, т. е. параллельна вертикальной оси теодолита, что соблюдается при выполнении следующего условия.

**3. Горизонтальная и вертикальная оси теодолита должны быть перпендикулярны.** Поверить это условие можно двумя способами.

**1 с п о с о б** (по отвесу). Приводя вертикальную ось теодолита в отвесное положение, визируют на длинную нить отвеса, подвешенного на расстоянии 10...20 м от теодолита. Если отвес качается от ветра, то груз отвеса помещают в сосуд с водой. Плавное вращая рукой зрительную трубу, смотрят в нее. Если пересече-

ние сетки нитей сходит с изображения нити отвеса, то условие не выполнено.

Современные теодолиты не снабжены исправительными винтами у колонок зрительной трубы, потому что выполнение этого условия гарантирует завод. Если условие не выполнено, то исправление возможно только в мастерской (у технических оптических теодолитов исправление может быть выполнено вращением эксцентриковой втулки лагера горизонтальной оси).

П с п о с б. На расстоянии 10...20 м от стены здания устанавливают теодолит и визируют на замеченную точку  $M$  (рис. 2.13) в верхней части стены. Поворачивают зрительную трубу вокруг горизонтальной оси, и рабочий карандашом отмечает точку  $m_1$  в нижней части стены, покрываемую пересечением сетки нитей. Переводят трубу через зенит и при другом положении вертикального круга наводят на точку  $M$ , проектируют ее на нижнюю часть стены и получают точку  $m_2$ . Если точки  $m_1$  и  $m_2$  совпадают, то условие выполнено. В противном случае между этими точками можно наметить среднюю точку  $m$  (расстояние между точками  $m_1$  и  $m_2$  на рисунке 2.13 для наглядности преувеличено), чтобы иметь представление об угле  $i$ , на который не выполнено условие. Линия  $Mm$ , очевидно, будет параллельна вертикальной оси теодолита, точнее, будет лежать с ней в одной плоскости. Угол  $i$  в радианной мере можно вычислить по формуле

$$i = m_1 m_2 / (2Mm),$$

где  $m_1 m_2$  — отрезок, измеряемый миллиметровой линейкой;  $Mm$  — расстояние, измеряемое приблизительно при помощи рейки, вехи, рулетки.

Например,  $m_1 m_2 = 1,0$  мм,  $Mm = 3,6$  м. Тогда согласно формуле (1.28) угол  $i$  в градусном измерении

$$= \frac{1}{3600} \approx 0,28''$$

Для технических теодолитов этот угол не должен превышать  $0,5'$ .

Хотя на поверку условия по II способу требуется больше времени, но можно обойтись без отвеса и не требуется точное приведение вертикальной оси теодолита в отвесное положение, поэтому неисправность уровней не будет влиять на точность определения угла  $i$ .

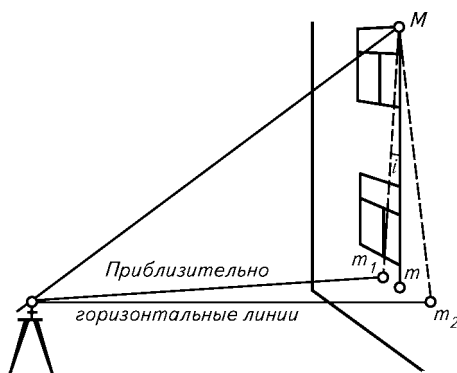


Рис. 2.13. Схема проверки перпендикулярности горизонтальной и вертикальной осей теодолита

Выполнение этого условия особенно важно при работе на всхолмленной и горной местностях, где угол  $i$ , превышающий  $0,5'$ , может вызвать недопустимое расхождение результатов измерения горизонтального угла при обоих положениях вертикального круга.

Невыполнение рассматриваемого условия вызывает изменение отсчета по лимбу в соответствии с формулой

$$x = i \operatorname{tg} v,$$

где  $i$  и  $v$  — углы наклона соответственно горизонтальной и визирной осей теодолита.

Например, если условие не выполнено на угол  $i = 0,5'$ , угол наклона визирной оси по одной стороне  $v_B = -30^\circ$ , а по другой  $v_C = +30^\circ$ , то согласно формуле (2.1)

$$\begin{aligned} \beta &= 0b - 0,5' \operatorname{tg} 30^\circ - (0c + 0,5' \operatorname{tg} 30^\circ) = 0b - 0c - 2 \cdot 0,5' \operatorname{tg} 30^\circ = \\ &= 0b - 0c - 0,6'. \end{aligned}$$

Из этого следует, что погрешность измерения горизонтального угла будет максимальной при наибольшей разности углов  $v$  для обеих сторон измеряемого горизонтального угла. Если угол измеряют при положениях вертикального круга Л и П и из двух результатов измерения выводят среднее, то оно будет свободно от влияния как  $i$ , так и коллимационной ошибки  $c$ . Потому что, если при одном положении круга эти погрешности влияют на отсчет по лимбу со знаком «плюс», то при другом — со знаком «минус», и при выводе среднего арифметического значения угла влияние этих погрешностей компенсируется.

**4. Вертикальная нить сетки должна быть перпендикулярна к горизонтальной оси теодолита.** Это условие можно проверить двумя способами.

**И с п о с о б** (по отвесу). Приводят вертикальную ось теодолита в отвесное положение и наводят зрительную трубу на нить отвеса. Если нить сетки совпадает с изображением нити отвеса, то условие выполнено; в противном случае нужно повернуть сетку нитей, ослабив, а потом завернув исправительные винты сетки. У многих современных теодолитов вместе с сеткой поворачивают окулярную часть, ослабив, а потом завернув четыре винта, прикрепляющих трубочку с сеткой нитей и окуляром к объективному колену.

**П с п о с о б**. Зрительную трубу наводят на какую-нибудь точку, а затем вращают. Если при этом изображение наблюдаемой точки сходит с нити сетки, то условие не выполнено и сетку нитей следует повернуть.

Условие 4 не вытекает из принципа измерения горизонтального угла, но оно необходимо для удобства визирования на отвесные предметы (вехи, мачты, шпили и т. п.).

Если сетку нитей поворачивали, то необходимо проверить, не нарушено ли условие 2.

## 2.10. ИЗМЕРЕНИЕ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО УГЛА ТЕОДОЛИТОМ ПОЛНЫМ ПРИЕМОМ И СПОСОБОМ «ОТ НУЛЯ». ЖУРНАЛ ИЗМЕРЕНИЙ

Теодолитный полигон, т. е. замкнутый теодолитный ход, по границе участка (землепользования) обычно прокладывают в направлении по ходу часовой стрелки, при этом измеряют внутренние углы — правые (рис. 2.14, *a*).

Двухкратное измерение угла при двух положениях вертикального круга (Л и П) называют измерением угла *полным приемом*. Однократное измерение угла при одном (любом) положении вертикального круга называют измерением угла *полуприемом*.

Для измерения угла теодолит центрируют над вершиной измеряемого угла<sup>1</sup> при помощи отвеса (центрира), нить которого должна совпадать с вертикальной осью теодолита. Центрирование уточняют, передвигая теодолит на головке штатива или нажимая ногой на выступы у наконечников штатива. При этом необходимо следить, чтобы верхняя поверхность головки штатива была горизонтальна. Теодолит центрируют тем точнее, чем короче стороны измеряемого угла. Чтобы влияние погрешности центрирования  $e$  на точность измерения угла было в два раза меньше погрешности измерения угла  $t$ , надо поставить условие

$$e \leq t''/s/2 \cdot 206\,265'',$$

где  $s$  — длина короткой стороны угла.

Выразим  $s$  в метрах, чтобы получить  $e$  в миллиметрах, после округления будем иметь

$$e \leq t''/s/400''.$$

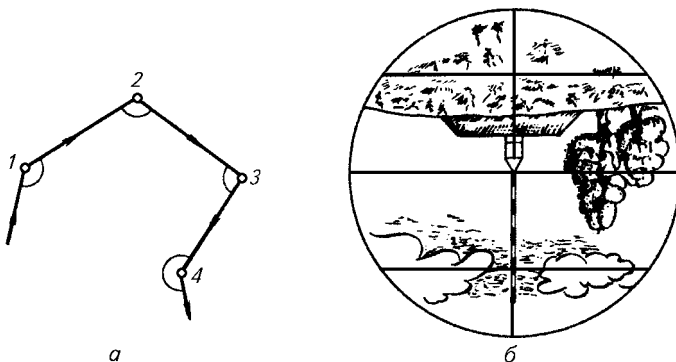


Рис. 2.14. Теодолитный ход (*a*) и поле зрения теодолита при визировании на точку (*b*)

<sup>1</sup>Точку постановки прибора для производства геодезических измерений называют *станцией*.

Из этого неравенства следует, что при  $t = 30''$ ,  $s = 100$  м погрешность центрирования не должна быть более 8 мм. После центрирования приводят вертикальную ось теодолита в отвесное положение посредством уровня при алидаде горизонтального круга (см. разд. 2.4).

При измерении правого угла, например на точке 2 (см. рис. 2.14, а), сначала визируют по правой стороне угла, т. е. на точку 1. Если точка отмечена столбом или колом, то визируют на верх столба (кола) так, чтобы вертикальная нить сетки рассекала изображение столба пополам, а пересечение нитей совпадало с верхом столба (рис. 2.14. б). Если столб скрыт травой или каким-либо возвышением над земной поверхностью, то сзади столба (кола) в *створе* линии<sup>1</sup> устанавливают вежу и визируют на ее нижнюю часть, так как она может быть поставлена неотвесно. Устанавливают вежу в створе с точностью центрирования теодолита.

Точного наведения пересечения сетки нитей на точку наблюдаемого предмета достигают ввинчиванием наводящих устройств (винтов) алидады и зрительной трубы.

После наведения на точку предмета делают отсчет по лимбу горизонтального круга (см. рис. 2.3, а) и записывают его в журнал измерений (табл. 2.1, графа 3).

Открыв алидаду, визируют на точку 3, т. е. по левой стороне угла. Также делают отсчет и записывают его в графу 3. Разность отсчетов по правой и левой сторонам угла записывают в графу 4. Это результат измерения угла одним полуприемом.

Далее, переводя трубу через зенит, измеряют этот же угол при другом положении вертикального круга, т. е. при втором полуприеме, чтобы исключить остаточные погрешности (после юстировки теодолита), обусловленные неперпендикулярностью визирной и горизонтальной, горизонтальной и вертикальной осей теодолита. Если перед вторым полуприемом измерения угла перевести трубу через зенит и алидаду повернуть на  $180^\circ$ , то после наведения трубы на точки 1 и 3 отсчеты градусов и минут будут повторяться, а следовательно, будут повторяться и грубые ошибки отсчетов, вследствие чего контроль измерения угла вторым полуприемом не будет обеспечен. Поэтому у оптических теодолитов (с односторонним отсчитыванием) перед вторым полуприемом круг с лимбом поворачивают на  $2...3^\circ$  и несколько минут (чтобы не допустить грубых ошибок при отсчетах по лимбу и исключить влияние эксцентриситета), закрепляют его, после чего измеряют угол в том же порядке, что и при первом полуприеме. Поворотом круга с лимбом также ослабляют влияние погрешностей нанесения делений на лимбе, так как при втором полуприеме отсчеты будут приходиться на другие места лимба.

---

<sup>1</sup> *Створом линии* называют вертикальную плоскость, проходящую через концы линии.

## 2.1. Журнал измерений горизонтальных углов

			'		'		'			
	1	14	22					288°47'		
				144	51					
	3	229	31					143°55'	2—3	$\frac{\quad}{\circ}$ ,
2						144	51,5		386,67	
	1	196	57						—	От 320,0 до 350,0
				144	52					
	3	52	05							

П р и м е ч а н и е. Средние значения углов (графа 5) и длину линий (графа 7) записывают в камеральных условиях тушью.

Измерением угла полным приемом не исключается погрешность из-за неотвесного положения вертикальной оси теодолита, поэтому на проверку уровня и приведение вертикальной оси в отвесное положение обращают особое внимание.

Расхождение значений угла, измеренного при двух полуприемах, не должно превышать  $2'$  для технических оптических теодолитов. Из двух значений угла выводят среднее арифметическое, являющееся результатом измерения угла полным приемом (графа 5). После измерения угла измеряют длину следующей по ходу линии. Результаты измерений записывают в графу 7. В графе 8 журнала (см. табл. 2.1) запись означает, что на участке линии в 30 м на расстоянии 320...350 м от точки 2 угол наклона местности равен  $7^{\circ}30'$ .

Журнал измерений при теодолитной съемке представляет небольшую тетрадь. Левые страницы журнала содержат записи, показанные в таблице 2.1, а на правых страницах помещают абрис съемки контуров ситуации относительно сторон тех углов, результаты измерений которых приведены на левой странице журнала.

Измеряют горизонтальный угол одним полуприемом *способом «от нуля»* для быстрого контроля измеренных углов, при проложении теодолитного хода для съемки ситуации, полярном способе съемки точек ситуации и рельефа, построении угла, заданного проектом, измерениях магнитных азимутов линий полигона (хода). Этот способ заключается в том, что стоя на точке 2 (см. рис. 2.14, а), поворотом алидады устанавливают ее на отсчет по лимбу, равному нулю. Затем поворотом лимба с алидадой наводят трубу по левой стороне угла на точку 3 и закрепляют лимб. Теперь, вращая алидаду, наводят трубу по правой стороне угла на точку 1 и, снимая отсчет по лимбу, получают значение измеряемого (полярного) угла.

Построение заданного (проектного) угла осуществляют следующим образом. После скрепления лимба и алидады на нулевом отсчете по левой стороне угла вращают алидаду по ходу часовой стрелки и устанавливают ее на отсчет по лимбу, равный значению заданного угла. По направлению зрительной трубы (визирной оси) закрепляют колышком конец проектной линии.

Для ориентирования линий полигона (хода), схематических полевых чертежей (абрисов), для контроля угловых измерений попутно с измерением угла измеряют магнитные азимуты сторон угла и записывают их в графе 6 таблицы 2.1.

Измеряют *магнитные азимуты* линий так: после скрепления лимба с алидадой на нулевом отсчете вращают его до нулевого отсчета по кольцу буссоли (ориентир-буссоли) против северного конца магнитной стрелки. Таким образом, нулевой диаметр лимба будет ориентирован по магнитному меридиану. Открепляя алидаду и наводя зрительную трубу на снимаемую точку, отсчетом по лимбу получают значение измеряемого магнитного азимута.

## 2.11. ИЗМЕРЕНИЕ УГЛОВ НАКЛОНА. МЕСТО НУЛЯ

Вертикальный круг предназначен для измерения углов наклона, используемых при вычислении горизонтальных проложений линий и превышений. Он состоит из круга с лимбом (рис. 2.15), вращающегося вместе со зрительной трубой, и алидады с уровнем.

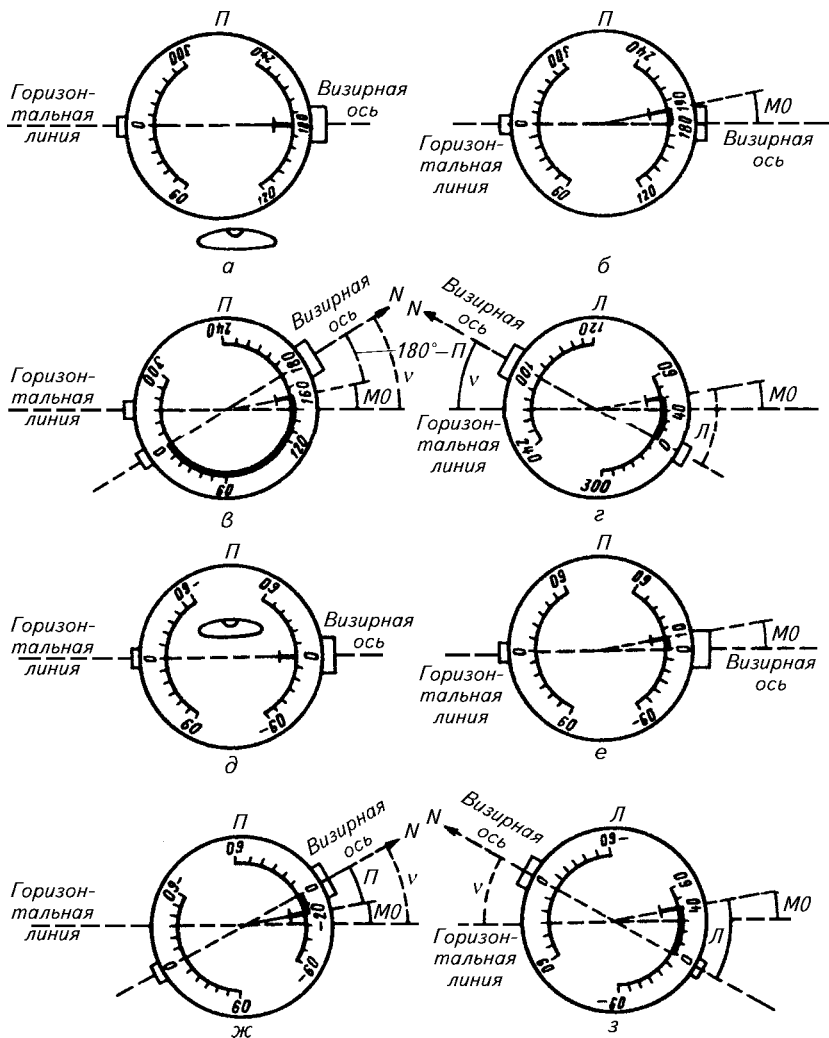


Рис. 2.15. Схемы отсчетных устройств при изменении углов наклона теодолитами ТЗ0 (а, б, в, г) и 2ТЗ0П (д, е, ж, з)

Уровень нужен для приведения алидады в такое положение, когда при горизонтальном положении визирной оси зрительной трубы отсчет по лимбу равен 0 ( $180^\circ$ ) или какому-то близкому к нулю значению, называемому местом нуля. *Местом нуля* (МО) называют отсчет по лимбу вертикального круга при горизонтальном положении визирной оси и горизонтальном положении оси уровня (при алидаде вертикального круга).

Следует особо заметить, что если при измерении горизонтального угла лимб горизонтального круга неподвижен и вращается алидада, то при измерении угла наклона алидада вертикального круга неподвижна и вращается лимб вместе со зрительной трубой (визирной осью).

Принцип измерения угла наклона тот же, что и горизонтально-го, т. е. значение угла равно разности двух отсчетов, полученных после визирования по двум сторонам угла. Но так как одной из сторон углов наклона всегда является горизонтальная линия, когда отсчет по лимбу равен месту нуля (МО), то измерение угла наклона сводится лишь к отсчету по лимбу при визировании на наблюдаемую точку, только перед отсчетом пузырек уровня при алидаде вертикального круга приводят на середину установочным винтом.

Если место нуля неизвестно, то угол наклона измеряют визированием на точку дважды при Л и П и по результатам двух отсчетов вычисляют угол наклона  $v$  и место нуля МО. Такое измерение угла наклона называют измерением *полным приемом*.

Вид формул, по которым вычисляют угол наклона и место нуля, зависит от надписей делений на лимбе вертикального круга.

У оптического теодолита Т30 деления на лимбе вертикального круга подписаны от 0 до  $360^\circ$  против хода часовой стрелки (см. рис. 2.15, *а...г*). Отсчитывание одностороннее — при Л около  $0^\circ$ , при П около  $180^\circ$  (см. рис. 2.3, *а, б*). Отсчетный штрих на рисунке 2.15, *б...г* показан выше горизонтальной линии, когда при Л получается малый отсчет МО. Нулевой штрих лимба для наглядности показан обращенным к окуляру.

У алидады вертикального круга нет уровня и его заменяет уровень при алидаде горизонтального круга, расположенный параллельно коллимационной плоскости зрительной трубы. Перед отсчетом по лимбу вертикального круга пузырек уровня приводят на середину при помощи подъемного винта, по направлению которого расположен уровень, и уточняют визирование наводящим винтом зрительной трубы.

Случай, когда  $МО = 0$ , показан на рисунке 2.15, *а*, а когда  $МО = 10^\circ$  (при положении вертикального круга вправо относительно зрительной трубы) — на рисунке 2.15, *б*.

Отсчет при визировании на точку  $N$  при  $P$  иллюстрирует рисунок 2.15, *в*, а при  $L$  — рисунок 2.15, *г*. Из рисунков видно, что

$$v = 180^\circ - P + MO \text{ или } v = MO - P - 180^\circ, \quad (2.15)$$

$$v = L - MO. \quad (2.16)$$

Решая эти уравнения относительно  $v$  и  $MO$ , получают

$$= - \quad + \quad ^\circ \quad (2.17)$$

$$v = - \quad ^\circ \quad (2.18)$$

При использовании формул (2.15)...(2.18) к малому отсчету (до  $60^\circ$ ) прибавляют  $360^\circ$ .

Пример 1:  $P = 160^\circ$ ,  $L = 40^\circ$  (см. рис. 2.15, *в*, *г*).

По формулам (2.17) и (2.18) вычисляют

$$= - \quad ^\circ \quad ^\circ + \quad ^\circ = \quad ^\circ \quad ^\circ$$

$$v = - \quad ^\circ \quad ^\circ \quad ^\circ = + \quad ^\circ$$

Для контроля по формуле (2.16) находят  $v = 400^\circ - 370^\circ = +30^\circ$ .

Пример 2:  $L = 357^\circ 36'$ ,  $P = 182^\circ 24'$  (см. рис. 2.3, *а*, *б*).

$$= - \quad ^\circ \quad ' \quad ^\circ + \quad ^\circ \quad ' = \quad ^\circ \quad '$$

$$v = - \quad ^\circ \quad ' \quad ^\circ + \quad ^\circ \quad ' = \quad ^\circ \quad '$$

Контроль:

$$v = 357^\circ 36' - 360^\circ 00' = -2^\circ 24'.$$

У оптических теодолитов 2Т30 и 2Т30П деления на лимбе вертикального круга подписаны от 0 в обе стороны — по ходу и против хода часовой стрелки (рис. 2.15, *д*...*з*). Деления, подписанные по ходу часовой стрелки, сопровождаются знаком «минус». Отсчитывание по лимбу одностороннее, при этом в зависимости от знака угла наклона и значения  $MO$  отсчеты могут быть положительными и отрицательными. Перед отсчетом по лимбу пузырек уровня при алидаде горизонтального круга приводят на середину подъемным винтом и уточняют визирование на точку предмета.

Случай, когда  $MO = 0$ , показан на рисунке 2.15, *д*, а когда  $MO = 10^\circ$  — на рисунке 2.15, *е*.

Отсчет при визировании на точку  $N$  при  $\Pi$  показан на рисунке 2.15,  $ж$ , а при  $L$  на рисунке 2.15,  $з$ . Из рисунков видно, что

$$v = MO + (-\Pi) = MO - \Pi; \quad (2.19)$$

$$v = L - MO. \quad (2.20)$$

Решая эти уравнения относительно  $v$  и  $MO$ , получаем

$$= - \quad (2.21)$$

$$v = - \quad (2.22)$$

Пример 1:  $\Pi = -20^\circ$ ,  $L = 40^\circ$  (см. рис. 2.15,  $ж$ ,  $з$ ).

$$= - \quad \circ \quad \circ \quad = \quad \circ$$

$$v = - \quad \circ \quad \circ \quad = + \quad \circ$$

Контроль: выполняют по формуле (2.20):  $40^\circ - 10^\circ = 30^\circ$ .

Пример 2:  $L = -2^\circ 24'$ ,  $\Pi = 2^\circ 23'$ .

$$= - \quad \circ \quad ' \quad \circ \quad ' \quad = \quad \circ \quad '$$

$$v = - \quad \circ \quad ' \quad \circ \quad ' \quad = \quad \circ \quad '$$

Контроль:

$$v = -2^\circ 24' - (-0^\circ 00,5') = -2^\circ 23,5'.$$

Таким образом, особенностью измерения углов наклона является необходимость знания места нуля ( $MO$ ), которое при измерении угла представляет собой второй отсчет по лимбу при горизонтальном положении визирной оси и оси уровня. Формулы (2.18) и (2.22) показывают, что угол наклона можно вычислить и без  $MO$ . Место нуля вычисляют, потому что оно является надежным средством *контроля* измерений углов наклона, так как при измерении нескольких углов наклона на точке стояния прибора место нуля должно быть постоянным или расхождение значений места нуля не должно превышать установленного предела ( $1,5'$  для технических оптических теодолитов).

Кроме того, место нуля необходимо знать, если углы наклона измеряют одним полуприемом, т. е. при  $L$  или  $\Pi$ , когда значение угла наклона вычисляют по формулам (2.16) и (2.20).

## 2.12. ПРИВЕДЕНИЕ МЕСТА НУЛЯ К НУЛЮ

При определении высот пунктов геодезической сети, проложении высотных ходов и вычислении высот съёмочных точек углы наклона измеряют полным приемом, т. е. при двух положениях вертикального круга. Этот делают для повышения точности измерений углов наклона, а также для контроля их постоянством места нуля. В этом случае значение места нуля может быть любым. Однако при съёмке рельефа, когда углы наклона для определения превышений измеряют при одном положении вертикального круга (главным образом при Л), для вычисления углов наклона по формулам (2.16) и (2.20) МО приводят к нулю и получают  $v = Л$ .

Место нуля к нулю можно привести двумя способами.

**С п о с о б 1** (по месту нуля). Измеряют два угла наклона наведением на две точки (для контроля) при обоих положениях вертикального круга и по отсчетам Л и П вычисляют два значения МО. Если они совпадают или расходятся, не превышая допустимого предела, то это свидетельствует о правильности визирования и отсчитывания по лимбу. После этого приводят пузырек уровня при вертикальном круге на середину и при положении, например Л, действуя наводящим устройством (винтом) зрительной трубы, устанавливают лимб на отсчет, равный МО. Так как МО — отсчет при горизонтальном положении визирной оси и оси уровня, то после указанных действий визирная ось займет горизонтальное положение.

Затем, действуя установочным винтом алидады (уровня), совмещают отсчетный штрих с нулевым штрихом лимба, после чего отсчет по лимбу будет равен нулю, визирная ось не изменит горизонтального положения, а пузырек уровня сойдет с середины. Останется привести в горизонтальное положение ось уровня, т. е. поставить пузырек уровня на середину, что и делают исправительными винтами уровня. В результате всех этих действий ось уровня и визирная ось будут горизонтальными, отсчет по лимбу равным нулю и, следовательно,  $МО = 0$ .

**С п о с о б 2** (по углу наклона). Наводят, как и в способе 1, на две точки ( $N$  и какую-либо другую точку) при обоих положениях вертикального круга и вычисляют два значения МО и угол наклона  $v$  на точку  $N$ , причем желательно, чтобы этот угол был положительным. Совпадение значений МО или допустимое расхождение между ними свидетельствует о правильности визирования и отсчетов. Теперь снова визируют на точку  $N$ , например при Л. Действуя установочным винтом алидады (уровня), устанавливают штрих на отсчет по лимбу, соответствующий значению угла наклона  $v$ , вследствие чего пузырек уровня сойдет с середины. Теперь исправительными винтами уровня приводят пузырек на середину.

Таким образом, оказалось, что при горизонтальном положении оси уровня  $L = v$ , поэтому согласно равенству (2.16) или (2.20)  $MO = 0$ .

У теодолитов Т30 и 2Т30 (2Т30П) место нуля приводят к нулю в следующем порядке. Вычислив значение угла наклона  $v$  на точку  $N$ , устанавливают его на отсчет по лимбу, действуя наводящим винтом зрительной трубы. Затем, приведя пузырек уровня при алидаде горизонтального круга с помощью подъемных винтов на середину, перемещают сетку нитей по вертикали при помощи вертикальных исправительных винтов до совмещения изображения точки  $N$  с горизонтальной нитью сетки.

После приведения  $MO$  к нулю следует убедиться в правильности выполненной работы визированием на точку при обоих положениях вертикального круга и вычислением места нуля. Если оно окажется близким к нулю, то удобнее его иметь больше  $0^\circ$ , чем меньше  $360^\circ$ .

### **2.13. НИТЯНЫЙ ДАЛЬНОМЕР. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАССТОЯНИЙ НИТЯНЫМ ДАЛЬНОМЕРОМ. ТОЧНОСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАССТОЯНИЙ**

Кроме непосредственных способов измерения расстояний при помощи ленты, рулетки, проволоки применяют дальномерные определения расстояний. Существует много различных дальномеров. Наиболее простой — нитяной. Геометрическая идея его состоит в том, что если перед глазом на расстоянии  $f$  (рис. 2.16, *а*) поместить какой-либо предмет с известной длиной  $p$  и через концы предмета наблюдать на другой предмет также с известной длиной  $l$ , то расстояние до наблюдаемого предмета на основании подобия треугольников можно определить по формуле

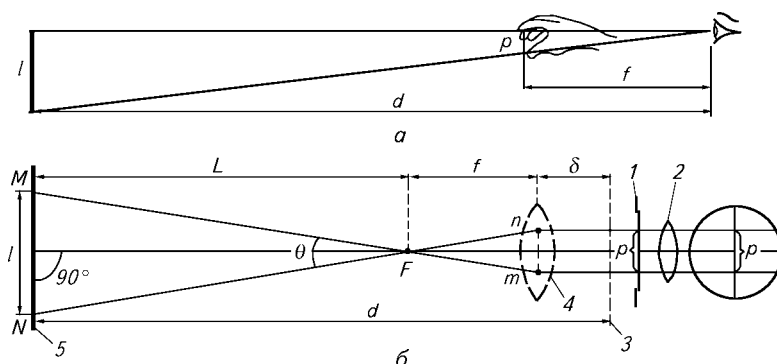
$$= -$$

Из формулы видно, что чем больше  $l$ , тем больше будет  $d$ , если постоянно отношение  $f/p$ .

В зрительных трубах значение  $p$  равно расстоянию между дальномерными штрихами (нитеями) сетки (рис. 2.16, *б*), а  $l$  — отрезку рейки, называемому *дальномерным отсчетом* по рейке, видимому в трубу между этими штрихами.

Формулу определения расстояния по нитяному дальномеру зрительной трубы можно получить следующим образом.

Пусть лучи идут от глаза через окуляр и проходят через дальномерные штрихи сетки параллельно оптической оси (см. рис. 2.16, *б*). Встретив на своем пути эквивалентную линзу, заменившую объектив и фокусирующую линзу в трубе с внутренней фокусировкой



**Рис. 2.16. Геометрическая (а) и оптическая (б) схемы определения расстояния при использовании нитяного дальномера:**

1 — сетка нитей; 2 — окуляр; 3 — вертикальная ось; 4 — эквивалентная линза; 5 — рейка

(см. разд. 2.7), они преломятся, пройдут через фокус эквивалентной линзы  $F$  и отсекут на рейке отрезок  $l$  — дальномерный отсчет. Угол  $\theta$  с вершиной в точке  $F$  измеряет основную часть  $L$  определяемого расстояния и называется *параллактическим углом*. Определяемое расстояние от вертикальной оси теодолита до рейки (рис. 2.16, б)

$$d = L + f + \delta, \quad (2.23)$$

где  $L$  — расстояние от рейки до вершины параллактического угла  $F$ ;  $f$  — фокусное расстояние эквивалентной линзы;  $f + \delta$  — расстояние от вершины параллактического угла до вертикальной оси теодолита.

Допустим, оптическая (или визирная) ось и ось рейки перпендикулярны. Тогда из подобия треугольников  $NMF$  и  $nmF$  следует

$$L/l = f/p,$$

откуда

$$L = fl/p. \quad (2.24)$$

Отношение

$$f/p = K, \quad (2.25)$$

где  $K$  — коэффициент дальномера<sup>1</sup>, который обычно близок к 100.

Обозначим в выражении (2.23)

$$f + \delta = c \quad (2.26)$$

<sup>1</sup>Коэффициентом дальномера нередко называют отношение  $d/l$ , для определения которого на местности измеряют  $d$  и отсчитывают по рейке  $l$ .

и получим с учетом формул (2.24) и (2.25)

$$d = Kl + c. \quad (2.27)$$

Полученная формула показывает, что для определения расстояний нитяным дальномером нужно предварительно вычислить величины  $K$  и  $c$ .

У зрительной трубы с внутренней фокусировкой  $K$  и  $c$  переменны, так как при фокусировании трубы изменяется расстояние  $e$  между объективом и фокусирующей линзой, а это вызывает изменение величин  $f$  и  $\delta$ <sup>1</sup> [см. рис. 2.8 и формулу (2.4)].

Исследования показывают, что величина  $c$  изменяется в пределах нескольких сантиметров, и это не имеет значения для определения расстояния по нитяному дальномеру, однако коэффициент  $K$  для разных расстояний колеблется в больших пределах. Поэтому пользоваться формулой (2.27) неудобно и на практике используют формулу

$$d = 100l + \Delta, \quad (2.28)$$

где  $\Delta$  — переменная величина, зависящая от расстояния между теодолитом и рейкой.

Она берет на себя непостоянство величин  $K$ ,  $c$  и отклонение  $K$  от 100. Изменение этой величины у оптических теодолитов небольшое и ее часто принимают равной нулю независимо от расстояний.

Чтобы убедиться в этом, теодолит устанавливают на ровной местности и от вертикальной оси отмеряют лентой расстояния  $d_{10} = 10$  м,  $d_{20} = 20$  м,  $d_{30} = 30$  м и т. д. через 10 м. На концах отмеренных отрезков ставят рейку и производят соответственно дальномерные отсчеты  $l_{10}$ ,  $l_{20}$ ,  $l_{30}$  и т. д. Затем на основании формулы (2.28) вычисляют  $\Delta_{10} = d_{10} - 100l_{10}$ ,  $\Delta_{20} = d_{20} - 100l_{20}$ ,  $\Delta_{30} = d_{30} - 100l_{30}$  и т. д., а для работы в поле составляют таблицу значений  $\Delta$  в зависимости от расстояний. Чтобы повысить точность определения  $\Delta$ , отсчеты повторяют, а при отсутствии закономерности ряда  $\Delta$  с изменением расстояния ряд выравнивают.

Для съемки в масштабе 1:500 и мельче, чтобы пользоваться формулой  $d = 100l$ , иногда изготавливают специальную дальномерную рейку с делениями, как показано на рисунке 2.17, а.

При помощи нитяного дальномера расстояния определяют быстро, но с малой точностью, однако достаточной для съемки ситуации. Точность определения расстояния нитяным дальномером значительно меньше, чем лентой. Ее характеризуют относительной погрешностью, в среднем 1/300, главным образом вследствие малой точности отсчитывания по рейке. Другая важная причина

---

<sup>1</sup>Трудность определения величин  $f$  и  $\delta$  усугубляется тем, что расстояния  $f$  и  $e$  измеряют не от физических поверхностей линз, а от их главных плоскостей.

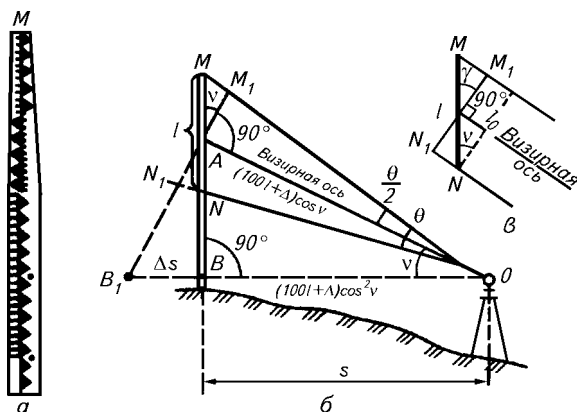


Рис. 2.17. Схема определения с помощью дальномерной рейки (а) горизонтального проложения линии нитяным дальномером (б, в)

малой точности определения расстояния по нитяному дальномеру с отвесной рейкой состоит в том, что лучи, отсекающие отрезок  $l$  на рейке, проходят через слои атмосферы неодинаковой плотности и в разное время дня неодинаково преломляются. Мешают отсчитыванию по рейке в жаркие дни колебания слоев атмосферы, прилегающих к земной поверхности (конвекционные токи). Поэтому для повышения точности дальномерного определения расстояний применяют горизонтальную рейку на штативе, рейки с верньерами, свето- и радиодальномеры.

## 2.14. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ПРОЛОЖЕНИЙ ЛИНИЙ ПО НИТЯНОМУ ДАЛЬНОМЕРУ (ПРИ НАКЛОННОМ ПОЛОЖЕНИИ ВИЗИРНОЙ ОСИ)

Для составления плана местности необходимо знать не расстояние между точками местности, а его горизонтальное проложение. По формулам (2.27) и (2.28) получим горизонтальное проложение только в том случае, если визирная ось занимает горизонтальное положение, а рейка — вертикальное (отвесное) (см. рис. 2.16, б). Если же визирная ось  $OA$  наклонена (рис. 2.17, б), а рейка вертикальна, то по формулам (2.27) и (2.28) получим расстояние, которое будет всегда больше горизонтального проложения  $s$  и наклонного расстояния  $OA$ .

Если бы расстояние  $OA$  было известно, то согласно рисунку 2.17, б

$$OB = s = OA \cos v, \quad (2.29)$$

где  $v$  — угол наклона визирной оси, который можно измерить вертикальным кругом теодолита.

Чтобы получить расстояние  $OA$  по формуле (2.28), надо представить рейку повернутой около точки  $A$  и расположенной перпендикулярно к визирной оси. По этой воображаемой рейке дальномерный отсчет будет  $M_1N_1 = l_0$ .

Тогда согласно выражению (2.28)

$$OA = 100l_0 + \Delta. \quad (2.30)$$

В действительности, при работе с вертикальной рейкой получаем дальномерный отсчет  $l$ , а не  $l_0$ , поэтому установим зависимость между действительным отсчетом  $l$  и воображаемым отсчетом  $l_0$ . Для этого рассмотрим треугольники  $AMM_1$  и  $ANN_1$ . Углы в вершине  $A$  этих треугольников равны углу наклона  $v$  визирной оси  $OA$  (как углы, составленные перпендикулярными сторонами). Углы при точках  $M_1$  и  $N_1$  в этих треугольниках отличаются от  $90^\circ$  на половину параллактического угла  $\theta^1$ .

Учитывая, что точность определения расстояния нитяным дальномером невысокая, можно считать треугольники  $AMM_1$  и  $ANN_1$  прямоугольными<sup>2</sup> катетами  $MM_1$  и  $N_1N$ , параллельными визирной оси (рис. 2.17, в), вследствие чего

$$l_0 = l \cos v. \quad (2.31)$$

Подставив формулу (2.31) в выражение (2.30), будем иметь

$$OA = 100l \cos v + \Delta.$$

Но значение  $\Delta$  в этой формуле очень мало по сравнению с расстоянием  $100l$ , поэтому произведение  $\Delta \cos v$  не приведет к заметному изменению расстояния  $OA$ , но упростит эту формулу.

$$OA = (100l + \Delta) \cos v. \quad (2.32)$$

Подставив формулу (2.32) в выражение (2.29), получим

$$s = (100l + \Delta) \cos^2 v. \quad (2.33)$$

Из этой формулы и рисунка 2.17, б видно, что для получения горизонтального проложения линии надо результат измерения расстояния по дальномеру  $100l + \Delta$ , равный  $OB_1$ , дважды умножить на  $\cos v$ : один раз из-за неперпендикулярности оси рейки и визирной оси на угол  $v$ , чтобы получить расстояние  $OA$ ; второй

<sup>1</sup>Значение параллактического угла  $\theta$  зависит от коэффициента дальномера, т. е.  $\theta_{\text{рад}} \approx p/f \approx l/d \approx 1/K$ . При  $K = 100$   $\theta/3438' \approx 1/100$  или  $\theta \approx 34,4'$ . Поэтому угол при точке  $M_1$  будет равен  $90^\circ 17,2'$ , а при точке  $N_1$  —  $89^\circ 42,8'$ .

<sup>2</sup>Такое допущение даже при  $v = 45^\circ$  приводит к увеличению относительной погрешности расстояния на  $1/40\,000$ , что для определения расстояния по нитяному дальномеру никакого значения не имеет.

раз из-за наклона визирной оси на угол  $\nu$ , чтобы получить горизонтальное проложение  $s$ , равное  $OB$ .

Обычно вместо вычисления горизонтального проложения по формуле (2.33) вводят поправку за наклон визирной оси на угол  $\nu$  и за неперпендикулярность визирной оси к оси рейки на расстояние  $100l + \Delta$ , измеренное по дальномеру. Эта поправка  $\Delta s$  (см. рис. 2.17, б), очевидно, будет представлять разность между расстоянием  $100l + \Delta = OB_1$  и горизонтальным проложением  $OB = s$ , т. е.  $\Delta s = 100l + \Delta - s = 100l + \Delta - (100l + \Delta) \cos \nu$ , или

$$\Delta s = (100l + \nu) \sin^2 \nu. \quad (2.34)$$

Вычислив поправку  $\Delta s$ , ее вычитают из расстояния  $100l + \Delta$ , определенного по дальномеру, и получают горизонтальное проложение

$$s = 100l + \Delta - \Delta s. \quad (2.35)$$

В соответствии с формулами (2.33) и (2.34) составляют специальные таблицы. Чаще всего таблицы поправок  $\Delta s$  или горизонтальных проложений  $s$  помещают совместно с таблицами превышений.

Расстояние  $100l + \Delta$  принимают за горизонтальное проложение или не вводят в него поправку  $\Delta s$ , если угол наклона визирной оси меньше  $2,5^\circ$ , потому что при  $\nu = 2,5^\circ$  поправка  $\Delta s$  составит относительную погрешность определения расстояния, равную  $\sin^2 2,5^\circ = 0,0019 = 1/530$ , что почти в два раза меньше относительной погрешности определения расстояния по нитяному дальномеру.

## 2.15. ИЗМЕРЕНИЕ ЛИНИЙ В ТЕОДОЛИТНЫХ ХОДАХ (ПОЛИГОНАХ)

Измерение линий при проложении теодолитных ходов (полигонов) выполняют преимущественно при помощи стальных лент и рулеток, предназначенных для определения расстояний от нескольких метров до нескольких километров, с относительной погрешностью порядка  $1/2000$ . Числовые значения, получаемые в процессе измерений, записывают в специальные полевые журналы (см. табл. 2.1). Рассмотрим некоторые приборы и процесс измерения ими линий.

**Стальная мерная лента.** Стальная лента ЛЗ — наиболее простой и распространенный прибор для измерения расстояний на ровной местности, заменивший с конца XIX в. десятисаженные (70-футовые) мерные цепи. До сих пор применяют ленты 20-, 24-метровой длины.

Для удобства хранения и перевозки ленту наматывают на железное кольцо (рис. 2.18, а). Наиболее распространены ленты *штриховые* (рис. 2.18, б), реже применяют ленты *концевые* (рис. 2.18, в) и *шкаловые* (рис. 2.18, г).

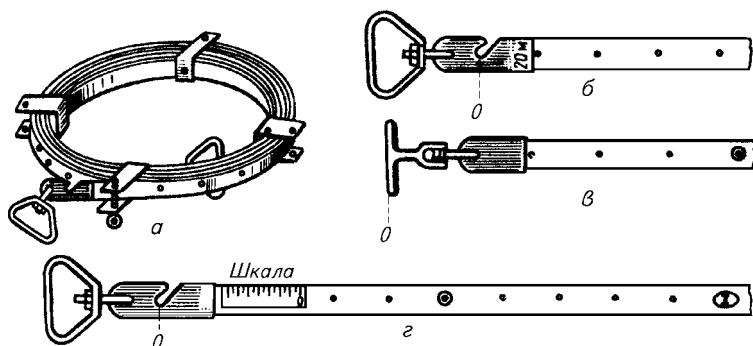


Рис. 2.18. Стальные мерные ленты

У штриховой ленты нулевой (начальный или конечный) штрих нарезан около крючка, в который при измерении линии вставляют шпильку, устанавливаемую в землю. Таким образом нулевой штрих приходится против оси шпильки. У концевой ленты начало счета (нуль) совпадает с концом ручки, и ее применяют в случае начала измерений от стены здания, к которой прикладывают ручку ленты. Шкаловая лента от штриховой и концевой отличается наличием дециметровых шкал у обоих концов ленты. Шкалы имеют миллиметровые деления. При помощи шкаловой ленты линии измеряют с повышенной точностью. Каждый метр на лентах отмечен пластинками с обеих сторон ленты. На пластинках выбиты цифры, выражающие число метров от нулевого штриха. У 20-метровой ленты последняя пластинка имеет надпись 19, а 20-й метр у штриховой ленты отмечен конечным штрихом против крючка, находящегося на другом конце ленты. Очень часто надписи на обеих сторонах ленты дополняют одна другую до 20, например если на одной стороне ленты написано 12, то на другой — 8. Это создает неудобство при счете по ленте и часто вызывает грубые ошибки, поэтому лучше, когда надписи на обеих сторонах ленты одинаковые. Каждые полметра ленты отмечены кнопкой, а дециметр — небольшим сквозным круглым отверстием (рис. 2.18, б...г).

Перед измерением линий проводят подготовительные работы: компарирование ленты, закрепление точек на местности, вешение линий.

**Компарирование (эталонирование) ленты.** Всякий рабочий мерный прибор перед применением для измерения на местности проверяют, сравнивая его длину с эталоном, длина которого измерена с высокой точностью. Такое сравнение называют *компарированием*. Мерные приборы (провода, ленты) компарируют на специальных приборах — компараторах, устанавливаемых в лабораториях.

Ленты компарируют и на полевых компараторах длиной 120 м. На концах полевого компаратора вкапывают столбы вровень с землей или забивают металлические штыри со штрихами, отмечающими начало и конец компаратора. Точную длину полевого компаратора устанавливают многократным измерением прокомпарированной лентой или рулеткой. Рабочую мерную ленту и рулетку иногда непосредственно сравнивают с прокомпарированной лентой, т. е. устанавливают разность между действительной длиной рабочей ленты  $l$  и ее номинальной длиной  $l_0$ . Эту разность называют поправкой за компарирование мерного прибора. Номинальной называют длину мерного прибора, заданную при изготовлении его на заводе. Например, номинальная длина 20-метровой ленты равна 20 м, поэтому  $l_0 = 20$  м. Тогда поправка за компарирование

$$\Delta l = l - l_0. \quad (2.36)$$

Пусть действительная длина рабочей ленты  $l = 20,016$  м (тысячные доли метра определяют при помощи миллиметровых линеек). Тогда  $\Delta l = 20,016 - 20,000 = +0,016$  м.

При пользовании полевым компаратором рабочей лентой измеряют длину компаратора и разность между действительной длиной компаратора  $L$  и результатом его измерения рабочей лентой.  $L_0$  делят на число  $n$ , указывающее, сколько раз рабочая лента уложилась в длине компаратора. Полученный результат соответствует значению поправки  $\Delta l$  за компарирование мерного прибора. Например,

$$\Delta = - \quad = - \quad = +$$

Эту поправку учитывают при измерении линии согласно формуле (2.37).

**З а к р е п л е н и е ( о б о з н а ч е н и е )** точек на местности. Линии измеряют между точками, закрепленными (обозначенными) на местности кольями, столбами и другими знаками, описанными в разделе 1.18.

**В е ш е н и е л и н и и.** Так как линии измеряют лентами и рулетками путем откладывания их по земле, то следят за тем, чтобы между точками расстояние по земной поверхности было кратчайшим. Для этого мерный прибор не должен отклоняться в сторону от направления линии и откладывать его надо в створе измеряемой линии, т. е. в вертикальной плоскости, проходящей через ее концы. Установку вех в створе линии называют *вешением*. Практика показывает, что вешение необходимо только для линий длиннее 200 м и не столько для откладывания мерного прибора в створе измеряемой линии, сколько для отбивки границ на местности и повышения точности съемки ситуации способом перпендикуля-

ров. Вехи при вешении устанавливают примерно через 100...200 м в зависимости от рельефа местности.

Вехи длиной до 2 м должны быть прямыми и очищенными от коры. Удобны вехи, окрашенные через 20 см в белый и черный (красный) цвета.

Для вешения линии на ее концах *A* и *B* устанавливают вехи (рис. 2.19, *a*). Вешение обычно ведут способом на себя. Для этого техник встает перед вехой *A* и смотрит на веху *B*, а рабочий по указанию техника ставит веху *1* так, чтобы она закрывала собой веху *B*. После этого рабочий идет по направлению к точке *A*, по указанию техника ставит веху *2* так, чтобы она закрывала вехи *1* и *B*. В таком же порядке устанавливают вехи *3*, *4* и т. д. Если не применять метод вешения на себя, а начинать вешение с вехи *4*, то она закроет направление, в котором должны быть установлены вехи *3*, *2* и *1*, и вешение осложнится. Нетрудно догадаться, что после установки вехи *1* рабочий поставит веху *2* уже без помощи техника с расчетом, что веха *1* закроет веху *B*. Далее рабочий так же устанавливает вехи *3*, *4*.

Вешение через ложину (рис. 2.19, *б*) в порядке, указанном ранее, не всегда возможно. В этом случае рабочий по указанию техника, стоящего перед вехой *A*, устанавливает веху *1*, затем без помощи техника — веху *2* по вехам *1* и *B*, потом веху *3*. После этого по указанию техника по вехе *2* рабочий устанавливает веху *4* и, наконец, без помощи техника по вехам *3* и *4* — веху *5*. Вешение в этом случае необходимо не столько для измерения линии *AB*, сколько для установления положения точек на линии при перенесении проекта в натуре, определения в натуре границы землепользования, при строительных мероприятиях по укреплению склонов оврагов и пр.

Для вешения линии через возвышения (рис. 2.19, *в*), когда между вехами *A* и *B* нет взаимной видимости, техник и рабочий с вехами встают на возвышении (примерно на линии *AB*) на возможно большем расстоянии друг от друга, но так, чтобы технику с вехой *T* была видна веха *B*, а рабочему с вехой *P* была видна веха *A*. Вешение проводят в следующем порядке. Рабочий по указанию техника устанавли-

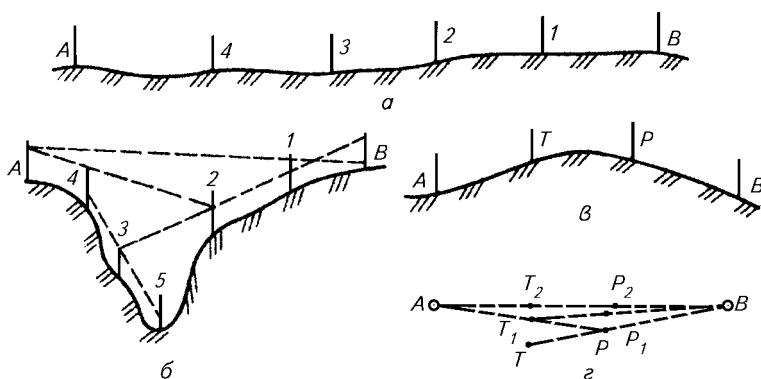


Рис. 2.19. Схемы вешения линии:

*a* — способом на себя; *б* — через ложину; *в*, *г* — через возвышение

ливают вежу  $P$  в створе точек  $T$  и  $B$  (рис. 2.19,  $з$ ), затем техник по указанию рабочего переносит свою вежу в точку  $T_1$ , в створ точек  $P$  и  $A$ , после чего рабочий по указанию техника переносит вежу в точку  $P_1$ , в створ точек  $T_1$  и  $B$  и т. д., пока вежа рабочего будет стоять в створе вежи техника и точки  $B$ , а вежа техника — в створе вежи рабочего и точки  $A$ ; в это время все вежи окажутся в створе линии  $AB$ .

При вешении линий в лесу для прорубки просек применяют невысокие вежи (на уровне глаз) с острыми концами вверх. Устанавливают такие вежи при вешении на себя через 30...50 м в зависимости от рельефа местности. При сложном рельефе и на больших расстояниях вешение осуществляют при помощи теодолита.

**Измерение линий лентой.** После вешения линии и удаления на ее пути камней, кустарника, кочек и пр. ее измеряют лентой или другим мерным прибором, последовательно откладывая мерный прибор в створе измеряемой линии<sup>1</sup>. Измерение выполняют двое рабочих. При первом откладывании ленты передний рабочий берет в левую руку ручку ленты и все 10 шпилек<sup>2</sup> (рис. 2.20,  $a$ ) и по указанию заднего рабочего встает в створе измеряемой линии. Когда задний рабочий совместит нулевой штрих с началом линии (центром столба, кола и др.), передний рабочий, встряхнув и натянув ленту в створе линии, вынимает правой рукой из левой руки шпильку и через крючок ленты вставляет ее вертикально в землю.

После этого ленту перемещают вперед по линии, задний рабочий зацепляет ее за шпильку и направляет переднего рабочего по створу линии. Передний рабочий может сам встать в створе задней шпильки и вежи, поставленной в начале линии, а задний рабочий лишь уточнить положение передней шпильки. Передний рабочий, уложив ленту в створе линии, через крючок ленты вставляет вторую шпильку в землю, после чего задний рабочий выни-

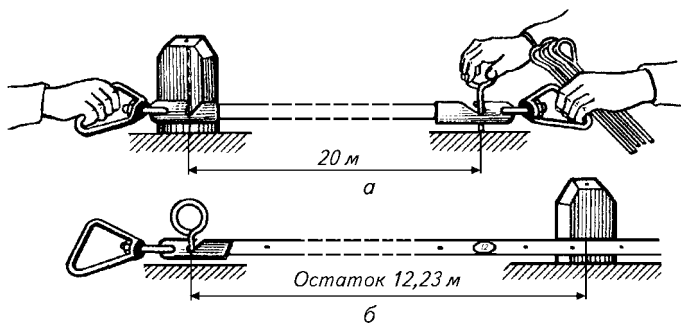


Рис. 2.20. Схема измерения линии стальной штриховой мерной лентой:

$a$  — начало работы;  $б$  — отсчет остатка

<sup>1</sup>Такой способ измерения линий применяли в глубокой древности и он сохранился до наших дней.

<sup>2</sup>Здесь описывается процесс измерения линии с десятью шпильками. Некоторые специалисты рекомендуют использовать шесть или одиннадцать шпилек.

мает первую шпильку, а ленту опять перемещают вперед. Так после каждого откладывания ленты число шпилек у переднего рабочего уменьшается, а у заднего увеличивается. Когда у переднего рабочего не остается ни одной шпильки (при измерении линии длиннее 220 м), то уложив ленту в створе и натянув ее, передний рабочий прижимает конец ленты к земле, получает от подошедшего заднего рабочего все 10 шпилек, вставляет одну шпильку через крючок в землю, перемещает ленту, и измерение продолжают в прежнем порядке. Дойдя до конца линии, передний рабочий должен протянуть ленту вперед за пределы линии, пока задний рабочий зацепит крючком ленты за шпильку.

После этого подсчитывают число шпилек у заднего рабочего, включая шпильку, стоящую в земле, и для контроля подсчитывают число шпилек, оставшихся у переднего рабочего. Общее число их должно быть равно 10. У конца линии (рис. 2.20, б) по натянутой ленте отсчитывают остаток, т. е. определяют расстояние от последней шпильки заднего рабочего до конца линии. Этот остаток на рисунке 2.20, б равен 12,23 м. Очень часто неправильно отсчитывают целые метры остатка из-за разного направления надписей делений на обеих сторонах ленты, поэтому остаток надо отсчитывать особенно внимательно.

Длина измеряемой линии

$$D = nl_0 + r + n\Delta l, \quad (2.37)$$

где  $n$  — число шпилек у заднего рабочего;  $l_0$  — номинальная длина ленты;  $r$  — остаток;  $\Delta l$  — поправка за компарирование ленты, определяемая по формуле (2.36);  $n\Delta l$  — поправка в длину линии за компарирование ленты.

При подсчете  $n$  учитывают число передач шпилек задним рабочим переднему и во избежание грубой ошибки каждую передачу отмечают в журнале. Например, было две передачи, а шпилек у заднего рабочего в конце линии оказалось семь, следовательно,  $n = 27$ . При  $l_0 = 20$  м,  $r = 12,23$  м,  $\Delta l = +0,016$  м

$$D = 27 \cdot 20 + 12,23 + 27 \cdot 0,016 = 552,66 \text{ м.}$$

Для контроля линию измеряют дважды в прямом и обратном направлениях. Если расхождение между двумя значениями допустимо, то из двух полученных значений выводят среднее арифметическое, которое и принимают за результат измерения.

Относительное расхождение между двумя измерениями одной и той же лентой допускают не более  $1/2000$ , а при неблагоприятных условиях (высокая трава, измерение через ручьи, канавы) — не более  $1/1000$ .

Для выявления грубых ошибок при повторных измерениях линий очень удобно применять 24-метровые ленты. Они разделены, как и 20-метровые, на 20 частей, отмеченных такими же пластинками. Каждая часть разделена еще на 10 частей,

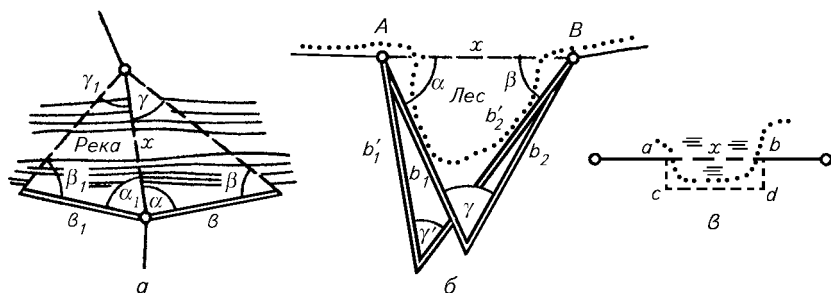
отмеченных кнопками и отверстиями. Остаток отсчитывают так же, как и по 20-метровой ленте. Результат измерения 24-метровой лентой переводят в метры, прибавляя к нему 0,2 от полученного результата. Например, если результат измерения равен 258,17 м, то к нему надо прибавить 51,63 м; получится 309,80 м, что и будет длиной измеренной линии в метрах.

**Измерение линий рулеткой.** Рулетка предназначена для измерения коротких расстояний, но иногда ее используют и вместо ленты. Рулетки бывают *тесняные* и *металлические* длиной 10, 20, 50 и 100 м, разматываются из пластмассового или металлического футляра. Деления на рулетке сантиметровые или миллиметровые. Перед использованием для измерений рулетку компарируют таким же способом, как и ленту. Рулетку 20-метровую применяют для измерения расстояний вместо ленты. Она дает погрешность измерения примерно в полтора раза больше, чем лента. Однако 50- и 100-метровые рулетки дают более высокую точность измерений, чем 20-метровая лента.

**Определение расстояния, недоступного для измерения лентой.** Встречаются случаи, когда для измерения линии, горизонтальное положение которой надо определить, невозможно применить ленту из-за препятствий (река, болото, овраг и пр.), пересекаемых линией, а дальномер, заменяющий ленту по точности, отсутствует. Случай, наиболее часто встречающийся в практике, показан на рисунке 2.21, а. Здесь определяемое расстояние  $x$  вычисляют по базису (горизонтальному проложению)  $b$ , измеренному лентой, и двум горизонтальным углам  $\alpha$  и  $\beta$ , измеренным теодолитом. Для контроля измерений углов полезно измерить и третий угол треугольника  $\gamma$ . Тогда согласно теореме синусов (отношение сторон треугольника равно отношению синусов противолежащих углов)

$$= \frac{\beta}{\gamma}$$

Для полного контроля измерений и вычислений на местности



**Рис. 2.21. Схемы определения расстояний, недоступных для измерения лентой:**

*а* — по двум углам и одной стороне; *б* — по двум сторонам и углу, заключенному между ними; *в* — по расстоянию, вынесенному за пределы препятствия

измеряют базис  $b_1$  и углы  $\alpha_1$  и  $\beta_1$ , тогда

$$= \frac{\beta}{\alpha + \beta} = \frac{\beta}{\alpha + \beta}$$

Треугольники для определения расстояния  $x$  выбирают такими, чтобы углы против базиса и определяемой стороны были не менее  $30^\circ$  и не более  $120^\circ$ . Относительное расхождение в двух вычисленных значениях расстояния  $x$  (из решения двух треугольников) допускают не более  $1/1000$ , т. е.

$$(x_1 - x_2)/x \leq 1/1000.$$

Если расхождение допустимо, то из двух значений  $x_1$  и  $x_2$  выводят среднее арифметическое.

Могут быть случаи, когда граница землепользования проходит через лес и между точками  $A$  и  $B$  нет взаимной видимости (рис. 2.21, б). Тогда кроме расстояния  $AB = x$  надо знать углы при точках  $A$  и  $B$ , чтобы, построив их с помощью теодолита, можно было прорубить просеку. На местности измеряют два базиса  $b_1$  и  $b_2$  (горизонтальные проложения) и угол между ними  $\gamma$ .

Задача по определению расстояния  $x$  и углов  $\alpha$  и  $\beta$  может быть решена двумя способами.

1-й способ: согласно теореме косинусов

$$= + \gamma$$

а теореме синусов

$$\alpha = \frac{\gamma}{\beta} \quad \beta = \frac{\gamma}{\alpha}$$

2-й способ:

$$\alpha + \beta = \gamma \quad \alpha - \beta = \frac{\gamma}{\alpha + \beta}$$

$$\alpha = (\alpha + \beta)/2 + (\alpha - \beta)/2; \quad \beta = (\alpha + \beta)/2 - (\alpha - \beta)/2;$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ \text{ (контроль);}$$

$$= \frac{\gamma}{\beta} \quad \gamma = \frac{\gamma}{\alpha}$$

Для контроля измерений и вычислений на местности измеряют еще два базиса  $b_1$  и  $b_2$  и угол между ними  $\gamma$ , используя указанные выше формулы.

Если часть линии проходит по болоту, изгибу реки и пр., то, чтобы обойти препятствие, в точках  $a$  и  $b$  (рис. 2.21, в) при помощи теодолита строят перпендикуляры, отмеряют на них отрезки равной длины  $ac$  и  $bd$  так, чтобы можно было миновать препятствие, тогда результат измерения отрезка  $cd$  будет соответствовать искомому расстоянию  $x = ab$ .

## 2.16. ПРОЛОЖЕНИЕ ТЕОДОЛИТНЫХ ХОДОВ И ПОЛИГОНОВ

Теодолитная съемка состоит в проложении теодолитных ходов (полигонов) и съемке ситуации. При съемке сельскохозяйственных земель теодолитные ходы чаще всего прокладывают по границам землепользований, а диагональные ходы — внутри землепользований.

При съемке границ крупных землепользований, строительстве дорог, изучении рек часто приходится прокладывать теодолитные ходы большой длины (в несколько десятков километров). Чем длиннее ход, тем больше накапливается погрешностей в измерениях и вычислениях. Для уменьшения длины ходов, а также для нанесения точек ходов на план или карту теодолитные ходы и полигоны привязывают к пунктам геодезической сети. Теодолитный ход, который привязан с одного конца, называют *висячим*.

Чаще привязывают оба конца теодолитного хода. Начальная  $N$  и конечная  $K$  точки привязанного хода — пункты геодезической сети с известными координатами (рис. 2.22). С них должны быть известны направления на другие пункты геодезической сети, например на пункты  $A$  и  $B$ , характеризующиеся дирекционными углами  $\alpha_N$  (начальный дирекционный угол линии  $AN$  по направлению хода) и  $\alpha_K$  (конечный дирекционный угол линии  $KB$  также по направлению хода).

Привязка хода заключается в измерении примычных углов  $\beta_N$  и  $\beta_K$  при точках  $N$  и  $K$  правых по ходу. Могут быть измерены и левые по ходу углы, т. е. дополнения до  $360^\circ$  к правым углам, если по ходу измеряют все левые углы.

Для повышения точности и во избежание грубых ошибок при привязке хода измеряют не по одному примычному углу на начальной и конечной точках, а по два, т. е. дополнительно измеряют примычные углы, наблюдая на другие пункты геодезической сети. В привязанном ходе число измеряемых сторон всегда на одну меньше, чем число измеряемых углов, включая два примычных. Число точек хода, положение которых надо определить (вычислить координаты), всегда на две меньше, чем число измеряемых

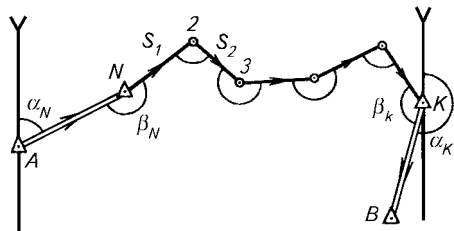


Рис. 2.22. Схема теодолитного хода между двумя пунктами геодезической сети

углов. Следовательно, если число измеряемых углов в ходе  $n$ , то число измеряемых сторон  $n - 1$ , а число определяемых пунктов хода  $n - 2$ .

## 2.17. СПОСОБЫ СЪЕМКИ КОНТУРОВ СИТУАЦИИ

После проложения теодолитных по границе землепользования (участка) и диагональных ходов снимают контуры ситуации внутри участка. Очень часто съемку контуров ситуации выполняют одновременно с проложением теодолитных ходов.

При наличии внутри землепользования крупных массивов пашни, леса теодолитные диагональные ходы прокладывают по границам (контурам) этих угодий, например ход между точками 1 и 4 (рис. 2.23). Такие теодолитные ходы называют *съёмочными*. Углы в них измеряют одним полуприемом «от нуля». Для контроля записывают азимуты (румбы) сторон хода, измеренные при помощи буссоли. Поворотные точки закрепляют колышками. Такой способ съемки контуров называют *способом обхода*. Проложение теодолитного хода по границе землепользования можно также назвать съемкой границы способом обхода.

Проложение точек контуров ситуации определяют с меньшей точностью, чем точек теодолитных ходов, являющихся геодезической сетью съемки. Поэтому для съемки точек и контуров ситу-

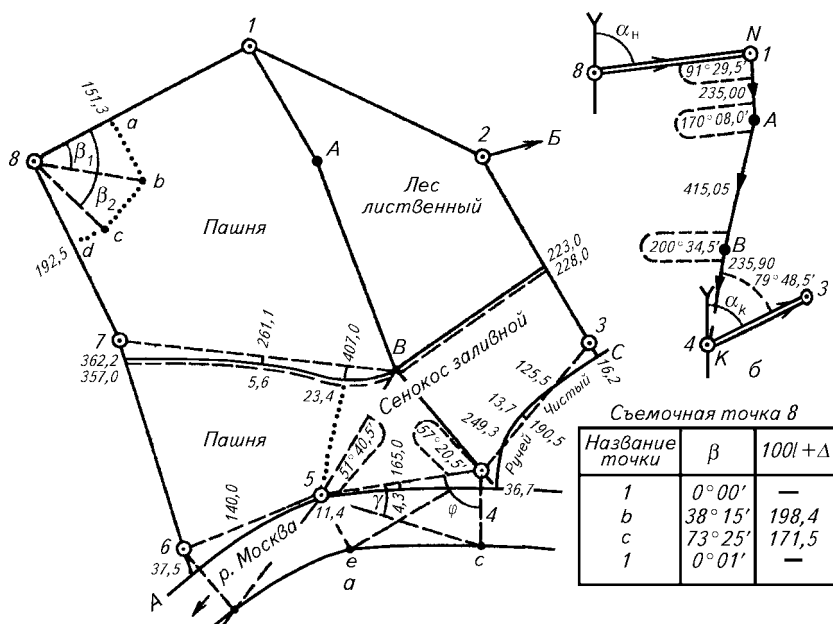


Рис. 2.23. Абрис теодолитной съемки

ации применяют способы, обеспечивающие быстроту работы. Например, при съемке ситуации по способу обхода вместо теодолитных ходов допускают проложение буссольных ходов, в которых углы между сторонами не измеряют, а измеряют только магнитные азимуты (румбы) сторон. В коротких буссольных ходах допускают определение длин сторон нитяным дальномером.

Наряду со способом обхода при съемке ситуации применяют также следующие способы.

*Способ прямоугольных координат (способ перпендикуляров)* применяют при съемке ручьев, извилистых контуров угодий, зданий, сооружений и отдельных точек ситуации, расположенных вдоль или недалеко от линий теодолитных и буссольных ходов. При измерении линий ходов лентой в абрисе записывают расстояния (абсциссы) от начала линии (магистралей) хода до основания перпендикуляров, опускаемых экером от снимаемых характерных точек на линию, и длины перпендикуляров (ординат), измеряемых рулеткой. Например, съемка ручья и берега реки на рисунке 2.23.

*Экером* называют прибор, с помощью которого строят углы постоянного значения, например  $90^\circ$  или  $45^\circ$ . Экеры бывают простые и оптические. К простым относят крестообразный экер (рис. 2.24, а), состоящий из двух взаимно перпендикулярных планок длиной 20...30 см, на концах которых помещают диоптры, глазные и предметные, или иглы. Вертикальные плоскости, проходящие через противоположные диоптры или концы игл, должны быть взаимно перпендикулярны.

Если к линии  $BA$  (см. рис. 2.24, а) надо восставить перпендикуляр из створной точки  $E$ , то, установив экер в этой точке так, чтобы плоскость пары противоположных диоптров проходила через вехи  $B$  и  $A$ , выставляют веху  $C$  в плоскости по другой паре противоположных диоптров. Крестообразные экеры изготовляет на месте работы исполнитель.

Среди оптических наиболее распространены двухзеркальные экеры карманного типа (рис. 2.24, б, в). Они состоят из двух пластинок, образующих двугранный угол. На внутренних поверхностях пластинок прикреплены два плоских зеркала.

Чтобы построить перпендикуляр к линии  $BA$  (см. рис. 2.24, а), встают с экером в створной точке  $E$  и направляют его в сторону точки  $A$  (см. рис. 2.24, в). Угол  $\gamma$  между плоскостями зеркал экера является горизонтальным, а вехи  $B$  и  $A$  изображены кружками, так как на рисунке 2.24, г дан вид сверху.

Луч от вехи  $A$  попадает на зеркало, отражается от него в точке  $a$  (см. рис. 2.24, в, г) по известному закону (угол падения равен углу отражения) и идет ко второму зеркалу, в котором наблюдатель видит изображение  $a_1$  вехи  $A$ . По продолжению этого изображения наблюдатель дает указание рабочему поставить веху  $C$ . Направление  $EC$  (см. рис. 2.24, г) должно быть перпендикулярным к линии  $BA$ , т. е. угол  $\beta$  должен быть прямым.

Значение угла  $\beta$  зависит от угла  $\gamma$  между плоскостями зеркал. Угол  $\beta$  как внешний угол треугольника  $Eaa_1$  равен

$$\beta = 2\varphi + 2\delta = 2(\varphi + \delta).$$

Но

$$\gamma = 180^\circ - (90^\circ - \varphi) - (90^\circ - \delta) = \varphi + \delta,$$

поэтому

$$\beta = 2\gamma.$$

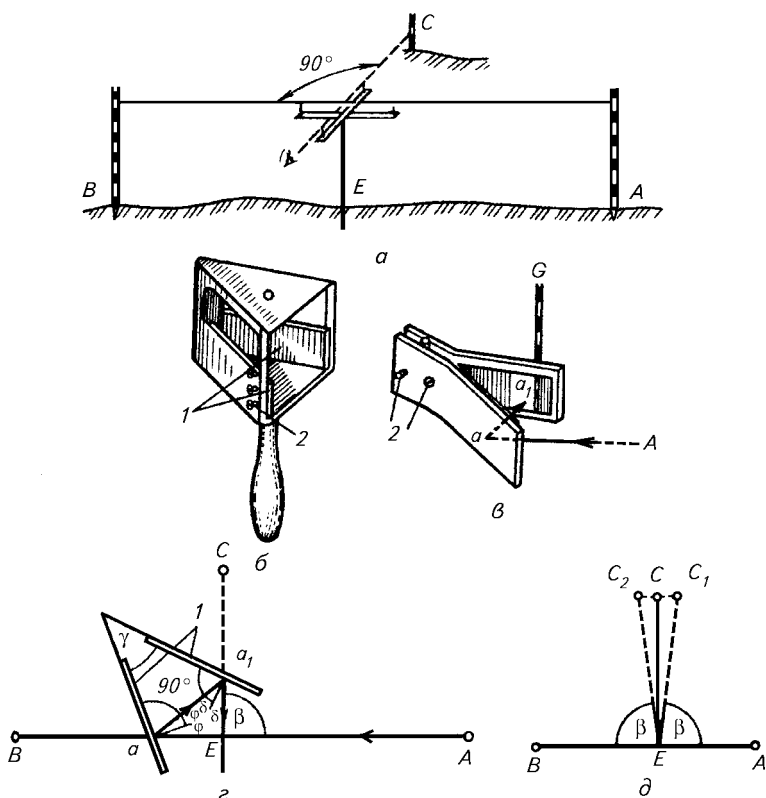


Рис. 2.24. Крестообразный (а) и двухзеркальные (б, в) эккеры, схема построения угла двухзеркальным эккером (г), поверка эккера (д):

1 — зеркало; 2 — исправительный винт

Таким образом, угол  $\beta$  будет прямым в том случае, если угол  $\gamma = 45^\circ$ . В этом состоит основное условие эккера — угол между плоскостями зеркал должен быть равен  $45^\circ$ .

Перед работой эккер проверяют. Для этого строят сначала угол  $\beta$  от линии  $EA$  (рис. 2.24, д), ставя веху  $C_1$ , а затем поворачивают эккер в сторону вехи  $B$ , строят угол  $\beta$  от линии  $BE$ , ставя веху  $C_2$ . Если два направления  $EC_1$  и  $EC_2$  из точки  $E$  совпадают, то угол  $\beta$  прямой, в противном случае ставят веху  $C$  посередине между вехами  $C_1$  и  $C_2$  и изменяют угол  $\gamma$ . Случай, изображенный на рисунке 2.24, д, свидетельствует о том, что угол  $\gamma$  меньше  $45^\circ$  (потому что угол  $\beta < 90^\circ$ ) и его следует увеличить, раздвинув плоскости зеркал. Для этого эккеры имеют исправительные винты, вращением которых изменяют угол  $\gamma$ .

*Способ полярных координат (полярный способ)* заключается в том, что с точки теодолитного или буссольного хода, принимаемой за полюс (на рис. 2.23, а точка  $\delta$ ), положение каждой из характерных точек контуров ситуации  $a, b, c, d$  определяют парой

полярных координат: направлением на точку и расстоянием до точки. Направления могут характеризоваться азимутами, отсчитываемыми по лимбу.

Так же быстро направление можно определить по углу, измеряемому теодолитом между линией теодолитного хода  $8-1$  и направлением на снимаемую точку способом от нуля. Для этого отсчетный штрих совмещают с нулевым штрихом лимба и, вращая лимб, визируют на точку  $1$ . Для съемки точки  $b$  вращают алидаду и визируют на эту точку, после чего записывают отсчет по лимбу, равный углу  $\beta_1$ . Затем визируют на точку  $c$ , записывают отсчет по лимбу, равный углу  $\beta_2$  и т. д.

После съемки всех точек зрительную трубу наводят на начальную точку  $1$ , чтобы убедиться в неподвижности лимба во время съемки. Изменение отсчета на эту точку на  $2...3'$ , конечно, значения не имеет, тем более что построение угла транспортиром при составлении плана сопровождается погрешностью  $7'$ , поэтому и отсчеты по лимбу при съемке точек берут с округлением до  $5'$ .

Расстояния до снимаемых точек  $b, c, \dots$  определяют по нитяному дальномеру в соответствии с точностью масштаба плана. Предельные расстояния, определяемые по дальномеру при съемке ситуации этим способом, равны  $250$  м для плана масштаба  $1:10\,000$  и  $150...200$  м — для масштаба  $1:5000$ . Для неясных контуров эти расстояния допускаются в  $1,5$  раза большими.

Чтобы не загружать абрис надписями, результаты измерений направлений и расстояний при съемке этим методом записывают в таблицу.

Точки  $a, d$  (см. рис. 2.23,  $a$ ) пересечения контуров с линиями теодолитных ходов снимают в процессе измерения линий этих ходов. В абрисе записывают расстояния от начала линии до этих точек. Оно равно  $151,3$  м от точки  $8$  и  $192,5$  м от точки  $7$ .

*Способ засечек* при теодолитной съемке применяют сравнительно редко. Засечки бывают угловыми и линейными. Угловая засечка состоит в том, что на снимаемые точки местности, например  $e$  (см. рис. 2.23,  $a$ ), расположенные на левом берегу реки, измеряют направления с двух-трех точек теодолитных или буссольных ходов. Направления могут характеризоваться азимутами. Однако чаще способом от нуля измеряют горизонтальные углы  $\phi$  и  $\gamma$  (для точки  $c$ ) и др. между направлениями на снимаемые точки и линиями теодолитных ходов. Углы при определяемых точках не должны быть меньше  $40^\circ$  и больше  $140^\circ$ . Вместо углов можно измерять расстояния до снимаемой точки, которую определяют так называемой линейной засечкой.

*Способ створов* заключается в прокладке диагональных ходов для съемки ситуации внутри землепользования (участка). Например, для съемки дороги нужно было бы по ней проложить теодолитный ход между точками  $7$  и  $B$  (см. рис. 2.23,  $a$ ). Однако при на-

личии взаимной видимости между этими точками достаточно измерить линию с вехи 7 на веху В и относительно этой линии проложить съемку дороги по способу перпендикуляров. Для съемки ситуации может быть применен и полярный способ, если на этой линии установить теодолит и в абрисе записать расстояние от начала линии до точки стояния теодолита.

Съемка ситуации требует от исполнителя повышенного внимания и навыка. Если при проложении теодолитного хода измерения все время контролируют путем их повторения, все точки между собой связаны линиями и углами, измеряемыми на местности, то при съемке ситуации всеми способами, кроме способа обхода, каждую точку контура снимают независимо от других, так как погрешность в определении положения одной точки не влияет на положение других точек, и грубая ошибка в съемке точки может оставаться невыявленной. Потому исполнитель все время должен изучать ситуацию, форму контуров, следить за работой реечников, выбирать все извилины контура в пределах двойной точности масштаба, т. е. кривую принимают за прямую, если она отклоняется от прямой не более чем на двойную точность масштаба. Съемку точек контуров на следующей станции начинают с тех точек, которые сняты с предыдущих станций. Таким образом, некоторые точки будут сняты дважды. Этим контролируют съемку и предохраняют от возможных пропусков отдельных извилины контура.

Огромное значение имеют правильные названия угодий. Неправильные названия снятых угодий обесценивают тщательно и точно выполненную съемку. Между тем на местности малоопытному исполнителю не всегда легко отличить сенокос от пастбища, пашню от сенокоса и др. Поэтому нередко классифицируют угодья (определяют их названия) с землепользователями, землевладельцами, арендаторами и др.

Для правильной классификации угодий исполнитель должен быть осведомленным в области земледелия, растениеводства, почвоведения, геоботаники, экономики, организации сельскохозяйственного производства и др.

### **Контрольные вопросы и задания**

1. Что называют съемкой, рекогносцировкой местности? 2. Перечислите способы съемки ситуации и проиллюстрируйте их рисунками. 3. Из каких этапов состоит горизонтальная съемка? 4. Какие бывают эккеры и каково их назначение? 5. Как проверить и исправить эккер? 6. Что называют ориентированием линий на местности? 7. Что такое визирная ось зрительной трубы? 8. Что называется измерением угла теодолитом полным приемом? 9. Что называют центрированием теодолита и для каких целей оно выполняется? 10. Для чего и как плоскость алидады приводят в горизонтальное положение? 11. Для чего ставят условие, чтобы коллимационная плоскость была перпендикулярна к плоскости алидады? 12. Как исключают влияние эксцентриситета алидады при измерении

угла теодолитом? 13. Каково значение МО в измерении углов наклона? 14. Какую цель преследуют измерением горизонтального угла при обоих положениях вертикального круга? 15. Какие преимущества у зрительной трубы с внутренней фокусировкой перед зрительной трубой с внешней фокусировкой? 16. Как проводят закрепление линий на местности? 17. Какое требование предъявляют к рабочей ленте? 18. Что называют вешением линии? Каковы способы вешения? 19. Какие приборы используют для определения длин линий? 20. Когда и как проводят компарирование рабочей мерной стальной ленты? 21. Каков порядок измерения длины линии мерной стальной лентой? 22. Какие допустимые относительные расхождения принимают при измерении линий 20-метровой мерной стальной лентой?

●

сложнее вычисления. Чтобы правильно выбрать последовательность вычислительных действий, составляют схематический чертеж всех ходов, записывают на нем измеренные значения горизонтальных углов, линий, особо отмечают пункты геодезической сети с уже имеющимися координатами, к которым привязаны теодолитные полигоны и ходы. Сложность вычислительного процесса обязывает проверить все вычисления углов в полуприемах и выводы средних значений углов в полном приеме. Если не делать этих проверок, то нередко ошибки полевых вычислений видны только уже после полной обработки ходов, что влечет за собой переделку всей работы заново. Поэтому на проверку полевых вычислений обращают самое серьезное внимание и требуют выписывать чернилами или тушью средние значения углов и линий в графах 5 и 7 полевого журнала (см. табл. 2.1).

координат

Приращение координат, м								Координаты, м				
вычисленные				увязанные				±	x	±	y	
±	Δx	±	Δy	±	Δx	±	Δy					
	8		9		10		11		12		13	
<i>полигон</i>												
									<b>+ 2120,80</b>	<b>— 509,25</b>		
	+11		+9									
—	201,52	+	416,62	—	201,41	+	416,71		+	1919,39	— 92,54	
	+9		+8									
—	337,78	+	187,61	—	337,69	+	187,69		+	1581,70	+	95,15
	+7		+6									
—	233,81	—	190,56	—	233,74	—	190,50		+	1347,96	— 95,35	
	+7		+6									
—	39,44	—	281,51	—	39,37	—	281,45		+	1308,59	— 376,80	
	+6		+5									
—	99,31	—	257,64	—	99,25	—	257,59		+	1209,34	— 634,39	
	+9		+8									
+	377,38	—	105,67	+	377,47	—	105,59		+	1586,81	— 739,98	
	+8		+7									
+	326,50	—	151,65	+	326,58	—	151,58		+	1913,39	— 891,56	
	+10		+9									
+	207,31	+	382,22	+	207,41	+	382,31		<b>+ 2120,80</b>	<b>— 509,25</b>		
+	911,19	+	986,45	+	911,46	+	986,71					
—	911,86	—	987,03	—	911,46	—	986,71					
—	0,67	—	0,58		0		0					

$$= \sqrt{\quad + \quad} = \quad = \quad <$$

Схематический чертеж теодолитных ходов с выписанными на нем значениями измеренных углов бывает необходим для вычисления угловых невязок. Например, в многоугольнике (полигоне), как известно, сумма углов должна равняться  $180^\circ (n - 2)$ , где  $n$  — число углов. Практически вследствие погрешностей в измерениях сумма измеренных углов  $\sum \beta$  оказывается больше или меньше

теоретической суммы  $\sum \beta$ . Разность между тем, что имеется, и тем, что должно быть, выражают формулой

$$\beta = \sum \beta - \sum \beta \quad (3.1)$$

и называют невязкой. Поэтому угловая невязка в соответствии с формулой (1.25) — погрешность суммы углов.

Одна из задач всякой вычислительной обработки результатов измерений — распределить невязки между результатами измерений, т. е. ввести в них поправки по определенным математическим правилам. Процесс распределения невязок называют увязкой (уравниванием). После увязки результатов измерений полученные значения удовлетворяют уже определенным геометрическим условиям, как, например, сумма увязанных углов должна равняться теоретической сумме. Кроме того, в теодолитных ходах возникают и другие условия. Все вычисления при обработке теодолитных ходов производят в специальных бланках — ведомостях координат (табл. 3.1), при этом отпадает необходимость в «черновиках».

Существует большое число способов увязки теодолитных ходов и полигонов в зависимости от их числа, формы и требуемой точности. В этой главе будет рассмотрена увязка одиночных полигона и хода, полагая, что после увязки полигона, т. е. замкнутого хода, проложенного по границе землепользования, увязывают каждый в отдельности диагональный (съёмочный) ход.

### 3.2. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ОБРАБОТКА ТЕОДОЛИТНОГО ПОЛИГОНА

Она состоит из вычисления координат точек полигона по исходным (известным) координатам одной точки, дирекционному углу одной линии, измеренным горизонтальным углам в полигоне и горизонтальным проложениям между его точками.

Проверив правильность вычисления горизонтальных углов в журнале измерений, значения углов записывают в графу 3 ведомости координат (см. табл. 3.1) по порядку по ходу часовой стрелки,

вычисляют сумму углов  $\sum \beta$  и записывают ее в этой же графе

под итоговой чертой (полигон, обработка которого приведена в табл. 3.1, схематически показана на рисунке 2.23, а; результат измерения угла при точке 2, равный  $144^{\circ}51,5'$ , приведен в таблице 2.1).

Далее вычислительную обработку теодолитного полигона проводят в таком порядке.

**Увязка углов.** Вычислив сумму углов полигона, находят угловую невязку по формуле (3.1)

$$\beta = \sum \beta \quad ^{\circ} \quad (3.2)$$

В рассматриваемом примере (см. табл. 3.1)  $f_{\beta} = -2,0'$ . Эту невязку распределяют на все углы. Но прежде надо установить, допустима ли она, не является ли ее значение результатом грубых ошибок, имеющих в измерениях или вычислениях. Допустимые невязки в геодезии рассчитывают по особым правилам теории погрешностей<sup>1</sup>. Так, для углов, измеренных техническим теодолитом, допустимая угловая невязка в полигоне

$$\beta = \sqrt{\quad} \quad \beta \leq \sqrt{\quad} \quad (3.3)$$

Если невязка недопустима, то второй раз проверяют вычисление углов в полевом журнале, затем углы, пользуясь магнитными азимутами, и выявляют, какие углы надо перемерить на местности.

Допустимую угловую невязку распределяют на все углы *поровну*, с округлением поправок  $\delta_{\beta}$  в измеренные углы до  $0,1'$  и со знаком, обратным знаку невязки, т. е.

$$\delta_{\beta} = -f_{\beta}/n, \quad (3.4)$$

но с расчетом, чтобы сумма поправок была равна невязке с обратным знаком:  $\sum \delta_{\beta} = -\beta$  (контроль вычисления поправок).

Однако полученную невязку редко можно разделить на  $n$  без остатка. Тогда возникает необходимость в одни углы вводить большие поправки, чем в другие. Так как углы, заключенные между короткими сторонами, измеряют с большей погрешностью (главным образом вследствие погрешностей центрирования теодолита и установки вех), чем углы, заключенные между длинными сторонами, то большие поправки вводят в углы, заключенные между короткими сторонами, а меньшие поправки — в углы с длин-

<sup>1</sup>В главах 3...8 формулы для определения допустимых невязок будут приведены без выводов.

ными сторонами. Поэтому в нашем примере измеренные углы при точках 3, 4, 5, 6 получили большие поправки.

Иногда поправки вводят с таким расчетом, чтобы углы оказались округленными до целых минут. Нередко в этом случае поправки имеют разные знаки. Такой прием несколько упрощает дальнейшие вычисления, но искажает ход (полигон), поэтому для длинных ходов и больших полигонов его применять не рекомендуется.

Увязанные углы (см. табл. 3.1, гр. 4) вычисляют по формуле

$$\beta_{\text{увяз}} = \beta_{\text{измер}} + \delta\beta.$$

При контроле правильности увязки углов сумма увязанных углов должна быть равна теоретической сумме, т. е.

$$\sum \beta_{\text{увяз}} = \sum \beta_{\text{теоретическая}}$$

**Вычисление дирекционных углов.** Для получения координат точек полигона нужно знать дирекционные углы и горизонтальные проложения линий. Зная дирекционный угол одной линии, вычисляют дирекционные углы всех остальных линий полигона (хода).

В рассматриваемом примере (см. табл. 3.1) в качестве исходного взят дирекционный угол  $\alpha_{12} = 115^\circ 48,8'$  линии 1—2, полученный в результате привязки этой линии к пунктам геодезической сети (см. рис. 1.20).

Дирекционные углы остальных линий полигона вычисляют по формуле (1.23):

$$\alpha_{23} = \alpha_{12} + 180^\circ - \beta_2;$$

$$\alpha_{34} = \alpha_{23} + 180^\circ - \beta_3;$$

$$\vdots$$

$$\alpha_{81} = \alpha_{78} + 180^\circ - \beta_8;$$

$$\alpha_{12} = \alpha_{81} + 180^\circ - \beta_1.$$

Подставляя последовательно равенства предыдущие в последующие, получим  $\alpha = \alpha + \sum \beta$

При вычислении дирекционных углов по приведенным формулам можно встретить случай, когда вместо  $+180^\circ$  будет необходимо принять  $-180^\circ$ . Поэтому для  $n$  углов предыдущее равенство перепишем следующим образом:

$$\alpha = \alpha + \sum \beta$$

Но углы  $\beta$  увязаны, т. е. их сумма равна теоретической, поэтому получим тождество  $\alpha_{12} = \alpha_{12}$ , которое означает, что имея исходный дирекционный угол и последовательно вычисляя дирекционные углы остальных линий, в итоге опять должны получить исходный дирекционный угол. Это служит контролем правильности вычисления дирекционных углов.

**Вычисление румбов.** Для последующих вычислений неопытному специалисту полезно дирекционные углы перевести в румбы по формулам (1.15) и записать в графу 6 таблицы 3.1.

Правильность нахождения румбов и записей дирекционных углов при их вычислении контролируют зависимостями между увязанными углами, меньшими  $180^\circ$ , и румбами, которые легко получить по рисунку 1.20, если:

буквы названий румбов разные, то угол равен разности румбов  $\beta_1 = r_1 - r_2$  (во всех случаях из большего румба вычитают меньший);

буквы названий румбов одинаковые, то угол равен  $180^\circ$  без разности румбов  $\beta_2 = 180^\circ - (r_2 - r_1)$ ;

первые буквы названий румбов разные, а вторые одинаковые, то угол равен сумме румбов  $\beta_3 = r_1 + r_2$ ;

первые буквы названий румбов одинаковые, а вторые разные, то угол равен  $180^\circ$  без суммы румбов  $\beta = 180^\circ - (r_1 + r_2)$ .

**Вычисление горизонтальных проложений линий.** Для составления плана нужны горизонтальные проложения линий. Их вычисляют по формулам (1.1)...(1.3).

Очень часто по наклонной местности проходит не вся линия, а только часть ее, как, например, линия 2—3 в рассматриваемом примере. Согласно записям в журнале (см. табл. 2.1) только на расстоянии 30 м линия проходит по местности под углом наклона  $7^\circ 30'$ . Поэтому поправку за наклон линии по формуле (1.3) с применением формулы (1.28) определим так:

$$\Delta \approx \left( \frac{v'}{\quad}, \right) \approx \quad =$$

Таким образом, горизонтальное проложение  $s = 386,64 - 0,26 = 386,38$  м; оно вписано в графу 7 таблицы 3.1, а под ним в скобках записан результат измерения линии (386,64).

Расстояния, недоступные для измерения лентой, вычисляют, как указано в разделе 2.15.

**Вычисление приращений координат.** Координаты точек полигона (хода) вычисляют посредством приращений координат, которые, в свою очередь, находят по формулам (1.19):  $\Delta x = s \cos \alpha$ ,  $\Delta y = s \sin \alpha$ , с обязательным контролем по румбам или по формуле

$$\Delta \quad \alpha = \quad \alpha \frac{\alpha}{\alpha} = \Delta$$

Результаты вычислений вписывают в графы 8 и 9 таблицы 3.1.

**Увязка приращений координат.** Если бы результаты измерений углов и линий полигона, а также построения их на плане были точными, то, нанося полигон по углам и линиям от точки  $I$  (рис. 3.1,  $a$ ), пришли бы опять точно в эту же точку  $I$ . Спроектировав все линии полигона на оси координат и отметив на них положительные приращения координат по одну сторону оси, а отрицательные по другую, видим, что по каждой оси суммы положительных приращений по абсолютному значению равны сумме отрицательных приращений, а следовательно, алгебраическая сумма приращений координат в полигоне по каждой оси должна быть равна нулю (теоретически)

$$\sum \Delta x = \sum \Delta y = 0 \quad (3.5)$$

В действительности же результаты измерений углов и линий имеют погрешности, вследствие которых равенства (3.5) не выполняются

$$\sum \Delta x \neq 0, \quad \sum \Delta y \neq 0$$

а невязки в приращениях координат по каждой оси (рис. 3.1,  $b$ ) выражают формулами:

$$f_x = \sum \Delta x, \quad f_y = \sum \Delta y \quad (3.6)$$

согласно формуле (3.5) для полигона

$$f_x = -\sum \Delta x, \quad f_y = -\sum \Delta y \quad (3.7)$$

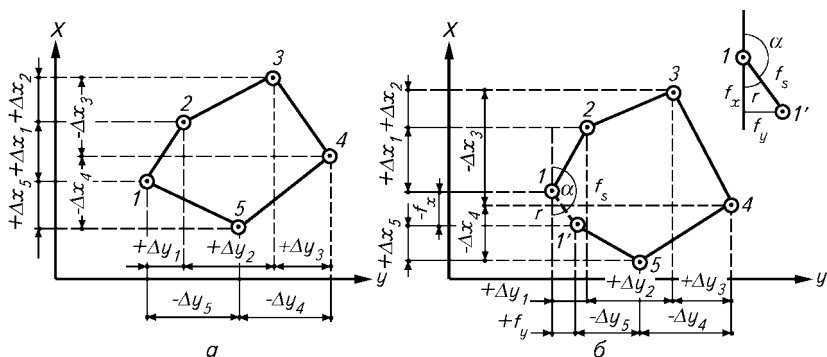


Рис. 3.1. Теоретическая сумма приращений координат в полигоне ( $a$ ) и невязка в периметре полигона ( $b$ )

Прежде чем распределять невязки, надо убедиться в их допустимости, судя не по каждой отдельной невязке  $f_x$  и  $f_y$ , а по невязке в периметре полигона (см. рис. 3.1, б)

$$= \sqrt{\quad + \quad} \quad (3.8)$$

Невязка в периметре  $f_s$  главным образом зависит от периметра полигона. Чем больше периметр, тем большую невязку следует в нем ожидать. Поэтому допустимость невязки зависит от периметра полигона. Невязка в периметре теодолитного полигона при благоприятных условиях измерения линий считают допустимой,

если она не превышает  $1/1500$  периметра  $\Sigma$  т. е.  $\leq \Sigma$   
или относительная невязка в периметре

$$\Sigma \leq \quad (3.9)$$

Если невязка  $f_s$  в периметре допустима (см. табл. 3.1), то невязки  $f_x$  и  $f_y$  в приращениях распределяют с обратными знаками на все приращения (по соответствующей оси) *пропорционально горизонтальным проложениям линий*, т. е. поправки в приращения вычисляют согласно пропорции

$$\delta = \Sigma$$

откуда

$$\left. \begin{aligned} \delta &= \frac{\quad}{\Sigma} \\ \delta &= \frac{\quad}{\Sigma} \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

Например, поправка в приращение линии 1—2 по оси абсцисс будет (см. табл. 3.1)  $\delta = \frac{+}{\quad} = +$

Контролем вычисления поправок служит равенство — сумма поправок в приращения по каждой оси согласно формуле (3.10) должна равняться невязке с обратным знаком, например, по оси

абсцисс

$$\sum \delta = \frac{\quad}{\sum} + + + =$$

Полученные поправки алгебраически прибавляют к соответствующим приращениям и получают увязанные приращения (см. графы 10, 11, табл. 3.1). Сумма увязанных приращений по каждой оси должна равняться теоретической сумме приращений, в чем необходимо убедиться, подсчитав их и записав результаты внизу граф 10, 11.

**Вычисление координат точек полигона.** После увязки приращений вычисляют координаты всех точек полигона по формулам (1.18)

$$x_{k+1} = x_k + \Delta x_k; \quad y_{k+1} = y_k + \Delta y_k,$$

зная координаты одной его точки. В рассматриваемом примере (см. табл. 3.1) известны координаты точки 1. Последовательно вычисляя координаты точек полигона в графах 12 и 13, получаем координаты исходной точки 1, так как сумма увязанных приращений равна нулю. Это и служит контролем вычислений координат.

### 3.3. СПОСОБЫ ОБНАРУЖЕНИЯ ГРУБЫХ ОШИБОК ВЫЧИСЛЕНИЙ И ИЗМЕРЕНИЙ ПО НЕДОПУСТИМОЙ НЕВЯЗКЕ

Недопустимая невязка чаще всего — результат грубых ошибок при измерении линий: не учтена длина целой ленты (пропущена шпилька); во время измерения линии не учтена передача шпилек задним рабочим переднему, вследствие чего получается просчет в 10 лент; остаток отсчитывали не от того конца ленты (вместо 8 отсчитали 12, вместо 9 взяли отсчет 11); 9 могли прочесть как 6, и наоборот. По значению  $f_s$ , вычисленному по формуле (3.8), иногда можно предположить, почему невязка получилась недопустимой.

Недопустимая вязка может быть результатом грубого просчета при вычислениях: в ведомости координат не на своем месте записаны измеренные углы, неверно списано с табло значение дирекционного угла, неверно вычислен румб, неверно вычислено или не на месте записано горизонтальное проложение линии, неверно поставлены знаки приращений, допущена перестановка<sup>1</sup> приращений в графах 8 и 9 таблицы 3.1, сами приращения вычислены или записаны неверно и др. Поэтому, прежде чем проводить по-

---

<sup>1</sup>Ее можно обнаружить путем сравнения вычисленных приращений, руководствуясь значением румба.

вторные измерения на местности, надо проверить правильность вычислений. Если все вычисления оказались верными, то необходимо на местности перемерить линии.

Если грубая ошибка вкралась в измерение одной из линий, то можно определить, в какую именно из линий она вошла. Если уменьшить длину линии 3—4 (рис. 3.1, б), то уменьшится и невязка  $f_s$ . Таким образом, надо искать грубую ошибку в измерении той линии, которая параллельна невязке, или, иначе, дирекционные углы невязки и линии, в которую вкралась грубая ошибка измерения, примерно равны. Но дирекционный угол невязки  $f_s$  (рис. 3.1, б) можно вычислить по формуле

$$\operatorname{tg} \alpha = f_y / f_x. \quad (3.11)$$

По знакам  $f_x$  и  $f_y$  определяют название румба и смотрят в ведомость координат, какая из линий имеет близкий к вычисленному румб. Результат измерения этой линии надо проверить на местности.

Например, получены невязки  $f_x = -15,06$  м,  $f_y = +13,04$  м. Невязка в периметре  $= \sqrt{\quad + \quad} =$  По значению  $f_s$  можно предположить, что при измерении линий полигона в одну из них вкралась грубая ошибка, равная длине 20-метровой ленты.

По формуле (3.11) получаем  $\operatorname{tg} \alpha = +13,04 / -15,06 = -0,8380$ . Румб будет ЮВ :  $39^\circ 58'$  ( $r = 39^\circ 58'$ ), дирекционный угол  $\alpha = 140^\circ 02'$ . Этому дирекционному углу (румбу) может соответствовать направление линии 3—4 (см. рис. 3.1, б), следовательно, ее необходимо измерить заново.

Если румбы нескольких линий примерно равны румбу невязки, то надо проверить на местности измерение всех этих линий.

Если грубые ошибки вкрались в измерения нескольких линий с различными румбами, то описанным способом нельзя определить результат измерения, который содержит ошибку, а надо проверить измерение всех линий полигона.

Однако может быть, что все вычисления и результаты измерений линий верны. В этом случае можно предположить компенсацию грубых ошибок в результатах измерений углов. Например, один угол измерен с ошибкой  $+10^\circ$ , другой  $-10^\circ$ . Надо внимательно проверить вычисление углов по полевому журналу, по магнитным азимутам, и если все вычисления верны, то проверяют измерение углов на местности.

#### **3.4. ОСОБЕННОСТИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ ТЕОДОЛИТНОГО ХОДА, ПРОЛОЖЕННОГО МЕЖДУ ДВУМЯ ПУНКТАМИ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ СЕТИ**

Вычислительная обработка теодолитного хода, проложенного между двумя пунктами геодезической сети (см. рис. 2.23, б), состоит в вычислении координат точек хода по исходным координатам

начальной  $N$  и конечной  $K$  точек хода, по исходным дирекционным углам  $\alpha_N$  и  $\alpha_K$  в начале и в конце хода, по измеренным на местности горизонтальным углам и проложениям линий хода.

Пример увязки теодолитного (диагонального) хода  $I-A-B-4$  (рис. 2.23) приведен в таблице 3.2. Исходными для этого хода являются дирекционные углы линий  $8-I$  и  $4-3$  (можно было взять линии  $2-I$  и  $4-5$ ) и координаты точек  $I$  и  $4$  теодолитного полигона, вычисленные в таблице 3.1.

Теодолитный ход увязывают в том же порядке и по тем же формулам, что и полигон, но имеются некоторые особенности:

1. В графу 2 таблицы 3.2 вписывают точки, начиная с точек исходной линии в начале хода и заканчивая точками исходной линии в конце хода, т. е. точки  $8, I, A, B, 4, 3$ .

2. В графу 3 вписывают измеренные горизонтальные углы против точек  $I, A, B, 4$  правые или левые (в табл. 3.2 записаны правые по ходу углы), начиная и заканчивая примычными углами, измеренными при начальной  $I$  и конечной  $4$  точках. Подсчитывают

сумму углов  $\sum \beta$

3. В графу 5 по направлению хода, как указано стрелками (см. рис. 2.22 и 2.23, б), вписывают исходные дирекционные углы линий  $8-I$  и  $4-3$ , взятые из ведомости координат по теодолитному

### 3.2. Ведомость


Теодолитный

8						
	-7			<b>61°31,5'</b>		
I	91°29,5'	91°28,8'		150 02,7	ЮВ:29°57,3'	235,00
A	170 08,0	170 7,7		159 55,4	ЮВ:20 04,6	415,05
B	200 34,5	200 33,8		139 21,6	ЮВ:40 38,4	235,90
4	280 11,5	280 10,8		<b>39 10,8</b>		
3	742 23,5	742 20,7				885,95
	742 20,7					
	+2,8					
$\beta$	$= \sqrt{\quad} = \quad$					

Примечание. Выделены жирным шрифтом исходные данные.

полигону, причем для линии 4—3 взят обратный дирекционный угол, так как в ведомости координат вычислен дирекционный угол линии 3—4. В графы 12 и 13 вписывают исходные координаты точек 1 и 4.

4. Угловую невязку вычисляют по формуле (3.1), однако теоретическую сумму  $\sum \beta$  углов в ходе вычисляют иначе, нежели в полигоне.

На основании формулы (1.23) и рисунка 2.22 запишем

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \alpha_N + 180^\circ - \beta_N; \\ \alpha_2 &= \alpha_1 + 180^\circ - \beta_2 = \alpha_N + 2 \cdot 180^\circ - (\beta_N + \beta_2); \\ \alpha_3 &= \alpha_2 + 180^\circ - \beta_3 = \alpha_N + 3 \cdot 180^\circ - (\beta_N + \beta_2 + \beta_3); \\ &\dots\dots\dots \\ \alpha_n &= \alpha_N + (n-1) \cdot 180^\circ - \sum \beta \end{aligned}$$

т. е. дирекционный угол конечной линии равен дирекционному углу начальной (исходной) линии плюс  $n180^\circ$  минус сумма правых углов ( $n$  — число углов, включая примычные) хода.

В теодолитном ходе это равенство будет получено только в том случае, если углы  $\beta$  увязаны. Тогда сумма углов будет теоретическая

$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta x$	$\Delta y$	$x$	$y$		

(диагональный ход)

—	<sup>−10</sup> 203,61	+	<sup>+11</sup> 117,34	—	203,71	+	117,45	+	<b>2120,80</b>	—	<b>509,25</b>
—	<sup>−19</sup> 389,83	+	<sup>+21</sup> 142,48	—	390,02	+	142,69	+	1917,09	—	391,80
—	<sup>−11</sup> 179,00	+	<sup>+12</sup> 153,64	—	179,11	+	153,76	+	1527,07	—	249,11
								+	<b>1347,96</b>	—	<b>95,35</b>
<hr/>											
—	772,44	+	413,46	—	772,84	+	413,90				
—	772,84	+	413,90								
+	0,40	—	0,44								

ской суммой  $\sum \beta$  и мы получим ее для правых углов

$$\sum \beta = \alpha + \dots + \alpha \quad (3.12)$$

Если вместо правых углов  $\beta$  использовать левые углы  $\lambda$ , когда  $\beta = 360^\circ - \lambda$ , то на основании формулы (3.12) можно записать

$$\sum \lambda = \alpha + \dots + \alpha$$

откуда теоретическая сумма для левых углов будет

$$\sum \lambda = \alpha + \dots + \alpha \quad (3.13)$$

Следовательно, на основании выражения (3.1) угловую невязку в теодолитном ходе вычислим по формулам:  
для правых углов

$$\beta = \sum \beta - \alpha + \dots + \alpha \quad (3.14)$$

для левых углов

$$\lambda = \sum \lambda - \alpha + \dots + \alpha \quad (3.15)$$

Допустимость угловой невязки определяют в зависимости от числа углов хода, включая примычные, и от того, как получают исходные дирекционные углы. Если их получают астрономическим путем или это дирекционные углы сторон геодезической сети высших классов, когда их точность достаточно высока и погрешности их почти не влияют на угловую невязку хода, то допустимость угловой невязки можно определять по формуле (3.3). Если теодолитный ход опирается на дирекционные углы ранее проложенных ходов, то на угловую невязку хода помимо погрешностей измерений углов влияют на погрешности исходных дирекционных углов и допустимость угловой невязки находят по формуле  $\beta = \sqrt{n}$  в которой  $n$  — число углов хода, включая примычные.

Угловую невязку распределяют так же, как и в полигоне, на все углы хода поровну и вычисляют увязанные углы.

5. Вычисляют дирекционные углы, а затем румбы сторон хода так же, как и в полигоне. Контролем правильности увязки углов и вычисления дирекционных углов служит получение исходного дирекционного угла конечной линии ( $39^\circ 10,8'$  в табл. 3.2).

6. Вычисляют горизонтальные проложения линий хода и расстояния, недоступные для измерения лентой, если они встретят-

лись при проложении хода. В рассматриваемом примере линия  $B-4$ , равная 235,90 м, вычислена как расстояние, недоступное для измерения лентой. Указание об его вычислении приведено в разделе 2.15. Число линий хода на единицу меньше числа углов, т. е. равно  $n - 1$ .

7. Вычисляют приращения координат так же, как и в полигоне по формулам (1.19).

8. Увязывают приращения координат. Невязки в приращениях координат  $f_x$  и  $f_y$  вычисляют по формулам (3.6), в которых  $n$  надо заменить на  $n - 1$  (число линий хода).

Но для теодолитного хода формулы (3.5), выражающие теоретическую сумму приращений координат, непригодны. Теоретически алгебраическая сумма приращений координат в ходе по каждой оси, как следует из рисунка 3.2, *а*, равна разности координат конечной и начальной точек хода

$$\sum \Delta x = x_K - x_N, \quad \sum \Delta y = y_K - y_N \quad (3.16)$$

невязки в приращениях координат вычисляют по формулам:

$$\begin{aligned} f_x &= \sum \Delta x - (x_K - x_N) \\ f_y &= \sum \Delta y - (y_K - y_N) \end{aligned} \quad (3.17)$$

После вычисления по формуле (3.8) линейной невязки (рис. 3.2, *б*) определяют ее допустимость.

Если начальная и конечная точки теодолитного хода — пункты геодезической сети высших классов, то допустимость линейной невязки вычисляют по формуле (3.9). Когда теодолитный

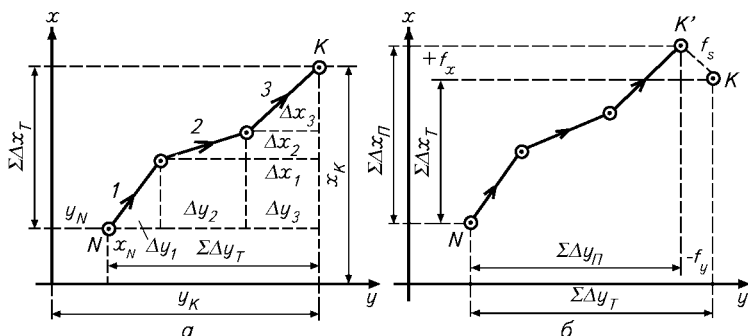


Рис. 3.2. Теоретические суммы приращений координат в ходе (*а*) и линейная невязка хода (*б*)

ход опирается на точки ранее проложенных теодолитных ходов, как в рассматриваемом примере, погрешности координат этих точек заметной влияют на невязку, и ее допустимость находят по формулам:

$$\leq \Sigma$$

или

$$\Sigma \leq$$

где  $\Sigma$  — длина хода от начальной до конечной точки. При коротком ходе, а также при плохих условиях измерений линий в ходе относительную линейную невязку допускают до 1/700.

Если невязка  $f_s$  допустима, то в приращениях по осям координат  $f_x$  и  $f_y$  ее распределяют пропорционально горизонтальным проложениям линий хода согласно формулам (3.10).

После вычисления поправок в приращения координат устанавливают увязанные приращения и контролируют их сумму (см. последние строки граф 10 и 11 таблицы 3.2) согласно формулам (3.16).

9. Рассчитывают координаты точек хода по формулам (1.18). Вычисляя последовательно координаты точек хода, получают (исходные) координаты конечной точки хода, что служит контролем вычислений координат.

### Контрольные вопросы и задания

1. Сколько горизонтальных проложений линий измеряют в замкнутом и разомкнутом ходах, если число измеряемых горизонтальных углов равно  $n$ ?
2. Сколько исходных точек и линий с исходными дирекционными углами необходимо иметь, чтобы произвести вычислительную обработку замкнутого и разомкнутого ходов?
3. Напишите формулы угловой невязки и ее допустимости в теодолитных ходах (замкнутых и разомкнутых).
4. Напишите формулы теоретической суммы горизонтальных углов в замкнутом и разомкнутом ходах.
5. По какой формуле вычисляют поправки в измеренные горизонтальные углы при распределении невязки в теодолитных ходах и по какой формуле контролируют правильность вычисления поправок?
6. Что называют приращениями прямоугольных координат? По каким формулам их вычисляют?
7. В чем состоит решение прямой и обратной геодезических задач? Напишите формулы, по которым их решают.
8. Напишите формулы невязок в приращениях координат в теодолитных ходах.
9. Напишите формулы теоретических сумм приращений координат в замкнутом и разомкнутом ходах.
10. Что называют невязкой в периметре полигона (и линейной невязкой в разомкнутом ходе)? Для чего и по какой формуле ее вычисляют?
11. Как определяют допустимость невязок в приращениях координат в теодолитных ходах?
12. По каким формулам рассчитывают поправки в вычисленные значения приращений координат при распределении невязок в теодолитных ходах и по каким формулам контролируют правильность вычисления поправок?

---

## Глава 4

### ПОСТРОЕНИЕ ПЛАНОВ

●

#### 4.1. ЧЕРТЕЖНЫЕ ПРИБОРЫ. ПОСТРОЕНИЕ ПЛАНА ПОЛИГОНА (ХОДА) ПО РУМБАМ И ГОРИЗОНТАЛЬНЫМ ПРОЛОЖЕНИЯМ ЛИНИЙ

Основные приборы для построения планов — проверенные известными способами металлическая линейка, треугольник, циркуль-измеритель, геодезический транспортир, масштабная линейка. Автоматически план составляют при помощи графопостроителей. При построении координатных сеток применяют ряд других приборов.

Для небольших участков (землепользований) план можно составить по измеренным на местности углам и линиям. При этом углы на плане строят транспортиром, а линии откладывают по масштабной линейке. Однако такой способ построения плана имеет тот недостаток, что погрешность построения каждого угла вызывает поворот всей последующей части полигона или хода и тем самым снижает точность построения.

Такого недостатка не существует при построении плана по румбам. В этом случае при вычислительной обработке теодолитного полигона или хода ограничиваются заполнением только первых семи граф таблицы 3.1, 3.2.

Для построения плана полигона посередине листа, на котором строят план, проводят сверху вниз прямую линию СЮ (рис. 4.1), принимаемую за линию, параллельную осевому меридиану.

Если план вытянут с запада на восток, то можно провести несколько линий, параллельных осевому меридиану.

Начинать построение плана можно с любой точки полигона, но надо правильно выбрать ее положение на листе, чтобы план полигона разместился посередине листа. Для этого иногда предварительно приближенно строят полигон, затем, наложив его на лист, намечают положение исходной точки.

Направления линий по румбам строят при помощи транспортира следующим образом. Центр транспортира прикладывают к линии СЮ и поворачивают транспортир так, чтобы на линии СЮ по дуге транспортира получился отсчет, соответствующий значению румба. Для северо-восточного и юго-восточного направлений транспортир ставят, как показано на рисунке 4.1, *а*, а для направлений северо-западного и юго-западного — как показано на рисунке 4.1, *б*. Чтобы передать направление  $MN$  к точкам полигона,

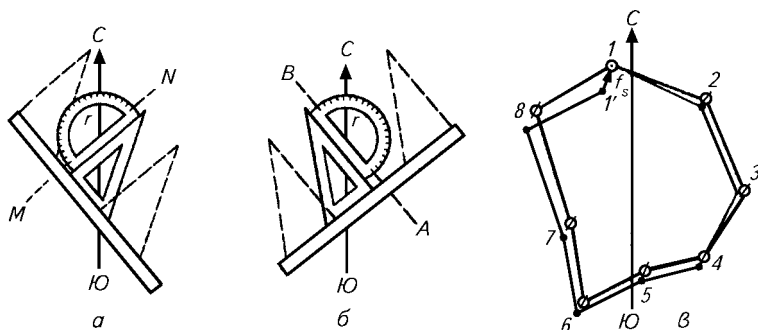


Рис. 4.1. Построение линий по румбу при направлениях СВ, ЮЗ (а), ЮВ, СЗ (б) и увязка полигона (в)

используют линейку и треугольник, передвигаемый по линейке (см. рис. 4.1, а, б).

Пусть исходной (см. табл. 3.1) будет точка полигона 1. Наметив ее положение наколом и обведя его кружочком, строят при помощи транспортира румб линии 1—2 ЮВ :  $64^{\circ}11'$ , как показано на рисунке 4.1, б, и передают это направление при помощи треугольника и линейки в намеченную точку (рис. 4.1, в). Затем в принятом масштабе откладывают горизонтальное проложение линии 1—2, равное 462,8 м, и получают точку 2. Теперь, построив транспортиром румб ЮВ :  $29^{\circ}03'$ , линии 2—3, тоже, как показано на рисунке 4.1, б, передают его при помощи треугольника и линейки в точку 2, откладывают по масштабной линейке горизонтальное проложение линии, равное 386,4 м, и получают точку 3. Далее строят транспортиром румб ЮЗ :  $39^{\circ}11'$ , линии 3—4, как показано на рисунке 4.1, а, передают его в точку 3, откладывают горизонтальное проложение 301,6 м и получают точку 4. Продолжая в таком порядке последовательно построение полигона (на рис. 4.1, в построенный полигон показан тонкими линиями), получают положение точки 1', которое, как правило, не совпадает с точкой 1. Отрезок 1—1' — это невязка  $f_s$  в периметре полигона, получающаяся в результате действия погрешностей измерений углов и линий на местности, а главное, погрешностей построения румбов транспортиром и откладывания линий по масштабу (на рис. 4.1, в невязка  $f_s = 7$  м показана в увеличенном масштабе).

Значение невязки в периметре в первую очередь зависит от периметра полигона. Чем больше периметр, тем больше следует ожидать невязку. Невязку считают допустимой, если она не превышает  $1/300$  от периметра полигона  $\Sigma s$ , т. е.  $f_s \leq \Sigma s/300$  или относительная невязка  $f_s/\Sigma s \leq 1/300$ .

Недопустимую невязку можно получить вследствие грубых ошибок в измерениях, а также в построении плана полигона. Если

грубая ошибка вкралась в измерение на местности или откладывание на плане какой-либо линии, то невязка в периметре будет параллельна этой линии, что легко увидеть на построенном плане полигона. Поэтому, прежде чем переделывать план, нужно проверить правильность отложения линий, параллельных полученной невязке. Если при этом грубой ошибки не обнаружено, то необходимо проверить правильность построения всего полигона. Если и при этом ошибка не обнаружена, то следует проверить правильность вычисления румбов, горизонтальных проложений линий, правильность записей и, наконец, правильность измерений на местности.

Полигоны, невязка в периметре которых допустима, увязывают по способу параллельных линий. Для этого надо точку  $I'$  передвинуть в точку  $I$  (см. рис. 4.1, в). Это вызовет перемещение всех остальных точек параллельно невязке в ту же сторону. Так как невязку получают в результате накопления погрешностей измерений и построений примерно пропорционально периметру, то поправку в положение точки определяют пропорционально расстоянию от исходной точки до той, в положение которой вводят поправку. Согласно сказанному точка  $I$  останется на месте, а поправка в положение точки  $2$  будет

$$\delta = \frac{\quad}{\Sigma}$$

для точки  $3$

$$\delta = \frac{\quad}{\Sigma} +$$

для  $i$ -й точки

$$\delta = \frac{\quad}{\Sigma} + + +$$

для точки  $I'$

$$\delta = \frac{\quad}{\Sigma} + + + =$$

где  $n$  — число сторон полигона (хода).

В этих формулах относительная невязка в периметре полигона  $f_s \leq \Sigma s$  будет общим множителем при вычислении всех поправок, что упрощает его. В соответствии с этими формулами составлена таблица поправок (табл. 4.1). Поправки откладывают от соответствующей точки параллельно направлению невязки и получают исправленное положение точек. Соединив их прямыми (на рис. 4.1, в они утолщены), получим положение увязанного полигона.

#### 4.1. Поправки

1	0	0	6	1711	4,1
2	463	1,1	7	2103	5,1
3	849	2,0	8	2463	6,0
4	1151	2,8	1'	2898	7,0
5	1435	3,5			

После увязки полигона аналогично можно построить по румбам план теодолитного (диагонального) хода, например от точки 1 к точке 4 (см. табл. 3.2).

Так как на невязку хода будут влиять погрешности построения и увязки полигона, то допустимая относительная линейная невязка хода будет больше, чем невязка в периметре полигона. Ее вычисляют по формуле

$$f_s \leq \Sigma s / 200,$$

где  $\Sigma s$  — длина хода.

Недостаток составления плана полигона (хода) по румбам заключается в том, что погрешность построения каждой точки полигона влияет на погрешности положения последующих точек, хотя и в меньшей степени, чем при построении полигона по внутренним углам.

Поэтому для больших участков применяют более точный способ составления плана полигона — по координатам точек, вычисляемым в результате обработки теодолитных полигонов (ходов).

#### 4.2. РАСЧЕТЫ ДЛЯ РАЗМЕЩЕНИЯ ПЛАНА СИММЕТРИЧНО ОТНОСИТЕЛЬНО КРАЕВ ЛИСТА

Для размещения плана полигона симметрично относительно краев листа, на котором будут составлять план по координатам точек, рассчитывают: размеры плана полигона и определяют размер листа бумаги, на котором будет составлен план; размещение осей координат или линий сетки, параллельных осям координат.

О размерах плана полигона, листа, который нужен для построения плана, а если план большой, то и о числе листов, необходимых для построения плана, можно судить по координатам точек полигона.

Размер плана полигона с севера на юг (сверху вниз) определяют как разность наибольшей и наименьшей абсцисс, а с запада на восток (слева направо) — как разность наибольшей и наименьшей ординат точек.

Предположим, нужно составить план в масштабе 1:5000, при котором 1 см расстояния на плане соответствует 50 м горизонтального проложения линии местности. Тогда согласно таблице 3.1 размер плана с севера на юг

$$x_{\text{плана}} = (x_{\text{max}} - x_{\text{min}})/m = [(+2121 - (+1209)]/50 = 18,2 \text{ см},$$

где  $m$  — число метров на местности, соответствующее 1 см на плане согласно масштабу.

Размер плана с запада на восток

$$y_{\text{плана}} = (y_{\text{max}} - y_{\text{min}})/m = [(+95 - (-892)]/50 = 19,8 \text{ см}.$$

Если считать, что слева и справа, сверху и снизу относительно плана полигона должен быть оставлен запас для таблиц, надписей и пр. примерно по 8...10 см, то размер листа бумаги для плана должен быть сверху вниз не менее  $18,2 + 20 \approx 38$  см, а слева направо — не менее чем  $19,8 + 16 \approx 36$  см.

Для правильного размещения осей координат (или линий сетки, параллельных осям координат) поступают следующим образом. Пусть лист, на котором будут строить план, имеет размеры  $40 \times 36$  см (рис. 4.2, а). Обозначим эти размеры:  $x_{\text{листа}} = 40$  см,  $y_{\text{листа}} = 36$  см. Тогда расстояния от верхнего и нижнего краев листа до самой северной и самой южной точек плана будут

— = — = а от боковых краев листа до

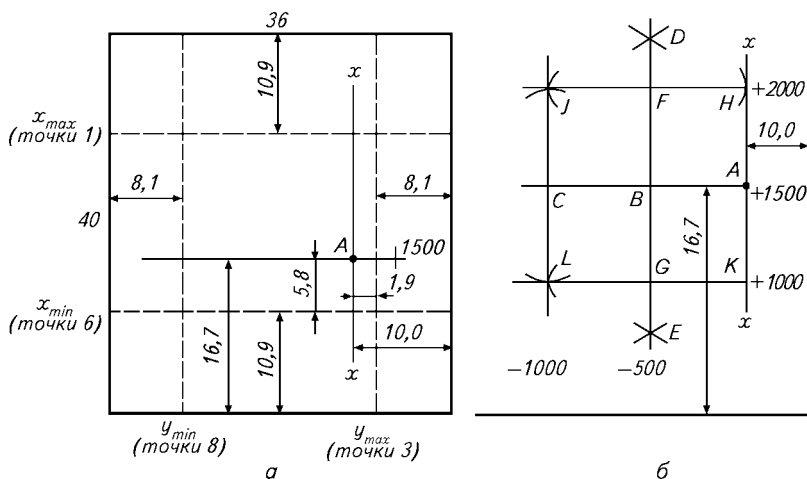


Рис. 4.2. Расчеты для размещения плана симметрично относительно краев листа (а) и построение прямоугольной координатной сетки (б)

самой западной и самой восточной точек — — =  
= — =

Теперь согласно полученным размерам на листе (см. рис. 4.2, а) проводят две линии с  $x_{\max}$  (или  $x_{\min}$ ) и с  $y_{\max}$  (или  $y_{\min}$ ) и относительно их по координатам находят положение линий сетки, параллельной оси  $y$  ( $x = +1500$ ), и на этой линии положение точки  $A$  ( $y = 0$ ). Линия  $x = +1500$  (см. рис. 4.2, а) получена по размеру

= — = — + + = а положение

точки  $A$  по размеру = — = — =

Таким образом положение осей координат (или линий, параллельных осям координат) на листе плана найдено и можно приступить к их точному построению. Положение линии  $x = +1500$  и точки  $A$  можно получить иначе: построить на листе писчей бумаги план полигона по румбам, вырезать его по контуру и правильно расположить на листе плана; затем относительно любой точки полигона по координатам рассчитать размеры, по которым построить положение линии сетки  $x$  и точки  $A$ .

#### 4.3. ПОСТРОЕНИЕ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ КООРДИНАТНОЙ СЕТКИ

Координатную сетку строят для повышения точности составления плана, удобства пользования планом при проектировании и перенесении проекта в натуру. Стороны квадратов координатной сетки принимают равным 10 см и лишь для планов масштаба 1 : 25 000 — 8 см.

Построение координатной сетки — ответственная работа, требующая большого внимания и аккуратности. От точности построения координатной сетки зависит точность плана. Для построения взаимно перпендикулярных линий координатной сетки нельзя применять даже проверенный прямоугольный треугольник.

Существует много способов построения координатной сетки, которые применяют в зависимости от размеров планов и возможностей, имеющихся у исполнителя.

При небольших размерах планов координатную сетку можно построить при помощи циркуля-измерителя и масштабной линейки по способу, известному из геометрии (рис. 4.2, б). Одну из осей координат или линию, параллельную оси координат, например линию с абсциссой  $x = +1500$ , проводят с помощью металлической линейки, а ось абсцисс строят перпендикулярно к ней в точке  $A$ . Но точка  $A$  находится близко к краю листа (всего 10 см), поэтому для удобства построения перпендикуляра к линии с абс-

циссой  $+1500$  от точки  $A$  откладывают влево  $10$  см и в полученной точке  $B$  строят перпендикуляр.

Для построения перпендикуляра от точки  $B$  откладывают влево еще  $10$  см и из полученной точки  $C$  с произвольным раствором измерителя, но большим, чем  $BC$ , проводят дуги по обе стороны линии  $AC$ . Этим же раствором измерителя проводят дуги и из точки  $A$ . Получив пересечения дуг в точках  $D$  и  $E$ , через них проводят линию, которая должна пройти через точку  $B$  без заметных для глаза отклонений, что служит контролем правильности построения перпендикуляра. Теперь от точки  $B$  в обе стороны линии  $DE$  откладывают по  $10$  см и получают точки  $F$  и  $G$ . Из точки  $F$  раствором измерителя, равным  $10$  см, проводят дуги по обе стороны линии  $ED$ . Эти дуги засекают тем же раствором измерителя из точек  $A$  и  $C$  и в пересечении получают точки  $H$  и  $J$ . Далее из точек  $A$  и  $C$  раствором измерителя  $10$  см проводят дуги вниз от линии  $AC$  и засекают их тем же раствором измерителя из точки  $G$ . В пересечениях дуг получают точки  $K$  и  $L$ . Контролем правильности построения квадратов служит то, что линия  $HJ$  должна проходить через точку  $F$ , линия  $KL$  — через точку  $G$ , линия  $HK$  — через точку  $A$ , линия  $JL$  — через точку  $C$  без заметных для глаза отклонений. После построения квадратов при помощи измерителя проверяют все диагонали, которые должны быть равны  $14,14$  см или отличаться от этого значения не более чем на  $0,02$  см.

Если размеры плана требуют увеличения числа квадратов координатной сетки, то последующие квадраты строят в том же порядке. После построения координатной сетки подписывают ее линии, как показано на рисунке 4.2, б.

Для построения координатной сетки больших размеров вместо измерителя и масштабной линейки малых размеров иногда применяют штангенциркуль с масштабной линейкой длиной  $60\ldots100$  см. Он представляет собою металлическую или деревянную линейку с двумя муфтами, из которых одна подвижная. В муфты ввинчены металлические иглы, представляющие ножки штангенциркуля. Расстояния в раствор штангенциркуля берут по большой масштабной линейке.

Некоторые штангенциркули складные, их составляют из отдельных линеек, на которые наносят деления, а муфты снабжены верньерами для уточнения отсчетов по линейке. Неподвижная муфта имеет исправительный винт, чтобы расстояния между ножками штангенциркуля соответствовали отсчетам по верньеру подвижной муфты. В этом случае необходимость в масштабной линейке отпадает.

Координатную сетку строят с помощью штангенциркуля так же, как и с помощью циркуля-измерителя.

Координатные сетки  $50 \times 50$  см удобно строить с помощью линейки Дробышева (рис. 4.3, а). Эта линейка металлическая, одно ребро у нее скошено для прочерчивания линий. Вдоль линейки вырезаны шесть окошек со скошенными краями.

На скошенном крае первого (левого) окошка нанесен начальный штрих  $0$ . Все скошенные края других окошек представляют дуги следующих радиусов: второе окошко  $10$ , третье —  $20$  см и т. д., причем центр дуг совпадает с концом штриха  $0$ . Линейка

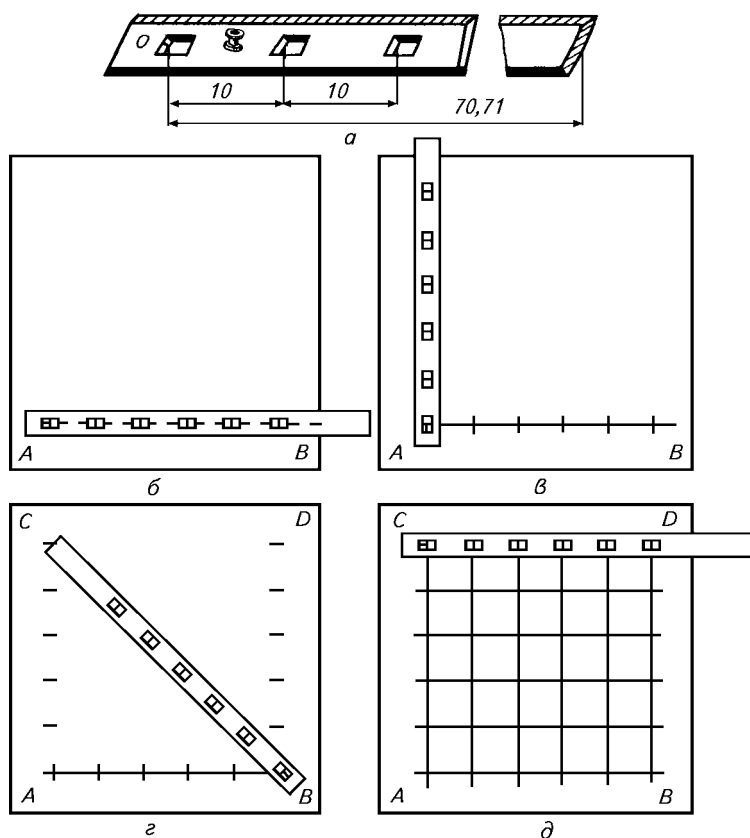


Рис. 4.3. Схема линейки Дробышева (а) и построение координатной сетки с ее помощью (б...д)

оканчивается скошенным ребром, представляющим дугу радиусом 70,71 см, с центром в конце штриха 0. Значение 70,71 см равно диагонали квадрата со стороной 50 см.

Построение координатной сетки линейкой Дробышева выполняют так. Найдя точку  $A$  пересечения линий координатной сетки в левом нижнем углу (рис. 4.3, б), вдоль скошенного ребра линейки Дробышева проводят линию  $AB$ . Накладывают на эту линию линейку, совместив конец штриха 0 с точкой  $A$ , и карандашом по скошенным краям окошек проводят дуги. Кладут линейку перпендикулярно к линии  $AB$ , совместив конец штриха 0 с точкой  $A$ , и также карандашом проводят дуги по скошенным краям окошек (рис. 4.3, в). Затем, совместив конец штриха 0 с точкой  $B$  (рис. 4.3, г), засекают дугообразным концом линейки

дугу *C* и получают левую верхнюю вершину квадрата. Аналогично получают и верхнюю правую вершину квадрата *D*. Для контроля совмещают конец штриха 0 с точкой *C* и смотрят, проходит ли дуга шестого окошка через точку *D* (рис. 4.3, *д*). Если проходит, то через все скошенные края окошек проводят дуги, а затем по скошенному краю линейки проводят все линии координатной сетки.

Построение координатной сетки линейкой Дробышева можно также начинать от диагонали, засекая углы квадрата его сторонами по 50 см.

Линейкой Дробышева по описанному способу можно строить координатную сетку размером  $30 \times 40$  см с диагональю прямоугольника 50 см (по свойству египетского треугольника).

Существуют линейки Дробышева с десятью окошками длиной 100 см. Этой линейкой можно строить координатную сетку  $60 \times 80$  см с диагональю прямоугольника 100 см.

Изготавливают линейки, у которых расстояние между скошенными краями соседних окошек равно 8 см, есть поперечный масштаб, кроме того, к ней прикладывают штангенциркуль.

После построения координатной сетки ее проверяют при помощи *контрольного метра*, представляющего линейку таврового сечения, на скошенном крае которого нанесены штрихи через 0,2 мм. Для отсчета делений вдоль линейки имеются передвигающиеся лупы. При контроле проверяют все стороны квадратов сетки и все их диагонали. Если расхождение против точных размеров сторон квадратов и диагоналей превышает 0,2 мм, то координатная сетка должна быть построена заново.

При отсутствии контрольного метра применяют циркуль-измеритель и масштабную линейку.

Координатные сетки строят также при помощи *координатографов*. Они бывают полевые, которыми сетки строят в экспедиционных условиях, и стационарные, устанавливаемые обычно в цехах крупных геодезических и картографических предприятий. При помощи координатографов одновременно с построением координатной сетки можно по координатам наносить точки на план.

Точность построения вершин квадратов координатной сетки и нанесения точек по координатам при помощи координатографа равна 0,05 мм.

#### **4.4. НАНЕСЕНИЕ ТОЧЕК НА ПЛАН ПО КООРДИНАТАМ**

Для нанесения точек на план по координатам используют координатную сетку. Проследим это на примере с точками полигона, координаты которых приведены в таблице 3.1. Координатная сетка для этого полигона рассчитана в разделе 4.3, и построение ее показано на рисунке 4.2, *б*. Воспроизведем его без буквенных обозначений на рисунке 4.4, *а*.

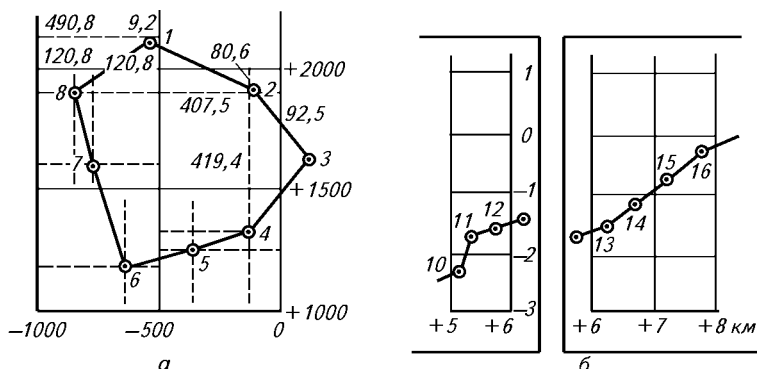


Рис. 4.4. Нанесение точек на план по координатам:

*a* — на одном листе; *б* — на нескольких листах

Судя по координатам, точка 1 лежит выше левого верхнего квадрата на  $+2120,8 - (+2000) = +120,8$  м. Для нанесения ее на план от линии координатной сетки  $x = +2000$  по обеим сторонам квадрата измерителем откладывают вверх 120,8 м и проводят линию, на которой лежит точка 1. Далее от правой стороны квадрата влево откладывают по этой линии  $-509,2 - (-500) = -9,2$  м и контролируют дополнением до 500 м, т. е. от левой стороны квадрата вправо откладывают расстояние 490,8 м. Если эти два отложенных расстояния дают одну и ту же точку, то ее накалывают и обводят кружком диаметром 2 мм.

Точка 2 попадает в верхний правый квадрат. Для ее построения от линии  $+1500$  по обеим сторонам квадрата отмеряют  $+1919,4 - (+1500) = +419,4$  м и контролируют дополнением до 500 м, т. е. отложением расстояния 80,6 м, и проводят линию, на которой будет лежать точка 2. Затем от оси абсцисс откладывают на этой линии  $-92,5$  м и контролируют дополнением до 500 м, т. е. расстоянием 407,5 м.

Положение точек 1 и 2 контролируют горизонтальным проложением линии 1—2, которое (462,8 м) берут в раствор измерителя по масштабной линейке и сличают его с расстоянием между точками 1 и 2 на плане. Расхождение не должно превышать 0,2 мм.

Точка 3 попадает в неполный квадрат вправо от оси абсцисс, ее наносят на план так же, как и точку 1. Нанесение точки 3 на план контролируют, взяв в раствор измерителя горизонтальное проложение между точками 2 и 3, равное 386,4 м, сличают его с расстоянием между этими точками на плане. Точки 4 и 5 попадают в нижний правый квадрат, наносят их на план так же, как точку 2, и контролируют по горизонтальному проложению линий 3—4 и 4—5.

Точка 6 попадает в левый нижний квадрат, а точки 7 и 8 — в левый верхний квадрат, их положение контролируют горизонтальными продолжениями 5—6, 6—7, 7—8 и 8—1.

При составлении плана полигона (хода) на нескольких листах переходящие точки (12 и 13, рис. 4.4, б) наносят на обоих листах для проведения направления линии хода.

#### 4.5. НАНЕСЕНИЕ СИТУАЦИИ НА ПЛАН

Ситуацию на план наносят после нанесения точек теодолитных полигонов (ходов)

В зависимости от способа съемки контуров ситуации применяют соответствующие способы их нанесения на план. Материалом для нанесения ситуации являются полевые журналы и абрисы.

Контуры, снятые по способу обхода (проложением теодолитного либо буссольного хода), наносят на план по координатам или по румбам.

Если вместо теодолитного хода прокладывали буссольный ход, то все магнитные азимуты надо исправить на разность между дирекционными углами и магнитными азимутами. Для этого достаточно сравнить дирекционные углы двух-трех линий полигона, вычисленные в ведомости координат (см. табл. 3.1), с магнитными азимутами этих же линий, записанными в полевом журнале, и взять среднее значение разности. После этого исправленные магнитные азимуты перечисляют на румбы и по ним строят ход.

Если съемку ситуации проводили по способу прямоугольных координат (способу перпендикуляров), то для нанесения ее на план пользуются линейкой, треугольником, измерителем и масштабной линейкой. Треугольник используют для построения перпендикуляров, расстояния до оснований которых, как и их длины, разрешается откладывать при помощи линейного масштаба.

Точки контуров ситуации, снятых полярным способом, наносят на план при помощи транспортира и измерителя. Для нанесения точек при помощи транспортира совмещают его центр с точкой 8 (см. рис. 2.23, а), устанавливают нулевой диаметр по начальному направлению (на рис. 2.23, а начальное направление имеет линия 8—1) и от него по дуге транспортира отмечают значения углов. Затем полюс (центр транспортира) соединяют с отмеченными точками и откладывают расстояния от полюса до снятых точек в соответствии с абрисом.

У некоторых транспортиров на скошенном ребре нулевого диаметра в обе стороны от центра нанесена шкала миллиметровых делений. В этом случае те же точки наносят, вращая транспортир по ходу часовой стрелки и откладывая по шкале расстояния.

Точки, снятые по способу угловых засечек, наносят на план также при помощи транспортира, строя углы на концах линии

(базиса), а по способу линейных засечек — строят треугольник по трем известным сторонам, из которых одна сторона является базисом, а две другие берут в раствор циркуля и в пересечении дуг, описанных с концов базиса, получают положение снятой точки.

Нанесение точек, снятых по способу створов, объяснений не требует.

В процессе нанесения точек на план каждую последующую точку данного контура соединяют прямой линией (сплошной или пунктирной в соответствии с условными знаками) с предыдущей согласно абрису, при этом внимательно изучают абрис, чтобы не пропустить точки. Если форма контура, получившаяся на плане, вызывает у исполнителя сомнение в правильности съемки (например, прямоугольные контуры получаются на плане косоугольными), то необходимо на местности провести контрольные измерения, зачеркнуть неправильные результаты измерений, надписать правильные, указать дату исправления и фамилию исправившего абрис.

#### 4.6. ОФОРМЛЕНИЕ ПЛАНА

Построенный план оформляют тушью, а иногда и красками в соответствии с условными знаками снятых угодий и объектов местности.

Подписывают координатную сетку. Против линий полигона в виде дроби подписывают дирекционные углы (или румбы) в числителе и горизонтальные проложения линий — в знаменателе. Черта дроби должна быть параллельна оси ординат и находиться на расстоянии примерно 1 см от линии.

От точек полигона, изображающих межевые знаки, где кончается смежное землепользование и начинается другое, проводят стрелки и рядом ставят заглавные буквы русского алфавита (см. рис. 2.23, а), например букву *Б* у точки 2. Если границей землепользования является живое урочище, то стрелки и буквы ставят у линии, например у берега реки. Границы смежных землепользований окрашивают полосками разных цветов для каждого землепользователя.

В верхней части листа крупным шрифтом надписывают: «План землепользования», указывают название землепользователя (например, АО «Путь новой жизни» Можайского района Московской области).

Под этой надписью помещают таблицу с указанием площадей угодий, называемую экспликацией (состав угодий).

С левой стороны плана помещают описание смежных земель, например:

От *А* до *Б* с землями  
» *Б* до *В* »  
» *В* до *А* »

АО «Луч»,  
Рослесхоз,  
Росморречфлот.

С правой стороны плана иногда приводят таблицу координат точек полигона.

Внизу под планом указывают масштаб, вычерчивают линейный или поперечный масштаб, справа подписывают фамилии исполнителя съемки и составителя плана, а слева фамилии принимавших и проверявших все полевые и камеральные документы по съемке и составлению плана с личными подписями всех этих лиц.

#### *Контрольные вопросы и задания*

1. Для чего предназначена координатная сетка, как ее строят, контролируют построение и наносят точки по координатам? 2. Как наносят на план элементы ситуации по результатам теодолитной съемки?

---

## Глава 5

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОЩАДЕЙ

●

#### 5.1. СПОСОБЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОЩАДЕЙ

В зависимости от хозяйственного назначения участков и контуров, их размеров, формы, наличия или отсутствия планов и карт, естественно- исторических условий местности площади определяют следующими способами.

**Аналитический способ.** Площади вычисляют по результатам измерений линий и углов *на местности* с применением формул геометрии, тригонометрии и аналитической геометрии. Например, при учете площадей, занятых строениями, усадьбами, пашней, посевами, при отводе мелких участков их разбивают на простейшие геометрические фигуры, преимущественно треугольники, прямоугольники, реже трапеции и площади участков определяют как суммы площадей отдельных фигур, вычисляемых по линейным элементам (высотам и основаниям) по общеизвестным формулам геометрии. При учете площадь пашни, посевов, уборки урожая определяют по длине маршрута агрегата и ширине его захвата.

Площади больших участков, целых землепользований вычисляют по результатам измерений линий и углов на местности (при помощи формул тригонометрии) или по их функциям — приращениям координат и координатам вершин полигона.

**Графический способ.** Площади вычисляют по результатам измерений линий *по плану* (карте), когда участок, изображенный на плане, разбивают на простейшие геометрические фигуры, преимущественно на треугольники, реже на прямоугольники и трапеции. В каждой фигуре на плане измеряют высоту и основание, по которым вычисляют площадь. Сумма площадей фигур дает площадь участка. К графическому способу относят определение площади при помощи *палеток*.

**Механический способ.** Площади определяют *по плану* (карте) при помощи специальных приборов — *планиметров*.

Все способы применяют для определения как малых, так и больших площадей при составлении проектов землеустройства и при учете земель.

Иногда способы определения площадей применяют комбинированно. Например, часть линейных величин для вычисления

площадей определяют по плану, а часть — по результатам измерений на местности. Нередко основную площадь участка, заключенную в теодолитный полигон, определяют аналитическим способом (по координатам вершин полигона), а площадь, выходящую за пределы полигона и заключенную между линиями полигона и живого урочища (серединой ручья, берега реки), — графическим или механическим способом.

Наиболее точный — аналитический способ, так как на точность определения площади при этом способе влияют только погрешности измерений на местности, в то время как при графическом и механическом способах помимо погрешностей измерений на местности влияют погрешности составления плана, определения площадей по плану и деформации бумаги. Однако аналитический способ требует измерений линий и углов по границам участков, больших вычислительных действий, зависящих от числа углов. Вместе с этим его целесообразно применять, если площадь надо получить с повышенной точностью и, не дожидаясь составления плана.

Менее точен, но наиболее распространен механический способ, так как, пользуясь им, можно быстро и просто определить по плану площадь участка любой формы.

Графический способ выгодно применять тогда, когда граница участка — ломаная линия с небольшим числом поворотов.

В 1990-е годы разработаны устройства, позволяющие преобразовывать графическое изображение контуров ситуации на планах (картах) в цифровое в виде координат точек. Большинство преобразователей-цифрователей, например цифровой планиметр Х-PLAN 360 d, имеют режимы измерений: *точечный*, когда определяют координаты только поворотных точек контура (или концов прямых линий), и *непрерывный*, когда отслеживают всю линию (границу участка) и координируют ее точки через определенный интервал. Результаты измерений отображаются на жидкокристаллическом дисплее и могут накапливаться в памяти, а встроенный калькулятор позволяет производить различные операции над результатами измерений (вычислять площадь фигуры, длины линий).

Кроме этих устройств применяют и электронные планиметры зарубежного производства. Конструктивная особенность этих планиметров — наличие жидкокристаллического 8-разрядного цифрового дисплея с отображением результатов измерений и единиц измерений ( $\text{см}^2$  или  $\text{дюйм}^2$ ). Начальный отсчет (есть клавиша обнуления) и результат измерения автоматически высвечивается на дисплее в процессе работы. Наличие памяти позволяет выполнять накопительные измерения.

Ниже рассмотрено вычисление площади полигона по координатам, определение небольших площадей по плану при помощи



ты вершин. Выведем лишь три наиболее известные формулы вычисления площади полигона по координатам его вершин. Для этого раскроем скобки в выражении (5.1)

$$= \sum_{i=1}^n x_i y_{i+1} - \sum_{i=1}^n x_{i+1} y_i + \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_{i+1} y_{i+1} \quad (5.2)$$

Но здесь

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i = \sum_{i=1}^n x_i y_i + \sum_{i=1}^n x_{i+1} y_{i+1}$$

потому что обе части этого равенства представляют сумму произведений абсциссы каждой точки на ординату этой же точки. Тогда вместо формулы (5.2) получим

$$= \sum_{i=1}^n x_i y_{i+1} - \sum_{i=1}^n x_{i+1} y_i \quad (5.3)$$

Теперь в формуле (5.3) можно провести замену

$$\sum_{i=1}^n x_i y_{i+1} = \sum_{i=2}^{n+1} x_{i-1} y_i \quad (5.4)$$

потому что обе части этого равенства представляют суммы произведений абсциссы каждой точки на ординату последующей точки.

Учитывая равенство (5.4), перепишем выражение (5.3)

$$= \sum_{i=2}^{n+1} x_{i-1} y_i - \sum_{i=1}^n x_i y_i$$

или, вынося за скобки  $y_k$ , получим

$$= \sum_{i=2}^{n+1} (x_{i-1} - x_i) y_i \quad (5.5)$$

Следовательно, удвоенная площадь полигона равна сумме произведений каждой ординаты на разность абсцисс предыдущей и последующей точек.

Аналогично в выражении (5.3) можно провести замену

$$\sum_{i=1}^n x_{i+1} y_i = \sum_{i=2}^{n+1} x_i y_{i-1} \quad (5.6)$$

и с учетом равенства (5.6) переписать выражение (5.3) так:

$$= \sum_{i=2}^{n+1} (x_{i-1} - x_i) y_i + \sum_{i=2}^{n+1} x_i y_{i-1} - \sum_{i=1}^n x_i y_i$$

или, вынося за скобки  $x_k$ , получим

$$= \sum + \quad (5.7)$$

т. е. удвоенная площадь полигона равна сумме произведений каждой абсциссы на разность ординат последующей и предыдущей точек.

Результаты вычислений по формулам (5.3), (5.5) и (5.7) взаимно контролируются.

Вычисления по формулам (5.5) и (5.7) можно прогнозировать. Для этого нужно раскрыть скобки и суммировать полученные разности. Это легко показать на примере с пятиугольником

$$\begin{array}{ccccccccccc} \Sigma & & + & = & & + & & + & & + & & + & & = \\ & \Sigma & + & & = & & + & & + & & + & & + & = \end{array}$$

Для вычисления площадей по координатам составляют специальную таблицу, в которую записывают координаты точек полигона. В этом случае внимательно проверяют правильность записанных координат, так как неправильные записи координат не выявляются применением контрольных формул.

Перед вычислением площади значения координат можно округлять до 0,1 м, а если площадь полигона более 200 га, то до 1 м, это округление упрощает вычисления без заметного снижения точности.

Разности координат и координаты содержат десятые и сотые доли метра, поэтому в произведениях получают четыре десятичных знака. Однако их не записывают, так как они неверные, а произведения округляют до целых квадратных метров.

Площади по координатам вычисляют при помощи электронных вычислительных машин по особым программам.

Площадь полигона, вычисленная по координатам вершин, полученным в таблице 3.1, равна 55,14 га.

Площадь, выходящую за пределы полигона, т. е. часть ее между линиями полигона и живым урочищем (см. рис. 2.23, а), определяют как сумму площадей трапеций и треугольников, образованных линией полигона и перпендикулярами, длины которых получены из измерений на местности и записаны в абрисе. Некоторые элементы треугольников определяют по плану. Площади отдельных треугольников вычисляют по известной формуле тригонометрии  $2P = ab \sin \beta$ , т. е. удвоенная площадь треугольника равна произведению двух его сторон на синус угла между ними.

Указанная площадь, выходящая за пределы полигона (см. рис. 2.23, а), равна 0,87 га. Следовательно, площадь землепользования равна 56,01 га.

### 5.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОЩАДЕЙ ПАЛЕТКАМИ

Для определения на плане площадей небольших участков с криволинейными контурами применяют прямолинейные и криволинейные палетки. К прямолинейным относят известные и наиболее распространенные квадратные и параллельные палетки.

*Квадратная палетка* представляет сеть взаимно перпендикулярных линий, проведенных через 1 мм на прозрачном целлулоиде, плексигласе, фотопленке, стекле или восковке (рис. 5.2, *а*). Площадь фигуры вычисляют простым подсчетом клеток палетки, наложенной на фигуру. Доли клеток, рассекаемых контуром на части, учитывают на глаз. Как видно на рисунке 5.2, *а*, площадь контура занимает 58 клеток<sup>1</sup>. Для плана масштаба 1:10 000 площадь клетки со стороной 1 мм равна  $10 \times 10 = 100 \text{ м}^2 = 0,01 \text{ га}$ . Следовательно, площадь контура равна 0,58 га.

Для упрощения подсчетов проводят утолщенные линии через 0,5 и 1 см, чтобы число клеток можно подсчитать сразу группами (25 и 100 мм<sup>2</sup>).

Квадратной палеткой не рекомендуют определять площади, большие 2 см<sup>2</sup> на плане.

Недостаток ее применения помимо того, что площади долей клеток, рассекаемых контуром, приходится оценивать на глаз, состоит еще в том, что подсчет числа целых клеток нередко сопровождается грубыми ошибками.

Таких недостатков не наблюдается при определении площадей *параллельной палеткой*, представляющей собой листок прозрачного целлулоида, плексигласа или восковки, на котором нанесены параллельные линии, проведенные преимущественно через 2 мм одна от другой (рис. 5.2, *б*)<sup>2</sup>.

Площадь контура этой палеткой вычисляют следующим образом. Накладывают ее на контур так, чтобы крайние точки *a* и *b* разместились посередине между параллельными линиями палетки. Таким образом, весь контур оказывается расчлененным параллельными линиями на фигуры, близкие к трапециям с одинаковыми высотами, причем отрезки параллельных линий внутри контура являются средними линиями трапеций. Прерывистыми линиями на рисунке 5.2, *б* показаны основания этих трапеций. Сумма площадей трапеций, т. е. площадь контура,

$$P = cdh + efh + mn h + \dots + klh.$$

Так как все высоты трапеций равны, то

$$P = h(cd + ef + mn + \dots + kl).$$

<sup>1</sup> Размеры клеток на рисунке 5.2, *а* увеличены примерно в 1,3 раза.

<sup>2</sup> Все размеры на рисунке 5.2, *б* увеличены примерно в 1,2 раза.

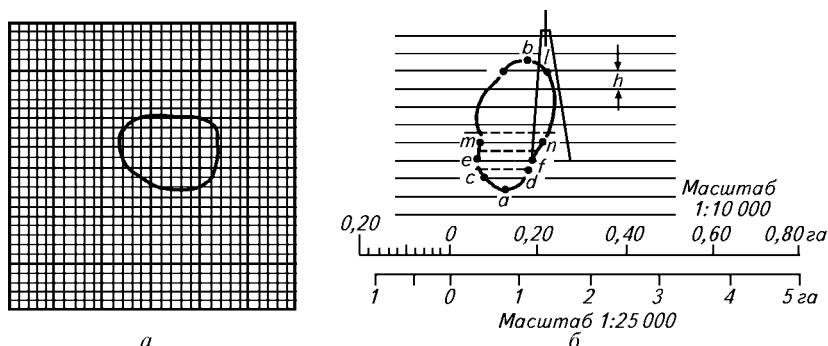


Рис. 5.2. Определение площади контура квадратной (а) и параллельной (б) палетками

Следовательно, чтобы получить площадь контура, нужно взять сумму средних линий, т. е. сумму отрезков параллельных прямых, проходящих внутри контура, и умножить на расстояние между ними.

Для упрощения определения площади сумму средних линий последовательно набирают в раствор циркуля: сначала берут отрезок  $cd$ , затем, не сжимая циркуля, совмещают левую его ножку с точкой  $f$  (см. рис. 5.2, б). После этого, не сдвигая правую ножку циркуля с места, увеличивают раствор циркуля, установив левую ножку в точку  $e$ . Таким образом, в растворе циркуля получают отрезок, равный  $cd + ef$ . Далее левую ножку циркуля устанавливают в точку  $n$ , вследствие чего правая ножка встанет от точки  $n$  на расстоянии  $cd + ef$ . После этого, не сдвигая правую ножку с места, раствор циркуля увеличивают, установив левую ножку в точку  $m$ , и т. д. Последним отрезком, набираемым в раствор циркуля, будет отрезок  $kl$ . Набранную в раствор циркуля сумму средних линий определяют по масштабной линейке, и полученную длину умножают на расстояние  $h$ , соответствующее числу метров на местности.

Например, если масштаб плана 1:10 000,  $h = 20$  м и сумма средних линий равна 682 м, то площадь контура будет равна  $13\,640 \text{ м}^2$ , или 1,36 га. Чтобы не выполнять подобных вычислений, для нужного масштаба плана строят специальную шкалу, по которой отсчитывают площадь контура, зная сумму средних линий. Рассчитаем основание шкалы для масштаба 1:10 000. При расстоянии между параллельными линиями 2 мм и при основании шкалы 1 см площадь будет равна  $20 \cdot 100 = 2000 \text{ м}^2 = 0,20 \text{ га}$ . Следовательно, каждому сантиметру шкалы будет соответствовать 0,20 га на местности. Левое основание шкалы делят на 10 частей, как это делают при построении линейного масштаба (см. рис. 5.2, б).

Основанию масштаба 1:25 000, равному 1 см, будет соответствовать площадь 1,25 га. Такое основание неудобно для определения площадей, поэтому следует рассчитать основание, которому соответствует площадь 1 га. В этом случае длина основания, очевидно, будет равна 0,8 см. Левое основание шкалы также делят на 10 частей.

Для масштаба 1:5000 основание принимают 2 см, которое будет соответствовать площади 0,1 га.

После того как сумма средних линий в раствор циркуля набрана, определяют площадь по шкале так же, как расстояния по линейному масштабу. Палетку и шкалу обычно строит сам исполнитель. Параллельной палеткой не следует определять площади больше 10 см<sup>2</sup> на плане.

К криволинейным относят гиперболические палетки, представляющие систему гиперболических кривых и применяющиеся для определения площадей простейших геометрических фигур. Эти палетки не находят заметного распространения, так как при помощи их нельзя быстро определить площадь участка с криволинейным контуром.

## 5.4. ПЛАНИМЕТРЫ

Планиметр называют механический прибор, который путем обвода плоской фигуры любой формы определяет ее площадь. Они бывают самых разнообразных систем: от очень сложных до очень простых. Планиметры делят на линейные и полярные. К *линейным* относят планиметры, у которых все точки прибора во время обвода фигуры подвижны, а к *полярным* — у которых одна точка (полюс) во время обвода фигуры неподвижна.

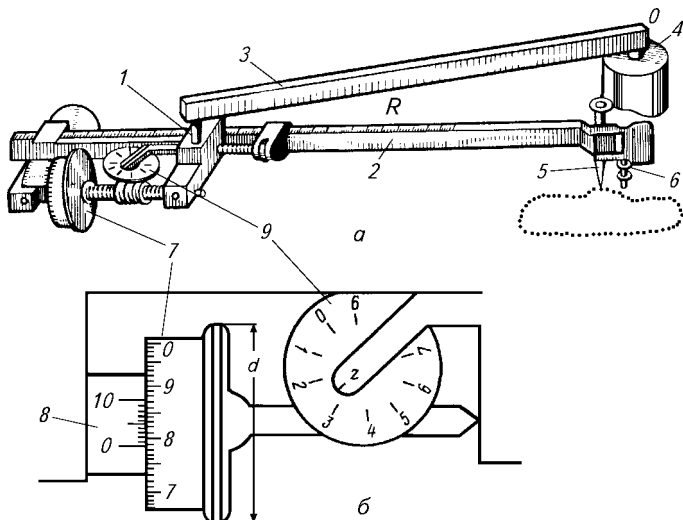


Рис. 5.3. Полярный планимер (а) и схема его счетного механизма (б):

1 — шарнирное соединение рычагов; 2 — обводный рычаг; 3 — полюсный рычаг; 4 — полюс; 5 — обводный индекс; 6 — опорный винт (штифт); 7 — счетный ролик; 8 — верньер (нониус); 9 — циферблат счетного механизма (отсчет по счетному механизму — 2783)

Наиболее распространен полярный планиметр (рис. 5.3, *а*), состоящий из двух рычагов: обводного 2 и полюсного 3, соединенных шарниром в точке 1.

Обводят фигуру обводным индексом 5, расположенным на конце обводного рычага. Обводным индексом служит либо конец шпильки (см. рис. 5.3, *а*), либо точка на нижней поверхности стекла. Чтобы конец шпильки во время обвода не задевал за бумагу, его высоту над бумагой регулируют опорным винтом 6. На конце полюсного рычага 3 планиметра расположен *полюс* (точка *О*), который во время обвода укреплен на бумаге обводимой фигуры (иглой или грузом) и неподвижен. Результаты обвода (измерения площади) фигуры определяются вращением счетного ролика 7, который при обводе фигуры соприкасается с поверхностью бумаги. Для отсчетов результатов обводов на цилиндрической поверхности счетного ролика нанесены деления планиметра (рис. 5.3, *б*).

Площадь обведенной фигуры

$$P = up, \quad (5.8)$$

где  $u$  — число делений, полученное в результате обводов фигуры, т. е. площадь обведенной фигуры, выраженная в делениях планиметра;  $p$  — цена деления планиметра.

*Делением планиметра* называют 1:1000 окружности ободка счетного ролика, соприкасающегося с бумагой. Значение одного деления  $\tau$  зависит от диаметра  $d$  (см. рис. 5.3, *б*) счетного ролика и может быть представлено формулой  $\tau = d\pi/1000$ , в которой диаметр  $d$  обычно близок к 20 мм. Значение  $\tau$ , вычисленное по этой формуле, близко к 0,06 мм — менее разрешающей способности глаза (0,1 мм). Поэтому деления по счетному ролику отсчитывают при помощи верньера 8. Цилиндрическая поверхность счетного ролика разделена на 100 частей, следовательно, каждая часть содержит 10 делений планиметра, отсчитываемых по верньеру.

Для учета числа оборотов счетного ролика счетный механизм планиметра имеет циферблат 9 с указателем  $z$ , который вращается при помощи бесконечного винта, находящегося на оси счетного ролика. Если счетный ролик при обводе делает 10 оборотов, то циферблат сделает один оборот. Следовательно, если один оборот счетного ролика соответствует 1000 делений планиметра, то один оборот циферблата соответствует 10 000 делений планиметра. Поэтому отсчет по счетному ролику состоит из четырех цифр. Первую цифру — тысячи делений — отсчитывают по циферблату, вторую и третью цифры — сотни и десятки делений — отсчитывают по штрихам на счетном ролике, четвертую — единицы делений — отсчитывают при помощи верньера по штриху, совпадающему со штрихом счетного ролика. Отсчет на рисунке 5.3, *б* равен 2783 делениям.

Фигуру, площадью до  $400 \text{ см}^2$ , обычно обводят с положением полюса вне фигуры, при этом во время обвода угол, образованный рычагами планиметра, не должен быть менее  $30^\circ$  и более  $150^\circ$ , а в начале обвода этот угол между рычагами планиметра должен быть близок к прямому.

Установив обводный индекс  $5$  на исходной точке контура, берут по счетному ролику отсчет, например  $u_1 = 1245$  делений, затем ведут обводный индекс по контуру, по ходу часовой стрелки до исходной точки и берут второй отсчет, например  $u_2 = 2318$  делений. Разность отсчетов  $u = u_2 - u_1 = 1073$  — площадь обведенной фигуры в делениях планиметра.

Теперь каждому делению планиметра соответствует на плане или на местности площадь  $p$ , являющаяся ценой деления планиметра.

Таким образом, *ценой деления планиметра* называют площадь, соответствующую одному делению планиметра. Теоретически ее выражают формулой

$$p = R\tau, \quad (5.9)$$

где  $R$  — длина обводного рычага, т. е. расстояние от обводного индекса  $5$  до оси шарнирного соединения рычагов (см. рис. 5.3, а). Ее обычно принимают  $R = 160 \text{ мм}$  и отсчитывают по шкале на обводном рычаге, а  $\tau$ , как указано выше, близко к  $0,06 \text{ мм}$ .

Тогда согласно формуле (5.9)  $p = 160 \cdot 0,06 \approx 10 \text{ мм}^2 = 0,1 \text{ см}^2$ .

Из этого примера видно, что площади малых контуров (до  $2 \text{ см}^2$  на плане) точнее определять квадратной палеткой, чем планиметром, так как погрешность отсчета по счетному ролику на одно деление соответствует площади 10 клеток палетки.

Самая главная часть планиметра — счетный ролик, на ободке которого нанесены *рифельные штрихи* для фрикционного сцепления счетного ролика с бумагой.

Рифельные штрихи наносят на ободок счетного ролика параллельно его оси или перпендикулярно его плоскости при помощи корундового камня, заложенного в специальную рифельную машину. Хранение планиметров в холодном сыром помещении или прикосновение потных рук к ободку счетного ролика приводит к разрушению (коррозии) рифельных штрихов и планиметр в этом случае к работе непригоден.

## 5.5. ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ ЗНАЧЕНИЕ ЦЕНЫ ДЕЛЕНИЯ ПЛАНИМЕТРА И ЕЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Формула (5.9) показывает, что цена деления планиметра  $p$  равна произведению длин обводного рычага  $R$  и одного деления планиметра  $\tau$ . Основное условие для правильной работы планиметра — направление рифельных штрихов на ободке счетного ролика

должно быть параллельно оси обводного рычага  $ab$  [10], [11]. Если рифельные штрихи нанесены на ободок счетного ролика перпендикулярно его плоскости, то деление планиметра  $\tau$  будет перпендикулярно отрезку  $R = ab$ , выражающему длину обводного рычага. Поэтому *геометрически цена деления планиметра представляет площадь прямоугольника с основанием, равным длине обводного рычага  $R$ , и высотой, равной одному делению планиметра  $\tau$ .*

При определении площадей земельных участков обычно пользуются не *абсолютной* ценой деления планиметра, определяемой формулой (5.9), когда  $p$  выражают в  $\text{см}^2$  или  $\text{мм}^2$  на плане, а *относительной*, когда  $p_m$  выражают в га или  $\text{м}^2$  на местности, т. е. с учетом масштаба плана.

Чтобы представить относительную цену деления планиметра как площадь на местности, надо величины  $R$  и  $\tau$  тоже представить на местности, а для этого каждую из них умножить на знаменатель численного масштаба плана  $M$ . Тогда относительная цена деления планиметра

$$p_m = RM\tau M = R\tau M^2. \quad (5.10)$$

Например, при  $R = 160 \text{ мм}$ ,  $\tau = 0,06 \text{ мм}$ , масштабе плана 1:10 000  $p_m = 160 \cdot 0,06 \cdot 10\,000^2 \approx 10^9 \text{ мм} = 10^3 \text{ м}^2 = 0,1 \text{ га}$ .

Значение  $p_m$  можно было бы вычислить по результатам измерений  $R$  и  $\tau$ . Но, так как  $\tau$  очень мал, измерить его с точностью до четвертой значащей цифры трудно, поэтому цену деления планиметра  $p_m$  определяют по формуле (5.8). Для определения значения  $u$  фигуру, площадь  $P$  которой известна, обводят при положении полюса вне ее. Тогда

$$p = P/u. \quad (5.11)$$

Для обвода  $P$  обычно принимают два-три квадрата координатной сетки, при этом, если  $P$  выразить в  $\text{см}^2$  на плане, то по формуле (5.11) получают абсолютную цену деления планиметра, а если выразить в га на местности (например, на плане масштаба 1:10 000 площадь одного квадрата координатной сетки соответствует 100 га), то получают относительную цену деления планиметра.

Чтобы повысить точность определения цены деления планиметра, фигуры обводят четыре раза: два раза при положении полюса право (ПП) и два раза при положении полюса лево (ПЛ). Не допускается угол, образуемый рычагами менее  $30^\circ$  и больше  $150^\circ$ ; в среднем же он должен быть близок к прямому. Записи отсчетов и вычисления выполняют на специальном бланке. Цену деления вычисляют до четырех значащих цифр. В верхней части бланка записывают марку и номер планиметра, а также отсчет по шкале обводного рычага.

## 5.6. ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ ЦЕНОЙ ДЕЛЕНИЯ ПЛАНИМЕТРА, МАСШТАБОМ ПЛАНА И ДЛИНОЙ ОБВОДНОГО РЫЧАГА

Если цена деления планиметра  $p_1$  определена для плана одного масштаба  $1:M_1$ , то ее нетрудно вычислить для плана другого масштаба  $1:M_2$ , т. е. найти  $p_2$ .

На основании формулы (5.10) напомним два равенства:

$$= \tau \quad = \tau$$

Разделив второе равенство на первое, получим

$$= \tau \quad \tau$$

откуда

$$p_2 = (M_2/M_1)^2 p_1. \quad (5.12)$$

**Пример.** Для плана масштаба  $1:10\,000$  цена деления планиметра  $p_1 = 0,08000$  га. Какова будет цена деления планиметра  $p_2$  для плана масштаба  $1:25\,000$ ?

На основании формулы (5.12) запишем

$$p_2 = (25\,000/10\,000)^2 \cdot 0,08000 = 0,5000 \text{ га.}$$

Определение площади планиметром можно упростить, если цену деления выразить круглым числом, например,  $0,02000$ ,  $0,1000$ ,  $0,5000$  га и т. д. Если цена деления планиметра — некруглое число, например  $0,09229$  га, то для вычисления площадей потребуется вычислительная машина. Однако цену деления планиметра можно изменить, изменив длину обводного рычага. Для этого используют шкалу с делениями (преимущественно миллиметровыми) на обводном рычаге, а для повышения точности на нем имеется верньер.

Если цена деления  $p_1$  определена при отсчете по шкале обводного рычага, равному  $R_1$ , то нетрудно найти, на какой отсчет  $R_2$  надо установить обводный рычаг, чтобы цена делениям планиметра оказалась равной  $p_2$ . На основании формулы (5.10) запишем два равенства:  $p_1 = R_1 \tau M^2$ ,  $p_2 = R_2 \tau M^2$ .

Разделив второе равенство на первое, получим

$$R_2 = (p_2/p_1) R_1. \quad (5.13)$$

**Пример.** Значение  $p_1 = 0,09229$  га получено при отсчете по шкале обводного рычага  $R_1 = 154,4$ . Какой должен быть отсчет по этой шкале, чтобы цена деления планиметра  $p_2 = 0,1000$  га? На основании формулы (5.13) получим

$$R_2 = (0,1000/0,09229) \cdot 154,4 = 167,3.$$

На вычисленный отсчет устанавливают обводный рычаг, пред-

варительно отвернув, а потом завернув закрепительный винт. После этого проверяют цену деления планиметра путем обвода фигуры с известной площадью и вычисляют ее с четырьмя значащими цифрами.

### **5.7. ОПРЕДЕЛЕНИЕ И УВЯЗКА ПЛОЩАДЕЙ КОНТУРОВ СИТУАЦИИ. ЭКСПЛИКАЦИЯ УГОДИЙ**

Площади землепользований коллективных и других хозяйств вычисляют аналитическим способом, если по границам их проложены теодолитные ходы, или планиметром и графическим способом при помощи картометров.

Площади контуров сельскохозяйственных угодий определяют преимущественно планиметром и лишь площади мелких контуров с помощью палеток.

При работе полярным планиметром обводы делают при среднем прямом угле между рычагами и так, чтобы этот угол был не менее 30 и не более 150°. Расхождения в результатах обводов допускают следующие: два деления при площади до 200 делений, три деления при площади 200...2000 делений и четыре деления при площади более 2000 делений.

Площади контуров ситуации определяют двумя обводами при одном положении полюса, а площади землепользований или секций — при двух, по два обвода при каждом положении.

Площади узких контуров (дорог, канав, ручьев, рек, рычной системы, полос отчуждения, полевых защитных лесных полос и др.) вычисляют как площади прямоугольников, у которых длину измеряют по плану, а ширину — на местности или тоже по плану. Площади узких контуров определяют по шкалам, изготовляемым самим исполнителем. Способ расчета и построения шкал аналогичен способу расчета и построения шкал параллельных палеток (см. рис. 5.2).

Для уменьшения невязки в сумме площадей контуров при сравнении ее с общей площадью участка площади узких и вкрапленных контуров включают в площади соседних угодий или же угодий, в которые они вкраплены. Например, при обводе пашни (см. рис. 2.23, а) площадь дороги включают в площадь пашни, а после их увязки площадь дороги исключают из увязанной площади пашни. Так же поступают и в том случае, если дорога, ручей и пр. являются границей угодья.

Чтобы избежать накопления погрешностей при обводе большого числа контуров и компенсации грубых ошибок при определении площадей, придерживаются основного правила геодезии — от общего к частному, т. е. разбивают площадь участков на части (секции), включающие по 50...100 контуров. Площади секций увязывают в общей площади участка, а площади контуров ситуации — в площади каждой секции отдельно.

При увязке площадей секций в общей площади  $P$  участка (или трапеции, ограниченной меридианами и параллелями) допустимость невязки определяют по формуле  $f_p \leq P/500$ .

Невязку, если она допустима, распределяют пропорционально площадям секций.

Допустимость невязки в сумме площадей контуров при сравнении ее с общей площадью участка или секции вычисляют по формуле (если площадь участка или секции определяли аналитическим способом), га:

$$= \left( \sqrt{\quad} + \quad \sqrt{\quad} \right)$$

где  $p$  — относительная цена деления планиметра, выраженная в гектарах;  $n$  — число контуров, не считая вкрапленных;  $M$  — знаменатель численного масштаба плана;  $P$  — площадь участка (секции), га.

Невязку  $f_p$  распределяют пропорционально коэффициентам поправок<sup>1</sup>, приведенным в таблице 5.1.

**5.1. Коэффициент поправок для различных способов определения площадей на планах**

0,1	Менее 0,15	Менее 1	Менее 2	Менее 15
0,2	0,16...0,35	1...3	2...5	15...35
0,5	0,36...0,75	3...5	5...10	35...75
1	0,75...3	5...25	10...20	75...150
2	3...5	25...40	20...34	150...250
3	5...8	40...60	34...48	250...350
4	8...15	60...110	48...63	350...450
5	15...20	110...160	63...77	450...550
6	20...26	160...230	77...91	550...650
7	26...35	230...280	91...105	650...750
8	35...45	280...350	105...119	750...850
9	45...55	350...450	119...133	850...950
10	55...65	450...500	133...148	950...1050
11	65...76	500...580	—	—
12	76...87	580...660	—	—
13	87...98	660...750	—	—
14	98...110	750...850	—	—
15	110...123	850...950	—	—
16	123...136	950...1050	—	—
17	136 и более	—	—	—

Чтобы получить примерные коэффициенты поправок для масштаба 1:5000, надо уменьшить значения площадей, приведенных в таблице 5.1 для масштаба 1:10 000, в 4 раза. Коэффициенты поправок для масштаба 1:50 000 можно получить, если увеличить площади, приведенные для масштаба 1:25 000, в 4 раза.

<sup>1</sup>Коэффициенты поправок вычислены по методу наименьших квадратов.

Вычисляют и увязывают площади в ведомости, в которой для площадей вкрапленных контуров, не участвующих в увязке, отводят отдельный столбец.

По данным этой ведомости составляют *экспликацию* — таблицу состава земель по угодьям. В землеустроительных организациях разработаны образцы экспликаций применительно к сельскохозяйственным условиям районов России.

### **Контрольные вопросы и задания**

1. Какие существуют методы определения площадей? Сопоставьте эти методы по точности. 2. В чем сущность аналитического метода определения площади? Напишите применяемые формулы. 3. В каких случаях применяют графический и в каких — механический методы определения площади? 4. Какие требования применяют к планиметру? 5. Что называют ценой деления планиметра и как ее определяют практически? 6. Как устанавливают удобную для вычисления площади цену деления планиметра? 7. Изменится ли цена деления планиметра с изменением длины полюсного рычага? 8. Изменится ли цена деления планиметра с изменением диаметра счетного колеса? 9. Когда применяют палетки для определения площадей? 10. Как определяют общую площадь землепользования? 11. Назовите методы определения площадей контуров угодий. 12. Что называют экспликацией угодий?

---

## Глава 6

### ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ НИВЕЛИРОВАНИЕ

●

#### 6.1. ВИДЫ НИВЕЛИРОВАНИЯ

*Нивелированием* называют полевые измерения, в результате которых определяют высоты точек местности и превышения между ними.

В зависимости от метода и применяемых приборов различают следующие виды нивелирования:

*геометрическое*, выполняемое горизонтальной визирной осью;

*тригонометрическое*, выполняемое наклонной визирной осью;

*барометрическое*, выполняемое при помощи барометров, действие которых основано на известной зависимости между атмосферным давлением и высотой над уровнем моря;

*гидростатическое*, основанное на свойстве свободной поверхности жидкости в сообщающихся сосудах всегда находиться на одной и той же уровенной поверхности;

*стереофотограмметрическое*, выполняемое посредством измерений на стереоскопических парах фотоснимков;

*аэрорадионивелирование*, выполняемое с помощью радиовысотомеров, устанавливаемых на летательных аппаратах;

*механическое*, выполняемое при помощи приборов, автоматически вычерчивающих профиль проходимого пути.

Из перечисленных видов нивелирования наиболее точными являются геометрическое и гидростатическое, несколько менее точное — тригонометрическое, остальные виды нивелирования имеют менее точные измерения.

#### 6.2. СПОСОБЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО НИВЕЛИРОВАНИЯ. КАЧЕНИЕ РЕЙКИ

Геометрическое нивелирование выполняют при помощи нивелира и нивелирных реек.

*Нивелир* — геодезический прибор, обеспечивающий при работе горизонтальную линию визирования. Он представляет собой сочетание зрительной трубы с цилиндрическим уровнем или с компенсатором. Уровень и компенсатор служат для приведения визирной оси в горизонтальное положение.

*Нивелирные рейки* — это деревянные бруски, чаще всего с сантиметровыми делениями, оцифрованными от нуля (пятки рейки), снизу вверх, через каждый дециметр.

Геометрическое нивелирование заключается в определении превышения  $h$  (рис. 6.1) точки  $B$  над точкой  $A$ .

Точки закрепляют на местности забитыми в землю деревянными колыями, металлическими костылями и др., обеспечивающими прочное, без осадок положение их по высоте.

*Нивелирным отсчетом по рейке* называют отрезок отвесной линии от точки, на которой стоит рейка, до горизонтальной визирной оси. Отсчеты и превышения выражают в миллиметрах и записывают их с округлением до миллиметра.

Существуют два способа геометрического нивелирования: *вперед* и *из середины*.

При нивелировании *способом вперед* с точки  $A$  на точку  $B$  (см. рис. 6.1, *а*) на обеих точках устанавливают рейки, нивелир устанавливают возле точки  $A$  (в радиусе 2...3 м от нее, чтобы, вращая кремальеру зрительной трубы, видеть резкое изображение делений рейки), отсчитывают по рейке высоту нивелира  $i$  (высотой нивелира называют отрезок отвесной линии от точки, на которой стоит рейка, до горизонтальной визирной оси), затем визируют на рейку, стоящую в точке  $B$ , и делают отсчет по передней рейке  $v$ . Из рисунка 6.1, *а* видно, что

$$h = i - v, \quad (6.1)$$

т. е. превышение равно высоте нивелира минус отсчет по передней рейке.

При нивелировании *способом из середины* (см. рис. 6.1, *б*) нивелир устанавливают между точками  $A$  и  $B$ , не обязательно в их створе, но с условием примерного равенства расстояний от нивелира до реек, называемым *равенством плеч* и определяемым шагами или по нитяному дальномеру зрительной трубы. Сделав отсчеты на заднюю  $n$  и переднюю  $v$  рейки, вычисляют превышение

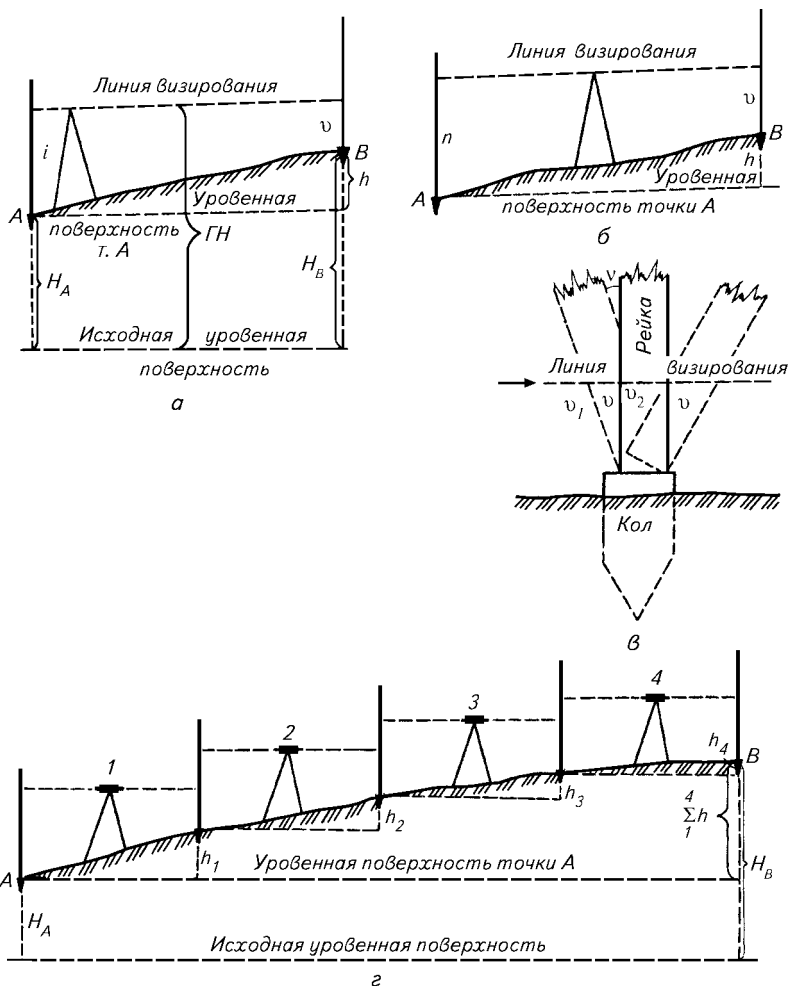
$$h = n - v, \quad (6.2)$$

т. е. превышение равно разности отсчетов по задней и передней рейкам.

При геометрическом нивелировании для определения высот нескольких точек с одной станции пользуются *горизонтом нивелира* (ГН), которым называют высоту визирной оси, т. е. отрезок отвесной линии от исходной (принятой) уровенной поверхности до визирной оси (см. рис. 6.1, *а*). Поэтому, если высота точки  $A$  ( $H_A$ ) или точки  $B$  ( $H_B$ ) известна, то согласно рисунку 6.1, *а*

$$\text{ГН} = H_A + i = H_B + v, \quad (6.3)$$

т. е. горизонт нивелира равен высоте точки, на которой стоит рейка, плюс отсчет по рейке.



**Рис. 6.1. Способы нивелирования:**

*а* — вперед; *б* — из середины; *в* — качание рейки; *г* — нивелирный ход

Пользуясь ГН, вычисляют высоту точки, на которой стоит рейка. Например согласно рисунку 6.1, *а* и формуле (6.3)

$$H_B = \text{ГН} - v, \quad (6.4)$$

т. е. высота точки, на которой стоит рейка, равна горизонту нивелира минус отсчет по рейке.

Рейка во время нивелирования должна занимать отвесное положение. Для этого рейки снабжают круглым уровнем, за положением пузырька которого следит реечник. Однако не всегда рейки обеспечивают уровнем. Для получения по ней правильного отсчета  $v$  ее *качают* (см. рис. 6.1, в) в вертикальной плоскости визирования. При отклонении рейки от отвесного положения вперед (к нивелиру) и назад отсчеты  $v_1$  и  $v_2$  будут увеличиваться, нивелировщик улавливает наименьший отсчет  $v$ , который и будет правильным отсчетом по рейке в момент ее отвесного положения. Ошибку  $\Delta$  отсчета  $v_1$  по наклонной рейке на угол  $v$  можно предварительно вычислить в соответствии с формулой (1.3), когда катет меньше гипотенузы на  $\Delta = 2v_1 \sin^2 v/2$ .

При  $v = 3^\circ$  и  $v_1 = 2000$  мм  $\Delta \approx 3$  мм. При увеличении  $v_1$  пропорционально будет увеличиваться ошибка  $\Delta$ .

Однако при отклонении рейки назад она будет вращаться около своего заднего ребра, из-за ширины (толщины) пятки рейки *наименьшим* оказывается не отсчет  $v$ , а отсчет  $v_2$ , вследствие чего ошибка  $\Delta = v_2 - v = v \sqrt{v} - v \sqrt{v} = v \sqrt{v} - v \sqrt{v} \approx v \sqrt{v}$  или  $\Delta \approx c^2/2v$ , т. е. чем меньше отсчет по рейке, тем больше ошибка  $\Delta$ . При  $c = 30$  мм,  $v = 200$  мм ошибка  $\Delta \approx 2,2$  мм; при  $v = 500$  мм ошибка  $\Delta \approx 0,9$  мм, поэтому при отсчетах по рейке 500 мм и меньше рейку не качают.

Превышения, вычисляемые по формулам (6.1), (6.2), могут быть положительными и отрицательными, и при записи их обязательно сопровождают знаком плюс или минус.

Чем меньше расстояние между нивелиром и рейкой, тем точнее отсчет. Нормальным считается расстояние 50 м, недопустимым — более 150 м.

Однако часто возникает необходимость определять превышения между точками при расстояниях в несколько сотен километров с большим числом станций, образующих нивелирные ходы (см. рис. 6.1, з) и полигоны. Определив превышения, вычисляют высоту, например точки  $B(H_B)$ , зная высоту исходной точки  $A(H_A)$ , по формуле

$$= + = + \sum$$

где  $n$  — число станций (превышений).

Поэтому в зависимости от длины хода (периметра полигона) и требуемой точности геометрическое нивелирование делят на классы I, II, III, IV и техническое нивелирование.

Нивелирование I, II, III и IV классов является высотной основой топографических съемок всех масштабов и геодезических измерений, проводимых для народного хозяйства и обороны страны.

Нивелирование I и II классов служит главной высотной основой, посредством которой устанавливают единую систему высот на территории страны. Она также необходима для научных целей, связанных с изучением движений земной коры. Периметры нивелирных полигонов I и II классов на европейской территории России составляют в среднем соответственно 2800 и 600 км.

Нивелирование III, IV классов и техническое нивелирование служат высотной основой топографических съемок и предназначаются для решения различных инженерных задач — планировки, застройки и благоустройства городов и сельских населенных пунктов, проектирования и строительства дорог, оросительных и осушительных каналов, водоснабжения и т. п.

### 6.3. НИВЕЛИРНЫЕ ЗНАКИ

Для использования результатов нивелирования высшего класса в качестве геодезического высотного обоснования при последующих нивелирных работах точки закрепляют на местности постоянными или временными нивелирными знаками — *реперами и марками*, обеспечивающими длительную сохранность и неподвижность во времени в пределах точности измерений.

Распространенным типом постоянного нивелирного знака является *стенной репер* (рис. 6.2, а). Его отливают из чугуна, закладывают в выдолбленное шлямбуром углубление в стене каменного здания (сооружения) и заполняют цементным раствором так, чтобы его торцевая часть выступала от поверхности стены на 50 мм. Рядом с репером к стене здания прикрепляют охранную металлическую таблицу размером 16 × 22 см с эмблемой герба и надписью: «Геодезический пункт охраняется государством». На торцевой стороне репера записаны учреждение, заложившее репер, и номер репера.

В незастроенных зонах сезонного промерзания в землю закладывают *грунтовой репер* — железобетонный столб квадратного сечения, в верхней части которого закладывают марку (рис. 6.2, б). В 1,5 м от репера устанавливают железобетонный опознавательный знак с охранной табличкой.

Для закрепления результатов технического нивелирования в качестве грунтового репера применяют металлические трубы или железобетонные пилоны (рис. 6.2, в) с приваренной или вделанной в бетон маркой, на метровом расстоянии от которых устанавливают опознавательный знак — трубу с охранной металлической табличкой.

В качестве временных нивелирных знаков используют отмеченные масляной краской характерные выступы железобетонных опор ЛЭП, мостов, фундаментов зданий, больших камней (валунов) и др., а также костыли или гвозди, забиваемые в деревянные строения, опоры линий связи, пень спиленного дерева, а также в вкопанные в землю отрезки железобетонных или деревянных столбов, асбестоцементных и металлических труб, рельсов, уголкового железа и т. п., на которые устанавливают рейки при выполнении нивелирных работ.

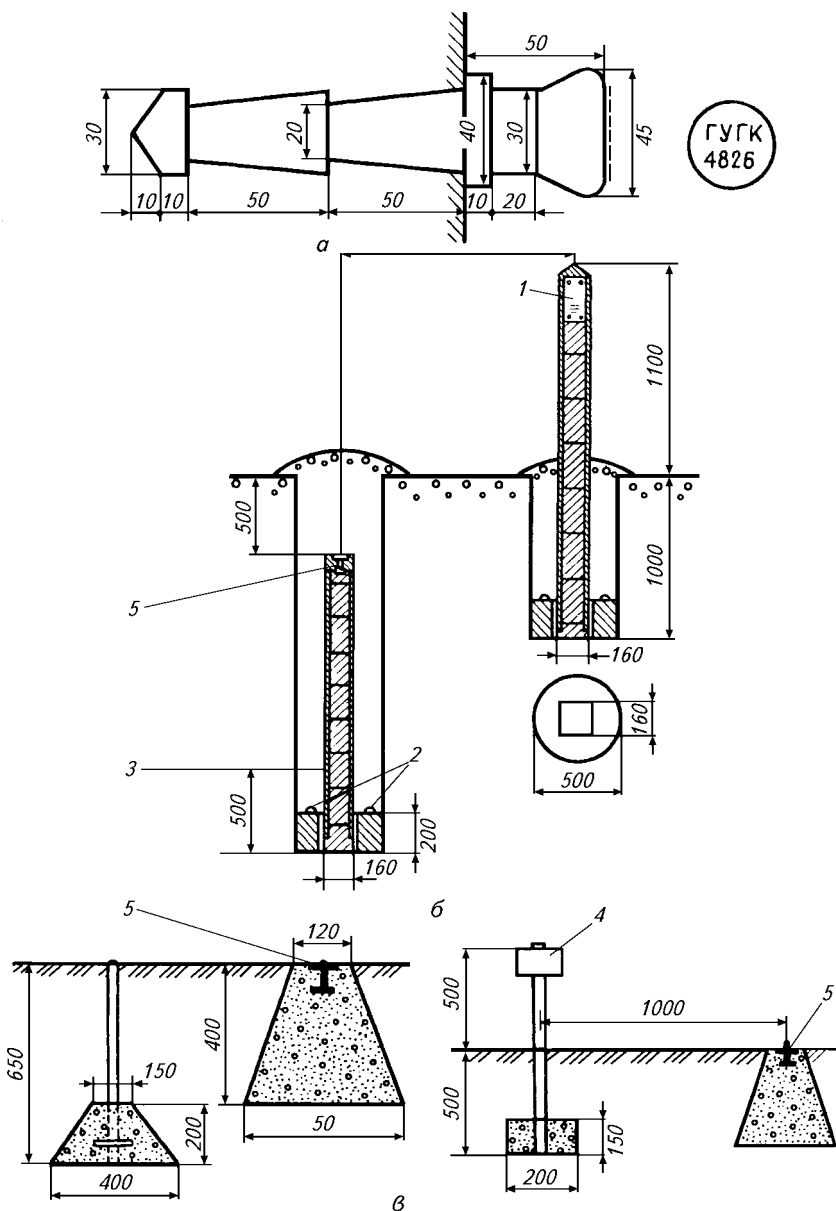


Рис. 6.2. Стенной (а), грунтовой с маркой (б) реперы и железобетонный пилон с маркой и охранной табличкой (в):

1 — опознавательный знак; 2 — железные скобы (якорь); 3 — граница промерзания грунта; 4 — охранный знак с металлической пластинкой; 5 — закладная марка

## 6.4. НИВЕЛИРЫ. НИВЕЛИРНЫЕ РЕЙКИ

Согласно ГОСТ 10528—90 нивелиры, как и теодолиты, разделяют на высокоточные, точные и технические.

К *высокоточным* относят нивелир Н-0,5, предназначенный для нивелирования I и II классов, с погрешностью не более 0,5 мм на 1 км двойного хода.

К *точным* относят нивелиры Н-3 (рис. 6.3, а), Н-3К (рис. 6.4, а) и Н-3КЛ, предназначенные для нивелирования III и IV классов и технического нивелирования, с погрешностью не более 3 мм на 1 км двойного хода.

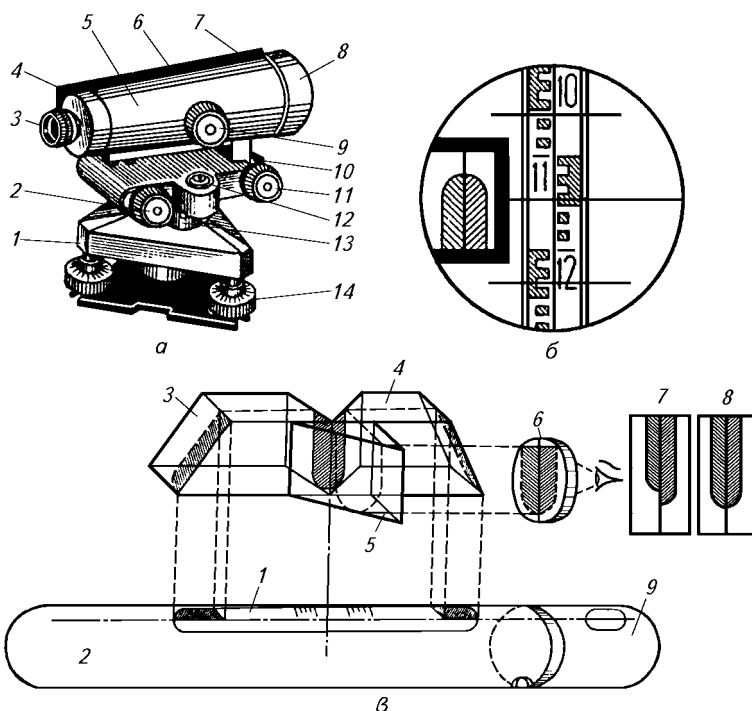
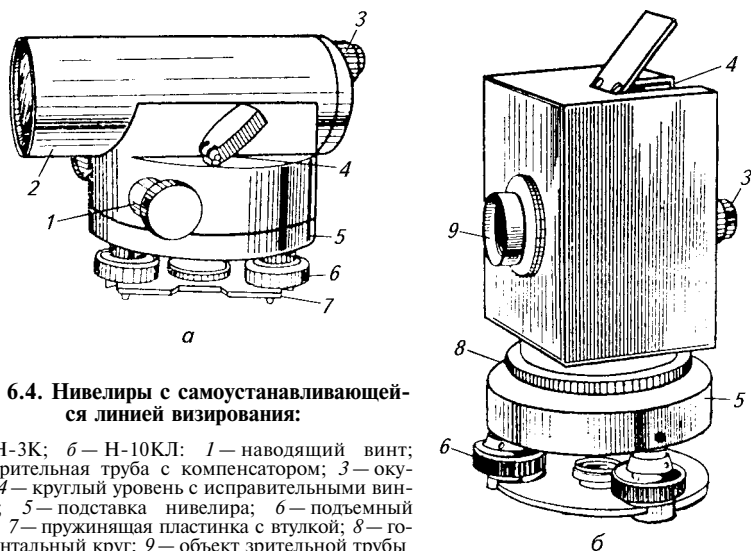


Рис. 6.3. Нивелир Н-3:

а — устройство нивелира: 1 — подставка (трегер); 2 — элевационный винт; 3 — окуляр; 4 — торцевая часть коробки цилиндрического уровня, где расположены его исправительные винты; 5 — корпус зрительной трубы; 6 — коробка цилиндрического уровня; 7 — мушка; 8 — объектив; 9 — кремальерный винт для фокусирования; 10 — закрепительный винт; 11 — наводящий винт; 12 — круглый уровень; 13 — исправительные винты круглого уровня; 14 — подъемный винт; б — поле зрения трубы; в — схема контактного уровня: 1 — пузырек уровня (заштрихованы противоположные концы половинок пузырька уровня); 2 — ампула уровня с камерой; 3...5 — призмы, образующие блок призм; 6 — лупа, передающая изображение концов пузырька в глаз наблюдателя; 7 — ось уровня не горизонтальна; 8 — пузырек в нульпункте; 9 — камера



**Рис. 6.4. Нивелиры с самоустанавливающейся линией визирования:**

*а* — Н-3К; *б* — Н-10КЛ: 1 — наводящий винт; 2 — зрительная труба с компенсатором; 3 — окуляр; 4 — круглый уровень с исправительными винтами; 5 — подставка нивелира; 6 — подъемный винт; 7 — пружинящая пластинка с втулкой; 8 — горизонтальный круг; 9 — объект зрительной трубы

*Технические* нивелиры Н-10, Н-10К, Н-10КЛ применяют при техническом нивелировании с погрешностью не более 10 мм на 1 км двойного хода.

По способу приведения визирной оси в горизонтальное положение различают нивелиры с *уровнем* (Н-0,5, Н-3, Н-10) и с *компенсатором* (Н-3К, Н-10К), автоматически приводящим визирную ось в горизонтальное положение. Их называют нивелирами с самоустанавливающейся линией визирования и применяют преимущественно на зыбких неустойчивых поверхностях. Некоторые нивелиры снабжены горизонтальным кругом с лимбом (Н-3КЛ, Н-10Л, Н-10КЛ) для измерения горизонтальных углов (рис. 6.4, б).

Способы компенсации углов наклона и принцип действия компенсатора нивелира НЗК приведены в приложении 1.

Цифровые нивелиры серий Trimble DiNi — значительный шаг вперед. По сравнению с оптическими нивелирами они обладают рядом технических новшеств: система автоматического считывания по рейке со специальным штрих-кодом, точное измерение расстояний, оптико-электронный лимб горизонтального круга (DiNi 12 T), карта памяти хранения данных и компенсатор. При использовании цифровых нивелиров значительно повышается производительность труда и точность нивелирования, так как исключаются личные погрешности наблюдателя (ошибки отсчета, записи и вычислений), а все измерения и вычисления выполняются в автоматическом режиме по специальной программе. Нивелир может быть укомплектован программным пакетом, который позволяет вносить и исключать информацию, делать вычисления,

строить планы, вычислять объемы земляных работ и создавать цифровые модели местности.

Самый распространенный из них — нивелир Н-3 (см. рис. 6.3, а). С левой стороны зрительной трубы с внутренней фокусировкой расположен цилиндрический *контактный* уровень, предназначенный для повышенной точности приведения визирной оси в горизонтальное положение при помощи *элевационного винта* перед отсчетом по рейке. Изображение рейки и контактное (совмещенное) изображение концов пузырька уровня в момент приведения его на середину наблюдатель видит в поле зрения трубы (рис. 6.3, б).

Передача изображения концов пузырька контактного цилиндрического уровня в поле зрения трубы осуществляется посредством призмennого устройства, расположенного над уровнем (рис. 6.3, в). Ампула контактного уровня имеет запасную *камеру*, позволяющую регулировать длину пузырька, зависящую от температуры воздуха, и видеть контакт концов пузырька уровня в поле зрения трубы. Камера отгорожена стеклянной пластинкой в конце ампулы уровня, обращенном к окуляру зрительной трубы. Поэтому для уменьшения пузырька уровня, сняв нивелир со штатива, наклоняют его объективом вниз и легким встряхиванием его переводят часть жидкости из камеры в ампулу. Для увеличения длины пузырька уровня нивелир наклоняют окуляром вниз.

Нижняя часть нивелира представляет собой такую же подставку с тремя подъемными винтами, как у теодолита. Ее прикрепляют к штативу при помощи станового винта. К подставке нивелира прикреплен *круглый* уровень, при помощи которого нивелир приводят в рабочее положение, обеспечивающее действие элевационного винта, приводящего концы пузырька цилиндрического уровня в контакт.

Нивелир с компенсатором Н-3К и Н10КЛ (рис. 6.4) тоже имеет круглый уровень при подставке, обеспечивающий действие компенсатора — автоматически приводить визирную ось в горизонтальное положение.

Компенсаторы бывают жидкостными и маятниковыми. Для жидкостных компенсаторов используют отражающие и преломляющие свойства жидкости, верхняя поверхность которой горизонтальна, а нижняя наклоняется вместе с прибором.

Маятниковые компенсаторы бывают механическими и оптико-механическими. У механических компенсаторов горизонтальность визирной оси достигается вертикальным перемещением сетки нитей, а у оптико-механических — изменением пути луча при прохождении его через призмы и линзы, подвешенные на специальных (платиновых) нитях.

Разработаны и другие типы компенсаторов и не только для нивелиров, но и для теодолитов при их вертикальных кругах.

Нивелирные рейки согласно ГОСТ 10528—90 изготовляют трех типов: РН-05, РН-3, РН-10. Цифры, стоящие после букв РН —

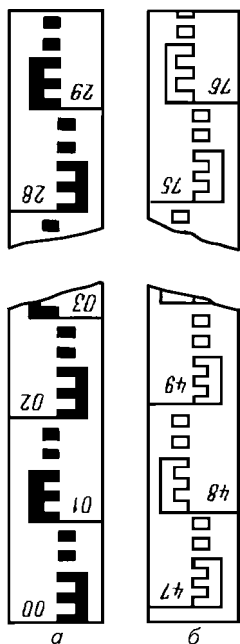


Рис. 6.5. Черная (а) и красная (б) стороны двусторонней нивелирной рейки

верхностью пятки рейки (см. рис. 6.4, а), а на красных сторонах — от произвольного некруглого числа, не повторяющегося на черной стороне, например от отсчета 4687 мм (см. рис. 6.5, б). В результате разность отсчетов по обеим сторонам пары реек, при одном и том же горизонте нивелира — величина постоянная, позволяющая контролировать отсчеты по рейкам и повышать точность определения превышения двукратным измерением.

## 6.5. ПОВЕРКИ НИВЕЛИРОВ И РЕЕК

До начала работы нивелир подвергают внешнему осмотру, чтобы убедиться в наличии и исправности всех частей и принадлежностей, в плавности движения их при вращении винтов, четкости изображений, даваемых зрительной трубой, определяют увеличение трубы, рассчитывают точность визирования по формуле (2.11), определяют цену деления цилиндрического уровня.

У нивелиров с цилиндрическим уровнем и компенсатором проводят проверки следующих условий.

рейка нивелирная, — означают, как и у нивелиров разной точности, величину средней квадратической погрешности в миллиметрах на 1 км двойного хода нивелирования. В комплекте к каждому нивелиру дают две однотипные нивелирные рейки.

Рейки РН-3 и РН-10 представляют собой деревянные бруски (рис. 6.5) двутаврового сечения, изготовленные из хвойного дерева, цельные или складные, длиной 1,5, 3 или 4 м и толщиной 2...3 см. Для прочности нижние и верхние концы реек оковывают железом.

Рейки бывают односторонними, когда деления нанесены на одной стороне, и двусторонними с делениями на обеих сторонах. Двусторонние рейки имеют на одной стороне чередующиеся деления черного и белого цветов (черная сторона), а на другой стороне — красного и белого цветов (красная сторона). Для облегчения нивелирных отсчетов первые пять сантиметровых делений (шашек) каждого дециметра объединены в виде буквы Е. На черных сторонах комплекта реек счет делений начинается от нуля, совпадающего с нижней железной по-

1. Ось круглого уровня должна быть параллельна оси вращения нивелира. Теория поверки этого условия изложена в разделе 2.9, и на основе ее, действуя подъемными винтами, приводят пузырек уровня в нуль-пункт. Затем поворачивают нивелир вокруг вертикальной оси на  $180^\circ$ . Если пузырек уровня оказался в нуль-пункте, то условие выполнено. В противном случае, действуя подъемными винтами, смещают пузырек уровня в направлении к нуль-пункту на половину дуги отклонения, а затем исправительными винтами (три исправительных винта находятся под круглым уровнем) приводят пузырек в нуль-пункт. Чтобы убедиться в правильности исправления, нивелир поворачивают снова на  $180^\circ$ , и так действуют до тех пор, пока при вращении нивелира пузырек уровня не будет оставаться в нуль-пункте.

2. Горизонтальная нить сетки должна быть перпендикулярна оси вращения нивелира. Для поверки этого условия по рейке, отстоящей от нивелира на расстоянии 5...10 м, берут отсчеты по обоим концам горизонтальной нити сетки. Если они одинаковы, то условие выполнено, в противном случае, действуя исправительными винтами сетки нитей, поворачивают ее до получения одинаковых отсчетов.

3. Визирная ось зрительной трубы должна быть параллельна оси цилиндрического уровня (у нивелира с уровнем) или визирная ось должна быть горизонтальна (у нивелира с компенсатором). Это главное условие. Его проверяют двумя способами.

**С п о с о б 1.** Он состоит в двойном нивелировании вперед, т. е. в нивелировании с двух станций, располагающихся на концах линии  $AB$  (рис. 6.6,  $a$ ,  $b$ ) длиной 50...70 м. На станции 1 (см. рис. 6.6,  $a$ ) отсчетом по рейке на точке  $A$  измеряют высоту нивелира  $i_1$  и по рейке, стоящей в точке  $B$ , берут отсчет  $v_1$ , который больше правильного на величину  $x$ , представляющую ошибку отсчета из-за невыполнения условия. Тогда превышение между точками  $A$  и  $B$

$$h = i_1 - (v_1 - x) = i_1 - v_1 + x.$$

На станции 2 у точки  $B$  (см. рис. 6.6,  $b$ ) измеряют высоту нивелира  $i_2$  и берут отсчет по рейке  $v_2$ , по которому получим то же превышение  $h = v_2 - x - i_2$ .

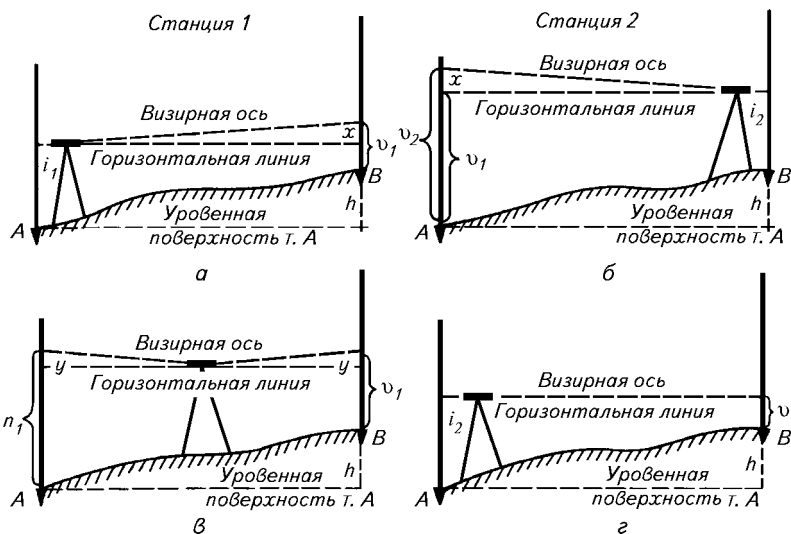
Так как левые части полученных равенств равны, то

$$i_1 - v_1 + x = v_2 - x - i_2,$$

откуда

$$x = (v_1 + v_2)/2 - (i_1 + i_2)/2,$$

т. е. ошибка из-за невыполнения условия равна полусумме отсчетов по рейке минус полусумма высот нивелира. Если  $x \leq 4$  мм, то условие считают выполненным. В противном случае для станции 2 вычисляют верный отсчет по рейке  $v = v_2 - x$ .



**Рис. 6.6. Проверка главного условия нивелира:**

*а, б* — способами двойного нивелирования вперед; *в, г* — из середины и вперед

Вращая элевационный винт, устанавливают визирную ось на этот счет, вследствие чего пузырек уровня сойдет с середины (изображения концов пузырька уровня в поле зрения трубы разойдутся), и, действуя вертикальными исправительными винтами уровня, которые находятся в углублении корпуса нивелира слева от окуляра зрительной трубы, приводят пузырек уровня на середину (совмещают изображения концов пузырька уровня).

**С п о с о б 2.** Нивелирование линии производят с двух станций — из середины и вперед (рис. 6.6, *в, г*). Первая станция (см. рис. 6.6, *в*) находится на равных расстояниях от реек, устанавливаемых на точках *A* и *B*. По рейкам берут отсчеты  $n_1$  и  $v_1$ , которые отличаются от правильных отсчетов на одну и ту же величину  $y$ , представляющую собой ошибку в отсчетах из-за невыполнения условия. Тогда превышение между точками *A* и *B* будет выражаться формулой

$$h = n_1 - y - (v_1 - y) = n_1 - v_1.$$

Это выражение свидетельствует о том, что при невыполнении условия, но при равенстве расстояний от нивелира до реек ошибки в отсчетах по рейке компенсируются и по неправильным отсчетам получают правильное значение превышения. В этом состоит преимущество нивелирования из середины перед нивелированием вперед.

Далее переносят нивелир на станцию 2 у точки  $A$  (см. рис. 6.6,  $г$ ), измеряют высоту нивелира  $i_2$  и вычисляют правильное значение отсчета по рейке, установленной на точке  $B$ ,  $v = i_2 - h$ .

Если отсчет по этой рейке со станции 2 совпадает с отсчетом  $v$  или будет отличаться от него не более чем на 4 мм, то условие считают выполненным. В противном случае, вращая элевационный винт, устанавливают визирную ось на отсчет  $v$  и, действуя вертикальными исправительными винтами уровня, совмещают изображения концов пузырька уровня.

У нивелира с компенсатором приводят пузырек круглого уровня в нуль-пункт, после чего вертикальными исправительными винтами сетки нитей устанавливают визирную ось на правильный отсчет.

После исправления нивелира эту поверку повторяют.

Нивелирные рейки перед полевыми работами осматривают, обращают внимание на качество окраски делений, проверяют крепления к рейке круглого уровня (если он имеется), ручеек, металлических оковок на пятках, у соединений складных реек.

Поверки нивелирных реек состоят в проверке круглого уровня (установив рейку при помощи отвеса в вертикальное положение), в измерении контрольной линейкой метровых и дециметровых отрезков. Расхождение между средней длиной метровых отрезков пары реек допускается для нивелирования IV класса 0,8 мм, а для технического нивелирования 1,5 мм. Погрешности дециметровых делений допускаются для нивелирования IV класса 0,6 мм, а для технического нивелирования 1 мм.

Поверяют также перпендикулярность пятки рейки к ее оси и определяют разность начала счета делений на черной и красной сторонах рейки.

## **6.6. ВИДЫ НИВЕЛИРНЫХ РАБОТ. ПЕРЕДАЧА ВЫСОТЫ. КОНТРОЛЬ НА СТАНЦИИ**

Для обеспечения высотами пунктов геодезического съемочного обоснования, построения профилей местности и составления крупномасштабных планов с детальным изображением рельефа проводят следующие виды нивелирных работ: передача высоты с репера на пункт съемочного обоснования; нивелирование трассы линейного сооружения — дороги, канала, трубопровода, линии электропередачи (ЛЭП); нивелирование поверхности равнинного земельного участка для составления плана с изображением рельефа или цифровой модели рельефа (ЦМР).

*Передача высоты* на значительное расстояние с нивелирного репера (марки) на пункты съемочного обоснования или с одной точки на другую в целях определения превышения между ними (например, с точки забора воды на точку ее доставки при проведении

водоснабжения) осуществляют проложение хода (полигона) технического нивелирования с нескольких станций (см. рис. 6.1, з).

При нивелировании применяют способ из середины с расстояниями от нивелира до реек до 100 м. Точки, на которых проводят отсчеты по рейке с двух смежных станций, называют *связующими*.

При передаче высоты связующие точки не закрепляют на местности. Места для них, как и для станций, выбирают в процессе нивелирования, и расстояния до них от нивелира определяют при помощи нитяного дальномера, бечевы или даже шагами. На связующих точках рейки ставят на переносные фиксаторы — башмаки или костыли, вбиваемые в землю для обеспечения устойчивого положения реек.

*Башмак* (рис. 6.7, а) представляет собой чугунную или железную подставку с тремя шипами, в верхней части которой выступает небольшой стержень, обработанный под полусферу. На железном *костыле* (рис. 6.7, б) имеется такой же стержень. При отсутствии башмаков или костылей используют деревянные колья длиной 0,2...0,3 м и толщиной 4...5 см, которые прочно забивают в землю. В неустойчивый грунт, особенно в заболоченных местах, не только для реек, но и для нивелира с уровнем вбивают в землю более длинные колья до отказа (рис. 6.7, в).

Каждое превышение между двумя соседними связующими точками проверяют *контролем на станции*, т. е. превышение определяют дважды как разности отсчетов по черным и красным сторонам реек. Расхождение значений превышения не допускают более 5 мм. При большем расхождении значений превышения все сделанные записи в журнале нивелирования на этой станции аккуратно зачеркивают и нивелирование повторяют.

При работе с односторонними рейками, определив на станции одно значение превышения, *изменяют* горизонт нивелира не менее чем на 1 дм вниз или вверх и после новой установки нивелира на этой станции определяют второе значение превышения по тем же рейкам, которое не должно отличаться от первого более чем на 5 мм.

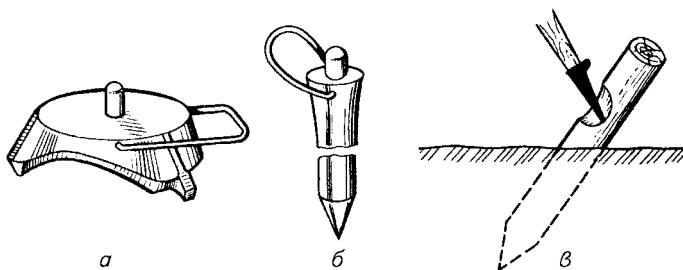


Рис. 6.7. Башмак (а), костыль (б) и кол, забиваемый в неустойчивый грунт (в)

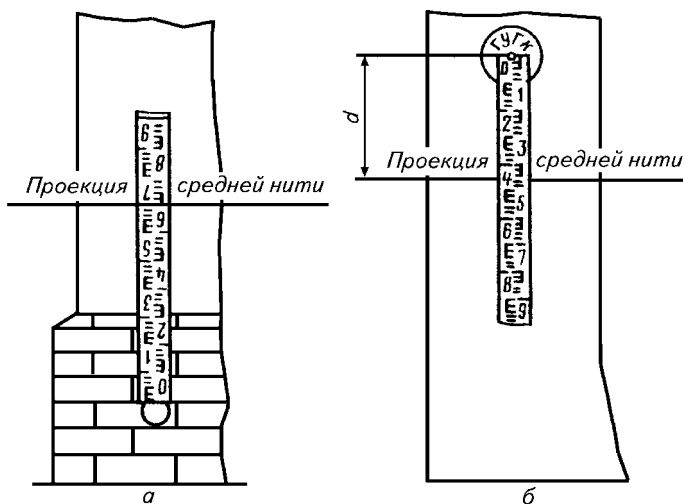


Рис. 6.8. Привязка нивелирного хода к стенному реперу (а) и к марке (б)

В журнал нивелирования записывают и расстояния от нивелира до реек, определенные по нитяному дальномеру.

Привязку нивелирного хода (полигона) к стенному либо грунтовому реперу осуществляют, установив рейку на репер (рис. 6.8, а).

Для привязки к стенным маркам, которые обычно помещают выше горизонта нивелира, в отверстие мерки вставляют штифт, к нему прикрепляют подвесную рейку (рис. 6.8, б) примерно метровой длины, которую предварительно проверяют, как и основные рейки. По подвесной рейке берут отсчет  $d$  и записывают его в журнал нивелирования со знаком «минус».

При отсутствии подвесной рейки на стене острым карандашом в виде штриха отмечают проекцию горизонтальной (средней) нити сетки зрительной трубы нивелира, а затем стальной рулеткой измеряют расстояние по отвесной линии от штриха до центра марки. Результат измерения в миллиметрах записывают в журнал нивелирования со знаком «минус».

Превышение между репером (маркой) и первой связующей точкой хода (см. рис. 6.1, з) контролируют на станции так же, как и между соседними связующими точками, т. е. определяют дважды — отсчетами по черным и красным сторонам реек либо при двух горизонтах нивелира.

Во избежание грубых ошибок при передаче высоты проложение прямого нивелирного хода  $AB$  (см. рис. 6.1, з) контролируют проложением обратного нивелирного хода  $BA$  по другим связующим точкам, образующим замкнутый полигон  $ABA$ .

*Вычислительную обработку* журнала нивелирования по передаче высоты начинают с вычисления среднего значения превышения для каждой станции (табл. 6.1), затем находят алгебраическую сумму превышений на каждой странице журнала и проверяют *по-страничным контролем*, пользуясь формулой

$$\Sigma h = (\Sigma z - \Sigma p)/2, \quad (6.5)$$

где  $\Sigma z$  и  $\Sigma p$  — суммы всех отсчетов соответственно по задним и передним рейкам на данной странице журнала.

Уравнение превышений и вычисление высот точек проводят по тем же формулам и в том же порядке, в каком уравнивают приращения координат в теодолитном полигоне, т. е. вычисляют невязку в превышениях нивелирного полигона как разность между практической и теоретической суммами превышений

$$= \Sigma \quad \Sigma \quad (6.6)$$

где  $n$  — число отсчетов;  $\Sigma$  и  $\Sigma$  — практическая и теоретическая суммы превышений.

Так как в замкнутом ходе (полигоне) теоретическая сумма превышений равна нулю, то

$$= \Sigma \quad (6.7)$$

т. е. невязка в сумме превышений нивелирного полигона равна алгебраической сумме измеренных превышений.

В нивелирном ходе, проложенном между двумя реперами с известными высотами, теоретическая сумма превышений равна разности высот конечного  $H_{\text{кон}}$  и начального  $H_{\text{нач}}$  реперов

$$\Sigma = \quad (6.8)$$

Допустимые невязки, мм, в превышениях хода (полигона) технического нивелирования вычисляют по формуле

$$= \sqrt{\quad} \quad (6.9)$$

где  $L$  — длина хода (полигона), км.

При значительных углах наклона местности, когда число станций на 1 км периметра полигона превышает 25, допустимую невязку в превышениях вычисляют по формуле  $= \sqrt{\quad}$  мм, где  $n$  — число станций (штативов) в полигоне (ходе).

# 6.1. Журнал нивелирования

1	Реп. 1	1 078 (1)	1 528 (3)	—450 (7)			—	Репер 1 — рельс	
	ПК 0	— (2) (5)	—	—453 (8)	+1 —453 (9)				
2	ПК 0	0 884	1 711	—827	+1 —828	62,855	61,971		
	ПК 1	—	—	—828			61,144		
	+60		1018				61,837		
3	ПК 1	0 125	2 968	—2843	+2 —2845		61,144		
	ПК 2	—	—	—2847			58,301		
4	ПК 2	0 211	2 845	—2634	+2 —2634	58,512	58,301		
	ПК 3	—	—	—2635			55,669		
	+38		2122				56,390	+38 — УВВ	
	+38 право + 20		0307				58,205	(уровень высо-	
	+38 лево +20		2922				55,590	ких вод)	

	$\Sigma_3 =$	23 326	36 844	$2\Sigma h =$	−13518	−6759			Постраничный контроль
	$\Sigma\Pi =$			$\Sigma h =$	−6759	( $\Sigma h_{cp}$ )			
	$(\Sigma_3 - \Sigma\Pi) =$	—							
	$-\Sigma \quad \Sigma =$	−6 759							
5	ПК 3	1 956	0 180		+1776	+2 +1777	57,625	55,669	
	+60	—	—		+1778			57,448	+16 и +46 — урез воды в реке
	+16			2972				54,653	
	+46			2967				54,658	
6	+60	2 769	0 882		+1887	+2 +1889		57,448	Глубина реки на расстоянии 17 м
	ПК 4	—	—		+1891			59,339	От уреза воды левого берега — 1,7 м
7	ПК 4	2 285	0 500		+1785	+2 +1785	61,624	59,339	
	ПК 5 +61	—	—	0869	+1785			61,126 60,755	

8	ПК 5	2 040	0 208	+1832	+2 +1832	61,126	
	x	—	—	+1831		62,960	
9	x	2 743	0 833	+1910	+2 +1912	62,960	
	ПК 6	—	—	+1913		64,874	
10	ПК 6	0 846	1 354	−508	+1 −508	64,874	Репер 2 — дере- вянный столб
	Реп. 2	—	—	−507		<u>64,367</u>	
<hr/>							
	$\Sigma_3 =$	53 385	36 012	$2\Sigma h =$	+17374	$\frac{+}{+}$	Постраничный контроль
	$\Sigma_{\Pi} =$	—		$\Sigma h_{\Pi} =$			
	$\Sigma_3 - \Sigma_{\Pi} =$						
	$-\Sigma \quad \Sigma =$	8 687		$\Sigma h_{\Gamma} = H_{\text{реп 2}} - H_{\text{реп 1}} =$	$\frac{+}{+}$	$= \sqrt{\quad} =$	
				$f_h =$			

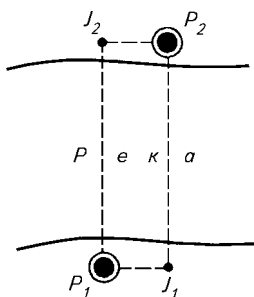


Рис. 6.9. Схема передачи высоты через препятствие

ний от точки  $A$  до точки  $B$ , зная высоту точки  $A$ ,

$$= + \Sigma$$

К особым случаям нивелирования относят передачу высоты через препятствие — реку, канал, овраг и т. п. При ширине препятствия до 100 м превышение между точками  $A$  и  $B$  на противоположных его берегах определяют с одной станции нивелира на одном из берегов при равных расстояниях от нивелира до рек.

При ширине препятствия 100...300 м в точке  $J_1$  на расстоянии около 20 м от точки  $P_1$  устанавливают нивелир, предварительно удалив дерн из-под ножек штатива (рис. 6.9). Сначала берут отсчеты по ближней рейке, поставленной в точке  $P_1$ , а потом — по рейке на другом берегу реки в точке  $P_2$ . Затем осторожно, чтобы сохранить неизменность фокусировки зрительной трубы, переправляют нивелир на другой берег, устанавливают его в точке  $J_2$  в 20 м от точки  $P_2$  и при прежней фокусировке берут отсчеты сначала по рейке, поставленной в точке  $P_1$ , а потом по рейке в точке  $P_2$ .

Перечисленные действия составляют один прием. Второй прием выполняют в том же порядке в другую половину дня, но не позже чем за три часа до захода солнца, чтобы ослабить влияние атмосферы. При облачной и пасмурной погоде время наблюдения не имеет существенного значения.

Расхождение между значениями превышения, полученными с обоих берегов в одном приеме, не допускают более 10 мм на каждые 100 м расстояния.

## 6.7. ТРАССИРОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ СООРУЖЕНИЙ. РАЗБИВКА ПИКЕТАЖА

*Трассой* называют продольную ось линейного сооружения (дороги, канала и др.) большой протяженности. Она обычно состоит из *прямоугольных участков* (прямых вставок), плавно соединяемых *кривыми* различных радиусов кривизны.

*Трассированием* называют проложение (проектирование) трассы на топографической карте (камеральное трассирование) и на местности (полевое трассирование), которые проводят в порядке выполнения топографо-геодезических изысканий на стадиях составления проектного задания или перенесения проекта в натуру (на местность).

Проектным заданием может быть предусмотрено трассирование по заданным направлениям, когда на местность должны быть перенесены и закреплены поворотные точки трассы, и по заданным уклонам, когда крутизна скатов рельефа местности между точками трассы должна соответствовать этим клонам.

Одновременно с полевым трассированием разбивают пикетаж. *Разбивка пикетажа* состоит в проложении по трассе теодолитного хода, привязанного к пунктам геодезической сети или ориентированного по магнитному меридиану, с одновременным обозначением ее точек и с проведением съемки ситуации в полосе отвода земли по обе стороны трассы. При разбивке пикетажа ведут *пикетажный журнал*, в который заносят результаты линейных и угловых измерений, номера точек, в нем вычерчивают абрис съемки полосы земли вдоль трассы.

Пикетажный журнал делают из клетчатой или миллиметровой бумаги, на которой вычерчивают абрис съемки в принятом для горизонтальных проложений линий масштабе. Ось трассы в пикетажном журнале вычерчивают условно, снизу вверх, в виде прямой линии, от которой стрелками указывают правые или левые повороты трассы (рис. 6.10, а).

От начала трассы через определенные расстояния (горизонтальные проложения), обычно через 100 м, отмеряемые лентой или рулеткой, обозначают точки, называемые *пикетами*. Пикеты закрепляют деревянными кольями, вбиваемыми вровень с землей. Вправо или влево от трассы, рядом с пикетом вбивают другой кол — «сторожок», выступающий над поверхностью земли, на затесе которого, обращенном в сторону пикета, записывают его номер (рис. 6.10, б). Пикет со сторожком окапывают канавкой.

Начало трассы обозначают ПК 0 (см. рис. 6.10, а), номер каждого пикета — число сотен метров трассы, отмеряемых от ее начала.

В промежутках между пикетами обозначают характерные точки рельефа (перегибы скатов), называемые *плюсовыми точками*. Их также закрепляют кольями со сторожками, на которых записывают, например ПК 0 +60. Это значит, что плюсовая точка находится в 60 м от пикета ПК 0.

Кроме плюсовых точек между пикетами в характерных местах рельефа обозначают *точки поперечных профилей*, например ПК 2 +38 вправо 20, ПК 2 +38 лево 20 (см. рис. 6.10, а).

Вершины углов поворота трассы закрепляют кольями или столбами и обозначают так: Уг. 1 ПК 1 +42,8. *Углами поворота* трассы принято считать не правые или левые углы, как в теодолитных ходах, а углы отклонения трассы от предыдущего направления (на рис. 6.10, а показан правый угол поворота  $\phi$ ).

Этот угол необходим для определения положения в пикетаже точек кривой, вставляемой в угол  $180^\circ - \phi$  (или в угол  $180^\circ + \phi$ , при

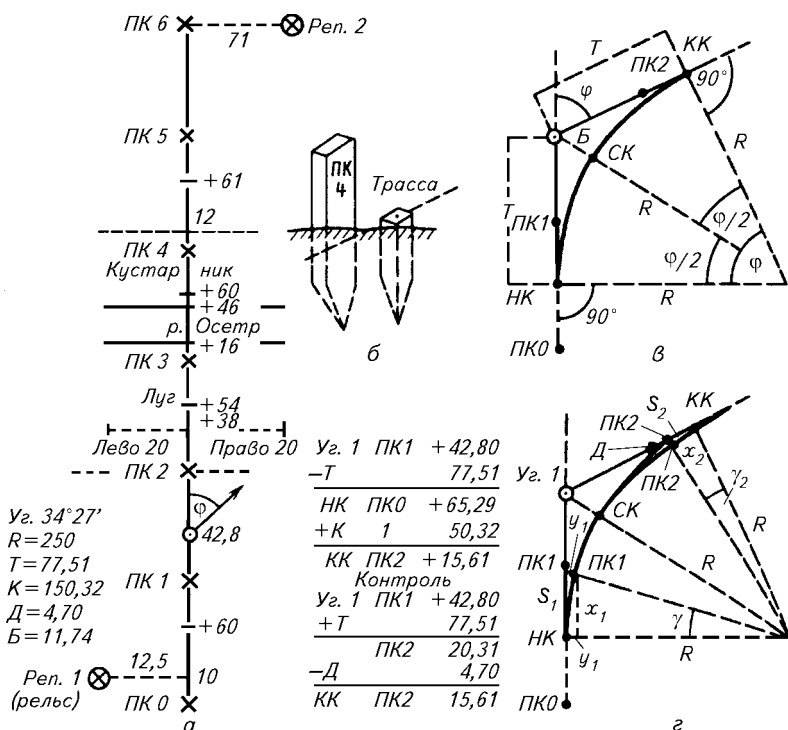


Рис. 6.10. Чертеж в пикетажном журнале (а), обозначение пикета трассы (б), разбивка кривой в главных точках (в) и вынос пикетов на кривую (г)

левом угле поворота), для плавного перехода трассы от предыдущего направления к последующему (рис. 6.10, в), т. е. положения точек начала кривой (НК), середины кривой (СК) и конца кривой (КК), называемых *главными точками кривой*.

## 6.8. РАЗБИВКА КРИВОЙ В ГЛАВНЫХ ТОЧКАХ. ВЫНОС ПИКЕТОВ НА КРИВУЮ

В процесс разбивки пикетажа входят определение положения главных точек кривой и *вынос пикетов* ПК 1 и ПК 2, находящихся между главными точками, на *кривую* (см. рис. 6.10, в).

Для этого, дойдя в разбивке пикетажа до угла поворота Уг. 1 и закрепив вехой следующее направление прямой вставки трассы, получают при помощи ленты (рулетки) положение ПЕ 1 и измеряют теодолитом угол поворота  $\varphi$ .

Значение угла  $\varphi$  можно получить, измерив угол  $180^\circ - \varphi$ , как правый в теодолитном ходе. Для контроля следует применить способ «от нуля». Для этого лимб и алидаду скрепляют на отсчете, равном нулю, и, вращая лимб вместе с алидадой, наводят зрительную трубу на ПК 0. Затем переводят трубу через зенит и, открепив алидаду, наводят трубу по направлению следующей прямой вставки, после чего по лимбу горизонтального круга отсчитывают значение угла  $\varphi$  (при измерении левого угла поворота отсчет по лимбу будет равен  $360^\circ - \varphi$ ).

Для разбивки кривой в главных точках помимо угла поворота  $\varphi$  нужно знать радиус кривой  $R$ , выбираемый из соответствующей технической инструкции в зависимости от назначения трассы. Величины  $\varphi$  и  $R$  называют *основными элементами кривой*. По ним вычисляют еще четыре элемента кривой:  $T$  — тангенс (расстояние от вершины угла поворота до НК и КК),  $K$  — длину кривой от НК до КК,  $B$  — биссектрису (расстояние от вершины угла поворота до СК),  $D$  — домер, выражающий разность между двумя тангенсами и кривой, которые получают по формулам:

$$T = R \operatorname{tg}(\varphi/2); K/2\pi R = \varphi/360^\circ; \quad = \frac{\pi}{180} \varphi$$

$$= \frac{\pi R}{180} \varphi \quad = \quad \varphi \quad D = 2T - K.$$

Эти элементы определяют по аргументам  $\varphi$  и  $R$ , пользуясь специальными полевыми таблицами (например, В. Н. Ганышин, Л. С. Хренов. Таблицы для разбивки круговых и переходных кривых).

По элементам  $T$ ,  $K$  и  $D$  рассчитывают положение НК и КК в пикетаже. Покажем этот расчет на числовом примере при  $\varphi = 34^\circ 27'$ ,  $R = 250$  м, по которым получено:  $T = 77,51$  м,  $K = 150,32$  м,  $B = 11,74$  м,  $D = 4,70$  м. Этот расчет приведен на рисунке 6.10.

Согласно этим расчетам положение НК можно получить, отмерив  $T = 77,51$  м от Уг. 1 в направлении к началу трассы (или от ПК 1  $100 - (142,80 - 77,51) = 34,71$  м, или от ПК 0  $100 - 34,71 = 65,29$  м). Положение КК получают, отмерив  $T = 77,51$  м от Уг. 1 в новом направлении трассы. Положение СК получают, отмерив от Уг. 1 по биссектрисе угла  $180^\circ - \varphi$  значение  $B = 11,74$  м. Положение главных точек кривой закрепляют кольями и сторожками. Теперь от НК трасса пойдет по кривой и согласно расчету в пикетаже ПК 1 и ПК 2 выносят с тангенсов на кривую так, чтобы расстояния (горизонтальные проложения) между пикетами по прямым вставкам и по кривой оказались равными 100 м (рис. 6.10, з).

Если ПК 1 на тангенсе находится от НК на расстоянии  $s_1 = 34,71$  м, то и по кривой от НК до ПК 1 должно быть это же расстояние.

**Вынос пикетов** с тангенсов на кривую осуществляют способом прямоугольных координат. За начало координат для ПК 1 принимают точку НК, а для ПК 2 — точку КК. За ось абсцисс  $x$  принимают направление прямых вставок, а за ось ординат  $y$  — линии радиусов кривой.

Координатами, определяющими положение ПК 1 на кривой, будут  $x_1$  и  $y_1$ . Для их получения из соотношения  $\gamma^\circ = \frac{\pi}{s_1} \cdot \pi$  вычисляют вспомогательный угол  $\gamma_1$ , опирающийся на дугу  $s_1 = 34,71$  м.

$$\gamma = \frac{\pi}{s_1} \cdot \pi \quad (6.10)$$

Тогда

$$x = R \sin \gamma_1, \\ y = R (1 - \cos \gamma_1)$$

Координаты  $x_2$  и  $y_2$  для выноса ПК 2 на кривую вычисляют, имея  $s_2 = 15,61$  м, по аналогичным формулам. Результаты вычислений координат для выноса ПК 1 и ПК 2 на кривую приведены в таблице 6.2.

**6.2. Координаты пикетов, выносимых на кривую**

Пикет	$s$ , м	$R$ , м	$\gamma$		$x$ , м	$y$ , м	$(s - x)$ , м
ПК 1	34,71	250	7,955°	7°57,3′	34,60	2,40	0,11
ПК 2	15,61	250	3,578°	3°34,7′	15,60	0,49	0,01

Координаты определяют по аргументам  $s$  и  $R$ , пользуясь полевыми таблицами для разбивки кривых.

Для выноса ПК 1 на кривую отмеряют от НК по тангенсу  $x_1 = 34,60$  м (или от ПК 1 на тангенсе в сторону НК отмеряют отрезок  $s - x = 0,11$  м, называемый *кривая без абсциссы*), в полученной точке при помощи эскера восстанавливают перпендикуляр и отмеряют на нем  $y_1 = 2,40$  м.

Аналогично выносят на кривую ПК 2: от КК отмеряют на тангенсе  $x_2 = 15,61$  м и из полученной точки по перпендикуляру отмеряют  $y_2 = 0,49$  м. На тангенсе положение ПК 2 можно получить иначе: отмерив от ПК 1 через точку Уг. 1 100 м, перед выносом на кривую передвигают его вперед на значение домера Д.

После выноса пикетов на кривую разбивку пикетажа продолжают в указанном ранее порядке до следующего угла поворота, в который вставляют другую кривую.

Например, положение ПК 3 получают, отмерив от КК расстояние  $100 - s_2 = 84,39$  м, затем через 100 м от ПК 3 получают ПК 4 и т. д.

Сумма прямых вставок и кривых дает длину трассы. Например, концом трассы на рисунке 6.9, а является ПК 6, т. е. длина трассы равна 600 м. Она состоит из первой прямой вставки длиной 65,29 м, кривой 150,32 м и второй прямой вставки длиной 384,39 м.

В связи с применением современных средств измерения расстояний — электромагнитных дальномеров, позволяющих значительно ускорить процесс линейных измерений и повысить их точность, профессор Ю. Г. Батраков рекомендует отказаться от закрепления пикетов через 100 м, так как они сохраняются в течение короткого времени и к началу строительства линейного сооружения утрачиваются в процессе вспашки, пастбы скота и пр., и для обеспечения строительства линейного сооружения возникает необходимость разбивать пикетаж вновь. Поэтому на стадии проектного задания предлагается использовать *беспикетный* способ трассирования с применением электромагнитных дальномеров, удешевляющий трассирование, сущность которого состоит в следующем.

После выноса и закрепления трассы в натуре по ней прокладывают полигонометрический ход, в котором электромагнитным дальномером измеряют расстояния между углами поворотов и створными точками, устанавливаемыми через 500 м, и нивелирный ход IV класса.

Техническое нивелирование трассы проводят по характерным точкам рельефа, расположенным в створе трассы, при этом отсчеты по рейке берут по трем нитям сетки. Отсчеты по средней нити используют для определения превышения, а отсчеты по крайним нитям — для определения расстояний от нивелира до характерных точек рельефа. Правильность определения превышений контролируют сравнением сумм измеренных превышений с разностями высот створных смежных точек, получаемых из нивелирования IV класса. Линейные измерения контролируют сравнением расстояний, измеренных нитяным и электромагнитным дальномерами.

Профиль трассы строят обычным способом. Для использования профиля и выполнения различных расчетов на нем в камеральных условиях намечают положение пикетов, высоты которых рассчитывают интерполированием между высотами характерных точек рельефа.

## **6.9. ПРОДОЛЬНОЕ И ПОПЕРЕЧНОЕ НИВЕЛИРОВАНИЕ ТРАССЫ. СВЯЗУЮЩИЕ, ПРОМЕЖУТОЧНЫЕ, ИКСОВЫЕ ТОЧКИ**

После разбивки пикетов, плюсовых точек и точек поперечных профилей прокладывают ход технического нивелирования способом из середины, привязанный в начале и в конце трассы к реперам 1 и 2 (см. рис. 6.10, а) с известными высотами  $H_{\text{реп 1}} = 62,422$  м и  $H_{\text{реп 2}} = 64,367$  м. В качестве связующих точек преимущественно используют пикеты. Записи отсчетов по рейкам на связующих точках и исходных реперах, а также вычисления превышений помещают в журнале нивелирования (см. табл. 6.1), для станций 1: (1) и (2) — отсчеты по черной и красной сторонам задней рейки, (3) и (4) — отсчеты по черной и красной сторонам передней рейки, (5) = (2) – (1) и (6) = (4) – (3) — *контрольные* разности отсчетов по черной и красной сторонам реек, (7) = (1) – (3) и (8) = (2) – (4) — значения превышения, вычисленного по отсчетам по черным и

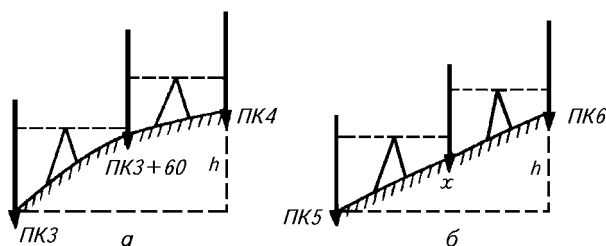


Рис. 6.11. Плюсовая (а) и иксовая (б) связующие точки при нивелировании крутых скатов

красным сторонам реек, (9) — среднее значение превышения, округленное до четной цифры.

Все остальные точки нивелируют как *промежуточные*, т. е. отсчеты по рейке на них проводят один раз и только с одной станции по черной стороне рейки. В журнале нивелирования для них отведена графа 5. Однако при крутых скатах, когда нивелирование с одной станции между пикетами невозможно, в качестве связующей используют плюсовую точку, например ПК 3 + 60 (рис. 6.11, а, табл. 6.1).

Если на крутом однородном скате между пикетами плюсовых точек нет, то в качестве связующей выбирают произвольно *иксовую* точку  $x$  (рис. 6.11, б, табл. 6.1), в которой устанавливают башмак. Иксовой ее называют потому, что расстояние от пикета до этой точки не измеряют, положение ее в пикетаже остается неизвестным и на профиль ее не наносят. При особенно крутых скатах приходится выбирать две-три иксовые точки.

## 6.10. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ОБРАБОТКА ЖУРНАЛА НИВЕЛИРОВАНИЯ ТРАССЫ

Вычислительная обработка нивелирного хода, проложенного между исходными реперами, состоит в вычислении высот всех связующих и промежуточных точек по исходным высотам начальной и конечной точек хода и отсчетам по рейкам, взятым при нивелировании трассы.

Вычисления в журнале нивелирования (см. табл. 6.1) выполняют в следующем порядке.

1. Проверяют вычисления средних значений превышений между связующими точками с постраничным контролем (на каждой странице журнала нивелирования) по формуле (6.5), т. е. полусумма всех задних отсчетов в графе 3 минус полусумма всех передних отсчетов в графе 4 должна быть равна сумме превышений в графе 7.

2. Проводят увязку превышений. Для этого вычисляют невязку в превышениях всего хода по формуле (6.6), в которой  $\sum h_T = H_{\text{реп 2}} - H_{\text{реп 1}}$ .

Допустимость невязки вычисляют по формуле (6.9). Невязку распределяют поровну на все превышения с округлением до 1 мм. Поправки записывают над превышениями в графу 7. Сумма поправок должна равняться невязке с обратным знаком.

3. Вычисляют высоты связующих точек и записывают их в графу 9 против названий точек. Контролем вычислений служит получение исходной высоты конечного репера  $H_{\text{реп 2}}$ .

4. Вычисляют горизонты нивелира (ГН) для станций, с которых проводили нивелирование промежуточных точек, по формуле (6.3), пользуясь отсчетами по черным сторонам реек. Контроль вычисления ГН осуществляют получением его значения отсчетом по рейке на другой связующей точке. Расхождение значений ГН для данной станции допускают до 5 мм. Результат первого значения записывают в графу 8 против номера станции.

5. Вычисляют высоты промежуточных точек по формуле (6.4) и записывают их в графу 9 против названия точек. Так как эти вычисления бесконтрольны, то на правильность их обращают особое внимание.

## 6.11. ПОСТРОЕНИЕ ПРОФИЛЯ ТРАССЫ

Профиль трассы (рис. 6.12) строят, пользуясь журналом нивелирования (см. табл. 6.1) и пикетажным журналом (см. рис. 6.10, а), на миллиметровой бумаге, без измерителя и масштабной линейки. Для наглядности высоты точек профиля откладывают в более крупном масштабе, чем горизонтальные проложения. Горизонтальный и вертикальный масштабы поперечных профилей одинаковы — 1 : 500.

Построение профиля начинают с прочерчивания линии условного горизонта, от которой откладывают высоты точек с таким расчетом, чтобы самая низкая точка профиля находилась на 1...3 см выше этой линии. Ниже линии условного горизонта проводят ряд параллельных линий, ограничивающих графы (строки) профиля.

Графы 1 и 2 «Уклоны в тысячных» и «Проектные отметки» оставляют для записи результатов нанесения на профиль проектной линии.

В графе 3 записывают высоты пикетов и полюсовых точек из журнала нивелирования с округлением до 0,01 м, называемых *фактическими отметками*.

В графе 4 записывают расстояния (горизонтальные проложения) между точками профиля с известными высотами. Расстояние между пикетами 100 м в графу не записывают. Под графой подписывают номера пикетов.

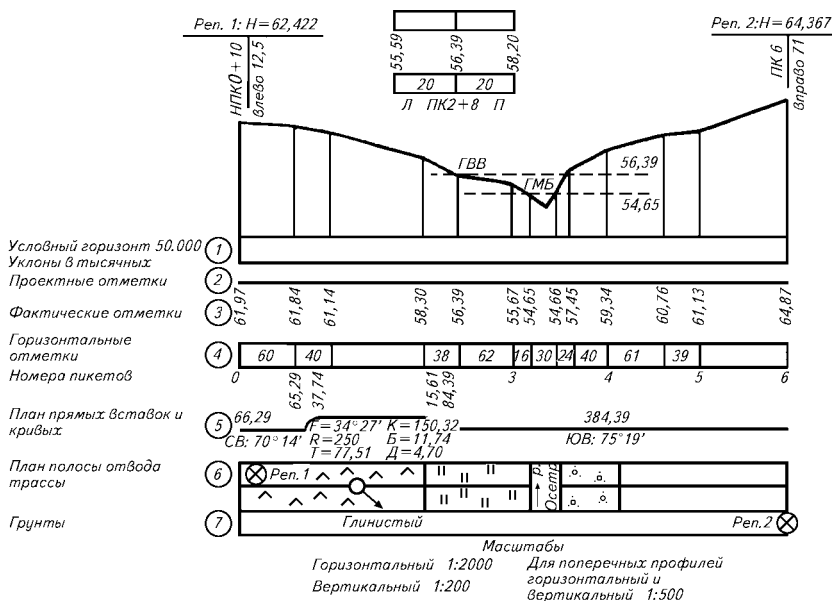


Рис. 6.12. Профиль трассы

В графе 5 оформляют план прямых вставок и кривых участков трассы согласно расчету пикетажных обозначений главных точек кривой. Между главными точками в виде дуги обозначают кривую, выпуклостью вверх при правом угле поворота трассы и вниз — при левом угле. В пределах дуги записывают все шесть элементов кривой. Для прямых вставок записывают горизонтальные проложения, а под ними их румбы. Сумма прямых вставок и кривых должна быть равна длине трассы от нулевого до последнего пикета.

В графе 6 шириной 2 см изображают план местности в виде прямой полосы, на который наносят контуры ситуации, стрелками — углы поворота и расположение исходных реперов. Контуры ситуации показывают условными знаками, а водные поверхности — синей акварельной краской слабого тона.

В графе 7 записывают название грунтов, по которым пролегает трасса. В верхней части профиля подписывают точки привязки к реперам, их высоты, номера и положение относительно трассы. У реки отмечают уровень внешних вод (УВВ) и уровень меженных вод (УМВ). Поперечные профили строят над соответствующими точками трассы.

Название трассы над профилем записывают согласно руководству по производству работ. Профиль вычерчивают тушью в два

цвета: красной тушью — верхнюю и нижнюю линии графы 2, план прямых и кривых, линию трассы в графе 6; черной тушью — все остальное.

## 6.12. ВЫЧИСЛЕНИЕ И НАНЕСЕНИЕ НА ПРОФИЛЬ ОТМЕТОК ТОЧЕК ПРОЕКТНОЙ ЛИНИИ

Профиль (см. рис. 6.12) используют при нанесении *проектной линии* трассы будущей дороги, канала и др., которая проходит выше или ниже линии профиля. При этом руководствуются заданными или допустимыми уклонами проектной линии, определяемыми формулой (1.8).

При нанесении на профиль проектной линии шоссейной дороги (рис. 6.13) предъявляют следующие требования: уклон ее не должен превышать 0,050; объем земляных работ при выравнивании проектной линии должен быть минимальным и объемы выемок и насыпей должны быть примерно равными; переход от положительного уклона к отрицательному и наоборот должен сопровождаться горизонтальной площадкой; точки перегибов проектной линии должны лежать на отвесной линии, проходящей через точки с известными фактическими отметками; положение проектной линии над рекой должно быть не ниже установленного предела, например 2 м над уровнем внешних вод.

Сначала проектную линию наносят на профиль приближенно, руководствуясь указанными требованиями (см. рис. 6.13), а затем расчетами уточняют положение так, чтобы уклоны ее выражались целыми тысячными долями единицы. В начале трассы желательно, чтобы проектная линия совпала с фактической отметкой ПК 0, потому что строящаяся дорога обычно ответвляется от существующей дороги более высокого класса.

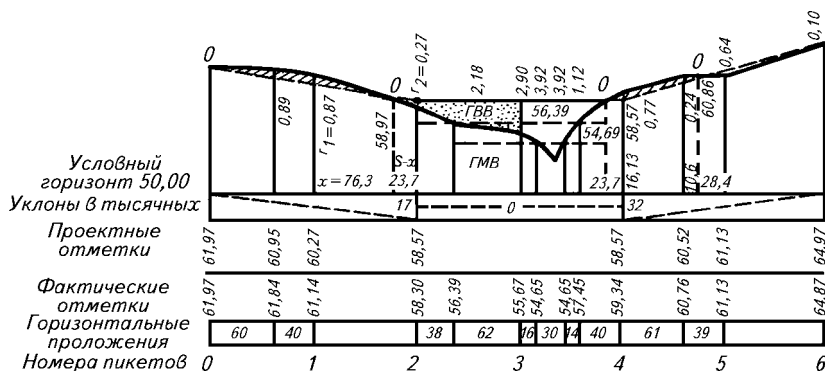


Рис. 6.13. Нанесение проектной линии на профиль

Отрезок проектной линии между пикетами ПК 0 и ПК 2 спроектирован так, что превышение между ними равно  $-3,67$  м. Уклон этого отрезка будет  $i = -3,67/200 = -18,4$  тысячных.

Но проектная линия у ПК 2 спроектирована несколько выше этого пикета и, чтобы она была выше УВВ на 2 км, уклон этого отрезка выбран 17 тысячных.

По выбранному уклону вычисляют проектные отметки у всех точек профиля, пользуясь формулами (1.5) и (1.8):

$$H_{k+1} = H_k + h = H_k + is. \quad (6.11)$$

Например, отметка точки на проектной линии у ПК 2 получится  $H_{ПК2} = H_{ПК0} + (-0,017 \cdot 200) = 61,97 - 3,40 = 58,57$  м.

Все эти отметки вписывают в графу «Проектные отметки». Так как уклон проектной линии между ПК 2 и ПК 4 принят равным нулю, то проектная отметка у ПК 4 тоже будет равна 58,57 м. Такими же будут проектные отметки для других точек между ПК 2 и ПК 4 и на профиль их не выписывают.

Уклон отрезка проектной линии между ПК 4 и ПК 6 принят равным 32 тысячным. Все проектные отметки точек между этими пикетами вычисляют по формуле (6.11). Например, проектная отметка плюсовой точки ПК 4 +61 получится так:

$$+ \quad = \quad + \quad =$$

Разности между проектными и фактическими отметками, называемые *рабочими отметками*, выписывают на профиле: у выемок — под проектной линией, у насыпей — над проектной линией.

Точки пересечения проектной линии с линией профиля называют *точками нулевых работ*, потому что в них нет ни насыпей, ни выемок, а рабочие отметки их равны нулю.

*Отметки точек нулевых работ* вычисляют по формуле (6.11). Например, отметка точки нулевых работ между ПК 1 и ПК 2 бу-

дет  $=$   $+$  Здесь  $x$  — горизонтальное проложение от ПК 1 до этой точки. Его вычисляют, исходя из подобия треугольников, у которых основаниями являются рабочие отметки  $r_1$  и  $r_2$ , а высотами  $x$  и  $s - x$ :  $x/(s - x) = r_1/r_2$ , откуда  $=$   $+$  В данном слу-

чае  $=$   $+$  следовательно,  $H_1 = 60,27 + (-0,17 \times 76,3) = 58,57$  м.

Аналогично вычисляют отметки точек нулевых работ, находящихся между ПК 3 +60 и ПК 4 +61 и ПК 5.

Результаты проектирования на профиле оформляют: проектную линию, уклоны в тысячных, проектные и рабочие отмет-

ки — красной тушью; нулевые отметки, вертикальные линии от точек нулевых работ до условного горизонта, отметки точек нулевых работ до ближайших точек профиля ( $x$  и  $s - x$ ) — синей тушью.

Для плавного перехода от направления одного отрезка проектной линии к направлению следующего отрезка в угол перегиба вставляют круговую кривую (в вертикальной плоскости), которую рассчитывают по формулам, приведенным в разделе 6.8.

### **6.13. НИВЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ПО КВАДРАТАМ. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ОБРАБОТКА ЖУРНАЛА-СХЕМЫ НИВЕЛИРОВАНИЯ**

Нивелирование поверхности осуществляют в целях детального изучения рельефа на небольшом участке местности. В зависимости от рельефа применяют несколько способов нивелирования поверхности:

*магистральный* применяют при сильно выраженном рельефе местности и при характерных точках рельефа на водоразделах и водотоках прокладывают теодолитные и нивелирные ходы, преимущественно в закрытой местности;

*параллельных линий* используют, когда местность покрыта лесом или высоким кустарником, в котором прорубают параллельные просеки, на них выбирают характерные точки рельефа и прокладывают нивелирные ходы;

*нивелирование поверхности по квадратам* применяют, когда местность открытая, рельеф равнинный, с неясно выраженными формами.

Способ нивелирования поверхности по квадратам — самый простой и наиболее распространенный. На участке местности при помощи теодолита (или эккера) и ленты строят сеть квадратов (рис. 6.14, *а*) со сторонами 10, 20 или 40 м в зависимости от характера рельефа и необходимой точности его изображения. Каждую вершину квадратов закрепляют колышком со сторожком, на котором записывают двузначное обозначение точки, например юго-западной точки 1а. Если некоторые характерные точки рельефа не совпадают с вершинами квадратов, например точки по водотоку, то измеряют расстояния от них до вершин квадратов, закрепляют колышком, а на сторожке записывают обозначение точки 1а + 24,0.

Нивелирование проводят способом из середины с одной рейкой, отсчеты берут только по черной стороне. При нормальном расстоянии от нивелира до рейки 50 м участок, изображенный на рисунке 6.14, *а*, целесообразно нивелировать с четырех станций — I, II, III, IV. Две соседние станции имеют по две связующие точки: 4б и 4в, 6г и 5г, 4е и 4д, 2г и 3г. Все остальные точки нивелируют как промежуточные.

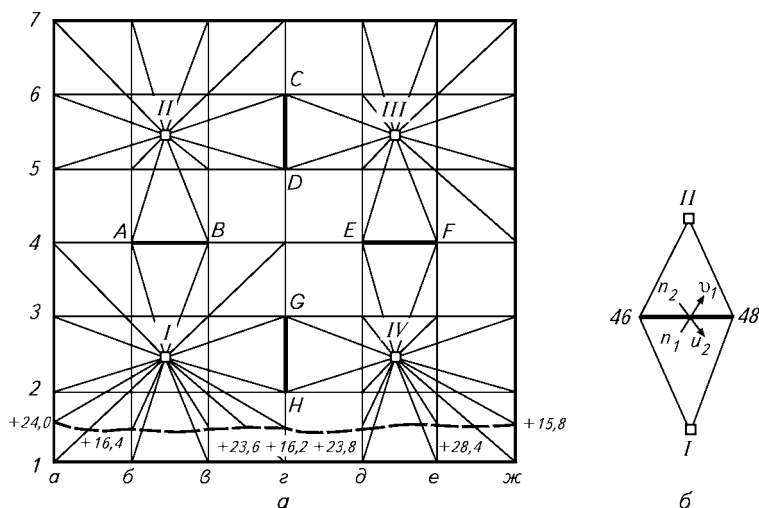


Рис. 6.14. Схема нивелирования поверхности по квадратам (а) и контроль отсчетов по рейке на связующих точках (б)

Отсчеты по рейке на связующие точки берут с округлением до 1 мм, а на промежуточные точки — до 10 мм. Все отсчеты записывают в журнал-схему (рис. 6.15) около точки, на которой устанавливают рейку.

*Контроль отсчетов* по рейке на станции выполняют только на связующие точки, поэтому на каждой станции начинают нивелирование с них. Например, обозначим отсчеты по рейке на связующие точки 4б и 4в со станции I и II соответственно  $n_1$  и  $v_1$ ,  $n_2$  и  $v_2$  (рис. 6.14, б).

Так как разности отсчетов по рейке с каждой станции — это одно и то же превышение между двумя точками:  $h = n_1 - v_1$  и  $h = n_2 - v_2$ , то  $n_1 - v_1 = n_2 - v_2$ .

Для удобства вычислений разности отсчетов заменяют суммами:  $n_1 + v_2 = n_2 + v_1$ , т. е. суммы накрест лежащих отсчетов должны быть равны. Расхождение в суммах допускают не более 5 мм.

Пример:  $n_1 + v_2 = 0782 + 1092 = 1874$  мм,  $n_2 + v_2 = 1275 + 0601 = 1876$  мм.

Расхождение в суммах отсчетов составило 2 мм, что свидетельствует об отсутствии грубых ошибок в отсчетах по рейке на связующих точках 4б и 4в со станций I и II. Аналогично контролируют отсчеты по рейке со станций II и III, III и IV, IV и I.

После контроля отсчетов на станции берут отсчеты по рейке на промежуточных точках. При этом на станции I контроль отсчетов по рейке на связующие точки проводят только после работы на

станциях *II* и *IV*, но отсчеты по рейке на промежуточных точках проводят и записывают в журнал-схему.

После нивелирования точек проводят *вычислительную обработку* журнала-схемы нивелирования поверхности, которая состоит в вычислении высот всех точек, при известной высоте исходной точки и наличии отсчетов по рейке на каждой точке. Для нашего случая исходной является точка 4б с высотой  $H_{4б} = 72,000$  м, которая получена проложением двойного нивелирного хода с ближайшего репера (см. рис. 6.14, 6.15).

Из связующих и исходной точек составляют нивелирный полигон, например 4б—6г—4е—2г—4б, и, пользуясь отсчетами по рейке, вычисляют превышения между точками полигона:

$$H_{4б-6г} = 1275 - 1154 = 121 \text{ мм} = +0,121 \text{ м};$$

$$H_{6г-4е} = 1506 - 2489 = -983 \text{ мм} = -0,983 \text{ м и т. д.}$$

Значения превышений и высоту исходной точки записывают в таблицу 6.3, в которой уравнивают превышения и вычисляют высоты точек.

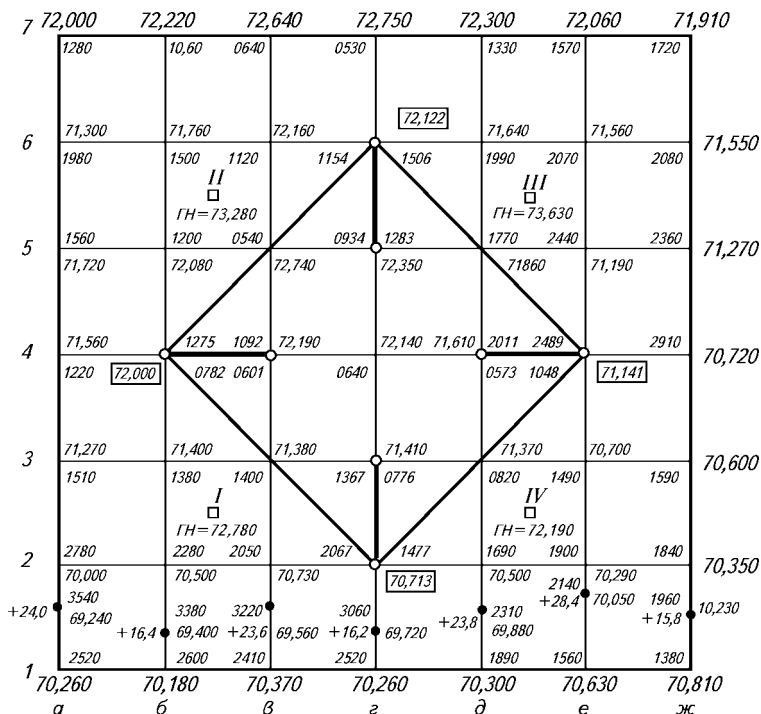


Рис. 6.15. Журнал-схема нивелирования поверхности по квадратам

### 6.3. Вычисление высот связующих точек

4б			72,000
	+1		
6г	+0,121	+0,122	72,122
	+2		
4е	−0,983	−0,981	71,141
	+1		
2г	−0,429	−0,428	70,713
	+2		
4б	+1,285	+1,287	72,000
$f_h$	−0,006	0	
$= \sqrt{\quad} =$			

Невязку в превышениях вычисляют по формуле (6.7), а ее допустимость по формуле (6.9). Высоты связующих точек полигона вычисляют по увязанным превышениям и записывают в журнал-схему возле соответствующей точки. После этого для каждой станции вычисляют горизонт нивелира (ГН) по формуле (6.3) с контролем по высотам двух связующих точек. Средние значения ГН округляют до 10 мм и записывают в журнал-схему возле соответствующей станции. Высоты промежуточных точек с каждой станции получают по формуле (6.4) и записывают в журнал-схему возле соответствующей точки.

### 6.14. СОСТАВЛЕНИЕ ПЛАНА НИВЕЛИРОВАНИЯ ПОВЕРХНОСТИ. ИНТЕРПОЛИРОВАНИЕ И ПРОВЕДЕНИЕ ГОРИЗОНТАЛЕЙ

При составлении плана строят сетку квадратов, чаще всего в масштабе 1:2000, выписывают на план высоты всех точек с округлением до 0,01 м (рис. 6.16), интерполируют и проводят горизонталы через 0,5 м и оформляют план.

*Интерполирование* горизонталей состоит в нахождении места, где искомая горизонталь пересекает линию между точками с известными высотами. При этом имеется в виду, что линия профиля между этими точками является прямой, т. е. уклон линии на каждом ее отрезке не изменяется. Существует два способа интерполирования горизонталей: аналитический и графический.

*Аналитический способ* состоит в вычислении расстояний между точками с известными высотами и горизонталями.

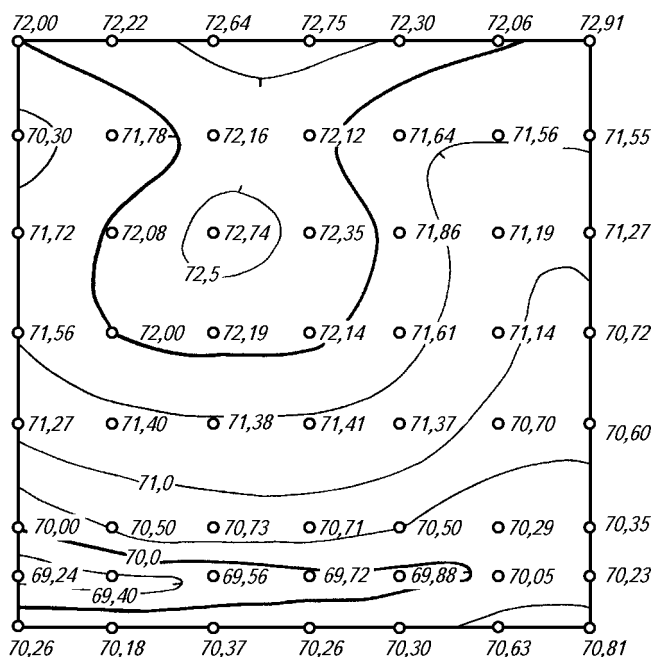


Рис. 6.16. План нивелирования поверхности

Для примера (см. рис. 6.15, 6.16) возьмем квадрат с вершинами 7г, 7д, 6д, 6г и высотами соответственно 72,75, 72,30, 71,64, 72,12 м. Рассчитаем положение горизонтали с высотой 72,5 м между точками 7г и 7д (рис. 6.17, а). Для этого вычислим расстояние между этой горизонталью и точкой 7д. Из подобия треугольников построенного профиля линии 7г—7д следует  $d/s = \Delta h/h$ , откуда

$$= \frac{\Delta}{h}$$

Но  $\Delta h = 72,50 - 72,30 = 0,20$  м;  $h = 72,75 - 72,30 = 0,45$  м;  $s = 40$  м (длина стороны квадрата), поэтому

горизонталь с высотой 72,5 м проходит на расстоянии 17,8 м от точки 7д и на расстоянии 22,2 м от точки 8г. Отложив одно из этих расстояний от соответствующей точки, получаем положение горизонтали.

Аналогично рассчитано положение горизонтали с высотой 72,0 м между точками 7г и 6г, а также положение горизонтали с высотой 72,0 м между точками 7д и 6д, 6г и 6д. В рассмотренном квадрате горизонтали пересекает диагональ 7г—6д, поэтому по-

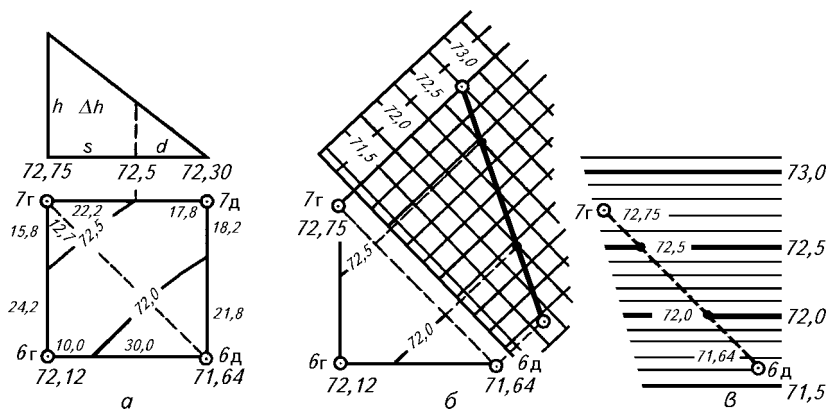


Рис. 6.17. Схемы интерполирования горизонталей:

*а* — аналитическим способом; *б* — графическим по клеткам; *в* — по параллельным линиям

лезно рассчитать положение этих горизонталей и по диагонали. Результаты этих расчетов записаны на рисунке 6.17, *а*.

Расчеты при интерполировании горизонталей можно производить в уме — сравнением величин  $h$  и  $\Delta h$ , т. е. решать задачу деления отрезка на части.

При *графическом способе* горизонтали интерполируют, используя миллиметровую или клетчатую бумагу (рис. 6.17, *б*). Ее прикладывают к точкам и на ней в произвольном вертикальном масштабе строят профиль линии 7Г—6Д, подписывая высоты горизонталей. Затем точки пересечения линии профиля с линиями горизонталей проектируют на линию 7Г—6Д и получают положение горизонталей на этой линии. Графический способ интерполирования горизонталей тем точнее, чем крупнее вертикальный масштаб профиля.

Интерполировать горизонтали можно, пользуясь прозрачной бумагой (калькой) с параллельными линиями (рис. 6.17, *в*), против которых подписывают высоты горизонталей. Затем бумагу накладывают на линию 7Г—6Д так, чтобы точки 7Г и 6Д расположились между параллельными линиями с соответствующими высотами, после чего точки пересечения линии 7Г—6Д с линиями горизонталей перекальвают на план.

После интерполирования положения горизонталей на сторонах квадратов и по диагонали проводят горизонтали, плавно изгибая их при изменении направления, чтобы правильно отобразить формы рельефа (см. рис. 6.16).

Вычерчивают горизонтали плавными линиями толщиной 0,1 мм, от руки, коричневым цветом. Горизонтали с высотами, кратными 2 м, утолщают, в закруглениях горизонталей ставят берг-

штрихи, в разрывах некоторых горизонталей подписывают их высоты (основания цифр — ниже по скату).

Если на журнале-схеме отражены снятые способом перпендикуляров контуры ситуации, то их наносят на составляемый план нивелирования поверхности.

### **Контрольные вопросы и задания**

1. Чем отличается тригонометрическое нивелирование от геометрического? 2. Напишите формулы определения превышения геометрическим нивелированием способами вперед и из середины. 3. Что называют горизонтом нивелира? 4. Назовите нивелирные работы, выполняемые сложным нивелированием. 5. Сформулируйте главное условие поверки нивелиров с уровнем и с компенсатором. 6. Какими способами проверяют выполнение главного условия нивелиров? 7. Что и как исправляют в нивелире, если главное условие не выполнено? 8. Почему при геометрическом нивелировании не учитывают кривизну Земли и влияние рефракции? 9. В чем преимущество нивелирования из середины перед нивелированием вперед? 10. Что такое разбивка пикетажа для нивелирования трассы? 11. Какие точки в нивелирном ходе являются связующими и какие промежуточными? 12. В чем состоит контроль превышений на станции? 13. Как вычисляют высоты связующих и промежуточных точек? 14. Почему горизонтальный и вертикальный масштабы профиля принимают разными? 15. Что называют уклоном линии и как его определяют? 16. Как контролируют отсчеты по рейке на связующих точках при нивелировании поверхности по квадратам? 17. Каков порядок вычислительной обработки журнала-схемы нивелирования поверхности по квадратам?

---

## Глава 7

### МЕНЗУЛЬНАЯ СЪЕМКА<sup>1</sup>

●

#### 7.1. СУЩНОСТЬ МЕНЗУЛЬНОЙ СЪЕМКИ. ПРИМЕНЯЕМЫЕ ПРИБОРЫ

Для выполнения мензульной съемки используют мензулу (*mensula* — столик — итал.), на которой непосредственно в поле в процессе измерения углов и линий составляют план. Если при теодолитной съемке горизонтальные углы измеряют и выражают в градусах, то при мензульной измерения сопровождают графическим построением угла на плане в поле. Для построения угла лист бумаги прикрепляют к верхней поверхности мензульной доски *I* (устанавливаемой горизонтально, рис. 7.1), которую вместе с этим листом называют *планшетом*<sup>2</sup>.

При определении положения на планшете пунктов съемочной сети на открытой местности применяют способ угловых засечек, а на залесенной и застроенной прокладывают мензульные ходы.

Одновременно со съемкой ситуации снимают рельеф, т. е. определяют высоты характерных точек рельефа (пикетов), по которым интерполируют и проводят горизонтالي. При съемке ситуации и рельефа применяют главным образом полярный способ, реже способ засечек.

При мензульной съемке абрис не составляют, расстояния (горизонтальные проложения), измеренные на местности, откладывают на планшете при помощи циркуля-измерителя и масштабной линейки. Иногда их значения записывают в полевой журнал для вычисления превышений.

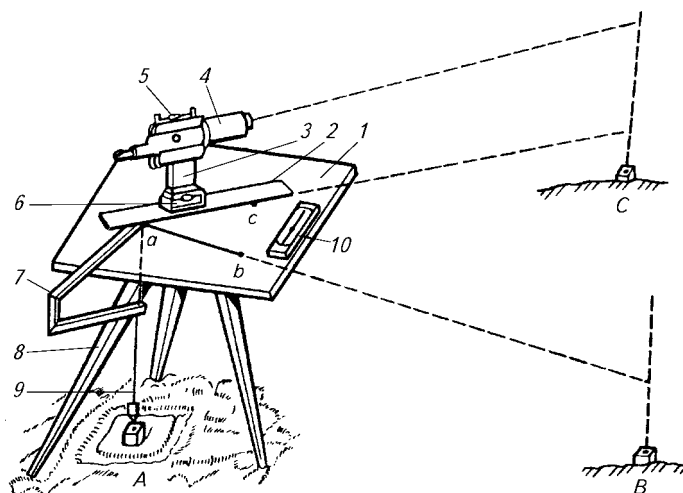
Для работы мензулу (планшет) приводят в рабочее положение, т. е. центрируют, приводят плоскость планшета в горизонтальное положение и ориентируют планшет.

Сравнивая рисунки 2.2, *а, б* и 7.1, видим, что мензульная доска-планшет выполняет роль лимба горизонтального круга, поэтому

---

<sup>1</sup>Глава 7 включена в учебник в соответствии с программой. В последние годы мензульная съемка в России уступает свои позиции более современным видам съемок.

<sup>2</sup>Чаше к мензульной доске прикрепляют лист фанеры или алюминия с наклеенной на него бумагой.



**Рис. 7.1. Комплект для мензурной съемки:**

1 — мензурная доска; 2 — линейка; 3 — колонка; 4 — зрительная труба; 5 и 6 — вертикальный и цилиндрический уровни; 7 — вилка; 8 — штатив; 9 — отвес; 10 — ориентир-буссоль

во время построения горизонтального угла она должна быть неподвижна, а верхняя ее поверхность должна быть горизонтальна. Роль алидады выполняет линейка 2 (см. рис. 7.1), накладываемая на планшет и являющаяся частью визирного прибора, называемого *кипрегелем*. К верхней поверхности линейки прикреплена колонка 3 с вращающейся, как у теодолита, зрительной трубой 4, вертикальным уровнем 5 при алидаде вертикального круга. По скошенному краю линейки кипрегеля прочерчивают направления на точки предметов, наблюдаемых в зрительную трубу. К линейке кипрегеля прикреплен цилиндрический уровень 6, посредством которого, используя подъемные винты, верхнюю поверхность планшета приводят в горизонтальное положение, и поперечный масштаб. На линейке может быть награвирована шкала для измерения и откладывания расстояний на планшете.

Мензурную доску прикрепляют к металлической подставке, напоминающей нижнюю часть теодолита и состоящей из круга с осью, тремя винтами для прикрепления доски к подставке и тремя подъемными винтами (на рис. 7.1 они не видны — закрыты доской). Для плавного вращения планшета эта часть имеет наводящее устройство (винт). Подставку прикрепляют к штативу 8 при помощи станкового винта.

*Центрируют* мензулу иначе, чем теодолит. Над точкой местности (геодезическим пунктиром) А при помощи отвеса 9 центриру-

ют положение этой точки  $a$  на планшете (см. рис. 7.1) так, чтобы эти точки оказались на одной отвесной линии. Для центрирования планшета применяют вилку 7. Индекс (конец) вилки, совмещаемый с точкой  $a$  на планшете, должен быть на одной линии с отвесом. При съемках в масштабе 1:5000 и мельче планшет центрируют на глаз, так как погрешность центрирования в большинстве случаев допускают примерно равной половине точности масштаба.

*Ориентирование* планшета, т. е. установку его так, чтобы линии на планшете были параллельны горизонтальным проложениям соответствующих линий местности, проводят по точкам местности, положение которых на планшете известно, например по точкам  $a$  и  $c$ . Для этого ребро линейки кипрегеля на планшете прикладывают к изображениям точек стояния мензулы  $a$  и наблюдения  $c$  (см. рис. 7.1) и вращают планшет до тех пор, пока окажется, что коллимационная плоскость зрительной трубы проходит через точку  $C$  местности. В некоторых случаях планшет ориентируют при помощи ориентир-буссоли 10, имеющей неполное кольцо и коробку прямоугольной формы.

Для проведения направления на точку наблюдаемого предмета после центрирования, приведения в горизонтальное положение и ориентирования планшета прикладывают ребро линейки кипрегеля к изображению точки стояния мензулы и наводят трубу на точку наблюдаемого предмета, после чего проводят направление (прочерчивают линию) вдоль ребра линейки.

При съемке точек ситуации и рельефа полярным способом, а также при проложении мензульных ходов поступают следующим образом. После центрирования, приведения в горизонтальное положение и ориентирования планшета прикладывают ребро линейки кипрегеля к изображению точки стояния мензулы  $a$  (см. рис. 7.1), наводят зрительную трубу на дальномерную рейку, стоящую на снимаемой точке  $B$ , определяют по нитяному дальномеру расстояние до снимаемой точки, берут это расстояние по масштабной линейке в раствор циркуля-измерителя и откладывают его вдоль линейки кипрегеля от изображения точки стояния  $a$ . Конец отложенного отрезка  $b$  будет изображением снимаемой точки  $B$  местности.

Кроме того, угол  $cab$  будет горизонтальным углом, измеренным в точке  $A$  с одновременным построением его на плане (планшете) в точке  $a$ .

Для защиты наблюдателя и планшета от солнца и небольшого дождя применяют зонт.

Кипрегель, мензульная доска, подставка, штатив, вилка, бус-соль, зонт и дальномерная рейка составляют мензульный комплект. Для транспортировки кипрегель, подставку и буссоль укладывают в отдельный ящик, а мензульную доску — в брезентовый чехол.

## 7.2. ПОВЕРКИ МЕНЗУЛЫ, ВИЛКИ, БУССОЛИ

При приемке мензульного комплекта с завода или перед работой его осматривают и проверяют. Для осмотра нужно собрать мензулу: установить подставку на штативе, привинтить мензульную доску к подставке, подставить на доску кипрегель и положить буссоль. Большинство условий, которым должен удовлетворять теодолит, относят и к мензульному комплекту, но, учитывая его особенности, предъявляют следующие дополнительные требования.

1. Нарезки у станowego винта и у конца оси подставки должны быть одинаковыми, в результате чего становой винт должен свободно привинчиваться к подставке. Винты, служащие для прикрепления доски к подставке, должны быть хорошо подогнаны к гнездам в доске. Поверяют эти условия при сборке мензулы.

2. Вращение мензульной доски должно быть свободным, а при работе наводящим винтом подставки — плавным. Для проверки вращают мензульную доску и наблюдают за ее движением. При испытании наводящего винта, вращая его, наблюдают в зрительную трубу кипрегеля за плавным перемещением изображения предметов в поле зрения трубы.

3. В собранном виде мензула должна быть устойчивой, а при надавливании на планшет — пружинить. Чтобы убедиться в этом, при закрепленных станом и закрепительном винтах наводят кипрегель на точку предмета, нажимают на доску снизу вверх, сверху вниз, с обоих боков и наблюдают при этом в зрительную трубу кипрегеля: возвращается ли изображение точки предмета в прежнее положение, когда действие силы прекращается.

Если мензула малоустойчива и недостаточно пружинит, следует устранить причины: если шатается голова штатива, то подвинтить гайки ног, если шатаются наконечники ног штатива или расшатаны гнезда в доске, закрепить их. Очень часто мензула бывает неустойчивой вследствие люфта оси подставки. В этом случае необходимо подвинтить нижнюю гайку оси подставки, и если это не поможет, то обратиться в механическую мастерскую.

4. Верхняя поверхность мензульной доски должна быть плоскостью. Выверенную линейку прикладывают ребром в различных направлениях к верхней поверхности доски и смотрят, нет ли просветов между линейкой и доской. После нескольких сезонов работы мензульная доска коробится и на верхней ее поверхности появляются неровности. Небольшие неровности не имеют значения, если съемку проводят на листе бумаги, наклеенном на фанеру или алюминий, которые прикрепляют к верхней поверхности доски.

5. Верхняя поверхность мензульной доски должна быть перпендикулярна к вертикальной оси подставки. Чтобы убедиться в этом, на мензульную доску, приведенную в горизонтальное положение, ставят выверенный уровень с ценой деления не более 60". При вращении доски пузырек уровня не должен отклоняться от середины более чем на два-три деления. Такая точность не столько нужна для правильного построения горизонтального угла на планшете, сколько для быстрого приведения пузырька уровня в вертикальном круге на середину перед отсчетом по лимбу.

Если это условие не выполняется вследствие механических недостатков прибора, то можно предварительно ориентировать планшет, после чего привести его плоскость в горизонтальное положение и проверить ориентировку. Тогда невыполнение указанного условия не будет влиять на точность работы.

К *вилке* предъявляют следующее требование: при горизонтальном положении планшета индекс вилки (у точки *a*, см. рис. 7.1) должен находиться на одной отвесной линии с острием отвеса. Установив острие отвеса над какой-либо точкой местности (например, над точкой *A* кола), замечают карандашом точку на планшете против индекса вилки. Затем, переложив вилку на 180° и приложив индекс к точке на планшете, надо посмотреть: если острие отвеса окажется над той же точкой местности, то условие выполнено, в противном случае надо переместить шнур отвеса. При отклонении острия отвеса меньше чем на 1 см условие считают выполненным.

К *буссоли* предъявляют следующие требования: магнитная стрелка должна быть хорошо намагничена, шпиль хорошо отточен, камень отшлифован. Для поверки буссоль устанавливают на нулевой отсчет, затем подносят к стрелке железный предмет, который отводит конец магнитной стрелки от нуля, когда железный предмет будет убран, после непродолжительных колебаний конец стрелки должен остановиться против нуля.

При наличии дальномерной рейки и слагаемого дальномера  $\Delta$  коэффициент дальномера определяют так же, как в разделе 2.13.

### 7.3. ПОВЕРКИ КИПРЕГЕЛЯ

Так как кипрегель в мензульном комплекте выполняет функции верхней части теодолита, начиная с алидады, то все испытания теодолита, изложенные в разделе 2.9, в пунктах 1...6, относятся и к кипрегелю (по пункту 1 испытывают только вращение вертикального круга). Кроме того, к кипрегелю предъявляют следующие требования.

1. Скошенный край линейки кипрегеля должен представлять прямую линию, а нижняя поверхность ее должна быть плоско-

стью. Линейку кипрегеля поверяют как всякую линейку, по которой прочерчивают прямые линии. Нижнюю поверхность поверяют прикладыванием линейки к какой-либо выверенной поверхности, принимаемой за плоскость.

2. Вертикальный круг кипрегеля должен быть прочно соединен со зрительной трубой, а уровень при вертикальном круге — с алидадой. Поверку проводят измерением углов наклона на три-четыре точки местности при обоих положениях вертикального круга. На выполнение этого условия укажет постоянство места нуля (см. раздел 2.11).

Нередко перед работой или во время работы с кипрегелем требуется определить цену деления уровней (см. раздел 2.5), увеличение и поле зрения зрительной трубы (см. раздел 2.8).

При работе с кипрегелем для соблюдения принципа измерения и графического построения горизонтальных углов на планшете проверяют выполнение ряда геометрических условий (проводят проверки), аналогичных для теодолита.

1. Ось цилиндрического уровня на линейке кипрегеля должна быть параллельна нижней плоскости линейки. Для проверки условия линейку кипрегеля ставят на планшет по направлению двух подъемных винтов, приводят ими пузырек уровня на середину (в нуль-пункт) и карандашом по ребру линейки отмечают ее положение на планшете. Переставляют кипрегель на  $180^\circ$ . Если пузырек уровня отойдет от середины, то, действуя подъемными винтами, смещают пузырек уровня на половину дуги отклонения, а затем, действуя исправительными винтами уровня, приводят пузырек уровня на середину. Условие считают выполненным, если после перестановки кипрегеля на  $180^\circ$  пузырек отклоняется от середины не более чем на два деления.

Указания о приведении плоскости доски в горизонтальное положение (см. раздел 2.4), об измерении дуги отклонения пузырька уровня шагом винта (см. раздел 2.9) относятся и к поверке уровня на линейке кипрегеля.

2. Визирная ось зрительной трубы должна быть перпендикулярна к горизонтальной оси кипрегеля. Это условие поверяют точно так же, как вторую поверку теодолита (см. раздел 2.9), лишь вместо отсчетов по лимбу прочерчивают линии на планшете вдоль линейки кипрегеля после наведения на точку предмета при обоих положениях вертикального круга. Условие будет выполнено, если прочерченные линии совпадают или взаимно параллельны. При невыполнении условия у современных кипрегелей перемещают сетку-призму. Это делают только в условиях мастерской.

У кипрегелей с сеткой нитей, имеющей исправительные винты, ребро линейки ставят по биссектрисе угла, образованного прочерченными линиями, и, действуя исправительными винтами, перемещают сетку до совпадения перекрестия нитей с точкой наблюдаемого предмета.

3. Горизонтальная ось кипрегеля (ось вращения зрительной трубы) должна быть параллельна нижней плоскости линейки. Это условие проверяют двумя способами так же, как третье условие теодолита (см. раздел 2.9). В современных кипрегелях выполнение этого условия гарантирует завод.

Выполнение второго и третьего условий кипрегеля очень важно. Невыполнение их ведет к смещению направлений, прочерчиваемых на планшете, в соответствии с формулами, приведенными в разделе 2.9.

4. Вертикальная нить сетки должна быть перпендикулярна горизонтальной оси кипрегеля. Эту проверку проводят двумя способами, точно так же, как четвертую поверку теодолита. У современных кипрегелей исправление осуществляют регулировкой сетки-призмы.

К кипрегелю предъявляют дополнительное условие.

5. Коллимационная плоскость зрительной трубы должна проходить через скошенный край линейки или быть ему параллельной. Для проверки наводят трубу на удаленный, но хорошо видимый невооруженным глазом предмет и у концов скошенного края линейки ставят отвесно две иглы. Плоскость, проходящая через иглы, должна проходить и через наблюдаемый в трубу предмет. Если это не соблюдается, то поворачивают планшет так, чтобы эта плоскость проходила через наблюдаемый предмет. Теперь, предварительно ослабив винты, прикрепляющие колонку к линейке кипрегеля, поворачивают колонку около вертикальной оси так, чтобы визирная ось зрительной трубы проходила через наблюдаемый предмет. У многих кипрегелей колонку повернуть невозможно и пятое условие остается невыполненным. Однако это не мешает работе при любом положении вертикального круга, так как все линии на планшете будут повернуты относительно горизонтальных проложений соответствующих линий местности на один и тот же угол, что отразится лишь на показании магнитной стрелки при ориентировании планшета по буссоли.

#### **7.4. ВЛИЯНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ЦЕНТРИРОВАНИЯ И ПРИКЛАДЫВАНИЯ РЕБРА ЛИНЕЙКИ КИПРЕГЕЛЯ К ТОЧКАМ НА ОРИЕНТИРОВАНИЕ ПЛАНШЕТА**

Определение положения точек на планшете способом засечек полярным и другими способами основано на том, что после ориентирования планшета по линии или прочерчивания направлений на точки линии на планшете должны быть параллельны горизонтальным проложениям линий местности, иначе уменьшается точность построения плана на планшете. Кроме погрешностей визирования на точку, неперпендикулярности визирной и горизонтальной осей кипрегеля, непараллельности горизонтальной оси

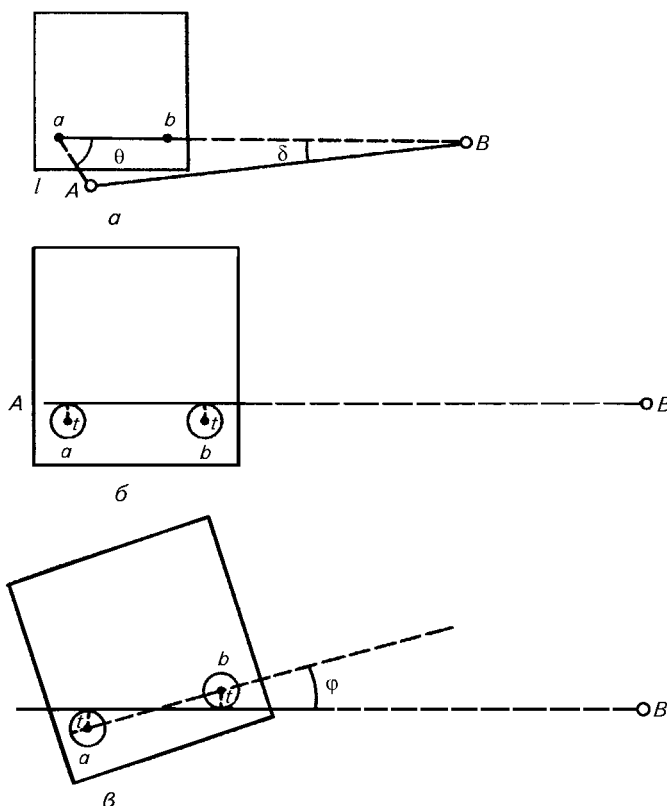


Рис. 7.2. Погрешность ориентирования планшета из-за влияния погрешностей центрирования планшета (а) и прикладывания ребра к точкам (б, в)

кипрегеля нижней поверхности линейки и приведения планшета в горизонтальное положение на параллельность соответствующих линий на планшете и на местности влияют погрешности центрирования планшета и прикладывания ребра линейки кипрегеля к двум точкам, по которым ориентируют планшет.

Рассмотрим влияние погрешностей *центрирования* на ориентирование планшета. Пусть на планшете имеются две точки  $a$  и  $b$  (рис. 7.2), по которым ориентируют планшет. При установке мензулы в точке  $A$  точки  $a$  и  $A$  не оказались на одной отвесной линии, т. е. планшет центрирован с погрешностью  $l$  (рис. 7.2, а). Поэтому при ориентировании на точку  $B$ , когда ребро линейки кипрегеля прикладывают к точкам  $a$  и  $b$ , а планшет поворачивают так, чтобы линия визирования проходила через точку  $B$ , линия  $ab$  на планшете не будет параллельной линии  $AB = s$  местности, между ними

образуется горизонтальный угол  $\delta$ , который называют погрешностью ориентирования планшета. Согласно рисунку 7.2, *a* можно написать (по теореме синусов)

$$\sin \delta / l = \sin \theta / s.$$

Так как угол  $\delta$  мал, то  $\sin \delta$  заменим радианной мерой угла  $\delta' / 3438'$ , тогда

$$\delta' = \frac{l}{s} \cdot \theta \quad (7.1)$$

Из формулы (7.1) следует, что, когда погрешность центрирования  $l$  направлена вдоль линии ориентирования  $AB$ , а следовательно,  $\theta = 0$  или  $\theta = 180^\circ$ , погрешность ориентирования  $\delta = 0$ . Погрешность ориентирования будет максимальной при  $\theta = 90^\circ$  (когда  $\sin \theta = 1$ ), поэтому

$$\delta = \frac{l}{s} \cdot \theta \quad (7.2)$$

Формулы (7.1) и (7.2) показывают, что погрешность ориентирования увеличивается с увеличением погрешности  $l$  центрирования и уменьшается с увеличением расстояния  $s$  между точками, по которым ориентируют планшет. При мензальной съемке погрешность ориентирования, которую вызывает погрешность центрирования, считают допустимой, если она не превышает  $2'$ . Если известно расстояние  $s$ , то можно вычислить допустимую погрешность центрирования по формуле

$$l = \frac{\delta \cdot s}{\theta}, \quad (7.3)$$

Например, при  $s = 500$  м погрешность центрирования планшета не должна быть более

$$l = \frac{2' \cdot 500}{180} \approx 0,01 \text{ м}$$

Теперь рассмотрим влияние погрешностей *прикладывания* ребра линейки кипрегеля к точкам на планшете. При ориентировании планшета ребро линейки стремятся приложить к центрам наколов точек  $a$  и  $b$  (см. рис. 7.2, *a, б*), фиксирующих на планшете положение точек  $A$  и  $B$  местности, однако при этом допускают погрешность  $t$ , которую считают равной разрешающей способности глаза, т. е. 0,01 см. Если бы ребро линейки кипрегеля при ориентировании планшета отошло от точек  $a$  и  $b$  на погрешность  $t$  в одну сторону (см. рис. 7.2, *б*), то линия  $ab$  на планшете была бы

параллельна линии  $AB$  местности и погрешность ориентирования была бы равна нулю. Очевидно, наихудшим будет тот случай, когда ребро линейки кипрегеля при прикладывании отойдет от центров наколов  $a$  и  $b$  на величину  $t$  в разные стороны (рис. 7.2, в). В этом случае величина погрешности ориентирования будет равна  $\phi$ . Согласно рисунку 7.2, в получим  $\phi/3438' \approx t/(ab/2) = 2t/ab$ , откуда

$$\approx \frac{2t}{ab} \quad (7.4)$$

При  $\phi = 2'$ ,  $t = 0,01$  см по формуле (7.4) получим

$$\approx \frac{2 \cdot 0,01}{ab} \approx$$

Следовательно, чтобы погрешность ориентирования планшета не превышала  $2'$ , расстояние между точками на планшете не должно быть меньше 34 см.

Из формулы (7.4) при  $t = 0,01$  см следует, что  $\phi = \frac{2t}{ab} \cdot 3438'$ . Например, при  $s = 10$  см  $\phi \approx 7'$ .

Для уменьшения влияния погрешности ориентирования планшета на точность съемки во всех случаях определения положения точек способом засечек руководствуются правилом: «Ориентируйся по длинной линии, засекайся по короткой».

## 7.5. НИВЕЛИРОВАНИЕ НАКЛОННОЙ ВИЗИРНОЙ ОСЬЮ (ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЕ НИВЕЛИРОВАНИЕ)

При мензульной съемке рельефа местности и построении съемочного обоснования превышения между точками определяют с одной станции на расстоянии в несколько сотен метров и даже несколько километров, применяя тригонометрическое нивелирование.

Для определения превышения  $h$  между точками  $A$  и  $B$  (рис. 7.3, а) наклонной визирной осью (тригонометрическим нивелированием) на одной точке  $A$  устанавливают мензульный комплект или теодолит, а на другой  $B$  — знак (веху, пирамиду и др.). Пусть горизонтальное проложение между точками  $A$  и  $B$  равно  $s$ . Для измерения угла наклона  $v$  визируют на верх знака  $v$ . На станции измеряют высоту прибора  $i$ , представляющую отрезок отвесной линии от точки  $A$  (верха столба, кола и др.) до горизонтальной оси прибора. Определяют высоту знака  $v$  (отрезок отвесной линии от точки  $B$  до точки, на которую производят визирование при измерении угла наклона).

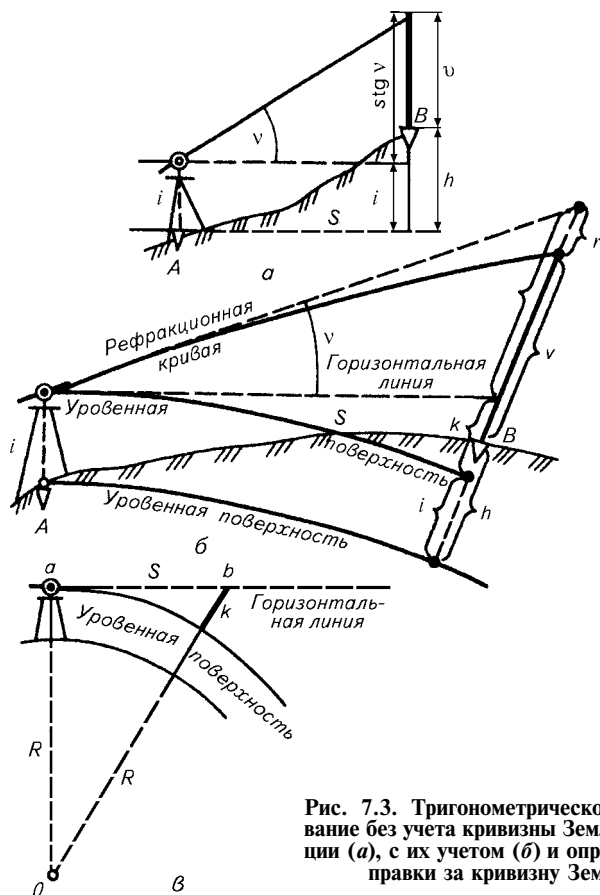


Рис. 7.3. Тригонометрическое нивелирование без учета кривизны Земли и рефракции (а), с их учетом (б) и определение поправки за кривизну Земли (в)

Если предположить, что уровенная поверхность представляет плоскость, а визирный луч — прямую линию, т. е. кривизна Земли и рефракция (преломление) светового луча в атмосфере не учитываются, то можно получить формулу (см. рис. 7.3, а)

$$h + v = s \operatorname{tg} v + i,$$

откуда

$$h = s \operatorname{tg} v + i - v. \quad (7.5)$$

В действительности, визирный луч идет по *рефракционной кривой*, и угол наклона  $v$  измеряют между касательными к уровенной поверхности и рефракционной кривой (рис. 7.3, б). Треугольник, образованный этими касательными и отвесной линией в точке  $B$ ,

близок к прямоугольному, поэтому катет, лежащий против угла  $v$ , равен  $\text{stg } v$ , а следовательно,

$$h + v + r = i + k + \text{stg } v,$$

откуда

$$h = \text{stg } v + i - v + k - r,$$

где  $r$  — поправка за рефракцию;  $k$  — поправка за кривизну Земли.

Обозначив  $k - r = f$ , где  $f$  — поправка за кривизну Земли и рефракцию, получим

$$h = \text{stg } v + i - v + f. \quad (7.6)$$

Определим  $k$ ,  $r$  и  $f$  в формуле (7.6).

Поправку за *кривизну Земли*  $k$  легко и точно можно определить из прямоугольного треугольника  $Oab$  (рис. 7.3, в).  $(R + k)^2 = R^2 + s^2$ , где  $R$  — величина, близкая к радиусу Земли. Из полученного равенства следует, что  $k(2R + k) = s^2$ , откуда

$$k = s^2 / (2R + k).$$

В знаменателе правой части полученной формулы  $k$  во много раз меньше удвоенного радиуса Земли, поэтому, отбросив ее, можно написать

$$k = s^2 / 2R. \quad (7.7)$$

Пр и м е р:  $R = 6370$  км,  $s = 1000$  м, получим  $k = 8$  см.

Значительно сложнее определить  $r$  — поправку за *рефракцию*. Если бы был известен радиус рефракционной кривой, то поправку за рефракцию можно было бы определить по формуле (7.7), в которую вместо радиуса Земли можно подставить радиус рефракционной кривой. Однако многочисленные исследования показывают, что вид рефракционной кривой постоянно изменяется в зависимости от изменения плотности слоев атмосферы (в разное время года, месяца и суток), через которые проходит луч визирования, а следовательно, изменяется и радиус рефракционной кривой.

Наиболее уверенно радиус рефракционной кривой, а следовательно, и поправку за рефракцию определяют при высоте визирного луча над земной поверхностью от 2 м и более. Для этих условий радиус рефракционной кривой в среднем в шесть раз больше радиуса Земли, а следовательно, поправка за рефракцию в среднем в шесть раз меньше поправки за кривизну Земли, вследствие чего можно написать

$$= \quad = \quad - \quad =$$

Подставив в это выражение значение  $k$  из формулы (7.3), получим

$$f = 0,42s^2/R. \quad (7.8)$$

По этой формуле обычно и вычисляют поправку за кривизну Земли и рефракцию в формуле (7.6).

Превышения при тригонометрическом нивелировании вычисляют с округлением до 0,01 м, поэтому поправку  $f$  вычисляют лишь для расстояний, превышающих 300 м, так как при  $s = 300$  м  $f = 0,006$  м  $\approx 0,01$  м. Поправка изменяется пропорционально квадрату расстояния, и при  $s = 1000$  м она равна 0,07 м. Для определения поправок обычно пользуются специальной таблицей.

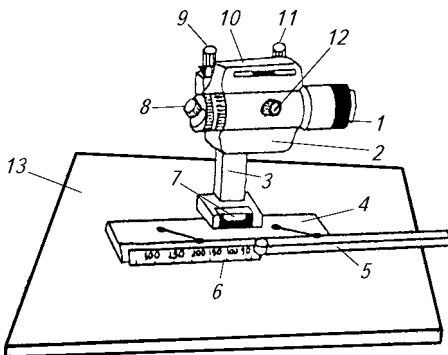
## 7.6. ИЗМЕРЕНИЕ УГЛА НАКЛОНА ВЕРТИКАЛЬНЫМ КРУГОМ КИПРЕГЕЛЯ КН

Деления на лимбе номограммного кипрегеля КН (рис. 7.4), выпускаемого отечественной промышленностью с 1976 г., подписаны от 0 до 50° в обе стороны (по ходу и против хода часовой стрелки) через каждый градус и сопровождаются знаками «плюс» и «минус» в зависимости от знака угла наклона. Знак отсчетов П и Л при наведении на точку — один и тот же и соответствует знаку измеряемого угла наклона, если место нуля равно нулю. Если значение угла наклона близко к месту нуля, то отсчеты П и Л могут иметь разные знаки. Цена деления лимба 5', и в пределах пятиминутного интервала значение отсчета в минутах или долях минуты оценивают на глаз.

Кипрегель КН имеет два цилиндрических уровня (не считая уровня на линейке): уровень при вертикальном круге с установочным винтом 11 (см. рис. 7.4) для приведения пузырька уровня на середину перед отсчетом по лимбу и реверсивный (оборотный) уровень при зрительной трубе, позволяющий использовать кипрегель для определения превышений горизонтальной визирной

Рис. 7.4. Номограммный кипрегель КН:

1 — зрительная труба; 2 — вертикальный круг; 3 — колонка; 4 — основная линейка кипрегеля; 5 — подвижная линейка; 6 — съемная масштабная линейка с иглой на конце; 7 — цилиндрический уровень на линейке; 8 — окуляр; 9 — наводящий и закрепительный винты вертикального круга; 10 — цилиндрический уровень вертикального круга; 11 — винт цилиндрического уровня; 12 — кремальера; 13 — мензульная доска



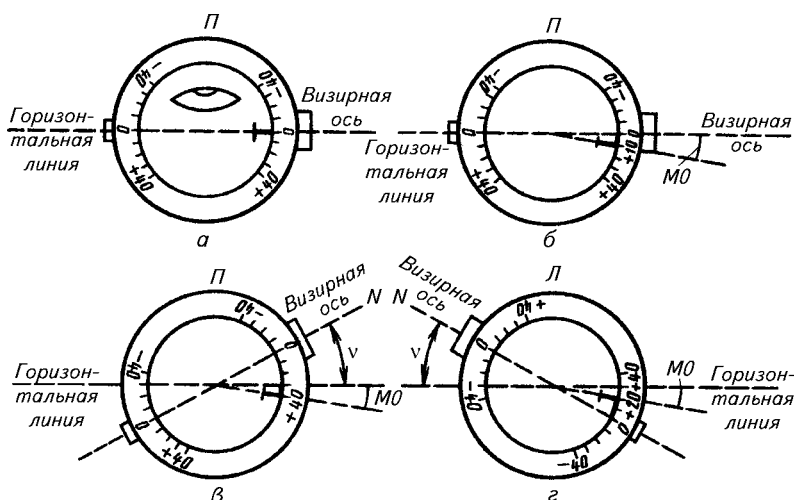


Рис. 7.5. Схема измерения углов наклона вертикальным кругом кипрегеля КН

осью (как нивелир). Зрительная труба кипрегеля КН дает прямое изображение предметов и снабжена ломаным вращающимся окуляром  $\delta^1$ . Закрепительное и наводящее  $\theta$  устройства (винты) находятся на одной оси в верхней части колонки.

Измерение углов наклона вертикальным кругом кипрегеля КН схематически показано на рисунке 7.5, при этом для наглядности нулевой диаметр лимба на них изображен параллельным визирной оси.

Случай, когда  $МО = 0$ , показан на рисунке 7.5, а, а когда  $МО = +10^\circ$  — на рисунке 7.5, б.

Отсчет по лимбу при визировании на точку при П иллюстрирует рисунок 7.5, в, а при Л — рисунок 7.5, г. Из этих рисунков видно, что

$$v = П - МО \text{ и } v = Л + МО. \quad (7.9)$$

Решая эти уравнения относительно  $v$  и  $МО$ , получим

$$v = (П + Л)/2 \text{ и } МО = (П - Л)/2. \quad (7.10)$$

**Пример 1.** На рисунке 7.5, в, г  $П = +40^\circ$ ,  $Л = +20^\circ$ ; по формуле (7.10) вычисляем:  $v = (+40^\circ + 20^\circ)/2 = +30^\circ$  и  $МО = (+40^\circ - (+20^\circ))/2 = +10^\circ$ . Для контроля по формулам (7.9) получаем:  $v = +40^\circ - (+10^\circ) = +30^\circ$  и  $v = +20^\circ + 10^\circ = +30^\circ$ .

**Пример 2.**  $П = +2^\circ 03'$ ,  $Л = +2^\circ 04'$ ; по формулам (7.10) вычисляем:  $v = (+2^\circ 03' + 2^\circ 04')/2 = +2^\circ 03,5'$  и  $МО = (+2^\circ 03' - (+2^\circ 04'))/2 = -0^\circ 00,5'$ . Для контроля по (7.9) получаем:  $v = +2^\circ 03' - (-0^\circ 00,5') = +2^\circ 03,5'$  и  $v = +2^\circ 04' + (-0^\circ 00,5') = +2^\circ 03,5'$ .

<sup>1</sup>Такое устройство окуляра не упрощает, а затрудняет поиск предмета в поле зрения трубы во время съемки и не является достоинством кипрегеля.

Для работы с кипрегелем КН при одном положении вертикального круга (при съемке рельефа) необходимо место нуля привести к нулю, следует отметить, что у вертикального круга кипрегеля КН для положений П и Л место нуля имеет разные знаки.

## 7.7. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЫСОТ ПРИБОРА И ЗНАКА

Согласно формуле (7.6) для вычисления превышения возникает необходимость измерять высоту прибора  $i$  и высоту знака  $u$ , на который проводят визирование.

Высоту прибора обычно измеряют непосредственно рулеткой и записывают с округлением до 0,01 м. Чтобы повысить точность измерения высоты прибора, ее получают как сумму двух составляющих: первая, постоянная для данного мензального комплекта, — высота от нижней поверхности доски до горизонтальной оси кипрегеля, вторая, изменяющаяся для каждой станции, — высота от нижней поверхности доски до верхнего торца кола, отмечающего точку стояния и ее высоту. Если мензула установлена над точкой, обозначенной на местности столбом, то высоту прибора измеряют от верха столба, при этом высоту точки относят также к верху столба.

Высоту знака измеряют непосредственно или получают путем вычислений в зависимости от вида знака.

Если знаком служит дальномерная рейка или вешка, то их высоту (длину) измеряют непосредственно рулеткой и записывают с округлением до 0,01 м, при этом имеется в виду, что рейка или вешка будет установлена на кол или столб, а визировать для измерения угла наклона будем на верх рейки или вешки. Если вешка установлена около столба (кола), то высоту ее измеряют от верха столба (кола) до верха вешки.

При построении съемочного обоснования очень часто знак представляет вежу, врываемую в землю на глубину до 0,5...1,0 м в зависимости от плотности грунта и длины вежи. На расстоянии 0,2...0,3 м от основания вежи забивают кол и высотой знака (вежи) считают отрезок отвесной линии от верхнего торца кола до крестовины в верхней части вежи (рис. 7.6, а), на которую производят визирование. Для лучшей видимости при больших расстояниях (1...2 км) в верхней части вежи привязывают пучок соломы или прибавляют флаг. До установки вежи в вырытую яму рулеткой измеряют расстояние от крестовины до метки на веже, которую делают в 1,5...2 м от нижнего конца вежи. После установки вежи измеряют отрезок отвесной линии от метки до верхнего торца кола, пользуясь горизонтальной рейкой. Сумма двух результатов измерений, округленная до 0,01 м, дает высоту знака. Если вежу устанавливают возле столба, то высотой знака считается отрезок отвесной линии от крестовины вежи до верха столба.

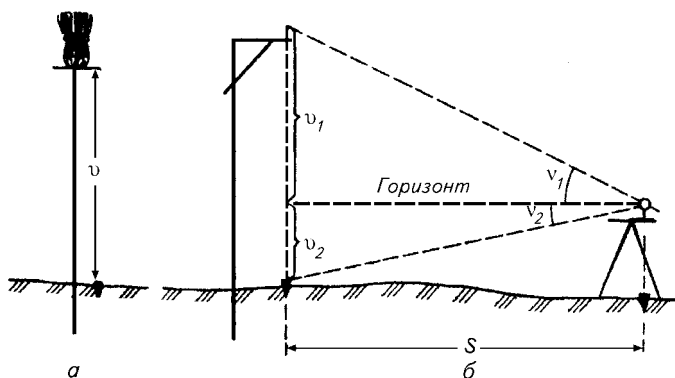


Рис. 7.6. Веха (а) и определение ее высоты (б)

При съемке в крупных масштабах для работы на станции веху вынимают из земли осторожно, чтобы не осыпалась земля. Над углублением центрируют планшет, а по окончании работы веху вставляют в землю на ту же глубину. Для этого при первоначальной установке вехи на ней делают зарубку на уровне верхнего торца кола.

Чтобы не вынимать веху из земли (так как это влияет на точность определения высоты знака), иногда в верхней части вехи делают горизонтальную перекладину с визирным цилиндром (рис. 7.6, б). Ось визирного цилиндра проецируют по отвесу на землю (с двух-трех позиций наблюдателя) и забивают кол. Высоту знака, равную расстоянию от верха визирного цилиндра до верха торца кола, вычисляют по измеренному горизонтальному проложению  $s$  и двум углам наклона  $v_1$  и  $v_2$  по формуле<sup>1</sup>

$$v = v_1 + v_2 = s \operatorname{tg} |v_1| + s \operatorname{tg} |v_2| = s(\operatorname{tg} |v_1| + \operatorname{tg} |v_2|).$$

Эта формула справедлива, если углы  $v_1$  и  $v_2$  имеют разные знаки, а если знаки одинаковые, то  $v = v_1 - v_2$ .

Таким же способом определяют высоту пирамиды (см. рис. 1.21, б), мачты и др.

При определении высоты знака по изложенному способу необходимо обращать внимание на точность измерения расстояния  $s$  и углов наклона, имея в виду, что чем больше расстояние  $s$ , тем точнее надо измерять углы наклона, и чем больше углы наклона, тем точнее нужно измерять расстояние  $s$ , руководствуясь при-

<sup>1</sup>Высота знака может быть также определена непосредственно при помощи шнура, тесьмы, тонкой вехи, рейки и др.

ближенной формулой

$$m_s/s \approx m_v/v,$$

т. е. относительная погрешность измерения расстояния равна относительной погрешности измерения угла.

Углы  $v$  нужно измерять при обоих положениях вертикального круга. В этом случае средняя квадратическая погрешность измерения угла характеризуется величиной  $m_v = 0,5'$ . Поэтому, желая узнать, с какой точностью надо измерять расстояние  $s$ , можно воспользоваться формулой

$$= \frac{'}{v'}$$

Например, при угле наклона  $v = 5^\circ = 300'$  и  $s = 100$  м

$$= \frac{'}{300} =$$

Следовательно, расстояния можно измерять со средней квадратической относительной погрешностью

$$m_s/s = 0,17/100 \approx 1/600.$$

Но этого нельзя достичь, применяя нитяной дальномер. Для измерений потребуется применить рулетку, ленту и др. Высота знака с учетом погрешностей измерений двух углов наклона получится с относительной средней квадратической погрешностью примерно в полтора раза большей, чем  $m_s/s$  и  $m_v/v$ , т. е. в данном случае с относительной погрешностью  $1/400$ . При  $v = 6,00$  м абсолютная погрешность высоты знака равна  $6,00/400 = 0,015$  м.

Если центр знака под пирамидой находится ниже поверхности земли, то на центр ставят рейку, визирование при измерении угла  $v$  производят на верх рейки и учитывают ее длину при определении высоты знака.

Если знаком является постоянный предмет местности (верх шпиля здания, трубы завода, эмблемы религиозного культа, антенны и др.), т. е. недоступная точка для установки мензулы, то высоту его принимают равной нулю, потому что при измерении угла наклона визируют на ту точку, для которой определяют превышение.

## 7.8. ГРАФИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПОЛОЖЕНИЯ ТОЧЕК ПРЯМОЙ И БОКОВОЙ ЗАСЕЧКАМИ

При построении съемочного обоснования положение геодезических пунктов в открытой местности определяют прямой или боковой засечкой.

*Прямая засечка* состоит в определении положения третьей точки с двух станций в исходных точках.

Для определения положения точки  $C$  прямой засечкой мензулу поочередно устанавливают в точках  $A$  и  $B$ , положение которых со-

ответственно  $a$  и  $b$  известно на планшете (рис. 7.7). Придя с мензулой в точку  $A$ , центрируют планшет, приводят его поверхность в горизонтальное положение и ориентируют, приложив ребро линейки кипрегеля к точкам  $a$  и  $b$ , и, вращая планшет, визируют на точку  $B$  (рис. 7.7,  $a$ ). После этого, приложив ребро линейки кипрегеля к точке  $a$ , визируют на точку  $C$ , положение которой определяют на планшете, и прочерчивают линию вдоль ребра линейки. В результате этих действий в точке  $A$  измерен и одновременно в точке  $a$  построен горизонтальный угол.

Затем переходят с мензулой в точку  $B$ , центрируют планшет, приводят его поверхность в горизонтальное положение и ориентируют по линии  $ba$  (рис. 7.7,  $b$ ). Теперь, приложив ребро линейки кипрегеля к точке  $b$ , визируют на точку  $C$  и прочерчивают линию вдоль ребра линейки. В результате этих действий в точке  $B$  измерен и одновременно в точке  $b$  построен горизонтальный угол. Пересечение двух прочерченных линий дает положение искомой точки  $c$ .

Для контроля и повышения точности засечки прочерчивают направление на определяемую точку с третьей станции (с третьей исходной точки). Три направления должны пересечься в одной точке, что свидетельствует не только о правильности установки планшета в рабочее положение на станциях, но и о правильности нанесения исходных точек на планшет. При выполнении засечек не допускают, чтобы угол между направлениями линий, в пересечении которых получается положение определяемой точки, был менее  $40^\circ$  и более  $140^\circ$ .

*Вычисление высоты* определяемой точки  $C$  производят передачей ее не менее чем с двух ближайших исходных точек, например с точек  $A$  и  $B$  с известными высотами  $H_A$  и  $H_B$ . Для этого на станциях в исходных точках измеряют полным приемом углы наклона  $v_{AC}$  и  $v_{BC}$ , высоту знака  $v_C$  в точке  $C$  и высоту прибора на точках  $A$  и  $B$ ,  $i_A$  и  $i_B$ , а после получения положения точки  $c$  на планшете измеряют горизонтальные проложения  $s_{ac}$  и  $s_{bc}$ .

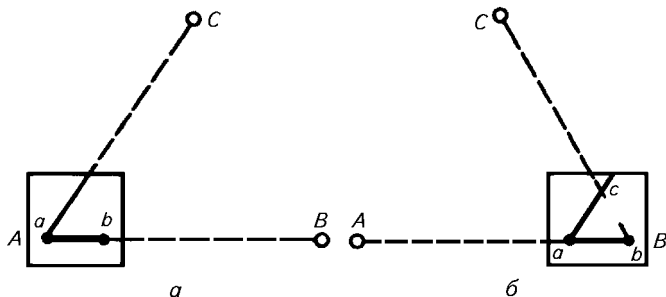


Рис. 7.7. Схема выполнения прямой засечки при мензульной съемке

Значения высоты точки  $C$  вычисляют согласно формуле (7.6):

$$\begin{aligned} &= + = + v + v + \\ &= + = + v + v + \end{aligned} \quad (7.11)$$

Если  $H_A$  и  $H_B$  получены по результатам геометрического нивелирования, то допустимость расхождения в значениях высоты вычисляют по формуле, м,

$$\Delta = \left| \right| \leq \quad (7.12)$$

в которой  $s_{\text{км}}$  — сумма двух расстояний, км, от исходных точек до определяемой. Если высоты исходных точек получены тригонометрическим нивелированием, то допуск, предусмотренный формулой (7.12), можно увеличить в полтора раза. Если расхождение  $\Delta H$  допустимо, то за окончательное значение высоты принимают среднее арифметическое.

*Боковая засечка* состоит в определении положения точки по двум исходным точкам с двух станций, из которых первая находится в исходной точке, вторая — в определяемой.

Боковую засечку применяют, когда одна из исходных точек, например  $B$  (см. рис. 7.7), является постоянным предметом местности и не доступна для станции (шпиль здания, антенна и др.), или, чтобы не делать лишней станции, мензулу устанавливают на определяемой точке  $C$ , с которой тут же производят съемку ситуации и рельефа.

При боковой засечке на одной станции, например в точке  $A$ , выполняют все те же действия, что и при прямой засечке (см. рис. 7.7,  $a$ ), после чего мензулу переносят в точку  $C$ , центрируют планшет приблизительно, так как положение точки  $c$  на планшете еще неизвестно, приводят в горизонтальное положение и ориентируют его по линии  $ca$ , прочерченной на станции  $A$  (рис. 7.8). Приложив ребро линейки кипрегеля к точке  $b$ , визируют на точку  $B$  местности и вдоль ребра линейки прочерчивают линию. В пересечении линий, прочерченных с точек  $a$  и  $b$ , получают положение искомой точки  $c$ .

Если положение точки  $c$  оказалось над точкой  $C$  (планшет центрирован правильно) или погрешность центрирования не превышает половины точности масштаба, то решение задачи по определению положения точки  $c$  считают окончательным, в противном случае уточняют центрирование планшета, снова приводят в горизонтальное положение, ориентируют его и визируют на точку  $B$  получают окончательное положение точки  $c$ . Практически положение точки  $c$  на планшете всегда можно указать с точностью до 3...5 см, а следовательно, достаточно точно

центрировать планшет, поэтому необходимости в уточнении центрировки почти не возникает.

При определении положения точки способом боковой засечки соблюдают те же правила контроля, что и при прямой засечке.

Вычисляют высоту определяемой точки  $C$  так же — передачей ее не менее чем с двух ближайших исходных точек, но с небольшими углами наклона  $\nu$ , так как погрешности определения расстояния  $s$  на планшете вызывают большие погрешности вычисления превышений при больших углах наклона. Но при боковой засечке превышение  $h_{AC}$  контролируют вычислением обратного превышения  $h_{CA}$  по правилу: прямое превышение должно быть равно обратному по величине, но противоположно по знаку.

В данном случае прямое превышение вычисляют согласно формулам (7.11):

$$\begin{aligned} h_{\text{прям}} &= h_{AC} = s_{ac} \operatorname{tg} \nu_{AC} + i_A - v_C + f_{AC}, \\ h_{\text{обр}} &= h_{CA} = s_{ac} \operatorname{tg} \nu_{CA} + i_C - v_A + f_{AC}. \end{aligned}$$

Расхождение между ними вычисляют по формуле

$$\Delta h = h_{\text{прям}} + h_{\text{обр}}. \quad (7.13)$$

Допустимость расхождения вычисляют по формуле

$$\Delta h_{\text{доп}} = (0,04 s_{100}) \text{ м}, \quad (7.14)$$

т. е. 4 см на каждые 100 м расстояния.

Если расхождение допустимо, то из двух значений превышения выводят прямое среднее

$$= - \quad (7.15)$$

Пример 1:  $h_{AC} = +5,07 \text{ м}$ ,  $h_{CA} = -4,94 \text{ м}$ ,  $s = 482 \text{ м}$ .

$$\Delta h = +5,07 + (-4,94) = +0,13 \text{ м}.$$

$$\Delta h_{\text{доп}} = 0,04 \cdot 4,8 = 0,19 \text{ м},$$

$$= - + \quad = +$$

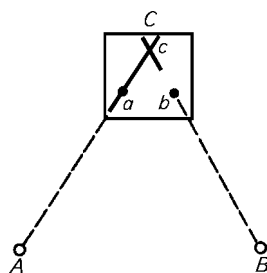


Рис. 7.8. Схема выполнения боковой засечки при мензуральной съемке

Пример 2:  $h_{\text{прям}} = +0,04$  м,  $h_{\text{обр}} = +0,13$  м,  $s = 567$  м.

$$\Delta h = +0,04 + 0,13 = +0,17 \text{ м,}$$

$$\Delta h_{\text{доп}} = 0,04 \cdot 5,7 = 0,23 \text{ м,}$$

$$= - + + =$$

Высоту точки  $C$  получают по формулам:

$$\begin{aligned} &= + \\ &= \quad \quad \quad v + \quad v + \end{aligned} \quad (7.16)$$

Знак «минус» перед  $h_{CB}$  означает, что высота точки передается «на себя», т. е. на станцию в определяемой точке (если точка  $B$  является постоянным предметом местности, когда высота  $H_B$  относится к верху знака, на который визируют при измерении угла наклона  $v_{CB}$ , то принимают  $v_B = 0$ ).

Допустимость расхождения  $\Delta H$  можно вычислить по формуле (7.12), хотя она будет несколько ( $\approx$  на 25 %) преувеличена, так как  $h_{AC_{\text{ср}}}$  вычисляют точнее, чем  $h_{AC}$  и  $h_{CA}$ . При допустимости расхождения выводят среднее арифметическое значение высоты.

## 7.9. ГРАФИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПОЛОЖЕНИЯ ТОЧКИ ОБРАТНОЙ ЗАСЕЧКОЙ (ЗАДАЧА ПОТЕНОТА)<sup>1</sup>

*Обратная засечка* состоит в определении положения четвертой по трем исходным с одной станции в определяемой точке.

Для определения положения точки  $M$  (рис. 7.9, а) по трем исходным  $L$ ,  $S$  и  $P$  (левой, средней и правой) надо измерить на местности в точке  $M$  при помощи какого-либо прибора (теодолита, мензулы) углы  $\alpha$  и  $\beta$ . Если известны координаты пунктов  $L$ ,  $S$  и  $P$  и углы  $\alpha$  и  $\beta$ , то задачу по вычислению координат точки  $M$  можно решить аналитическим способом. Таких способов существует очень много и некоторые из них описаны в главе 15.

Если пункты  $L$ ,  $S$  и  $P$  нанесены на план (планшет) по координатам или получены на планшете при построении съемочного обоснования, то, зная значения углов  $\alpha$  и  $\beta$ , положение точки  $M$  на плане (планшете), можно определить графическими построениями.

<sup>1</sup>Обратная засечка названа задачей Потенота по имени французского математика, предложившего ее и жившего в конце XVII и в начале XVIII столетия.

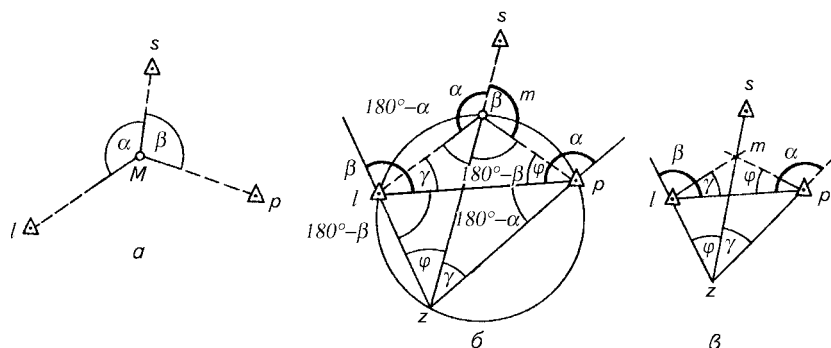


Рис. 7.9. Схема графического решения задачи Потенота

Теория графического решения задачи состоит в следующем. Пусть на плане точки  $l$ ,  $s$  и  $p$  (рис. 7.9, б) являются изображениями пунктов  $L$ ,  $S$  и  $P$  местности, а  $m$  — положение определяемой точки  $M$ . Предположим, что положение точки  $m$  найдено. Проведем через точки  $l$ ,  $m$  и  $p$  окружность, продолжим линию  $sm$  до пересечения с этой окружностью и получим вспомогательную точку  $z$ . Соединим точки  $l$  и  $p$  между собой и с точкой  $z$  прямыми линиями. Углы  $180^\circ - \alpha$  и  $180^\circ - \beta$  при точке  $m$  соответственно равны углам при точках  $l$  и  $p$  как углам, опирающиеся на одни и те же дуги. Следовательно, угол между стороной  $pl$  и продолжением стороны  $zp$  равен углу  $\alpha$ , а угол между стороной  $lp$  и продолжением стороны  $zl$  равен углу  $\beta$ . Углы  $\varphi$  и  $\gamma$  при точке  $z$  равны таким же углам соответственно при точках  $p$  и  $l$ .

На этом основании можно построить положение искомой точки  $m$  на плане (планшете) по углам  $\alpha$  и  $\beta$  следующим образом. Левый угол  $\alpha$ , измеренный на местности при точке  $M$  (см. рис. 7.9, а), надо построить на плане (например, при помощи транспортира) при правой точке  $p$  относительно линии  $pl$  (рис. 7.9, в). Затем правый угол  $\beta$ , измеренный при точке  $M$ , надо построить на плане при левой точке  $l$  относительно линии  $lp$ . В пересечении двух линий, проведенных из точек  $l$  и  $p$ , получается вспомогательная точка  $z$ . Проводят прямую  $sz$ , которая замечательна тем, что на ней лежит искомая точка  $m$ . Значит, если поставить мензулу в точке  $M$  местности, приложить ребро линейки кипрегеля к точкам  $s$  и  $z$  на планшете и, повернув планшет, визировать на точку  $S$  местности, то он будет ориентирован. Поэтому  $sz$  называют *линией ориентирования*. Проведя окружность через точки  $l$ ,  $p$  и  $z$ , в пересечении ее с линией  $sz$  получают положение искомой точки  $m$ .

Положение точки  $m$  можно получить и так. Измерив транспортиром угол  $\varphi$ , надо построить его при точке  $p$  относительно линии  $pl$  и в пересечении линии, проведенной из точки  $p$ , с линией  $sz$  получим искомую точку  $m$ . Для контроля можно измерить угол  $\gamma$  при точке  $z$  и построить его при точке  $l$  относительно ли-

нии  $lp$ , и в пересечении линии, проведенной из точки  $l$ , с линией  $sz$  получим положение точки  $m$ . Три направления должны пересечься в одной точке.

Таково графическое решение задачи по определению точки по трем исходным. Его можно проделать в камеральной обстановке на плане, если измерены углы  $\alpha$  и  $\beta$  на местности.

При решении этой задачи на мензульном планшете в поле применяют различные способы (приемы), которые описаны ниже. При этом обратим внимание на случаи, когда решение задачи по определению точки по трем исходным дает надежный результат и когда этот результат получается надежным.

Наиболее благоприятным случаем решения задачи Потенота будет тот, когда определяемая точка  $M$  будет находиться внутри треугольника  $LSP$ , потому что в этом случае линия ориентирования  $sz$  всегда длиннее линии засечек  $lm$  и  $pm$ .

Задача решается *одним поворотом*, если определяемая точка  $m$  находится на стороне треугольника  $lsp$ , например на стороне  $lp$  (рис. 7.10, *а*). В этом случае сумма углов  $\alpha + \beta = 180^\circ$ , точка  $z$  окажется вне планшета, так как  $ls$  и  $ps$  параллельны. Поэтому, встав с мензулой в створ линии  $LP$ , ориентируют планшет по линии  $pl$ , после чего, приложив ребро линейки кипрегеля к точке  $s$  и визируя на пункт  $S$  местности, боковой засечкой получают положение точки  $m$ . Этот случай будет благоприятным, если линия ориентирования  $lp$  длиннее линии засечки  $sm$ .

Одним поворотом решается задача и в случае, если определяемая точка находится на продолжении стороны треугольника  $lsp$  (рис. 7.10, *б*). Планшет ориентируют по линии  $lp$ , засекают визи-

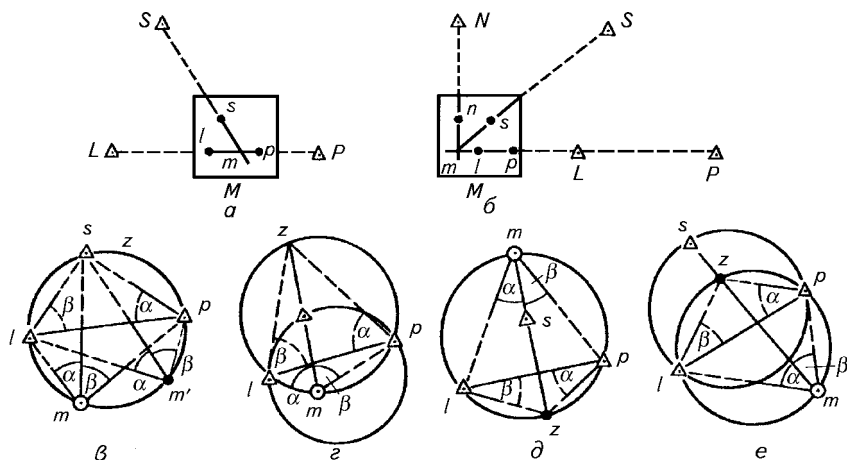


Рис. 7.10. Решения задачи Потенота одним поворотом планшета (*а*, *б*), случай, когда решение задачи невозможно (*в*), благоприятное (*г*, *д*) и неблагоприятное (*е*) расположение определяемой точки для решения задачи Потенота

рованием на пункт  $S$  и для контроля на пункт  $N$ . Такой контроль нужен и в других случаях определения положения точки обратной засечкой.

Решение задачи невозможно, если определяемая точка  $m$  лежит на окружности, проходящей через точки  $l$ ,  $s$  и  $p$  (рис. 7.10, в), потому что в этом случае точка  $z$  совпадает с точкой  $s$ , значит, длина линии ориентирования  $sz = 0$ , углы  $\alpha$  и  $\beta$  в любой точке на окружности как опирающиеся на одни и те же дуги оказываются равными, поэтому положение точки  $m$  становится неопределенным. Эту окружность называют *опасным кругом* и решают задачу по другим пунктам, благоприятно располагающимся относительно определяемой точки.

Если определяемая точка  $m$  находится вне треугольника  $lsp$ , но внутри окружности, проходящей через точки  $l$ ,  $s$  и  $p$  (рис. 7.10, з), то этот случай будет благоприятным, при этом линия ориентирования  $sz$  длиннее  $sm$ . Аналогично и в случае, когда точка  $m$  лежит за окружностью  $lsp$  против угла у точки  $s$  (или  $l$ , или  $p$ , рис. 7.10, д).

Случай всегда неблагоприятный, когда точка  $m$  лежит за окружностью  $lsp$  против стороны  $lp$  (или  $ls$ , или  $ps$ , рис. 7.10, е). В этом случае  $sz$  всегда короче  $sm$ .

Задачу также можно решить способом *приближений*: после приближенного (на глаз) или по буссоли ориентирования планшета прикладывают ребро линейки кипрегеля к точке  $s$ , визируют на пункт  $S$  местности и прочерчивают линию. Затем делают то же, визируя на пункты  $L$  и  $P$  местности. Если планшет был ориентирован точно, то все три линии пересекутся в одной точке  $m$  (рис. 7.11, а), которая и будет определяемой точкой, в противном случае получится *треугольник погрешностей*. При неточной ориентировке треугольника погрешностей может не получиться, если определяемая точка лежит на опасном круге или в непосредственной от него близости.

Получение первого треугольника погрешностей означает определение положения точки в первом приближении. Задача состоит и в том, чтобы, уточняя ориентировку небольшими поворотами планшета и проводя каждый раз направления с трех точек, уменьшать треугольник погрешностей до тех пор, пока направления пересекутся в одной точке.

При уточнении ориентировки надо знать, в какую сторону поворачивать планшет. При повороте планшета в нужную сторону следующий треугольник погрешностей уменьшится, а в противоположную сторону — треугольник увеличится. Для определения направления поворота планшета будем рассуждать так. Получив треугольник погрешностей внутри фигуры  $lsp$  (рис. 7.11, б), видим, что для его уменьшения планшет следует вращать против хода часовой стрелки, т. е. искомую точку  $m_1$  намечаем внутри полученного треугольника погрешностей. После этого ребро линейки

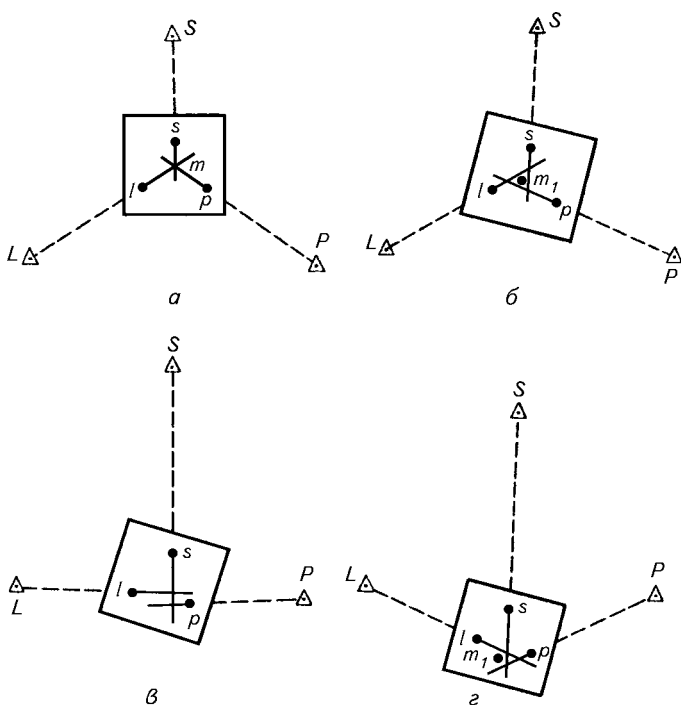


Рис. 7.11. Случай решения задачи Потенота способом приближений

кипрегеля прикладывают к точкам  $m_1$  и  $s$ . Возле точки  $m_1$  по ребру линейки кипрегеля проводят короткую линию, вращая планшет, визируют на пункт  $S$  местности и закрепляют его. Затем, визируя через точку  $l$  на пункт  $L$ , через точку  $p$  на пункт  $P$ , проводят линии. Если они все пересекутся в одной точке, то задача решена, в противном случае намечают снова точку внутри полученного треугольника погрешностей и т. д.

Если определяемая точка находится на стороне треугольника  $lsp$  или вблизи нее, то при неточной ориентировке планшета вместо треугольника погрешностей получаются две параллельные линии, проходящие через точки  $l$  и  $p$ . По расположению этих линий тоже легко судить, в какую сторону надо поворачивать планшет, чтобы эти линии слились. Например, глядя на рисунок 7.11, б, можно сообразить, что планшет надо вращать против хода часовой стрелки.

Если определяемая точка находится вне треугольника  $lsp$ , но внутри окружности  $lsp$  (рис. 7.11, г), то планшет надо вращать против хода часовой стрелки. Практически в этом случае после получения треугольника погрешностей точку  $m_1$  намечают по другую

сторону линии ориентирования. Так же поступают и в случае, показанном на рисунке 7.11, б.

При положении определяемой точки на опасном круге решение задачи невозможно.

Если определяемая точка лежит за окружностью  $lsp$ , но против стороны треугольника  $lsp$ , то точку намечают по ту же сторону линии ориентирования, по какую получился треугольник погрешностей.

Менее распространенные способы:

*пары треугольников* от предыдущего отличается тем, что после получения первого треугольника погрешностей немного поворачивают планшет и получают второй треугольник погрешностей. Соединяя соответствующие вершины этих треугольников прямыми линиями, в пересечении получают положение искомой точки  $m$ ;

*Болотова* от предыдущих отличается тем, что положение точки определяют по любому числу исходных пунктов, но не меньше трех. Для определения положения точки на мензульном планшете прикрепляют лист восковки, на котором приближенно относительно исходных пунктов, видимых сквозь восковку, намечают точку  $m$ . Прикладывая к этой точке ребро линейки кипрегеля, визируют на все исходные пункты и прочерчивают направления (рис. 7.12, а). После этого передвигают восковку на планшете так, чтобы совместились направления с соответствующими или исходными пунктами (рис. 7.12, б), изображенными на планшете. Когда это совмещение достигнуто, точку  $m$  с восковки перекладывают на планшет. Наиболее точно точку определяют по наибольшему числу ближайших пунктов, расположенных вокруг определяемой точки.

Все случаи благоприятного и неблагоприятного решения задачи, рассмотренные для способа поворотов планшета, справедливы и для всех остальных способов графического и аналитического решения этой задачи.

После определения положения точки ее высоту определяют передачей «на себя» по формуле (7.16) не менее чем с двух ближайших пунктов и из полученных значений высоты, если расхождения между ними допустимы, выводят среднее арифметическое.

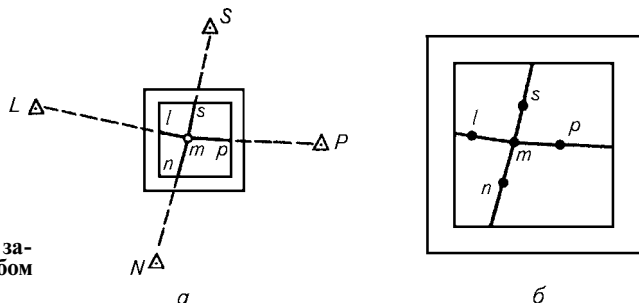


Рис. 7.12. Решение задачи Болотова

Обратную засечку обычно применяют для определения положения переходной точки для съемки ситуации и рельефа, при полевом контроле и приемке работы от исполнителя.

### **7.10. ПОНЯТИЕ О ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЯХ ДЛЯ МЕНЗУЛЬНОЙ СЪЕМКИ. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СЕТИ**

В зависимости от площади снимаемой территории, масштаба съемки и требуемой точности геодезической сетью могут быть<sup>1</sup>:

триангуляция (см. рис. 2.1, *а*);

полигонометрия (см. рис. 2.1, *б, в*);

теодолитные полигоны и ходы;

геометрическая сеть, представляющая систему треугольников и отличающаяся от триангуляции тем, что при ее построении положение пунктов получают на планшете графически прямой или боковой засечкой;

мензульные ходы, прокладываемые в закрытой местности, отличаются от теодолитных тем, что углы между сторонами мензульного хода не измеряют теодолитом, а строят на планшете по направлениям сторон в процессе проложения мензульного хода. Линии чаще всего измеряют нитяным дальномером и результаты измерений (горизонтальные проложения) откладывают на планшете по направлениям линий хода.

Каждый из этих видов может служить самостоятельной геодезической сетью мензульной съемки, однако на больших площадях геометрическая сеть и мензульные ходы опираются на пункты триангуляции, полигонометрии и теодолитных ходов.

Высоты пунктов всех видов геодезической сети определяют проложением ходов геометрического нивелирования или тригонометрическим нивелированием.

*Геометрическую сеть* как съёмочное обоснование обычно строят в открытой местности для сгущения геодезической сети, когда имеющиеся пункты триангуляции, полигонометрии и теодолитных ходов расположены редко и не обеспечивают необходимую густоту для съемки местности. Например, при съемке в масштабе 1:10 000 нужно, чтобы каждый квадратный километр был обеспечен хотя бы одним пунктом любого вида геодезической сети, включая съёмочное обоснование. Длины сторон треугольников геометрической сети составляют примерно одну десятую знаменателя численного масштаба, выраженную в метрах. Поэтому при построении сети в масштабе 1:10 000 длина стороны треугольника геометрической сети примерно равна 1 км, в масштабе 1:5000 — соответственно 0,5 км. В масштабе 1:2000 и крупнее геометрическую сеть обычно не строят или ограничиваются установкой нескольких вех и использованием постоянных предметов местности

---

<sup>1</sup>Более подробно о геодезических сетях для съемок см. главу 10.

(шпили зданий, башен, вышек и др.), положение которых определяют прямыми засечками.

Сгущение геодезической сети пунктами геометрической сети выгодно, так как, их положение на плане (планшете) определяют графически (способом засечек), т. е. вычислительные работы не требуются, как, например, при определении координат точек теодолитных ходов; засечки отдельных пунктов можно проводить попутно со съемкой ситуации и рельефа с точек уже имеющейся сети (построение геометрической сети, как правило, самостоятельный вид работ, предшествующий съемке ситуации и рельефа).

Точки двух смежных теодолитных полигонов, которые нанесены на планшет по координатам, на рисунке 7.13 обозначены арабскими цифрами. На точках, расположенных на возвышенных местах, устанавливают вежи возле столбов, которыми закреплены точки теодолитных полигонов. Римскими цифрами обозначены пункты геометрической сети, положение которых надо определить. Знаками пунктов *II*, *IV*, *V* и *VIII* служат постоянные предметы местности, а на пунктах *I*, *III*, *VI* и *VII* поставлены вежи и рядом с ними забиты колья.

Точки *10*, *11*, *12* и т. д. расположены в закрытой местности, и с них отсутствует видимость на пункты геометрической сети.

Высоты знаков (вех) записывают в журнал.

Положение пунктов геометрической сети на планшете в данном случае определяют в следующем порядке.

Мензулу устанавливают в точке 4, ориентируют планшет по наиболее удаленной видимой точке теодолитного хода, проверяют ориентирование по другим точкам, визируют на пункт *II*, прочерчивают направление на планшете и вдоль направления подписывают 4—*II*. Далее переходят с мензулой в точку 5 и после установки и ориентирования планшета проводят второе направление на пункт *II*. Пересечение двух направлений дает положение пункта *II* на планшете. Затем последовательно переходят с мензулой в точки 7, 8 и 9. Из точки 7 проводят направление на пункт *III*, из точки 8 — на пункты *III*, *IV*, *V*, из точки 9 — на пункты *I*, *III*...*VI* и *VIII*. Теперь положение пункта *III* определено достаточно надежно, поэтому следующей станцией может быть этот пункт. После ориентирования планшета на пункте *III* проводят направления на пункты *I*, *II* и *IV*. Установив мензулу в точке *I*, проводят направления на пункты *VIII* и *I*. Таким образом пункт *I* будет определен по трем направлениям. Мензулу переносят на пункт *I*, из него проводят направление на пункт *II*, который определяется уже четвертым направлением.

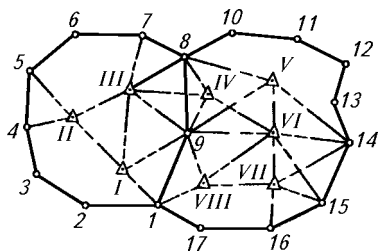


Рис. 7.13. Схема геометрической сети

Если все четыре направления пересекутся в одной точке, то это свидетельствует не только о надежном определении положения пункта *II*, но и о правильности определения положения пунктов *I* и *III*, а также о правильности нанесения точек теодолитного хода на планшет по координатам. Порядок последующей работы по построению геометрической сети согласно рисунку 7.13 такой: на станции в точке *16* проводят направление на пункт *VII*, с точки *15* — на пункты *VII* и *VI*, с точки *14* — на пункты *VIII*, *VI* и *V*. Из этих пунктов наиболее надежно определен пункт *VII*, поэтому, встав на него с мензулой, проводят направления на пункты *VIII* и *VI*. Наконец, установив мензулу на пункте *VI*, проводят направления на пункты *VIII*, *IV* и *V*. Каждый из последних пунктов получается в точке пересечения четырех направлений. Если они будут пересекаться в одной точке, то это будет свидетельствовать о правильности построения сети. Высоты засекаемых пунктов определяют, как описано в разделе 7.8.

Если пункты геодезической сети имеют вычисленные значения координат (триангуляция, полигонометрия, теодолитные ходы), то съемку могут вести одновременно на нескольких планшетах несколько исполнителей. Например, точки *1, 2, ..., 9* западного полигона (см. рис. 7.13) можно нанести на один планшет, а точки *1, 9, 8, 10, 11, ..., 17* восточного полигона — на другой и выполнять съемку на двух планшетах двумя исполнителями одновременно. Можно также все эти точки распределить на три-четыре планшета.

Если площадь съемки невелика и размещается на одном планшете, то ее можно выполнить, построив предварительно геометрическую сеть на основе *одного базиса AB* (рис. 7.14, *а*) или на линии между двумя пунктами геодезической сети, наносимыми на планшет по координатам. Желательно, чтобы базис располагался в середине участка съемки. Его выбирают на ровном месте, наиболее благоприятном для измерения лентой. Длина базиса не должна быть меньше  $1/4$  длины снимаемого участка. Концы базиса и пункты геометрической сети на местности закрепляют кольями и вехами.

Построение геометрической сети начинают с измерения длины базиса лентой в прямом и обратном направлениях и нанесения его на планшет. Для этого устанавливают мензулу на одном из концов базиса, например в точке *A* (см. рис. 7.14, *а*), и ориентируют планшет по магнитному меридиану при помощи буссоли (если концы базиса не нанесены на планшет по координатам). Буссоль ставят на какой-либо край планшета нулевым диаметром кольца параллельно краю планшета (рис. 7.14, *б*), отмечают место буссоли на планшете карандашом и поворачивают планшет до тех пор, пока концы магнитной стрелки установятся на нулевом диаметре.

На планшете накалывают точку *a* (см. рис. 7.14, *б*), являющуюся изображением точки *A* местности, так, чтобы снимаемый участок разместился на середине планшета. Если после этого планшет

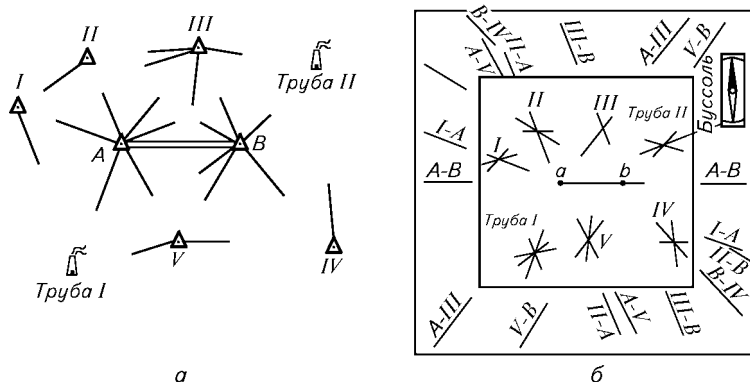


Рис. 7.14. Геометрическая сеть, построенная на одном базисе

будет центрирован с недопустимой погрешностью, то центрирование уточняют и планшет ориентируют заново. Затем, приложив ребро линейки кипрегеля к точке  $a$ , визируют на точку  $B$ , прочерчивают направление и отмечают его на краях планшета буквами  $A-B$ . Отложив от точки  $a$  отрезок  $ab$ , равный длине базиса в масштабе съемки, получают точку  $b$  на планшете, соответствующую точке  $B$  местности (если точки  $A$  и  $B$  нанесены по координатам, то планшет ориентируют по этим точкам).

Таким же образом при том же положении вертикального круга проводят направления на точку  $V$ , трубу  $I$ , точки  $I$ ,  $II$ ,  $III$  и трубу  $II$ . Направления на трубы  $I$  и  $II$  на краях планшета не отмечают, так как на этих точках мензулу устанавливать не будут.

После этого, измерив высоту кипрегеля, измеряют углы наклона при обоих положениях вертикального круга на все эти точки, кроме трубы  $II$  (так как определение превышения на большие расстояния сопровождается большими погрешностями, изменяющимися пропорционально расстоянию), проверяют измерения постоянством места нуля. Результаты измерений записывают в журнал.

Второй станцией является противоположный конец базиса, точка  $B$ . На этой точке центрируют планшет, ориентируют его, приложив ребро линейки кипрегеля к направлению  $A-B$ , отмеченному на краях планшета, и визируя на точку  $A$ . После этого из точки  $b$  прочерчивают направления на точки  $II$ ,  $III$ , трубу  $II$ , точки  $IV$ ,  $V$  и трубу  $I$ . На все эти точки, кроме точки  $II$  и трубы  $I$ , измеряют углы наклона.

Третьей станцией будет наиболее надежно полученная точка, в которой направления пересекаются под углом, близким к прямому. Таковыми будут точки  $III$  и  $V$  (для контроля эти точки полезно засечь из середины базиса). Пусть третьей станцией будет точка  $III$ , с которой проводят направления на точки  $I$ ,  $II$ ,  $V$  и трубу  $II$ , а

углы наклона измеряют на точки *A*, *II*, трубу *II* и точку *B*. Затем то же самое выполняют на станциях в точках *II*, *I*, *V* и *IV*, проводят направления, как показано на рисунке 7.14, *б*.

Если по условиям местности нельзя измерить достаточно длинный базис, то его можно построить *ломаным*, т. е. состоящим из двух прямых линий *AB* и *AI* (см. рис. 7.14, *а*), измеряемых на местности (если точки *I*, *A* и *B* не нанесены на планшет по координатам). В этом случае первой станцией будет точка *A*. После центрирования и ориентирования планшета по буссоли на нем проводят из точки *a* направления на точки *B* и *I*, откладывают от точки *a* в масштабе плана измеренные расстояния (горизонтальные проложения) *AB* и *AI* и получают на планшете положения точек *B* и *I*. Далее геометрическую сеть строят, как указано выше.

Применяя ломаный базис, выявляют грубые ошибки его измерения и построения на планшете, при одном базисе эти ошибки не выявляются.

При построении геометрической сети очень важно учитывать следующее.

В пункты геометрической сети по возможности включают постоянные предметы местности (шпили башен, антенны, трубы и пр.). Это важно, во-первых, потому что пересечение нескольких направлений в одной точке при засечках постоянных предметов местности свидетельствует о правильности построения геометрической сети, во-вторых, постоянные предметы местности, видимые на большие расстояния, дают возможность при съемке ориентировать планшет по длинным линиям и, в-третьих, постоянные предметы местности — более надежные и долговечные знаки геометрической сети.

При выборе места для установки вех в пунктах геометрической сети следует стремиться к расположению их на возвышенных местах, неудобных для хозяйственного использования землях и чтобы каждый пункт мог быть получен прямыми засечками не менее чем с трех других пунктов, а углы при засекаемых точках были не менее  $40^\circ$  и не более  $140^\circ$ .

Планшет центрируют с такой точностью, чтобы погрешность направления из-за неточного центрирования не превышала  $2'$ , а погрешность центрирования — половины точности масштаба съемки (плана). Это обстоятельство заставляет при съемке в масштабах 1:10 000 и крупнее вежу, изображенную на рисунке 7.6, *а*, вынимать из земли и над отверстием центрировать планшет. Однако если мензулу поставить близко к вехе и если точка стояния мензулы изображена у края планшета, ближайшего к вехе, то вежу вынимать из земли не следует.

Планшет следует ориентировать по наиболее удаленной точке, расстояние до которой должно быть длиннее, чем расстояние для засекаемой точки. Если точки геодезической сети нанесены на планшет по координатам и видимости на удаленные точки

нет, то для повышения точности ориентирования планшета направления удлиняют, нанеся эти точки на планшет в более крупном масштабе.

Ориентирование планшета проверяют по другим точкам. Для этого на планшете прикладывают ребро линейки кипрегеля к точке стояния мензулы и визируют на точку местности, по которой проверяют ориентировку. Если при этом изображение наблюдаемой точки на планшете отходит от ребра линейки не более чем 0,2 мм, то планшет ориентирован правильно. Это также свидетельствует о правильном нанесении на планшет точек стояния и наблюдения. Чтобы точнее ориентировать планшет на пунктах геометрической сети, проведенные направления на них с других точек отмечают на краях планшета, как это сделано на рисунке 7.14, б.

Ориентировать планшет и проводить направления на определяемые пункты надо при одном положении вертикального круга (обычно при круге лево), чтобы ослабить влияние остаточной коллимационной ошибки. Когда направления на все определяемые пункты с данной станции будут проведены, проверяют ориентировку планшета.

Прежде чем приступить к засечке пунктов после расстановки вех, надо составить схему сети, а затем продумать порядок обхода точек, с тем чтобы было наименьшее число постановок мензулы и переходов, соблюдая при этом надежность засечек.

После проведения направлений на засекаемые пункты измеряют углы наклона на них. Если высоты пунктов определяют тригонометрическим нивелированием, то точное ориентирование планшета и точное приведение его в горизонтальное положение не требуются.

Углы наклона измеряют по заранее составленной программе наблюдений, которой предусмотрен контроль вычислений превышений в прямом и обратном направлениях. Углы наклона на постоянные предметы местности измеряют только в одном направлении. Число углов наклона, измеряемых на станции, обычно меньше числа прочерчиваемых направлений, например, с точки *В* (см. рис. 7.14) прочерчивают направление на трубу *І*, а угол наклона по этому направлению можно не измерять. Программу наблюдений составляют так, чтобы была обеспечена связь с точками, высоты которых получены, например, из геометрического нивелирования, а направления, по которым измеряют углы наклона, образовали бы треугольники. Следует иметь в виду, что превышения более точно передаются по коротким сторонам, чем по длинным.

Углы наклона измеряют полным приемом, т. е. при обоих положениях вертикального круга. Причем сначала наблюдают с данной станции на все пункты при одном положении вертикального круга, затем — при другом, после чего вычисляют значения места

нуля.

О правильности визирования на точки, приведения пузыря уровня при вертикальном круге на середину, а также о правильности отсчетов по лимбу свидетельствует постоянство места нуля, которое считают постоянным, если расхождение его значений на одной и той же станции не превышает утроенной средней квадратической погрешности измерения угла наклона ( $1,5'$  при измерении угла вертикальным кругом кипрегеля КН).

Если расхождение значения места нуля при наблюдении на какой-либо пункт с другими значениями больше указанного предела, то угол наклона на этот пункт измеряют заново.

Визировать нужно на то место знака, до которого измеряют его высоту  $h$  (см. рис. 7.6, а). Высоты  $h$  постоянных предметов местности принимают равными нулю, так как для них определяют высоту той точки, на которую визируют (например, верх шпиля здания, трубы завода и др.).

Перед измерением углов наклона на данной станции измеряют высоту прибора  $i$ .

Все данные при измерении углов наклона записывают в журнал топографической съемки. Заполнение журнала в поле можно ограничить вычислением места нуля, записями высот прибора  $i$  и наблюдаемых знаков  $h$ . Все остальные строки журнала можно заполнять в камеральных условиях по мере получения положения пунктов на планшете, так как превышения вычисляют по горизонтальным проложениям, определяемым графически по плану (планшету), если их не измеряли на местности, как, например, базис  $AB$  на рисунке 7.14.

Перед вычислением превышений проверяют правильность вычисления углов наклона по формулам (7.9) и (7.10). Превышения вычисляют в журнале топографической съемки по формуле (7.6). Значение основного члена этой формулы  $s \operatorname{tg} v$  вычисляют на микрокалькуляторах или по специальным таблицам превышений. Если значение  $s \operatorname{tg} v$  не превышает 20 м, то можно применить 25-сантиметровую логарифмическую линейку. Для расстояний между пунктами, превышающих 300 м, вычисления делают по формуле (7.8) или определяют по специальной таблице, помещаемой в таблицах превышений, поправку  $f$  за кривизну Земли и рефракцию.

Для тех направлений геометрической сети, для которых вычислены прямые и обратные превышения, средние арифметические значения вычисляют по формуле (7.15).

Для увязки превышений их средние значения выписывают на схему рисунка 7.15 со знаком, соответствующим указываемому стрелкой направлению. Около линий геометрической сети вписывают расстояния между пунктами.

Существует много способов и приемов увязки превышений. Их применяют в зависимости от сложности сети и от того, привязана

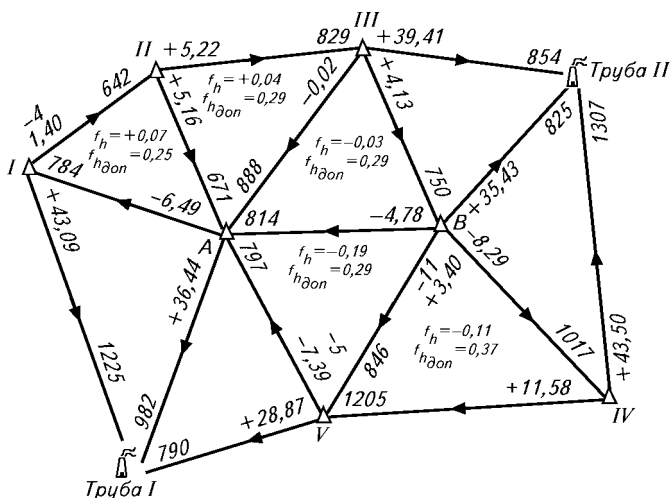


Рис. 7.15. Схема полигона для увязки превышений способом сравнения невязок

ли сеть к пунктам с уже имеющимися исходными высотами или она свободна.

Наиболее простой способ увязки, если сеть не привязана к пунктам с исходными высотами (свободная сеть), — способ сравнения невязок в смежных полигонах (треугольниках). Для этого способа вычисляют невязки в сумме превышений по каждому полигону, принимая направление превышений от пункта к пункту по ходу часовой стрелки.

Невязки вычисляют по обычной формуле

$$f_h = \Sigma h_{\text{п}} - \Sigma h_{\text{т}}, \quad (7.17)$$

в которой для полигона  $\Sigma h_{\text{т}} = 0$ .

Геометрические сети, в которых увязывают превышения, обычно состоят из треугольников. Допустимость невязки в превышениях для полигона,  $m$ ,

$$= \Sigma \sqrt{\quad} \quad (7.18)$$

где  $\Sigma s_{\text{км}}$  — периметр полигона, км;  $n$  — число сторон полигона.

Для треугольника ( $n = 3$ ) имеем

$$= \Sigma \quad (7.19)$$

Увязка превышений способом сравнения невязок состоит в следующем. В треугольнике  $I-II-A$  (см. рис. 7.15) невязка в превышениях оказалась равной  $+0,07$  м. Если ее распределить с об-

ратным знаком пропорционально длинам сторон треугольника, то, например, превышение между пунктами  $II$  и  $A$ , равное  $+5,16$  м, получит поправку  $-0,02$  и увязанное превышение будет  $+5,14$  м. Однако это увеличит невязку в соседнем треугольнике  $II-III-A$  на  $+0,02$  м. Поэтому, сравнив невязки в смежных фигурах и обнаружив, что они имеют одинаковый знак, поправку в превышение смежной стороны фигур не вводят. В связи с этим невязка в треугольнике  $I-II-A$  распределена на превышения сторон  $I-II$  и  $A-I$ .

Если невязки в смежных фигурах имеют разные знаки, то поправку нужно вводить в превышение смежной стороны фигур. Например, невязка в треугольнике  $A-B-V$ , равная  $+0,19$  м, распределена так: в превышение стороны  $B-A$  введена поправка  $+0,03$  м, а в превышение стороны  $B-V$   $0,11$  м (в результате чего невязки в превышениях треугольников  $A-III-B$  и  $V-B-IV$  оказались распределенными), а оставшаяся невязка введена поправкой  $-0,05$  м в превышение стороны  $V-A$ . Невязка в треугольнике  $A-II-III$ , равная  $+0,04$  м, введена поправкой с обратным знаком в превышение стороны  $II-III$ .

Можно было бы применить и другой вариант распределения невязок, а именно: в превышение стороны  $III-A$  ввести поправку  $-0,03$  м, а в превышение стороны  $II-III$  — поправку  $-0,01$  м, в результате чего невязки в треугольниках  $A-II-III$  и  $A-III-B$  оказались бы распределенными. Невязку в треугольнике  $A-B-V$  можно было бы распределить на превышение стороны  $B-V$   $0,11$  м, на превышение стороны  $V-A$   $0,08$  м. Число вариантов распределения невязок при этом способе может быть большим, поэтому основной недостаток способа сравнения невязок состоит в том, что он в какой-то степени произволен.

Контролем распределения невязок является сумма поправок в превышения в каждом треугольнике, равная невязке с обратным знаком, а так как сумма увязанных превышений в каждом треугольнике равна нулю, то сумма увязанных превышений во всем полигоне  $I-II-III-B-IV-V-A-I$  также равна нулю. В данном примере на рисунке 7.15  $\sum h = +1,36 + 5,18 + 4,13 - 8,29 + 11,58 - 7,44 - 6,52 = 0$ .

Если высота одного из пунктов геометрической сети исходная, то высоты всех остальных пунктов последовательно вычисляют по формуле

$$+ = + \quad (7.20)$$

Если ни один из пунктов не имеет исходной высоты, то высоту какого-нибудь пункта принимают произвольно, например  $100,00$  м.

Если два или более пунктов геометрической сети имеют исходные высоты, то превышения увязывают по способу ходовых линий. Пусть пункты  $I$  и  $IV$  имеют исходные высоты, полученные из гео-

метрического нивелирования:  $H_I = 123,19$  м и  $H_{IV} = 125,60$  м. Превышения увязывают по ходовым линиям  $I-II-III-B-IV$  и  $I-A-V-IV$ . Для этого средние значения (из прямых и обратных) превышений вписывают в ведомость, вычисляют невязки по формуле (7.17), а их допустимость — по формуле (7.18). Невязки распределяют пропорционально расстояниям и после увязки превышений вычисляют высоты.

В этом случае превышения по треугольникам не увязывают, но невязки в треугольниках определяют, чтобы выявить их допустимость и тем самым убедиться в отсутствии грубых ошибок в измерениях и вычислениях.

Вместо двух можно выбрать одну ходовую линию, в которую включают все пункты сети, например  $I-II-A-III-B-V-IV$ .

Другие, более строгие способы увязки превышений и высот, применяемые в больших сетях и при наиболее точных съемках, описаны в главе 16.

После вычисления высот пунктов геометрической сети, связанных прямыми и обратными превышениями, вычисляют высоты постоянных предметов местности, на которые вычислены только односторонние превышения. На рисунке 7.15 к таким пунктам относятся трубы  $I$  и  $II$ . Высоты их вычисляют, как указано в разделе 7.8.

## 7.11. МЕНЗУЛЬНЫЕ ХОДЫ И ИХ УВЯЗКА

В залесенной и застроенной местности, когда применение способа засечек невозможно, прокладывают мензульные ходы. Начальной и конечной точками хода служат пункты геодезической сети или надежно определенные в плане и по высоте пункты геометрической сети. Точки мензульных ходов на местности закрепляют кольями. В зависимости от длин сторон и способа ориентирования планшета мензульные ходы прокладывают двух видов: ход, ориентируемый по точкам на планшете, когда стороны длинные и на каждой точке планшет ориентируют по предыдущему прочерченному на планшете направлению; ход буссольный, когда стороны хода короткие и планшет на точках хода ориентируют по буссоли.

Проложение хода, *ориентируемого по точкам*, состоит в следующем. Установив мензулу в начальной точке (пункте)  $A$  (рис. 7.16,  $a$ ), особенно тщательно центрируют и ориентируют планшет по наиболее длинному направлению  $AN$ . Чем короче стороны хода, тем точнее должно быть центрирование планшета. После этого, приложив ребро линейки кипрегеля к точке  $a$ , изображающей станцию в точке  $A$ , визируют на точку  $I$ , в которой обычно устанавливают дальномерную рейку, и прочерчивают направление, отметив его на краях планшета. Определив расстояние до точки  $I$  по нитяному дальномеру, откладывают его горизонтальное проложение от

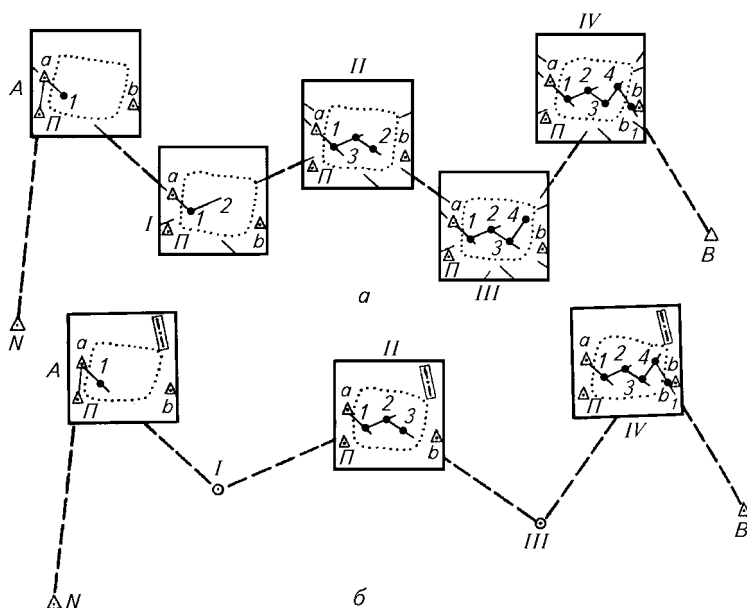


Рис. 7.16. Ориентируемый по точкам на планшете (а) и bussольный (б) мензурный ходы

точки  $a$ , изображающей станцию, и получают положение точки  $I$  на планшете. Для определения превышения между точками измеряют угол наклона при обоих положениях вертикального круга и высоту прибора  $i$ . Все записи делают в журнале топографической съемки. Туда же записывают и высоту знака  $v$  (рейки, вехи и т. п.).

Затем мензулу переносят в точку  $I$  хода, центрируют и приводят в горизонтальное положение планшет, ориентируют его, приложив ребро линейки кипрегеля к прочерченному на предыдущей точке направлению  $I-a$  и визируя на пункт  $A$ . После этого визируют на точку хода  $II$ , прочерчивают направление, определяют и откладывают горизонтальное проложение  $1-2$ , измеряют углы наклона назад и вперед по ходу и высоту прибора на станции.

Правильность измерения углов наклона контролируют вычислением места нуля, два значения которого не должны расходиться более чем на  $1,5'$ . Попутно вычисляют прямые и обратные превышения. Расхождение между ними, вычисленное по формуле (7.13), не должно превышать 4 см на каждые 100 м расстояния согласно формуле (7.14).

По окончании работы на точке  $II$  переходят с мензурой на точку  $III$ , выполняют на ней ту же работу, что и на предыдущих точ-

ках, и т. д. На предпоследней точке  $IV$  после ориентирования планшета визируют на конечную точку (пункт)  $B$ , измеряют угол наклона, определяют и откладывают горизонтальное проложение  $IV-B$  и получают линейную невязку  $bb_1$ . Если полученная невязка не превышает  $1/200$  длины хода, то ход увязывают по способу параллельных линий (см. раздел 4.1).

При съемке в масштабах  $1:2000$  и крупнее стороны хода измеряют лентой или рулеткой (с контролем по нитяному дальномеру). Невязку считают допустимой, если она не превышает  $1/300$  длины хода.

Из сказанного следует, что на конечной точке (пункте)  $B$  хода с мензулой надо вставать лишь для измерения угла наклона на точку  $IV$ , чтобы вычислить обратное превышение. Однако со станции в точке  $IV$  можно наблюдать на пункт  $B$  с другой высотой знака  $u$ , чтобы вместо обратного превышения вычислить второе значение прямого превышения с другим углом наклона. Допустимость расхождения между двумя значениями превышения можно вычислить по формуле (7.14).

Сумма превышений от начального до конечного пункта, взятых по ходу, должна равняться разности высот конечного и начального пунктов хода. Если эти высоты получены из геометрического нивелирования, то допустимость невязки в сумме превышений определяют по формуле (7.18). Если они получены из тригонометрического нивелирования, то для определения допустимой невязки в сумме превышений к значению, полученному по формуле (7.18), прибавляют  $0,20$  м.

Увязывают превышения и вычисляют высоты, как указано в конце предыдущего раздела.

Если линии хода короткие и погрешность центрирования планшета даже в  $0,1$  м вызывает большую погрешность ориентирования (например, чтобы погрешность ориентирования была не больше  $2'$  при погрешности центрирования  $0,1$  м, линия хода должна быть не короче  $s = 0,1 \cdot 3438/2 = 170$  м), то для центрирования планшета применяют вилку или вместо хода, ориентированного по точкам местности, не подверженной магнитным аномалиям, прокладывают *буссольный ход* (рис. 7.16, б).

Буссольный ход отличается тем, что на станциях хода планшет ориентируют по буссоли. Это дает возможность устанавливать мензулу не в каждой точке хода, а через точку.

После установки мензулы в начальной точке (пункте)  $A$  планшет тщательно центрируют, приводят в горизонтальное положение и ориентируют по наиболее длинному направлению  $AN$ . После этого на свободное место планшета кладут буссоль и поворачивают ее до тех пор, пока магнитная стрелка установится на нулевом диаметре. Место буссоли на планшете отмечают, обведя его карандашом вдоль ребер коробки. Приложив ребро линейки кипрегеля к точке  $a$ , изображающей станцию  $A$  на местности, визиру-

ют на точку хода  $I$  и, определив горизонтальное проложение до этой точки по нитяному дальномеру, откладывают его вдоль ребра линейки. Таким образом на планшете будет получено положение точки  $I$ .

Так как станции в точке  $I$  (см. рис. 7.16, б) не будет, то и не будет обратного превышения на пункт  $A$ , т. е. не будет контроля определения превышения. Поэтому с пункта  $A$  на точку  $I$  измеряют два угла наклона, визируя на верх рейки и на какую-нибудь метку рейки, например, на высоту  $v = 1$  м от пятки или на то место рейки, на котором отмечена высота кипрегеля  $i$ . Измерение углов наклона контролируют по месту нуля. Два угла наклона позволяют вычислить два значения превышения, из которых выводят среднее арифметическое, если расхождение между ними не превышает предусмотренного формулой (7.14).

С пункта  $A$ , минуя точку  $I$ , переходят с мензулой в точку  $II$ , центрируют планшет с погрешностью, не превышающей половину точности масштаба, устанавливают буссоль на место, отмеченное на планшете карандашом, и вращают планшет до тех пор, пока магнитная стрелка установится на нулевом диаметре буссоли. После этого прикладывают ребро линейки кипрегеля к точке  $I$  (см. рис. 7.16, б), визируют на точку  $I$  местности, определяют по нитяному дальномеру горизонтальное проложение  $I-II$  и откладывают его «на себя» от точки  $I$  на планшете, в результате чего получают на нем положение станции 2. К полученной точке 2 прикладывают ребро линейки кипрегеля, визируют на точку  $III$ , определяют до нее горизонтальное проложение по нитяному дальномеру, откладывают его от точки 2 «от себя» и получают положение точки 3 на планшете.

Для определения двух значений обратного превышения на точку  $I$  и двух значений прямого превышения на точку  $III$  измеряют на эти точки по два угла наклона, как это делалось на пункте  $A$ .

С точки  $II$ , минуя точку  $III$ , переходят с мензулой в точку  $IV$ , производят на ней те же действия, что и на точке  $II$ . Определение допустимости линейной невязки и увязку буссольного хода в плане выполняют так же, как и хода, ориентируемого по точкам. Превышения вписывают в ведомость и увязывают их так же, как и в ходе, ориентируемом по точкам.

При проложении буссольного хода со станциями «через точку» погрешности центрирования планшета на всех точках, кроме начальной, не влияют на линейную невязку хода, а погрешности измерения высоты приборы  $i$  не влияют на невязку в превышениях хода. Эти погрешности будут влиять только на определение положения и высот тех станций, в которых они допущены.

Хотя погрешности ориентирования планшета по буссоли ( $15'$ ) больше, чем по предыдущему направлению ( $2'$ ), преимущество этого метода заключается в том, что погрешности ориентирования по буссоли влияют на ориентировку планшета только на данной

станции, в то время как при проложении хода, ориентируемого по точкам, погрешность ориентирования по предыдущему направлению на одной станции вызывает поворот всех последующих сторон хода на значение этой погрешности. Поэтому в известных пределах длины хода и числа его сторон буссольный ход и ориентируемый по точкам можно считать одинаковыми по точности. Однако при ориентировании по точкам нужно обращать большее внимание на центрирование планшета, что неважно при ориентировании по буссоли.

В сложной для съемки местности допускается прокладывать висячие мензульные ходы, опирающиеся на один исходный пункт. Число линий такого хода не допускают более трех. Определение длины сторон хода обязательно контролируют повторным измерением или определяют сторону по частям и сравнивают длину всей стороны с суммой длин ее частей.

## **7.12. СЪЕМКА СИТУАЦИИ И РЕЛЬЕФА**

Мензульную съемку ситуации и рельефа осуществляют главным образом полярным способом с пунктов геодезической и геометрической сетей, если они удобно расположены для постановки прибора и съемки местности, и с переходных точек, т. е. с дополнительных станций, которые необходимы, так как расстояния от станции до снимаемых точек ограничены.

Положение переходных точек определяют на планшете полярным способом (висячим ходом в одну-две линии) и способом засечек, из которых наиболее эффективны боковая и обратная засечки, как требующие наименьшего числа станций для решения задач.

Планшет на станции центрируют с погрешностью, не превышающей значения, равного половине точности масштаба, при условии, если с этой станции не будут определять положение переходной точки или эта станция не является начальной точкой мензульного хода. Вехи, закрепляющие пункты, при установке мензулы можно не вынимать из земли, однако мензулу следует ставить по ту сторону вехи, где погрешность центрирования получается наименьшей.

Плоскость планшета считают горизонтальной, если пузырек уровня на линейке кипрегеля отклоняется от середины не более чем на 2...3 деления.

Ориентировать планшет можно по пункту, расстояние до которого не меньше, чем допускаемое расстояние от мензулы до рейки при съемке ситуации и рельефа. Расстояния от мензулы до съемочных пикетов (так называют точки, для которых вычисляют высоты при съемке рельефа), определяемые по нитяному дальности

меру, не следует брать более, м,

$$\leq \sqrt{\quad}$$

где  $M$  — знаменатель численного масштаба плана.

Для съемки неясно выраженных контуров (границ болот на сенокосных, пастбищных и лесных участках, кустарников и т. п.) эти расстояния можно увеличить в 1,5 раза.

При большом числе контуров ситуации и пересеченном рельефе необходимо делать больше переходных точек, чтобы не допускать большие расстояния от мензулы до рейки, при которых снимаемые контуры и рельеф не видны со станции. Увеличение числа станций ускоряет съемку и улучшает ее качество, так как при этом уменьшается вероятность пропуска отдельных форм рельефа и деталей ситуации. Эти требования топографы обычно формулируют так: «Не видишь — не рисуй» и «Больше переходных точек — меньше пикетов».

Крутые склоны лощин, берега рек рекомендуется снимать с противоположной стороны, так как в этом случае увеличивается обзорность снимаемой местности и уменьшаются углы наклона визирной оси, что очень важно при съемке рельефа.

Ситуацию и рельеф снимают при Л.

Ситуационные точки и пикеты на планшете обозначают только наколами, не прочерчивая на них направлений.

При обходе объекта съемки (контура ситуации) реечник ставит рейку на всех поворотах контура. Контур считают прямой линией в том случае, если точки, лежащие на нем, отстоят от прямой линии на значение, не превышающее двойную точность масштаба.

Обход по контуру какого-либо объекта при съемке ситуации поручают только одному реечнику и запрещают переходить на другой объект без разрешения топографа. При съемке замкнутого контура (объекта) реечник обязан закончить обход в той точке, откуда он его начал.

Контур снимаемого объекта на планшете проводят вслед за наколом ситуационной точки, в противном случае не будет гарантии, что углы поворота контура будут правильно соединены линиями на планшете. Прямые линии проводят по линейке.

На каждой последующей станции съемку начинают с проверки положения съемочных точек и пикетов, полученного на планшете с предыдущих станций. Этим контролируют съемку ситуации, правильность определения положения станций на планшете и создают уверенность в том, что детали ситуации при съемке не будут пропущены.

Съемку рельефа проводят одновременно со съемкой ситуации, причем высоты определяют только для таких точек ситуации, которые располагаются на характерных изгибах рельефа.

После съемки всей ситуации с данной станции определяют недостающие пикеты для проведения горизонталей, при этом рейку ставят на всех перегибах местности (седловинах, вершинах, водотоках, водоразделах, перегибах скатов), а число пикетов зависит от характера рельефа. На ровной местности пикеты выбирают реже, чем на местности с часто меняющимися уклонами и направлениями скатов. Когда характерные точки едва заметны или отстоят одна от другой на больших расстояниях, пикеты определяют не реже чем  $\leq \sqrt{\quad}$  где  $h_c$  — высота сечения рельефа.

При съемке рельефа на бугристых песках и ямах берут пикеты с таким расчетом, чтобы дать несколько обобщенную его зарисовку горизонталями.

В закрытых местах для съемки рельефа прокладывают густую сеть мензульных ходов с таким расчетом, чтобы точки с высотами располагались на водоразделах и водотоках. При проложении мензульных ходов попутно можно снимать ситуацию и рельеф (до увязки хода) с первых двух точек, не считая начальной.

Высоты пикетов вычисляют и записывают в журнале и на планшете с округлением до 0,1 м при высоте сечения рельефа 1 м и больше и до 0,01 м при высоте сечения рельефа 0,5 м и меньше.

Высоты сечения рельефа принимают в зависимости от назначения съемки, условий местности и масштаба съемки.

Рельеф зарисовывают горизонталями обязательно в поле в процессе определения высот пикетов (особенно при сложном рельефе) или после съемки всех пикетов на данной станции. Интерполируют горизонтали между пикетами способами, указанными в разделе 6.14.

Если при проведении горизонталей выявится, что пикетов недостаточно или проведенные горизонтали неправильно выражают видимый топографом рельеф, то определяют дополнительные пикеты и проверяют имеющиеся.

В тех случаях, когда какой-либо участок со станции не просматривается, следует перейти с мензулой на одну из съемочных точек этого участка и зарисовать рельеф по имеющимся пикетам. В местах с пологими скатами, если перегибы скатов не выражаются горизонталями, проводят полугоризонтали, доводя их до середины соответствующего промежутка между основными горизонталями.

Для удобства чтения рельефа и выяснения направления ската утолщают каждую четвертую или пятую горизонталь с высотами, кратными круглому числу метров, и возле горизонталей проводят скатштрихи по направлению ската. Число скатштрихов определяется характером рельефа. При частой смене форм рельефа их будет больше, чем при редкой. Наиболее частая расстановка скатштрихов требуется на седловинах, в лощинах, по которым протекают ручьи или реки, и на хребтах по линии водоразделов.

Если съемку участка (массива) проводят на нескольких планшетах, то для контроля и обеспечения сводки ситуации и горизонталей по границам (рамкам) съёмков ситуацию и рельеф снимают за границей съёмки не менее чем на 4 мм.

Рельеф и ситуацию снимают массивом, окончательно обрабатывая его, чтобы больше не возвращаться к нему.

В той части планшета, где выполняют съемку, верхнюю бумагу планшета вырезают и все снимаемые объекты вычерчивают аккуратно карандашом в соответствии с принятыми условными знаками. Внутри контуров угодий (городов, сенокосов, пастбищ и др.) подписывают их названия или очень редко ставят условные знаки.

Чтобы не загрязнять снятые части планшета, их закрывают писчей бумагой, приклеиваемой к верхней бумаге с нижней ее стороны. В местах, защищающих планшет от загрязнения, над пунктами геодезической и геометрической сетей в бумаге прорезают окошечки для пользования этими пунктами при ориентировании планшета и определении положения переходных точек.

### **7.13. ПРИЕМЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЫСОТ ПИКЕТОВ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЫСОТ ПИКЕТОВ КИПРЕГЕЛЕМ КН**

Для вычисления высот пикетов определяют превышения между съёмочной точкой (станцией) и пикетами, измеряя углы наклона.

Углы наклона для вычисления превышений и высот съёмочных пикетов измеряют при одном положении вертикального круга (Л). МО вертикального круга приводят к нулю, чтобы не вводить поправки в отсчеты при определении углов наклона. Если место нуля отклоняется от нуля не более чем на значение погрешности измерения угла, то при определении углов наклона его не учитывают.

Для вычисления превышений между станцией и пикетами пользуются формулой (7.5) без введения поправки за кривизну Земли и рефракцию, потому что расстояние от станции до рейки более 300 м при съемке рельефа не допускается.

В этой формуле  $v$  — длина дальномерной рейки, если при измерении угла наклона визируют на верх рейки (рис. 7.17, б).

Горизонтальное проложение  $s$  (рис. 7.17, а) определяют при помощи нитяного дальномера по формуле (2.33):

$$s = (100l + \Delta)\cos^2 v_1$$

или по формуле (2.35):

$$s = 100l + \Delta - \Delta s,$$

в которой

$$\Delta s = (100l + \Delta) \sin^2 v_1.$$

При углах наклона  $v < 2,5^\circ$  расстояние  $100l + \Delta$  принимают за горизонтальное положение.

Следует иметь в виду, что углы  $v$  и  $v_1$  в формулах (7.5) и (2.33) не равны. Угол  $v_1$  получают при определении расстояния по нитяному дальномеру (см. рис. 2.17 и 7.17, а), а угол  $v$  — при визировании на верх дальномерной рейки (см. рис. 7.17, б).

Так как эти углы отличаются один от другого на половину параллактического угла, т. е. на  $17,2'$ , а угол  $v_1$ , по которому определяют горизонтальное проложение, может быть измерен с пониженной точностью, то угол  $v_1$  не измеряют, в формулах (2.33) и (2.34) вместо  $v_1$  принимают измеряемый угол  $v$ .

Тогда, подставив формулу (2.33) в формулу (7.5), получим

$$h = (100l + \Delta) \cos^2 v \tan v + i - v = (100l + \Delta) \sin^2 v \cos v + i - v$$

или

$$= - \quad + \Delta \quad v + \quad v \quad (7.21)$$

Эту формулу называют *тахеометрической*. Для вычисления в ней основного члена имеются тахеометрические таблицы.

Вид формул (7.5) и (7.21) изменяется в зависимости от места визирования на рейку при измерении угла наклона.

Наиболее распространен прием, когда визируют на место рейки, соответствующее высоте прибора  $i$  относительно пятки (рис. 7.18, а). Это место на рейке отмечают полоской бумаги или перевязывают тесьмой. В этом случае в формулах (7.5) и (7.21)

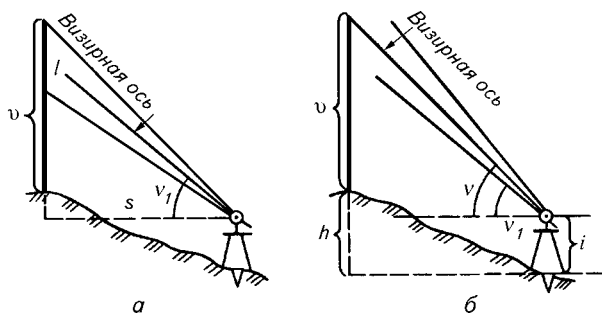


Рис. 7.17. Определение горизонтального проложения и превышения по нитяному дальномеру при визировании на верх рейки

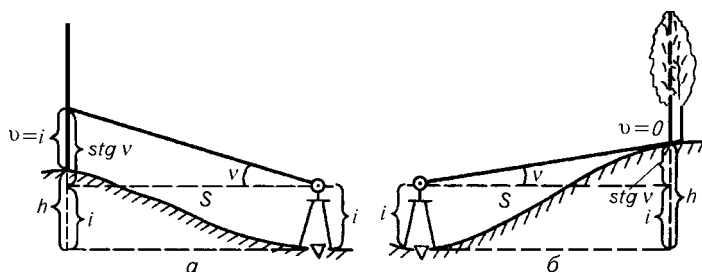


Рис. 7.18. Определение превышения при визировании на высоту прибора (а) и на пятаку рейки (б)

$i = v$ , поэтому превышения вычисляют по формулам:

$$h = stg v \quad (7.22)$$

и

$$= - \quad + \Delta \quad v \quad (7.23)$$

а высоты пикетов — по формуле

$$H_{\text{пик}} = H_{\text{ст}} + h. \quad (7.24)$$

Достоинство этого приема в том, что по формулам (7.23) и (7.24) топограф получает действительное превышение и действительный угол наклона местности между станцией и пикетами, что очень важно при производстве мензульной съемки. Это развивает в нем чувство глазомерного определения превышения и угла наклона, дает возможность обнаруживать грубые ошибки определения превышений и измерений углов наклона, правильно размещать пикеты и не брать их больше, чем нужно, руководить работой реечников.

Но этот прием имеет и недостатки. Один из них заключается в том, что при применении формул (7.22) и (7.23) необходимы два наведения на рейку: одно для определения расстояния [нижнюю дальномерную нить (штрих) сетки наводят на верх рейки, а по верхней нити отсчитывают по рейке, см. рис. 2.17 и 7.17, а], другое — для определения превышения (среднюю нить наводят на высоту прибора  $i$ , см. рис. 7.18, а). При двух указанных наведениях на рейку формулы (7.22) и (7.23) будут не точны, потому что угол наклона измеряют лишь после второго наведения для вычисления превышения и не измеряют угол наклона после первого наведения, который необходим для вычисления горизонтального продолжения линии.

Неточность вычисления превышения при этом будет тем больше, чем больше разница в углах  $v$  и  $v_1$ , т. е. чем длиннее рейка и

короче расстояние до рейки и чем больше эти углы. Правда, эта неточность невелика. При длине рейки 3 м и угле наклона местности 3° она близка к 1 см. При больших углах наклона местности и коротких расстояниях для уменьшения этой неточности первый раз следует наводить не на верхнюю часть рейки, а на участок рейки, где отмечена высота прибора  $i$ .

Указанный недостаток в значительно меньшей степени отразится на результатах, если визировать для вычисления превышения на верх рейки. В этом случае превышение вычисляют по формулам (7.25) и (7.21). Так как эти формулы более громоздки по сравнению с формулами (7.22) и (7.23), то для вычисления высот пикетов в этом случае можно получить простую формулу вида (7.24).

Согласно этой формуле имеем

$$H_{\text{пик}} = H_{\text{ст}} + h = H_{\text{ст}} + \text{stg } v + i - v$$

и

$$= \quad + \quad = \quad + - \quad + \Delta \quad v + \quad v$$

Для одной и той же станции  $H_{\text{ст}}$ ,  $i$  и  $v$  — величины постоянные, следовательно, можно обозначить

$$H_{\text{ст}} + i - v = H', \quad (7.25)$$

тогда

$$H_{\text{пик}} = H' + \text{stg } v, \quad (7.26)$$

или

$$= \quad ' + - \quad + \Delta \quad v \quad (7.27)$$

Но этот прием, так же как прием визирования на высоту прибора  $i$ , требует двух наведений на рейку: одно для определения расстояния (см. рис. 7.17, *а*), другое для определения превышения (см. рис. 7.17, *б*).

Чтобы избежать двух наведений, наводят только на верх рейки. Для этого за визирную ось принимают линию, проходящую через оптический центр объектива и пересечение вертикальной нити с нижней (дальномерной) нитью сетки, видимой в трубу при Л (рис. 7.19, *а*). Для этой нити МО вертикального круга приводят к нулю, имея в виду, что при П рейка будет видна в трубу, как показано на рисунке 7.19, *б*.

Высоты пикетов при наблюдении этим приемом вычисляют по формулам (7.26) и (7.27). Небольшая погрешность, получающаяся

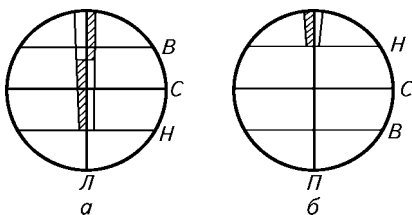


Рис. 7.19. Схема определения МО для нижней нити сетки

вследствие неравенства углов  $v$  и  $v_1$ , как и при предыдущем приеме, практического значения не имеет.

Высоты пикетов при одном наведении на верх рейки определяются быстро. Однако этот прием лишен достоинств, свойственных случаю, когда визирование производят на высоту прибора.

При съемке рельефа в лесной местности и садах нередки случаи, когда верх рейки и даже место рейки, на котором отмечена высота прибора  $i$ , скрыты в кронах деревьев. В этих случаях для определения превышения визируют на основание (пятку) рейки, т. е. на точку, высоту которой определяют (см. рис. 7.18, б). Тогда в формулах (7.5) и (7.21) значение  $v = 0$  и превышение вычисляют по формулам:

$$h = s \operatorname{tg} v + i; \quad (7.28)$$

$$= - \quad + \Delta \quad v + \quad (7.29)$$

При съемке рельефа в равнинной местности, на поймах рек, на орошаемых землях превышения и высоты определяют горизонтальной линией визирования. Для этого зрительная труба кипрегеля должна быть снабжена уровнем (см. рис. 7.4), кипрегелем работают как нивелиром, пользуясь нивелирной рейкой и применяя формулу (6.4).

Нередко съемку выполняют одновременно мензулой (для определения положения точек на планшете) и нивелиром (для определения превышений и высот), поставив их рядом.

Для получения превышений тригонометрическим нивелированием, высот и горизонтальных проложений линий без измерения углов наклона и без применения таблиц существует большое число различных геодезических приборов, из которых при мензульной съемке применяют номограммный кипрегель КН (см. рис. 7.4). Он позволяет по специальной выдвижной дальномерной рейке (когда  $i = v$ ) отсчитывать горизонтальное проложение и превышение при помощи кривых номограмм [10], построенных на стеклянном вертикальном круге и видимых в поле зрения трубы при Л в прямом изображении (рис. 7.20). Номограмма работает, если место нуля вертикального круга приведено к нулю.

Сущность работы номограммой кипрегеля КН состоит в том, что, приведя пузырек уровня при вертикальном круге на середи-

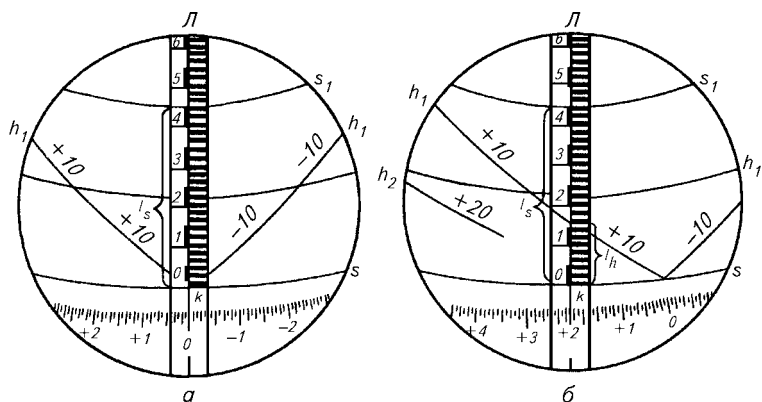


Рис. 7.20. Определение превышения и горизонтального проложения по номограмме кипрегеля КН

ну, основную кривую  $s$  в точке  $k$  (перекрестие нитей) наводят на нулевой штрих отвесной рейки, отмечающий высоту кипрегеля  $i$  (см. рис. 7.18, а; 7.20), а по кривой горизонтальных проложений  $s_1$  делают дальномерный отсчет  $l_s$  (см. рис. 7.20, б), который для получения горизонтального проложения умножают на коэффициент дальномера  $K_s = 100$ :

$$s = K_s l_s, \quad (7.30)$$

при этом вертикальная нить сетки должна проходить по середине рейки. Так номограммой решают задачу согласно формуле (2.33). На рисунке 7.20, б  $l_s = 45,0$  см, поэтому  $s = 45,0$  м.

Дальномерный отсчет  $l_h$  между основной кривой  $s$  и кривой превышений  $h_1$ , умноженный на коэффициент дальномера  $K_h = +10$ , записанный на этой кривой (см. рис. 7.20, б), дает превышение

$$h = K_h l_h. \quad (7.31)$$

Так номограммой решают задачу согласно формуле (7.22). На рисунке 7.20, б по кривой с коэффициентом  $K_h = +10$  сделаем отсчет  $l_h = +16,2$  см, который соответствует значению угла наклона визирной оси  $v = +2^{\circ}04'$ . Угол наклона отсчитан по лимбу вертикального круга (на рис. 7.20 — шкала в нижней части поля зрения). С учетом коэффициента превышение равно  $h = +1,62$  м.

На рисунке 7.20, а при горизонтальной визирной оси, на что указывает отсчет по лимбу, равный нулю,  $l_s = 45,0$  см, а  $l_h = 0$ , поэтому  $s = 45,0$  м, а  $h = 0$ . При отрицательных отсчетах по лимбу отсчеты  $l_h$  проводят по кривой  $h_1$  с коэффициентом  $K_h = -10$ , превышения получают отрицательными. По мере отклонения визирной оси от горизонтальной линии отсчеты  $l_h$  проводят по кривым  $h_2$

(см. рис. 7.20, б) с коэффициентами  $K_h = +20$  или  $K_h = -20$ , а при больших отклонениях в поле зрения трубы будут появляться кривые с коэффициентами  $K_h = +100$  и  $K_h = -100$ .

Если нулевой штрих рейки не виден в поле зрения трубы (закрыт всхождением, растительностью или кроной дерева), то отсчет  $l_s$  для вычисления  $s$  по формуле (7.30) можно взять на любом видимом участке рейки, а превышение вычислить по формуле (7.5), измерив  $v$ ,  $i$ ,  $v$ .

Таким приемом пользуются для контроля получаемых превышений по формуле (7.31), чтобы убедиться, что  $МО = 0$ , а коэффициенты  $K_s$  и  $K_h$  соответствуют номинальным значениям.

#### **7.14. СОСТАВЛЕНИЕ КАЛЕК КОНТУРОВ И ВЫСОТ. КОНТРОЛЬ СЪЕМКИ**

В процессе съемки ежедневно или, в крайнем случае, не реже чем через день результаты съемки переносят на *кальки контуров и высот*.

Кальку контуров составляют для того, чтобы избежать потери деталей съемки, искажений или неправильного наименования всех снятых объектов при вычерчивании планшета, а также не пропустить какой-либо объект. Путем копирования на просвет на кальку тушью наносят все элементы ситуации и рельефа, не выражающиеся горизонталями (промоины, обрывы и т. п.). На кальке записывают названия населенных пунктов, урочищ, рек, озер, полевых культур и др., числовые характеристики лесов, дорог, курганов, ям и т. д.

Если калька деформировалась, то копирование производят по частям, в пределах отдельных квадратов координатной сетки.

Кальку высот составляют для того, чтобы зафиксировать и легко разыскать все пункты геодезической и геометрической сетей, переходные точки, а также пикеты, высоты которых записаны в журнале, высоты урезов воды, точек у родников и пр.

Мензультную съемку контролируют систематически в процессе работы и по окончании съемки на планшете. Контроль осуществляют в такой последовательности.

1. Устанавливают достаточность густоты пунктов геодезической и геометрической сетей, мензультных ходов и переходных точек (по кальке высот).

2. Устанавливают правильность измерения углов наклона, вычислений превышений и высот пунктов геометрической сети, переходных точек и мензультных ходов.

3. Проверяют допустимость расхождений и невязок в превышениях, правильность увязки превышений и вычисления высот.

4. Просматривают качество вычерчивания плана в карандаше и проверяют его читаемость.

5. Проверяют правильность ведения журнала топографической съемки и калек контуров и высот, наличие на всех объектах условных обозначений, высот урезов воды, необходимых надписей, согласованность номеров, названий и высот соответствующих точек в полевом журнале и на кальке высот.

6. Проверяют сходимость контуров ситуации и горизонталей по рамкам между смежными планшетами. Для этого проверяющий должен иметь выкопировки по рамкам смежных планшетов, на которых ситуацию и горизонтالي наносят не менее чем на 2 см внутрь планшета, а пункты геодезической и геометрической сетей, мензульных ходов и переходных точек — не менее чем на 5 см внутрь планшета.

Расхождения в положении общих пунктов геометрической сети и мензульных ходов на смежных планшетах не должны превышать 0,4 мм на плане. Расхождения контуров ситуации по рамкам не должны превышать 0,7 мм для ясно выраженных и 2 мм — для неясно выраженных контуров. Около рамки смежных планшетов допускаются расхождения горизонталей, приведенные в таблице 7.1.

**7.1. Допуски расхождений горизонталей**

До 5	2	21...30	6
6...10	3	31...40	7
11...15	4	Более 40	8
16...20	5		

7. Проверяют в натуре правильность построения геометрической сети, определения положения переходных точек, съемки ситуации и рельефа. Поверку осуществляют путем постановки мензулы на точку, определяемую обратной засечкой, или на точки геодезической сети, с которых визируют на видимые пункты геометрической сети, точки ситуации, и проверяют их высоты.

Помимо поверок при помощи рейки приближенно изображение рельефа можно проверять путем наблюдения на основания предметов, на видимые углы контуров ситуации.

Допустимые расхождения в положении ситуации при проверке в натуре принимают для ясно выраженных контуров 0,7 мм на плане, а для неясно выраженных — 2 мм. Допустимое значение отклонения высоты контрольного пикета от его высоты, определенной по горизонталям, устанавливают в зависимости от масштаба плана и принятой высоты сечения рельефа соответствующими инструкциями.

Кроме поверок, связанных с измерениями на местности, обязательно осматривают результаты съемки путем объезда или обхода снятого участка с планшетом в руках. При этом проверяют полноту съемки, подобие фигур на планшете действительным очертаниям объектов местности, правильность обозначения их условными знаками и т. д. В сомнительных случаях проводят контрольные измерения.

Все результаты полевой поверки записывают в журнал топографической съемки, а контрольные станции, проверенные контуры ситуации, контрольные пикеты и их высоты — на кальки контуров и высот красной тушью.

Для землеустройства и земельного кадастра мензультную съемку в масштабах 1:5000 и мельче проводят редко. Ее заменила аэрофотосъемка. В масштабах 1:500 и крупнее ее стала заменять тахеометрическая съемка, особенно при внедрении в производство электронных тахеометров, позволяющих автоматизировать процесс съемки, создавать банки данных, цифровые модели местности и планы при помощи графопостроителей. Но мензультная съемка не потеряла своего значения и до сих пор. Работа с мензулой приучает исполнителя изучать местность и грамотно пользоваться планами и картами, на которых изображен рельеф горизонталями. Землеустроитель, проработавший ряд лет с мензулой, всегда хорошо читает карту, план и правильно использует их при составлении землеустроительных проектов.

### **Контрольные вопросы и задания**

1. Каково отличие мензультной съемки от теодолитной (по технологии измерения горизонтальных углов и составлению плана)? 2. Какие условия для поверок кипрегеля формулируются точно так же, как и для поверок теодолита? 3. Как установить мензулу в рабочее положение? 4. Напишите общую формулу для вычисления превышения в тригонометрическом нивелировании, назовите каждую из величин, входящих в эту формулу, и покажите их на рисунке. 5. В чем сущность работы номограмм кипрегеля КН? 6. Что является съемочным геодезическим обоснованием мензультной съемки? 7. Как изготавливают планшеты для проведения мензультной съемки? 8. Что называют прямой и боковой засечками на мензультном планшете, на скольких станциях и в каких точках устанавливают мензулу? 9. В чем отличие прямой засечки от боковой? 10. В чем сущность построения геометрически сети? 11. Что называют переходной точкой, какими способами определяют ее положение в плане и по высоте и каким целям она служит? 12. Что называют обратной засечкой (задачей Потенота), чем она отличается от прямой и боковой засечек по числу станций и их расположению на точках? 13. В чем геометрическая сущность решения задачи Потенота, какие измерения выполняют на местности и как ими пользуются при решении задачи? 14. Какой способ главным образом применяют при мензультной съемке ситуации и рельефа и в чем он состоит? 15. По каким формулам вычисляют превышения между станцией и пикетами? 16. Чем вызвано требование изображать рельеф горизонталями непосредственно в поле? 17. Для чего составляют кальки контуров и высот? 18. В чем состоят контроль и приемка работ при мензультной съемке?

---

## Глава 8

### ТАХЕОМЕТРИЧЕСКАЯ СЪЕМКА

●

#### 8.1. СУЩНОСТЬ ТАХЕОМЕТРИЧЕСКОЙ СЪЕМКИ. ПРИМЕНЯЕМЫЕ ПРИБОРЫ

Тахеометрическая съемка — один из видов наземной топографической съемки, осуществляемой с помощью теодолитов или специальных приборов — тахеометров.

«Тахеометрия» — греческое слово, означает «быстрое измерение». Быстрота измерения достигается тем, что положение снимаемой точки в плане и по высоте определяют полярным способом при одном наведении зрительной трубы тахеометра на рейку, получая расстояние (по дальномеру) от тахеометра до рейки, направляющий горизонтальный угол на рейку и вертикальный угол (угол наклона, зенитное расстояние<sup>1</sup>) или превышение снимаемой точки над станцией тахеометра.

Тахеометрическая съемка отличается от теодолитной тем, что кроме ситуации производят съемку рельефа местности, а от мензульной съемки тем, что план местности составляют не в поле, а в камеральных условиях по обработанному журналу съемки и абрисам.

Тахеометрическую съемку можно выполнять при погоде, неблагоприятной для мензульной съемки, а применяемые приборы более портативны и позволяют выполнить полевую работу в более короткий срок. Кроме того, план тахеометрической съемки может быть составлен в более короткий срок, так как камеральные работы может выполнять другой исполнитель, выполняя части полевых измерений по съемке; процесс съемки и составления плана или цифровой модели местности (ЦММ) лучше автоматизируется на базе ЭВМ и графопостроителя.

Трудности тахеометрической съемки состоят в правильности выбора снимаемых точек и пикетов для изображения рельефа горизонталями и в достаточном количестве, чтобы составитель плана в камеральных условиях, не видя местности, не допустил пропусков, искажений контуров и горизонталей и изобразил их с необходимой точностью и детальностью. Эти трудности, особенно в

---

<sup>1</sup> *Зенитным расстоянием* называют угол, отсчитываемый от зенитного направления отвесной линии до наклонного расстояния, т. е. дополняющий угол наклона до 90°.

условиях равнинной местности с малыми, часто изменяющимися уклонами, преодолевают набором большего числа снимаемых точек, чем при мензульной съемке, и глазомерным проведением горизонталей в абрисах съемки трудных мест. Причем необходим полевой контроль составленного плана, досъемка и новая съемка в местах, где обнаружены грубые ошибки.

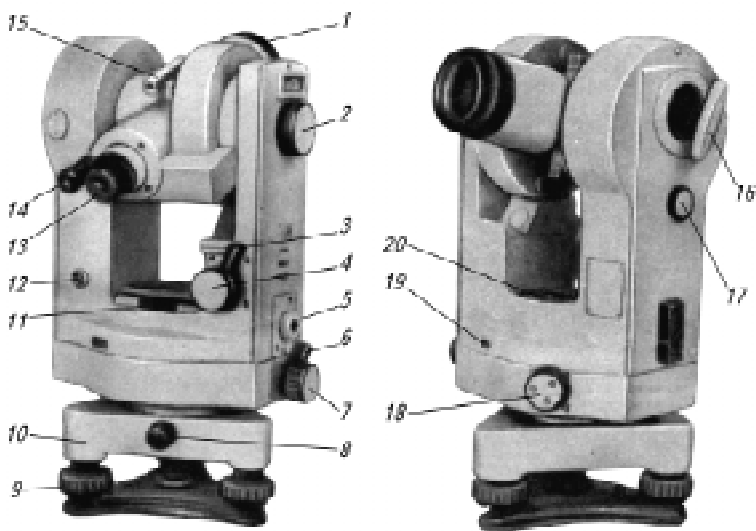
Тахеометрическую съемку применяют для создания планов или ЦММ небольших участков в крупном масштабе при проведении земельного или городского кадастра, для планировки сельских населенных пунктов, проектирования отводов земель, мелиоративных и противозерозийных мероприятий, трассирования линейных сооружений и др.

Съемочным обоснованием тахеометрической съемки являются тахеометрические ходы, опирающиеся на пункты сетей сгущения. Съемку ситуации и рельефа проводят одновременно с проложением тахеометрических ходов, так же как теодолитную съемку ситуации проводят одновременно с проложением теодолитных ходов. Однако при работе с тахеометрами, позволяющими измерять расстояния в ходах по нитяному дальномеру, длину тахеометрических ходов ограничивают в соответствии с инструкцией. Поэтому в съемочное обоснование тахеометрической съемки входит построение сетей триангуляции, полигонометрии, теодолитных ходов, обеспечивающей территорию съемки геодезическими пунктами нужной густоты.

Приборами для тахеометрической съемки служат номограммные тахеометры 2ТН и Дальта 010В со специальными рейками и электронные тахеометры.

## 8.2. НОМОГРАММНЫЕ ТАХЕОМЕТРЫ

**Номограммный тахеометр 2ТН** (рис. 8.1). Представляет собой совокупность теодолита 2Т5К, предназначенного для измерения горизонтальных углов и углов наклона, и номограммного дальномера-высотомера, с помощью которого определяют горизонтальные проложения и превышения. Роль уровня при вертикальном круге выполняет оптический компенсатор, автоматически устанавливающий отсчетный штрих в исходное положение. Зрительная труба дает прямое изображение предметов. Номограммный круг установлен неподвижно на одной оси с горизонтальной осью вращения зрительной трубы, и кривые номограммы (рис. 8.2) видны в поле зрения зрительной трубы, как и у кипрегеля КН, только при левом положении вертикального круга. При измерении горизонтальных проложений и превышений начальную кривую  $O$  наводят на нулевой штрих рейки, находящийся от пятки рейки на расстоянии, равном высоте тахеометра, и, снимая отсчет по рейке против кривой  $S$  с коэффициентом дальномера, равным 100, по-



**Рис. 8.1. Номограммный тахеометр 2ТН:**

1 — зрительная труба; 2 — кремальера; 3, 6 — закрепительные устройства; 4 — наводящий винт алидады горизонтального круга; 5 — окулярная часть центрира; 7 — наводящий винт алидады горизонтального круга; 8 — закрепительный винт подставки; 9 — подъемный винт подставки; 10 — подставка; 11 — цилиндрический уровень; 12 — юстировочный винт цилиндрического уровня; 13 — окуляр зрительной трубы; 14 — окуляр отсчетного микроскопа; 15 — коллиматорный визир; 16 — зеркало подсветки; 17 — рукоятка перекрытия вертикального круга; 18 — рукоятка поворота горизонтального круга; 19 — окошко круга-искателя; 20 — круглый уровень

лучают горизонтальное проложение. На рисунке 8.2 оно равно 32 м. Превышения получают, беря отсчеты против наклонных кривых с коэффициентами дальномера 10, 20, 50 и 100, появляющихся в поле зрения зрительной трубы в зависимости от значения углов наклона визирной оси. При отрицательных значениях превышений коэффициент обозначен знаком «минус». Согласно рисунку 8.2 превышение равно +2,4 м. Два коротких горизонтальных штриха в правой части поля зрения зрительной трубы представляют собой нитяной дальномер с коэффициентом 200<sup>1</sup>. Горизонтальные проложения и превышения вычисляют по формулам (7.30) и (7.31).

Горизонтальные углы и углы наклона тахеометром 2ТН измеряют при обоих положениях вертикального круга, пользуясь отсчетным микроскопом 14 (см. рис. 8.1), поле зрения которого по-

<sup>1</sup>Для повышения точности и контроля измерения горизонтальных проложений линий в тахеометрических ходах целесообразно было бы эти штрихи нанести в соответствии с коэффициентом дальномера, равным 100.

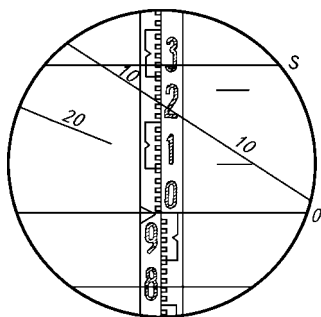


Рис. 8.2. Поле зрения зрительной трубы 2ТН

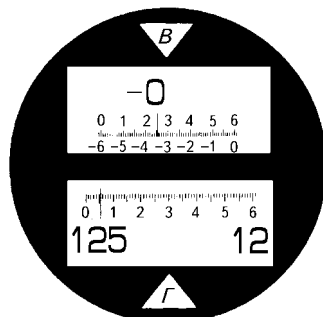


Рис. 8.3. Поле зрения отчетного микроскопа 2ТН

казано на рисунке 8.3 (отсчет по лимбу горизонтального круга  $125^{\circ}05,4'$ , а по лимбу вертикального круга —  $0^{\circ}34,6'$ ). Тахеометр имеет круг-искатель 19 (см. рис. 8.1), с помощью которого можно изменять положение горизонтального круга при смене участков лимба между приемами, а также ориентировать лимб в заданном направлении, устанавливая начальный (нулевой) отсчет. Лимб вертикального круга имеет секторную оцифровку от 0 до  $75^{\circ}$  и от 0 до  $-75^{\circ}$ , что позволяет отсчитывать по лимбу с учетом знака угол наклона. У тахеометра 2ТН отсчеты по лимбу вертикального круга имеют противоположные знаки и знак угла наклона соответствует действительному только при круге лево (вряд ли в этом отношении тахеометр 2ТН конкурирует с кипрегелем КН). Поэтому углы наклона вычисляют по формулам:

$$MO = (П + Л)/2; \quad v = (Л - П)/2; \quad v = Л - MO.$$

Пример:  $Л = 10^{\circ}15,0'$ ;  $П = -10^{\circ}15,4'$ ;

$$= - \quad \circ \quad ' \quad \circ \quad ' = \quad ' \quad v = - \quad \circ \quad ' + \quad \circ \quad ' = + \quad \circ \quad '$$

$$v = 10^{\circ}15,0' - (-0,2') = +10^{\circ}15,2'.$$

Оптический центр встроены в алидадную часть тахеометра. На противоположной центриру стороне, под зеркалом подсветки, находится рукоятка 17 (см. рис. 8.1), вращением которой можно закрыть верхнюю половину поля зрения отчетного микроскопа (см. рис. 8.3), когда углы наклона измерять не требуется. Это исключает возможность случайного отсчета при измерении горизонтального угла.

Тахеометр 2ТН может быть укомплектован картографическим столиком, с помощью которого можно выполнять крупномасштабные топографические съемки непосредственно в полевых усло-

виях по аналогии с мензульной съемкой. Тахеометр имеет стыковочное устройство — подставку для соединения алидады с планшетом картографического стола.

В комплект тахеометра входят две складные рейки с уровнями и подставками для регулирования нулевой высоты. Выдвигая подставку, устанавливают нулевой отсчет рейки на высоте тахеометра, исключая этим необходимость введения в измеренное превышение поправки за разновысотность тахеометра и рейки.

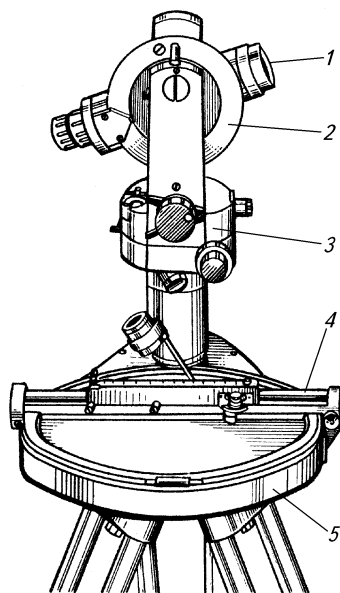
Тахеометр 2ТН характеризуется следующими основными техническими данными: средняя квадратическая погрешность измерения горизонтального угла и угла наклона 6"; средняя квадратическая погрешность измерения расстояния по номограммным кривым 15 см на 100 м; средняя квадратическая погрешность измерения превышения 3, 5, 10 и 15 см на 100 м для коэффициентов дальномера-высотомера 10, 20, 50 и 100 соответственно; диапазон действия компенсатора вертикального круга 4', погрешность установки компенсатора 2".

**Номограммный тахеометр Дальта 010В (б. ГДР) (рис. 8.4).** По назначению, устройству и точности измерений он в основном аналогичен тахеометру 2ТН. Зрительная труба его имеет уровень, позволяющий выполнять техническое нивелирование.

В комплект тахеометра входит специальная рейка, черная нулевая марка которой расположена на расстоянии 1,4 м от пятки рейки. На рейке нанесены клиновидные сантиметровые деления, начинающиеся с нулевой марки вверх и вниз с чередованием через метр в черном или красном цвете. Отсчетам ниже марки соответствуют отрицательные превышения. С тахеометром может быть применена рейка с выдвижным концом для установки нулевой марки на высоту тахеометра.

Центрирование тахеометра может быть выполнено оптическим или нитяным отвесом, а также с помощью выдвижного штока — центрира.

Деления на лимбе вертикального круга подписаны от 0 до 360°. Если визирная ось зрительной трубы горизонтальна, то отсчет по лимбу равен 90°, а не 0°, в связи с чем при вычислении углов наклона вычисляют не



**Рис. 8.4. Тахеометр Дальта 010В со столиком Карти-250:**

1 — зрительная труба; 2 и 3 — вертикальный и горизонтальный круги; 4 — каретка с линейкой и лупой; 5 — столик

место нуля, а место горизонта МГ, пользуясь формулами:

$$\begin{aligned} \text{МГ} &= (\text{П} + \text{Л} - 180^\circ)/2; \nu = (\text{П} - \text{Л} - 180^\circ)/2; \nu = \text{МГ} - \text{Л}; \\ \nu &= \text{П} - \text{МГ} - 180^\circ. \end{aligned}$$

**Пример:**  $\text{Л} = 79^\circ 43,1'$ ;  $\text{П} = 280^\circ 14,1'$ .  
 $\text{МГ} = (280^\circ 14,1' + 79^\circ 43,1' - 180^\circ)/2 = 89^\circ 58,6'$ ;  $\nu = (280^\circ 14,1' - 79^\circ 43,1' - 180^\circ)/2 = +10^\circ 15,5'$ ;  
 $\nu = 89^\circ 58,6' - 79^\circ 43,1' = +10^\circ 15,5'$ ;  $\nu = 280^\circ 14,1' - 89^\circ 58,6' - 180^\circ = +10^\circ 15,5'$ .

С тахеометром может быть применен картографический столик Карти-250.

### 8.3. СЪЕМОЧНОЕ ОБОСНОВАНИЕ ТАХЕОМЕТРИЧЕСКОЙ СЪЕМКИ. ТАХЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХОДЫ

Перед тахеометрической съемкой на основе существующей геодезической сети строят съемочную сеть до густоты пунктов, обеспечивающей проложение на территории съемки тахеометрических ходов с соблюдением технических требований инструкции, приведенных ниже.

Масштаб съемки	1:5000	1:2000
Максимальные:		
длина хода, м	1200	600
длина линий, м	300	200
число линий в ходе	6	5

До начала полевых работ на имеющихся топографических картах составляют проект тахеометрических ходов. В процессе рекогносцировки проект ходов уточняют в натуре и точки хода закрепляют кольями, металлическими костылями, отрезками труб или другими знаками. При необходимости обеспечения сохранности пунктов на несколько лет (при восстановлении и установлении границ землепользований) их закрепляют более надежными знаками.

Горизонтальные углы и углы наклона в ходах измеряют при двух положениях вертикального круга; стороны ходов измеряют нониусным дальномером в прямом и обратном направлениях 3...6 приемами в зависимости от условий измерений. При высоте сечения рельефа 0,5 м высоты точек ходов определяют техническим нивелированием, пользуясь уровнем зрительной трубы. Образец записей в полевом журнале при тахеометрической съемке, выполненной тахеометром Дальта 010В, для плана масштаба 1:2000 с высотой сечения рельефа 1 м приведен в таблице 8.1.

### 8.1. Прием записи в полевом журнале при тахеометрической съемке

Точка наблюдения	Отсчет по горизонтальному кругу (горизонтальный угол)	Горизонтальное положение $S$ , м	Отсчет по вертикальному кругу (вертикальный угол)	$h$ , м	$H$ , м
Станция $\blacksquare$ 77 $МГ_{120} = 90^{\circ}00,3'$ ; $МГ_1 = 90^{\circ}00,5'$					114,78
Круг право					
$\blacksquare$ 120	294°29,5' (168 17,3)		272°35,3'		
$\odot$ I	126 12,2		269 49,8 (-0 10,7)		
Круг лево					
$\blacksquare$ 120	115 37,8 (168 17,1)		87 25,3		
$\odot$ I	307 20,7	154,0	90 11,2 (-0 10,7)	-0,48	
$\odot$ I	<u>0°00'</u>				
1	253 25	22,2		-1,38	113,40
2	272 31	39,1		-0,58	114,20
3	306 52	24,8		-2,02	112,76
4	320 01	54,5		-0,69	114,09
5	339 30	61,0		-2,41	112,37
6	0 06	33,9		+0,62	115,40
7	0 00	60,0		0	114,78
8	32 15	80,4		+2,23	117,01
9	55 29	61,3		+2,64	117,42
10	90 01	48,2		+2,30	117,08
$\odot$ I	<u>0°01'</u>				

### 8.4. СЪЕМКА СИТУАЦИИ И РЕЛЬЕФА

Съемку ситуации и рельефа проводят полярным способом одновременно с проложением тахеометрического хода.

Максимальные расстояния от тахеометра до рейки и между пикетами зависят от масштаба съемки и высоты сечения рельефа. В качестве примера для двух последних масштабов эти значения приведены в таблице 8.2.

#### 8.2. Параметры тахеометрической съемки для масштабов 1:2000 и 1:5000

1:2000	0,5	40	200	100
	1,0	40	250	100
1:5000	0,5	60	250	150
	1,0	80	300	150
	2,0	100	350	150

При съемке равнинной местности с высотой сечения рельефа через 0,5 м высоты пикетов определяют горизонтальным лучом, укрепив на зрительной трубе накладной уровень. Для этого случая можно использовать нивелирную рейку, устанавливая ее на пикеты таким образом, чтобы нуль был вверху. Сняв отсчет по рейке, высоту пикета можно вычислить по формуле

$$H_{\text{пик}} = H' + l,$$

где  $H' = H + i - v$ ;  $H$  — высота съёмочной точки над принятой уровенной поверхностью;  $i$  — высота прибора над точкой;  $v$  — длина рейки;  $l$  — отсчет по рейке.

В поле кроме журнала ведут абрис (рис. 8.5) на отдельных для каждой съёмочной точки листах. На абрисе указывают точку стояния прибора, а также предыдущую и последующие точки хода и их номера. Смежные точки хода соединяют прямыми линиями, все пикеты отмечают точками с номерами, одинаковыми с записанными в журнале. Стрелками, показывающими направление скатов, соединяют соседние пикеты, между которыми имеется равномерный уклон. При составлении плана по стрелкам судят о том, между какими пикетами можно интерполировать горизонтали. В некоторых случаях на абрисе тахеометрической съёмки в характерных местах рельефа показывают форму горизонталей.

Как и при теодолитной, в процессе тахеометрической съёмки следует обращать внимание на то, чтобы между съёмками с соседних съёмочных точек не было пропусков. Для контроля на смежных съёмочных точках выполняют съёмку с перекрытием,

примерно равным допустимому расстоянию между соседними пикетами для данного масштаба съёмки. Контроль состоит и в съёмке одних и тех же точек с двух смежных станций. Например, в абрисе (см. рис. 8.5) точка 8 снята со станции 77 и со станции 1 под номером 11.

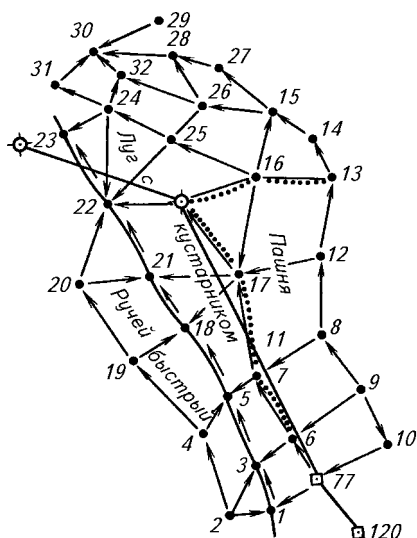


Рис. 8.5. Абрис тахеометрической съёмки

## 8.5. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ТАХЕОМЕТРИЧЕСКОЙ СЪЕМКИ. СОСТАВЛЕНИЕ ПЛАНА

Обработка материалов тахеометрической съемки включает: проверку полевых журналов и составление схемы тахеометрических ходов;

вычисление координат и высот точек ходов;

вычисление высот пикетов на каждой съёмочной точке;

нанесение съёмочных и пикетных точек, ситуации и проведение горизонталей. Все точки наносят при помощи геодезического транспортира, масштабной линейки и измерителя. Точки могут быть нанесены и специальными палетками, изготовленными на прозрачной основе для определенных масштабов съемок.

Допустимые невязки в ходе вычисляют по формулам:

угловую  $\beta = \sqrt[n]{\dots}$  где  $n$  — число углов в ходе;

в периметре  $= \sqrt[n]{\dots}$  см, где  $[S]$  — длина хода в метрах;  $n$  — число сторон в ходе;

в сумме превышений хода  $= \sqrt[n]{\dots}$  см, где  $[S]$  — длина хода в метрах;  $n$  — число линий хода.

Для очень коротких ходов  $f_s < |0,10|$ , м;  $f_h < |0,10|$ , м.

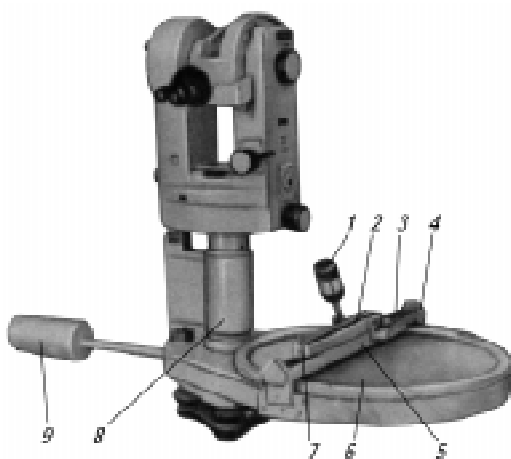
Тахеометрический ход уравнивают в плановом отношении как теодолитный, а в высотном — как нивелирный.

## 8.6. ПРИМЕНЕНИЕ КАРТОГРАФИЧЕСКОГО СТОЛИКА ПРИ ТАХЕОМЕТРИЧЕСКОЙ СЪЕМКЕ

Для полуавтоматической съемки местности тахеометр 2ТН соединяют с картографическим столиком (рис. 8.6) с помощью подставки 8, высота которой выбрана с таким расчетом, чтобы окуляр тахеометра и поверхность столика были удобны для отсчитывания результатов съемки и составления топографического плана.

Горизонтальный круг тахеометра соединен с корпусом и механизмом столика таким образом, что вращение алидады вызывает вращение планшета 6 столика на то же угловое значение, но в противоположном направлении. В результате сохраняется начальное ориентирование планшета для всех изменяющихся направлений визирования.

Каретка 5 с линейкой 2, лупой 1 и иглой для фиксации точек движутся по направляющей линейке 3, закрепленной на корпусе столика. Поэтому направляющая линейка, вращаясь вместе с алидадой тахеометра, всегда остается параллельной коллимационной плоскости зрительной трубы. На съёмной масштабной линейке 2



**Рис. 8.6. Тахеометр 2ТН с картографическим столиком:**

*1 — лупа; 2 — масштабная линейка; 3 — направляющая линейка; 4 — игла; 5 — каретка; 6 — планшет; 7 — защелка; 8 — подставка; 9 — противовес*

нанесена шкала с делениями, соответствующими горизонтальному проложению в выбранном масштабе. В комплект входят две линейки, на которых с двух сторон нанесены шкалы в четырех масштабах. Для смены шкал отводят защелку 7. С помощью лупы 1 устанавливают отсчет по шкале, взятый по номограмме горизонтальных проложений тахеометра. Нажатием на кнопку для опускания иглы 4 делают укол иглой, оставляющей след на планшете, около которого может быть подписана высота пикета. В качестве подложки планшета применяют астралон, целлофан, прозрачную пленку и другие материалы. С помощью противовеса 9 уравнивают массу столика и обеспечивают стабильное положение пузырька уровня.

Применение столика для картографирования позволяет составлять топографический план участка на точке стояния тахеометра с одновременным обзором местности. При этом значительно сокращается время, необходимое для составления плана, повышается точность и достоверность отображения контуров ситуации и рельефа.

Для получения составительского оригинала топографического плана результаты съемок, выполненных на отдельных точках стояния тахеометра на прозрачных круглых подложках планшета, монтируют на геодезической основе, нанесенной на чертежной бумаге. После чего с помощью копировальной иглы или другим способом переносят на основу элементы ситуации и рельефа.

## 8.7. ЭЛЕКТРОННЫЕ ТАХЕОМЕТРЫ

Электронным тахеометром называют устройство, объединяющее в себе теодолит и светодальномер. Одним из основных узлов современных тахеометров является микроЭВМ, с помощью которой можно автоматизировать процесс измерений и решать различные геодезические задачи по заложенным в них программам. Увеличение числа программ расширяет диапазон работы тахеометра и область его применения, а также повышает точность работ. Наличие регистрирующих устройств в тахеометрах позволяет создать автоматизированный геодезический комплекс: тахеометр—регистратор информации—преобразователь—ЭВМ—графопостроитель, обеспечивающий получение на выходе конечной продукции — топографического плана в автоматическом режиме. При этом сводятся к минимуму ошибки наблюдателя, оператора, вычислителя и картографа, возникающие на каждом этапе работ при составлении плана традиционным способом.

По степени автоматизации угловых измерений электронные тахеометры можно разделить на две группы. К первой группе относятся приборы, представляющие собой сочетания: оптический теодолит и топографический светодальномер, выполненный в виде насадки на теодолит; оптический теодолит и топографический светодальномер, объединенные в одном корпусе. Углы в таких тахеометрах измеряют обычным путем с визуальным отсчитыванием по кругам при помощи отсчетных устройств, а линии — светодальномерами с автоматической выдачей результатов на электронное цифровое табло.

Сейчас такие приборы оптико-механические заводы не выпускают.

Электронные тахеометры второй группы представляют собой приборы, в которых реализована следующая ступень развития средств автоматизации измерений. Конструктивно они сочетают кодовый теодолит с топографическим светодальномером и объединены в одном корпусе. Приборы этой группы обеспечивают цифровую индикацию измеряемых величин на электронном табло и автоматическую регистрацию результатов измерений в карту памяти.

К тахеометрам этой группы можно отнести 3Та5 (Россия), ТС 1600 (Швейцария), SET3 (Япония), Trimble 3600 (США) и др. Они имеют сравнительно небольшие массу и габариты, потребляют мало электроэнергии, но выполняют большой объем операций в измерениях и вычислениях. В них заложено значительное число программ для решения геодезических задач.

## 8.8. ЭЛЕКТРОННЫЙ ТАХЕОМЕТР 3Та5

Электронный тахеометр 3Та5 (рис. 8.7) является multifunctionalным геодезическим прибором, совмещающим в себе электронный теодолит, светодальномер, вычислительное устройство и регистратор информации.

Основные технические характеристики прибора приведены далее.

Средняя квадратическая погрешность измерения одним приемом:	
горизонтального угла	5"
вертикального угла	7"
наклонного расстояния, мм	$(5 + 3 \cdot 10^{-6} D)$
Время получения результата измерения, с:	
в основном режиме измерения расстояния	4
в режиме непрерывного измерения расстояния	0,5
Диапазон работы датчика наклона	$\pm 5'$
Увеличение зрительной трубы	30
Цена деления цилиндрического уровня	30"
Масса, кг:	
тахеометра с подставкой и кассетным источником питания	5,4
отражателя однопризменного	0,5
отражателя шестипризменного	1,5
Высота вехи с отражателем, мм	1300...2250
Цена младшего разряда дисплея при измерении расстояния, мм	1
Объем карты памяти, Мбайт	1 (11000 пикетов)

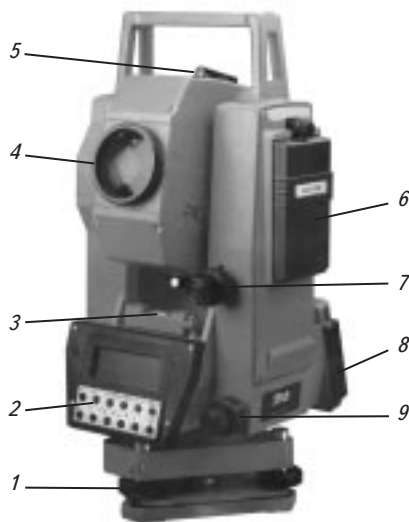
Угломерной частью тахеометра 3Та5 является электронный теодолит, снабженный растровым датчиком накопительного типа. В качестве датчика угла применен фотоэлектрический преобразователь угол-код. Рабочей мерой преобразователя служит стеклянный лимб, разделенный на 10 000 частей — попеременно чередующихся прозрачных и непрозрачных полос равной ширины. Секция примерно из 100 штрихов (полос) с помощью оптической системы проецируется мостиком с увеличением 1,01 на диаметрально противоположную секцию лимба. Наложение изображения полос, повернутого на  $180^\circ$ , благодаря призме с крышкой, входящей в оптическую систему, образует с полосами основного участка круга муаровую картину<sup>1</sup> (рис. 8.8), которая проецируется на фотоприемник. Благодаря оборачиванию, созданному оптической системой, изображения полос противоположных участков круга при вращении алидады (или зрительной трубы, если круг вертикальный) двигаются навстречу друг другу.

Периодические структуры штрихов диаметрально противоположных участков образуют растровое сопряжение, причем линейные шаги разверток сопрягаемых растров отличаются на 1/100 шага

<sup>1</sup>Муаровая картина — это совмещенное изображение двух растров, представляющее собой периодически изменяющуюся картину.

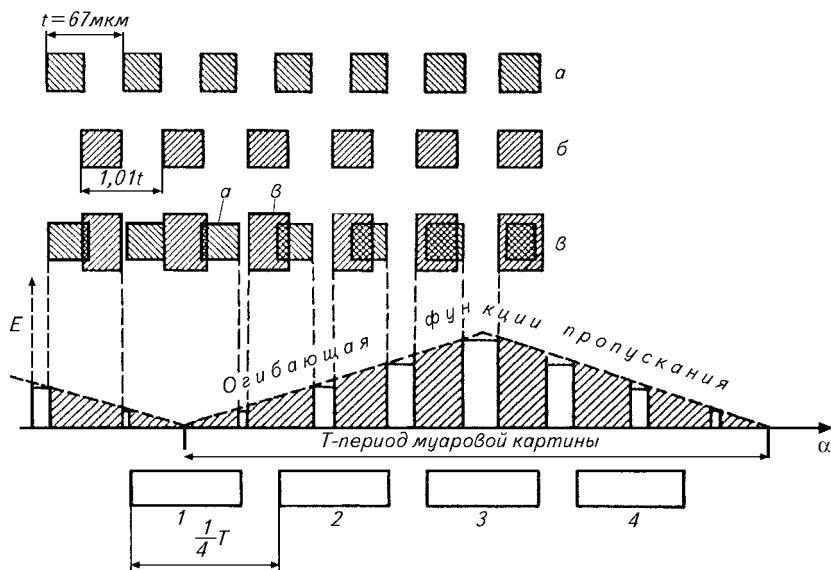
**Рис. 8.7. Тахеометр ЗТа5:**

1 — подъемный винт; 2 — панель управления и дисплей; 3 — цилиндрический уровень; 4 — объектив; 5 — коллиматорный визир; 6 — кассетный источник питания; 7 — наводящий и закрепительный винты вертикального круга; 8 — карта памяти; 9 — наводящий и закрепительный винты горизонтального круга



растров. При сопряжении таких растров возникает комбинационная (муаровая) картина (см. рис. 8.8), шаг, форма и направление которой зависят от взаимного расположения растров.

При взаимном перемещении растров происходит модуляция светового потока в функции перемещения, т. е. периодическое изменение освещенности фото-



**Рис. 8.8. К принципу действия датчика горизонтальных углов:**

$a$  — развертка дорожки лимба;  $b$  — увеличенное изображение участка лимба (развертка);  $v$  — комбинированная картина растрового сопряжения (муаровая); 1...4 — площадки задифрагмированного фотодиода

приемника, расположенного за сопряжением. Освещенность фотоприемника максимальна при совпадении штрихов сопрягаемых растров и минимальна, когда штрихи одного растра совпадают с промежутками другого растра.














Сигнал с фотоприемника поступает в электронную часть датчика угла, которая содержит реверсионный счетчик для определения числа периодов муаровой картины, соответствующего углу поворота зрительной трубы. Считая число периодов муаровой картины (периодов изменения освещенности), реверсионный счетчик грубого канала измеряет угол поворота лимба с точностью дискрета грубого отсчета, равного  $200^{\text{cc}} = 1^{\circ}05''$ .

Для получения точного отсчета применен фотоэлектрический интерполятор, доизмеряющий угол поворота лимба в пределах одного периода муаровой картины с точностью  $1^{\text{cc}} = 0,3''$ . Полный отсчет в сигнальном канале угломера формируется в условных единицах (сс). Встроенная в прибор микроЭВМ умножает полученный полный отсчет на цену младшего разряда (коэффициент перевода в секунды  $0,324''/\text{cc}$ ) и формирует отсчет в градусах, минутах и секундах. Например, отсчет  $20\,520^{\text{cc}} \cdot 0,324''/\text{cc} = 6648'' = 1^{\circ}50'48''$ .

Структурная схема тахеометра 3Та5 показана на рисунке 8.9.

Тахеометр 3Та5 снабжен самоустанавливающимся индексом вертикального круга, автоматически исключающим погрешность измерения зенитных расстояний при наклоне вертикальной оси вдоль линии визирования.

Отдельные кнопки выполняют следующие функции:

-  —  — ввод отдельных цифр;
-  — ввод знака «минус»;
-  ,  — движение курсора по дисплею;
-  — вызов меню для выбора режима работы, выход из режима после проведения измерений с переходом на предыдущий уровень;
-  — смена режима, продолжение работы, просмотр результатов измерений, записанных в карту памяти;
-  — просмотр результатов измерений, записанных в карту памяти; смена шаблона дисплея без выхода в главное меню;
-  — обнуление горизонтального угла;
-  — удаление неправильно набранных цифр;
-  — запись измерений в карту памяти;
-  — начало измерений;
-  — выбор подпрограмм, подтверждение ввода величин.

Нажатие кнопок сопровождается звуковым сигналом.

Для регистрации информации в карте памяти с противоположной стороны панели управления расположен узел сопряжения с картой памяти.

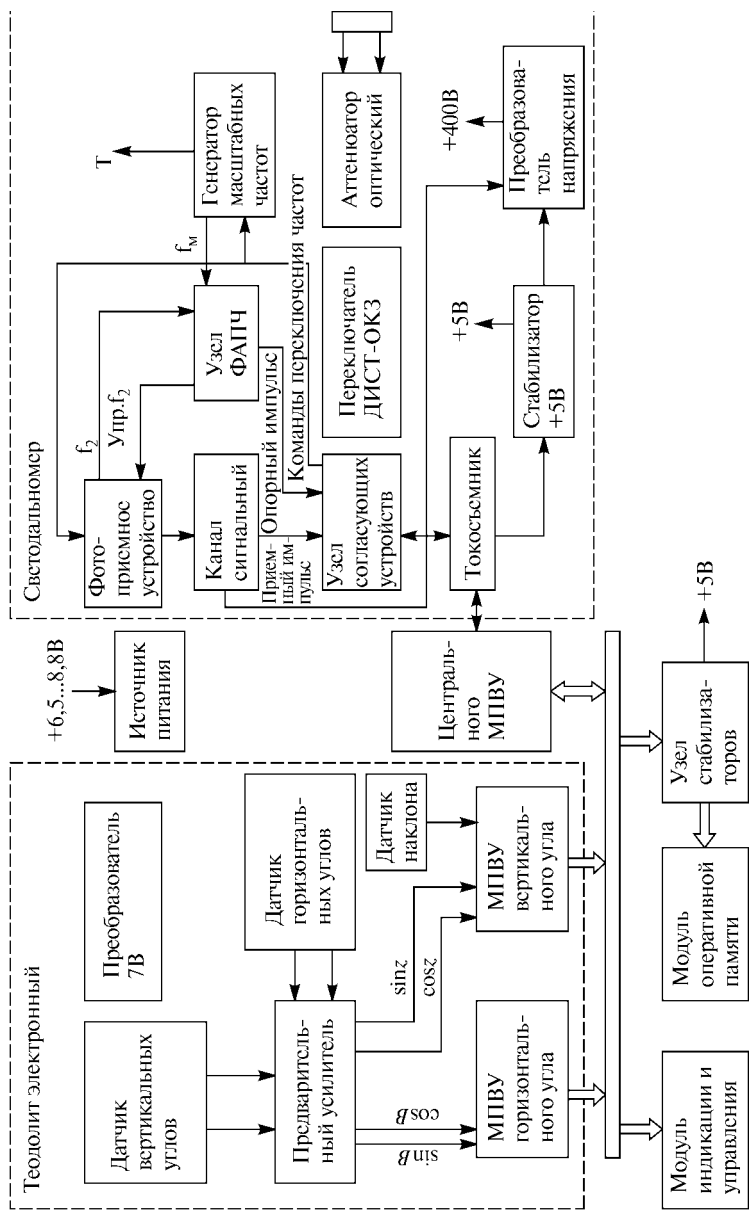


Рис. 8.9. Структурная схема тахеометра 3Та5

Для проведения оперативного контроля светодальномера служит блок контрольного отсчета (БКО), состоящий из призмы, закрепленной в оправе в виде крышки, надеваемой на объектив зрительной трубы. Результаты измерения расстояния до призмы БКО при выпуске с предприятия записывают в паспорте. Устройство тахеометра показано на рисунке 8.7.

В зависимости от типа решаемых задач можно выбрать четыре шаблона дисплея: измерение углов; съемка в полярных координатах; съемка в прямоугольных координатах; измерение углов, горизонтального проложения и превышения.

Расстояние может быть измерено в трех режимах: непрерывном, быстром и основном.

Для оценки состояния прибора предусмотрен вывод на дисплей двух тестовых функций: показания угла наклона вертикальной оси и показания состояния источника питания.

Пакет прикладных программ включает:

- определение координат станции по координатам двух точек с известными координатами;

- ориентирование тахеометра относительно исходного дирекционного угла;

- ввод координат станции;

- определение координат невидимой точки объекта прямоугольной формы;

- вычисление площади земельного участка;

- измерение недоступного расстояния;

- определение высоты недоступной точки;

- вынос запроектированной точки в натуру.

Результаты измерений записывают и хранят в карте памяти.

Обмен данными с компьютером (передача файлов в компьютер, запись файлов из компьютера в карту памяти и другие операции) осуществляется с помощью специальной программы.

Контрольные проверки включают:

- проверку и поправки дальномера с помощью блока контрольного отсчета (БКО);

- проверку масштабной частоты;

- калибровку (коллимационную погрешность, место нуля вертикального круга и индекс датчика наклона).

При работе с картой памяти (запись в карту памяти, передача информации из карты памяти в компьютер, обмен данными с компьютером, удаление файла из карты памяти и др.) применяют специальную процедуру, изложенную в руководстве по эксплуатации 3Та5.

Пример оформления журнала тахеометрической съемки приведен в таблице 8.3.

### 8.3. Полевой журнал тахеометрической съемки ЗТА5

Дата 12.11.03. Наблюдатели: Семенов А. Н., Иванов А. К.

Начало измерений 8 ч 30 мин

Конец измерений 8 ч 45 мин

Исходные данные:

Число целых километров (км = 0)

Температурный коэффициент  $K_t = +24$

Начальный дирекционный угол

$A_0 = 228^\circ 34' 41''$

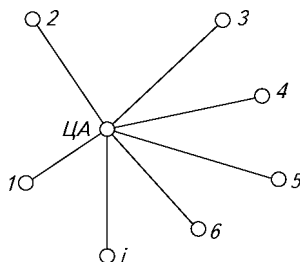
Коллимационная погрешность  $C = 14''$

Контрольный отсчет  $K = 63$  мм

Погода: ветер умеренный, видимость

2 км, изображения спокойные

Схема объекта съемки



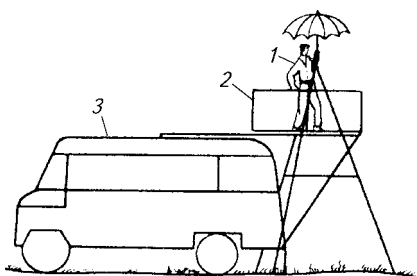
Пикет	$\Delta H$ , м	$A$	$D_0$ , м	$h_v$ , м	$\Delta x$	$\Delta y$
1	1,03	$228^\circ 35' 42''$	108,475	-1,160	-71,743	-81,362
2	0,57	31 21 41	221,671	+3,756	+189,285	+115,365
3	1,54	67 39 35	310,558	+5,714	+118,042	+287,246
...	...	...	...	...	...	...
i	0,31	165 11 26	264,926	-3,497	-256,126	+67,716
1	1,03	228 35 40	108,479	-1,162	-71,743	-81,362

### 8.9. ЭЛЕКТРОННАЯ ТАХЕОМЕТРИЧЕСКАЯ СЪЕМКА

Электронную тахеометрическую съемку (ЭТС) эффективно применять на открытой равнинной местности (речные поймы, отведенные для строительства мелиоративных систем и др.), когда с исходной съёмочной точки открывается видимость на расстояния в 1...2 км. С помощью электронных тахеометров можно выполнять исполнительные съемки построенных осушительных и оросительных систем.

Экономический эффект от применения ЭТС прежде всего достигается за счет увеличения площади съемки, выполняемой с одной установки прибора. При этом вследствие значительной дальности действия тахеометра сокращаются затраты труда на развитие съёмочного обоснования.

Применение электронных тахеометров особенно эффективно при работе с передвижных наружных знаков с платформами (рис. 8.10), с помощью которых обеспечивается поднятие тахеометров над поверхностью земли на 2...3 м, в результате чего открывается хороший обзор местности, позволяющий выполнить тахеометрическую съемку в радиусе 1...2 км. Использование



**Рис. 8.10. Выполнение тахеометрической съемки с передвижного знака:**

1 — наблюдатель с тахеометром и зонтом;  
2 — платформа; 3 — автомобиль

указанных устройств позволяет значительно повысить производительность труда при съемке.

Технология ЭТС дает возможность представить топографические планы как в традиционной графической форме, так и в виде цифровых моделей местности и рельефа, т. е. в форме, удобной для использования в системах автоматического проектирования (САПР).

Основными техническими средствами ЭТС являются:

электронные тахеометры (ЭТ), регистраторы информации на технический носитель (диктофон), комплексы носимых и перевозимых радиостанций, программируемые микрокалькуляторы или управляюще-вычислительные комплексы на базе мини-ЭВМ.

Требованиям технологии ЭТС отвечают отечественные электронные тахеометры ЗТа5 и зарубежные SET3, Trimble 3600 и др. Можно применять полуавтоматические или гибридные топографические системы, изготовленные в виде насадки топографического светодальномера СТ5 на оптический теодолит ЗТ5К или ЗТ2.

Экономическая эффективность ЭТС во многом определяется связями технологического процесса. В зависимости от способа, места и времени обработки результатов съемки ЭТС может быть реализована в трех вариантах: с централизованной обработкой, децентрализованной и одновременной.

Первый вариант отвечает классической схеме наземных топографических съемок, при которой основные технологические процессы последовательно сменяют друг друга. Численность топографической бригады составляет два человека. Служебную и метрико-семантическую информацию записывают на технический носитель. При устойчивой двусторонней радиосвязи функции регистрации информации на технический носитель (диктофон) могут быть переданы рабочему, так как качество записи практически одинаково как с голоса, так и с микрофона радиостанции. Этим высвобождается дополнительное время исполнителя работ для постоянного отслеживания визирной цели, чем сокращается время на поиск в дискретном режиме отслеживания. Обработывают результаты измерений и составляют топографические планы в этом варианте ЭТС в основном в условиях стационарного камерального производства.

Второй вариант ЭТС отличается от первого тем, что обработку материалов съемки ведут на базе полевой бригады, когда разрыв между полевыми и камеральными работами не превышает нескольких суток.

Третий вариант отвечает принципиально новой схеме организации работ, при которой основные процессы съемки (полевые и камеральные) ведут одновременно. Численность топографической бригады при этом увеличивается на одного человека за счет организации в ближайшем к объекту населенном пункте выездного командно-диспетчерского камерального поста (КДКП) с передачей ему функций регистрации информации на технический носитель, за счет обработки ее по мере поступления и отображения на составляемых тут же топографических планах.

Одновременности выполнения полевых и камеральных работ достигают за счет организации радиосвязи между всеми участниками съемки и ее камеральной обработки. Связь осуществляют с помощью мобильных радиостанций. При этом оператор тахеометра управляет перемещением рабочего с отражателем по объекту съемки, принимает семантическую информацию с места установки отражателя и передает ее вместе с метрической информацией на КДКП. Оператор КДКП, находясь в ближайшем от объекта населенном пункте (или кузове специального автомобиля), не только принимает и обрабатывает метрико-семантическую информацию, но и активно управляет плотностью набора пикетов, закрывая «белые пятна» в съемке, а в необходимых случаях требует от оператора тахеометра набора контрольных пикетов и т. п. Одновременность набора и отображения съемочных пикетов на составляемых топографических планах позволяет исключить недостатки, свойственные обычной тахеометрической съемке, приближая ее к мензульной. При этом за счет большой дальности действия тахеометра значительно увеличивается площадь съемки, выполняемая с одной установки прибора и, как следствие, уменьшается потребность в числе пунктов съемочного обоснования.

Однако при определении высот пикетов на значительных (порядка 1 км и более) расстояниях с малой (0,5 м и менее) высотой сечения рельефа возникает необходимость учета поправок за вертикальную рефракцию и кривизну Земли. Рассматривая последний член известной формулы тригонометрического нивелирования

$$= \quad + \quad v + \text{---}$$

видим, что он представляет собой суммарную поправку, обусловленную влиянием вертикальной рефракции  $\left( \text{---} \right)$  и кривизны Земли  $\left( \text{---} \right)$

Поправка за кривизну Земли в современных электронных тахеометрах учитывается автоматически. Не вызывает затруднений и учет этой поправки в случае применения топографических светодальномеров СТ5, СТ10 и др., так как значение ее зависит только от дальности.

Учет же поправки за вертикальную рефракцию — достаточно сложная задача. При распространении визирного луча в слое воздуха выше границы автоконвекции (10...15 м) обе поправки частично компенсируются, так как коэффициент вертикальной рефракции, рекомендуемый геодезическими руководствами для средней полосы России, положительный (чаще всего принимают  $k = +0,14$ ).

Однако по последним исследованиям при низких высотах распространения визирного луча и положительных температурах воздуха в период с 8 до 20 ч коэффициент вертикальной рефракции может иметь знак «минус» ( $k = -1, -2, -3$  и более).

Так как при тахеометрической съемке с помощью электронных тахеометров определяют высоты пикетов в радиусе до 1000 м и более, то возникает необходимость в оперативном и надежном учете влияния вертикальной рефракции. В качестве примера заметим, что при угле рефракции 40" и расстоянии до съёмочного пикета в 1000 м поправка в превышение за рефракцию составляет 0,19 м (табл. 8.4).

#### 8.4. Поправки в превышения за влияние рефракции, см

Угол рефракции $r_0$	Расстояния $s$ , м								
	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300
10"	2	3	3	4	4	5	5	6	6
15	4	4	5	6	7	7	8	8	9
20	5	6	7	8	8	10	11	12	13
25	6	7	8	10	11	12	13	15	16
30	7	9	10	12	13	14	16	17	19
35	8	10	12	14	15	17	19	20	22
40	10	12	14	16	17	19	21	23	25
45	11	13	15	17	20	22	24	26	28

Если иметь в виду крупномасштабную тахеометрическую съемку с сечением рельефа через 0,5 м, характерную для съемки объектов, предназначенных для мелиоративного строительства, то нетрудно заметить, что неучет этой поправки может существенно исказить съемку рельефа.

Разработана методика учета поправки за вертикальную рефракцию при низком прохождении визирного луча и нормальном со-

стоянии слоя воздуха<sup>1</sup>. Ее сущность состоит в следующем. На участке тахеометрической съемки разбивают рефракционный базис длиной 1000...1500 м в зависимости от максимальных расстояний до пикетов. Определяют высоты концов базиса  $H_1$  и  $H_2$  геометрическим нивелированием. Вычисляют истинное значение угла наклона

$$v = \left( \frac{H_2 - H_1}{s} \right)$$

где  $s$  — длина базиса;  $R$  — средний радиус Земли.

Наблюдают высокоточным теодолитом угол наклона  $v$  с начального на конечный пункт базиса на данный момент времени.

После этого определяют угол рефракции по формуле

$$r_0 = v - v_0,$$

а затем поправку в превышение за влияние рефракции

$$\delta = \frac{r_0}{\rho} \quad (8.1)$$

**Пример.** Определить поправку в превышение за влияние вертикальной рефракции по данным:  $s = 1000$  м,  $R = 6370$  км,  $H_2 - H_1 = 10$  м,  $v = 34'56,6''$ .

Имеем

$$v = \left( \frac{H_2 - H_1}{s} \right) = \dots$$

$$r_0 = 34'56,6'' - 34'06,4'' = +50,2'';$$

$$\delta = \frac{r_0}{\rho} = \dots$$

Исследованиями установлено, что для обеспечения необходимой точности определения высоты пикетов  $r_0$  нужно определять на базисе каждые три часа.

По формуле (8.1) рассчитаны значения поправок за влияния рефракции  $\delta_h$ , которые приведены в таблице 8.4.

Практически это означает, что поправки следует определять перед началом работы и два-три раза в течение рабочего дня.

<sup>1</sup>При нормальном состоянии слоя воздуха вертикальные градиенты температуры принимают отрицательные значения, т. е. температура падает с высотой. Это характерно для солнечного дня. Ночью, а также в отдельные зимние дни воздух оказывается теплее, чем подстилающая поверхность, что соответствует положительному температурному градиенту. Между этими состояниями может наблюдаться нейтральное состояние — адиабатическое условие.

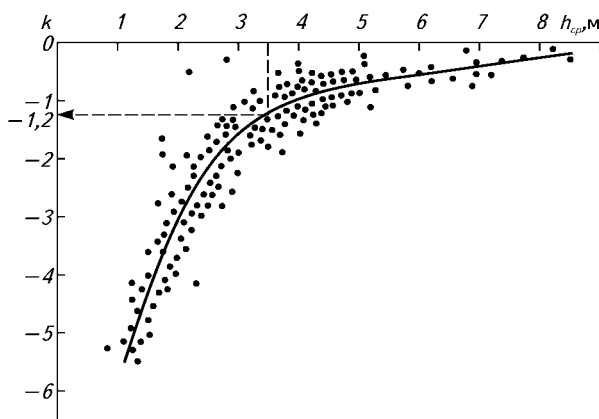


Рис. 8.11. График зависимости коэффициента рефракции от высоты визирного луча

Исследованиями, выполненными на объектах мелиоративного строительства, установлено, что рефракционный базис следует разбивать при каждой установке тахеометра. При этом высота визирной цели на конце базиса должна быть равна высоте отражателя, принимаемой при съемке, т. е. 2...3 м.

При топографических съемках с высотой сечения рельефа 1...2 м и нормальной стратификацией приземного слоя атмосферы может быть использован статистический метод определения поправки за влияние вертикальной рефракции. В этом случае коэффициент рефракции определяют по графику в зависимости от высоты визирного луча (рис. 8.11), составленному на основе обширных экспериментальных данных, полученных в разных регионах страны. Среднюю высоту визирного луча в условиях плоскоравнинного пойменного рельефа можно вычислить по формуле

$$h_{\text{ср}} = 3,85 + 0,5(v - 3,5).$$

**Пример.** Определить поправку в превышение за влияние вертикальной рефракции, если высота визирной цели (отражателя)  $v = 2,87$  м; расстояние до съемочного пикета  $s = 1200$  м; стратификация атмосферы нормальная; время наблюдения 13 ч; температура воздуха  $t = +23$  °С.

Определяют среднюю высоту визирного луча

$$h_{\text{ср}} = 3,85 + 0,5(2,87 - 3,5) = 3,53 \text{ м.}$$

По графику находят значение коэффициента рефракции  $k = -1,2$  (см. рис. 8.11).

Поправка в превышении съемочного пикета за влияние рефракции

$$\delta = \text{---} = \text{---} = +$$

## 8.10. ЭЛЕКТРОННАЯ ТАХЕОМЕТРИЧЕСКАЯ СЪЕМКА ПО МЕТОДУ СВОБОДНОГО ВЫБОРА СТАНЦИЙ

По способу развития съемочного обоснования, а также в зависимости от физико-географических условий местности электронную тахеометрическую съемку можно выполнять в трех технологических вариантах: раздельно с развитием съемочного обоснования, одновременно с развитием съемочного обоснования и по методу свободного выбора станций, когда съемочное обоснование как таковое не создается, а получается в результате косвенных измерений.

Максимальная эффективность ЭТС достигается в варианте по методу свободного выбора станций. В этом случае при минимуме собственных измерений недостающие элементы съемочного обоснования (длины линий, горизонтальные углы) определяют косвенным путем.

На исходных пунктах  $K$  и  $L$  измеряют примычные углы  $\alpha$  и  $\beta$  (рис. 8.12). Съемку выполняют с пунктов  $A$ ,  $C$  и  $L$ , выбранных на местности с учетом максимального ее обзора, а следовательно, наибольшей площади съемки, возможной с этих пунктов. В ряде случаев для достижения большей обзорности местности точки установок электронного тахеометра целесообразно выносить за пределы снимаемого участка. Наличие видимости между двумя смежными установками тахеометра необязательно. Во время съемки должны быть измерены расстояния до исходного пункта  $K$  и связующих точек  $B$  и  $D$  (при съемке с пункта  $A$ ), до точек  $B$ ,  $D$ ,  $E$  и  $F$  (при съемке с пункта  $C$ ) и до точек  $E$  и  $F$  (при съемке с пункта  $L$ ), а также горизонтальные углы между направлениями на связующие точки с каждого пункта съемки. Все указанные измерения выполняют одновременно со съемкой, никаких дополнительных измерений вне пунктов съемки, кроме измерения примычных углов, не выполняют. Используя перечисленные данные, можно вычислить координаты всех связующих точек и оценить точность как отдельных элементов сети, так и всей сети в целом. Связующие точки  $B$ ,  $F$  и  $D$ ,  $E$  можно рассматривать как промежуточные пункты полигонометрических ходов  $KBFL$  и  $KDEL$ . Длины сторон нижней ( $KB$ ,  $BF$  и  $FL$ ) и верхней ( $KD$ ,  $DE$  и  $EL$ ) ветвей, а также между смежными сторонами можно вычислить аналитически из последовательного решения треугольников  $ABK$  и  $BCF$  — для нижней ветви,  $ADK$  и  $DCF$  — для верхней, а также двух четырехугольников  $ABCD$  и  $CELF$ .

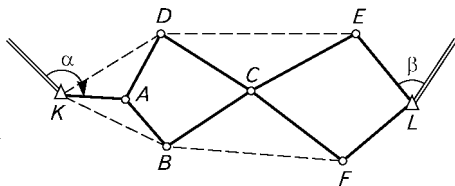


Рис. 8.12. Схема создания съемочного обоснования по методу свободного выбора станций

Находят недостающие элементы сети (см. рис. 8.12), используя треугольник  $ABK$  и четырехугольник  $ABCD$ . Задача сводится к следующему.

1. В треугольнике  $ABK$  в процессе полевых работ измерили две стороны  $AK$  и  $AB$ , а также угол  $A$  между ними. Длина основания этого треугольника  $BK$ , являющегося стороной воображаемого полигонометрического хода нижней ветви, может быть найдена по теореме косинусов

$$= \sqrt{\quad + \quad} \quad (8.2)$$

Значения прилежащих к этой стороне углов  $K$  и  $B$  можно найти по известным формулам тригонометрии

$$= \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} \quad \text{или} \quad = \frac{\quad}{\quad}$$

2. Далее рассмотрим четырехугольник  $ABCD$ . Как следует из схемы развития съемочного обоснования, в ходе набора съемочных пикетов в этой фигуре измерены все четыре стороны и два противоположных угла  $A$  и  $C$ . Для нахождения двух других углов  $B$  и  $D$ , необходимых для отыскания полных углов поворота полигонометрических ходов, могут быть использованы формулы:

$$= \frac{\sqrt{\quad} + \sqrt{\quad}}{\quad}$$

$$= \frac{\sqrt{\quad} + \sqrt{\quad}}{\quad}$$

В этих формулах длина диагонали  $BD$  четырехугольника  $ABCD$ , делящей углы  $B$  и  $D$  на две части, может быть найдена дважды по формуле (8.2).

Координаты связующих точек, полученные в ходе развития съемочного обоснования по методу свободного выбора станций, могут быть использованы для выноса проектов в натуру и контроля за строительством объектов мелиорации, сельского и другого назначения. В этом случае связующие точки должны быть закреплены постоянными геодезическими знаками для обеспечения долговременной сохранности.

Метод свободного выбора станций открывает возможность для применения самого эффективного варианта ЭТС — блочной электронной тахеометрической съемки (БЭТС). Сущность метода заключается в том, что подлежащий съемке участок местности условно делят на более мелкие участки — блоки, съемка в пределах которых может быть выполнена с одной установки электрон-

ного тахеометра. Площадь отдельного блока в зависимости от условий местности может быть в пределах от нескольких до десятков и даже сотен гектаров. Места установок электронного тахеометра могут быть как в пределах участка съемки, так и вне его (метод свободного выбора станций). При этом координаты установок электронного тахеометра не определяют. Съемку можно начинать с любого места. Набор пикетов в блоке можно выполнять в любом и даже свободном ориентировании лимба горизонтального круга тахеометра. В программе набора съемочных пикетов должно быть предусмотрено лишь измерение углов и линий на связующие точки смежных блоков для последующего составления по ним свободного топографического плана на весь участок местности.

Необходимое условие блочной ЭТС — наличие связующих точек. Эти точки устанавливают при рекогносцировке участка, в ходе которой намечают приблизительные места установок тахеометра, с которых будут выполнять съемку. Связующие точки располагают в зонах перекрытия съемок, выполняемых с двух смежных пунктов, и их число должно быть не менее двух на каждой смежной стороне участка. Допускается вынесение связующих точек за пределы съемочного участка, если по условиям местности обеспечивается их долговременная сохранность. В качестве связующих точек можно использовать характерные предметы местности (трубы, мачты, шпили церквей и др.), если они находятся вблизи участка местности и вписываются в геометрические параметры съемочного обоснования по методу свободной станции.

Связующим точкам отведена роль соединения отдельных блоков съемки в единый для всего участка топографический план. При этом составление топографического плана допускается выполнять двумя способами: графическим и графоаналитическим.

Сущность графоаналитического способа заключается в совмещении одноименных связующих точек блока и основы будущего плана, на которую их предварительно наносят по вычисленным и уравненным координатам. После совмещения точек ситуацию и рельеф переносят на составляемый топографический план.

Графический способ составления топографического плана не требует вычисления координат связующих точек. План составляют в два этапа. На первом этапе выполняют мозаичное совмещение отдельных блоков по имеющимся на них одноименным связующим точкам. Составленный таким путем топографический план не ориентирован. На втором этапе совмещают на просвет с использованием светокопировального стола одноименные пункты съемочного обоснования, имеющиеся на плане и на местности. В процессе съемки плановое положение таких пунктов должно быть определено геодезическими методами.

Графический способ составления топографического плана в сравнении с графоаналитическим менее точен, но при небольшом числе блоков (до шести) дает удовлетворительные результаты.

После совмещения отдельных блоков съемки в единый топографический план его вычерчивают в принятых условных знаках. В случае отсутствия на планшете связующих точек (например, при составлении топографического плана на планшетах прямоугольной разграфки) дополнительные точки могут быть получены из графических построений или аналитически.

#### **Контрольные вопросы и задания**

1. Объясните сущность тахеометрической съемки. 2. Каково устройство номограммного тахеометра? 3. Изобразите и объясните поле зрения зрительной трубы номограммного тахеометра. 4. Расскажите о тахеометрической съемке номограммным тахеометром. 5. Как обрабатывают результаты тахеометрической съемки? 6. Дайте определение электронному тахеометру. 7. Каковы устройство и структурная схема электронного тахеометра 3Та5? 8. Как проводят электронную тахеометрическую съемку? 9. Как определить поправки за влияние рефракции? 10. Как проводят электронную тахеометрическую съемку по методу свободного выбора станций?

---

## Глава 9

### ТЕОРИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЙ

●

#### 9.1. СУЩНОСТЬ И ВИДЫ ИЗМЕРЕНИЙ

Измерение величины (длины линии, горизонтального, вертикального углов, превышения, площади и т. п.) — процесс сравнения этой величины с другой, однородной ей, принятой за единицу меры. В результате этого процесса находят число, равное отношению измеряемой величины к единице меры, которому приписывают наименование единицы меры и называют *результатом измерения*.

Существуют понятия: *необходимые* и *избыточные* измерения. Если одна и та же величина измерена  $n$  раз, то одно из измерений является необходимым, а остальные  $n - 1$  — избыточными.

Избыточные измерения используют для контроля правильности получаемых результатов измерений. Кроме того, они позволяют определить более надежное значение искомой величины. При достаточном числе избыточных измерений можно судить о точности произведенных измерений.

#### 9.2. ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ

Из практики измерений установлено, что при многократных измерениях одной и той же величины мы не получаем одинаковых результатов, как бы тщательно их ни проводили.

Факт колебаний результатов измерений указывает на то, что получаемые результаты не являются точным значением измеряемой величины, а несколько отклоняются от него.

Отклонение результата измерения величины от ее точного значения называют *погрешностью измерения*<sup>1</sup>. Это определение погрешности измерения можно написать в виде равенства (1.25):

$$\Delta = l - a,$$

где  $\Delta$  — погрешность измерения;  $l$  — результат измерения;  $a$  — точное значение величины.

---

<sup>1</sup>Определение погрешности по смыслу совпадает с определением невязки.

Из сказанного следует, что результаты измерений всегда сопровождаются погрешностями. Получить абсолютно точное значение величины невозможно.

Любая погрешность результата измерения — это следствие действия многих факторов, каждый из которых порождает свою погрешность. Погрешности, происходящие от отдельных факторов, называют элементарными. Таким образом, погрешность результата измерения является алгебраической суммой элементарных погрешностей. Все дальнейшее изложение относится как к суммарным, так и к элементарным погрешностям.

Погрешности измерений разделяют по двум признакам: характеру их действия и источнику происхождения.

По характеру действия различают погрешности: грубые, систематические и случайные. *Грубыми* называют погрешности, превышающие по абсолютному значению некоторый установленный для данных условий измерений предел. Они происходят в большинстве случаев от невнимательности исполнителя.

Для выявления грубых погрешностей проводят избыточные измерения тем же прибором или другим, но той же точности. Например, для контроля длину линии измеряют лентой дважды, причем иногда первый раз измеряют 20-метровой, а второй — 24-метровой лентой. Результаты, содержащие грубые погрешности, бракуют и заменяют новыми, поэтому при дальнейшем изложении будем считать, что результаты измерений свободны от грубых погрешностей.

*Систематическими* погрешностями называют такие, которые при многократных измерениях не изменяются, изменяются по какому-то определенному закону или, изменяясь случайным образом, сохраняют знак. В соответствии с этим различают три вида систематических погрешностей: *постоянные* (в длине линии из-за неточности компарирования ленты), *переменные* (в направлении при угловых измерениях вследствие изменения с течением времени фазы освещенности солнцем визирного цилиндра геодезического знака) и *односторонне действующие* (в длине линии из-за выхода ленты из створа измеряемой линии).

Переменные систематические погрешности часто являются функциями неслучайного аргумента (функциональные погрешности), но бывают и более сложной природы. Односторонне действующие погрешности представляют собой четные функции случайных величин. Функциональные изучают средствами элементарной математики и анализа бесконечно малых величин, односторонне действующие — средствами теории вероятностей и математической статистики.

Погрешности, не зависящие от результатов измерений и в последовательности появления которых нет никакой закономерности, но в совокупности подчиняющиеся определенному вероятностному закону, называют *случайными*.

По источнику происхождения различают погрешности приборов, внешние и личные.

*Погрешности приборов* обусловлены несовершенством конструкций приборов или неточной их юстировкой. Например, погрешность в отсчете по горизонтальному кругу теодолита при наведении зрительной трубы на предмет может быть вызвана коллимационной ошибкой.

*Внешние погрешности* происходят из-за влияния внешней среды, например погрешность в отсчете по нивелирной рейке из-за влияния рефракции.

*Личные погрешности* вызваны особенностями наблюдателя. Например, замечено, что при работе с планиметром некоторые наблюдатели преувеличивают отсчет, а другие — преуменьшают.

Некоторые систематические погрешности можно устранить из результатов измерений, применив соответствующие методы измерений. Например, при нивелировании из середины исключается погрешность из-за непараллельности визирной оси и оси цилиндрического уровня. Влияние же некоторых других систематических погрешностей можно значительно ослабить, введя соответствующие поправки. Методы борьбы с влиянием систематических погрешностей изучают в специальных дисциплинах, связанных с проведением измерений.

При дальнейшем изложении теории погрешностей будем считать, что результаты измерений свободны не только от грубых, но и от систематических погрешностей. Лишь в отдельных случаях будет рассмотрена оценка точности результатов измерений, которые содержат систематические погрешности.

### **9.3. ПРЕДМЕТ И ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЙ**

Теория погрешностей измерений рассматривает классификации и свойства погрешностей измерений, методы получения по результатам измерения наиболее близкого результата к ее точному значению, а также получение числовых характеристик точности измерений.

В соответствии с этим основными задачами теории погрешностей измерений являются: определение по результатам измерений их среднего значения; оценка точности результатов измерений; оценка точности функций измеренных величин.

Излагаемые в теории погрешностей методы решения этих задач дают возможность предварительно рассчитать точность предстоящих геодезических измерений, что необходимо для правильной организации работ (выбора надлежащего прибора, соответствующей методики измерения и т. п.). После проведения измерений эти методы позволяют получить более точные значения измеренных величин и оценить их точность.

## 9.4. НЕКОТОРЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Математической основой теории случайных погрешностей измерений являются теория вероятностей и математическая статистика.

*Теория вероятностей* — наука, изучающая закономерности массовых случайных явлений (событий), происходящих при неизменном основном комплексе условий испытаний (наблюдений, измерений) и обладающих статистической устойчивостью.

*Случайным* называют такое событие, осуществление которого заранее нельзя предвидеть (прогнозировать): оно может произойти, но может и не произойти.

Событие, которое при повторении опыта непременно должно произойти, называют *достоверным*, событие же, которое заведомо не может произойти, — *невозможным*.

Случайные события, происходящие при неизменном основном комплексе условий, в основном обладают определенной статистической закономерностью, соответствующей данному комплексу условий. В частности, эта закономерность проявляется в устойчивости частоты событий.

Частотой события называют отношение числа  $k$  появления события в ряду результатов испытания к числу всех членов этого ряда  $n$ , т. е.

$$p^* = k/n. \quad (9.1)$$

Приведем пример, поясняющий понятие частоты. Допустим, что одно и то же превышение измерено 100 раз, при этом известно действительное значение превышения с высокой степенью точности. На основании этого вычислены случайные погрешности измерений (считая, что грубых и систематических погрешностей в результатах измерений нет) и подсчитано число погрешностей каждого размера (табл. 9.1). Частоты получены в результате деления числа погрешностей определенного размера на число всех погрешностей в ряду.

**9.1. Частоты погрешностей в зависимости от их значений**

–6	1	0,01	1	18	0,18
–5	1	0,01	2	10	0,10
–4	3	0,03	3	7	0,07
–3	5	0,05	4	2	0,02
–2	9	0,09	5	1	0,01
–1	15	0,15	6	0	0,00
0	28	0,28			

Рассматривая несколько рядов результатов испытаний, проведенных при одном и том же основном комплексе условий, можно заметить, что при переходе от одного ряда к другому частоты одного и того же события имеют некоторые колебания, но чем больше испытаний в каждом ряду, тем эти колебания меньше, т. е. с увеличением числа испытаний в ряду колебания частот событий затухают и значения частоты, стабилизируясь, приближаются к некоторому числу. Это число называют *вероятностью* события, которая отражает существующую реальность — степень возможности появления события при данном неизменном комплексе условий. Чаще всего вероятность обозначают буквой  $p$ .

Ввиду устойчивости частоты при достаточном большом  $n$

$$p^* \approx p. \quad (9.2)$$

По этой причине частоту иногда называют *эмпирической вероятностью*.

Нетрудно определить, что частота и вероятность могут изменяться от 0 до 1, т. е.

$$0 \leq p^* \leq 1; \quad (9.3)$$

$$0 \leq p \leq 1. \quad (9.4)$$

Очевидно, что частота и вероятность невозможного события равны нулю, а достоверного события — единице.

Сумма частот всех  $t$  событий какого-либо ряда результатов испытаний равна единице:

$$\sum_{i=1}^n p_i^* = 1 \quad (9.5)$$

Такое же соотношение существует и для соответствующих вероятностей

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1 \quad (9.6)$$

Рассмотрим еще одно важное для теории погрешностей измерений понятие случайной величины. *Случайной* называют переменную величину, появление какого-либо значения которой представляет собою случайное событие. Простейший пример случайной величины — частота событий. Другим примером случайной величины может служить погрешность измерений, проводимых при неизменном основном комплексе условий.

Различают *прерывные (дискретные)* и *непрерывные* случайные величины.

Если представить значения случайной величины как абсциссы точек на оси, то в случае дискретной величины эти точки будут

отделены друг от друга, а в случае непрерывной величины они сплошь заполняют некоторый отрезок.

Случайную величину (совокупность всех ее значений) полностью характеризует *закон ее распределения*, представляющий собой выражение связи между значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями.

Закон распределения случайной величины называют также законом распределения вероятностей, а чаще — распределением случайной величины. Закон распределения может быть выражен в различной форме.

Распределение дискретной случайной величины  $X$  с конечным числом значений обычно представляют в виде таблицы распределения

$$\left\{ \begin{array}{c} \\ \end{array} \right\} \quad (9.7)$$

где  $x_1, x_2, \dots, x_i$  — все возможные значения случайной величины  $X$ , а  $p_1, p_2, \dots, p_i$  — соответствующие им вероятности.

Распределение непрерывной случайной величины задают функцией распределения

$$F(x) = P(X < x) \quad (9.8)$$

или плотностью распределения случайной величины  $X$  (плотностью вероятности)

$$f(x) = F'(x), \quad (9.9)$$

где  $F'(x)$  — производная от  $F(x)$ .

Правая часть равенства (9.8) обозначает вероятность того, что случайная величина  $X$  в результате испытания примет значение меньше произвольного числа  $x$ .

Для непрерывной случайной величины существует соотношение, аналогичное формуле (9.6),

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \dots = \quad (9.10)$$

В теории погрешностей измерений необходимо различать стохастически (вероятностно) независимые и зависимые случайные величины (в частности, случайные погрешности). Две случайные величины называют независимыми между собой, если изменение одной из них не влияет на распределение другой. В противном случае величины называют зависимыми.

**Числовые характеристики случайных величин.** Для практических целей часто нет необходимости знать закон распределения случайной величины, а достаточно иметь значения некоторых параметров этого закона (числовых характеристик слу-

чайной величины). Такими характеристиками являются математическое ожидание и дисперсия (или среднее квадратическое отклонение).

*Математическим ожиданием* случайной величины  $X$  называют число  $\bar{X}$ , определяемое равенством

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^n x_i p_i \quad (9.11)$$

если  $X$  — прерывная величина, заданная таблицей распределения, или

$$\bar{X} = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx \quad (9.12)$$

если  $X$  — непрерывная величина с плотностью распределения  $f(x)$ .

Имеется связь между математическим ожиданием случайной величины и средним арифметическим значением из результатов ее наблюдений. Так, если произведено  $n$  испытаний прерывной случайной величины при неизменном основном комплексе условий и получен ряд всех возможных ее значений  $x_1(k_1)$ ,  $x_2(k_2)$ , ...,  $x_i(k_i)$ , то среднее арифметическое из них

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \quad (9.13)$$

или

$$\bar{x} = \frac{x_1^* + x_2^* + \dots + x_n^*}{n} = \sum_{i=1}^n x_i^* \quad (9.14)$$

где  $x_i^*$  — частость появления  $x_i$ ;  $x_i^* = \frac{x_i}{n}$

Ранее уже было сказано, что при большом числе испытаний частость приближенно равна вероятности  $x_i^* \approx p_i$  [см. формулу (9.2)]. Заменяя в последнем равенстве частоты соответствующими вероятностями, приходим к определению математического ожидания (9.11). Отсюда следует, что при достаточно большом числе испытаний  $n$

$$\bar{x} \approx \bar{X} \quad (9.15)$$

Чем больше число испытаний  $n$ , тем ближе среднее арифметическое значение к соответствующему математическому ожиданию. Это свойство среднего арифметического является одним из выражений закона больших чисел, который в этом случае может быть записан в виде

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(\bar{x} - \bar{X} < \varepsilon) = 1 \quad (9.16)$$

где  $P$  — обозначение вероятности;  $\varepsilon$  — сколь угодно малое положительное число.

Вместо формулы (9.16) часто пишут

$$\bar{x} \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} \mu \quad (9.17)$$

что словами выражают так: среднее арифметическое  $\bar{x}$  из значений случайной величины  $X$ , полученных в результате испытаний, при неограниченном увеличении числа опытов сходится по вероятности к математическому ожиданию

*Дисперсия случайной величины  $X$*

$$= (\overline{(x - \mu)^2}) \quad (9.18)$$

*Среднее квадратическое отклонение случайной величины  $X$*

$$\sigma = \sigma = \sqrt{\overline{(x - \mu)^2}} \quad (9.19)$$

т. е. положительное значение квадратного корня из дисперсии этой величины.

## 9.5. РАВНОТОЧНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ. СВОЙСТВА СЛУЧАЙНЫХ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЙ

Если измеряют одну и ту же величину несколько раз или измеряют однородные величины<sup>1</sup> при неизменном основном комплексе условий, т. е. одинаковыми по точности приборами, лицами одинаковой квалификации, одним и тем же методом и при одинаковых внешних условиях, то результаты измерений называют *равноточными*.

Проведение геодезических измерений показывает, что случайные погрешности результатов равноточных измерений обладают следующими статистическими свойствами, проявляющимися в больших рядах измерений:

по абсолютной величине погрешности не превышают некоторого предела;

положительные и отрицательные погрешности, равные по абсолютной величине, встречаются в ряду примерно одинаково часто;

чем больше погрешность по абсолютной величине, тем она реже встречается в ряду;

чем больше ряд измерений, тем меньше по абсолютной вели-

---

<sup>1</sup> *Однородными* называют величины одного и того же наименования, а также одного и того же размера или разных размеров (например, углы), если размер не влияет на величину получаемой погрешности.

чине среднее арифметическое значение из погрешностей и при достаточно большом числе  $n$  измерений

$$[\Delta]/n \approx 0. \quad (9.20)$$

Случайные погрешности  $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$  равнооточных измерений можно рассматривать как значения одной и той же случайной величины  $\Delta$ , которую также будем называть случайной погрешностью.

В соответствии с приведенными выше статистическими свойствами случайных погрешностей можно подобрать наиболее подходящую вероятностную модель их распределения — закон распределения случайной величины  $\Delta$ . Такой наиболее простой и достаточно точной вероятностной моделью распределения случайных погрешностей измерений является *нормальное распределение*.

*Плотность* нормального распределения случайной погрешности

$$= \frac{1}{\sigma\sqrt{\pi}} e^{-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}} \quad (9.21)$$

где  $\sigma$  — среднее квадратическое отклонение случайной погрешности  $\Delta$ .

График (рис. 9.1, а) функции (9.21) называют кривой нормального распределения, или кривой Гаусса. Эта кривая симметрична относительно оси ординат.

Вероятность  $p_\Delta$  появления погрешности в интервале  $(x, x + dx)$  может быть выражена приближенным равенством  $p_\Delta \approx f(x)dx$ . На графике (см. рис. 9.1, а) наглядно видны вероятностные свойства случайной погрешности  $\Delta$ , имеющей нормальное распределение: положительные и отрицательные значения погрешности, равные по абсолютному значению, равновероятны; чем больше погрешности, равные по абсолютному значению, тем меньше вероятность их появления.

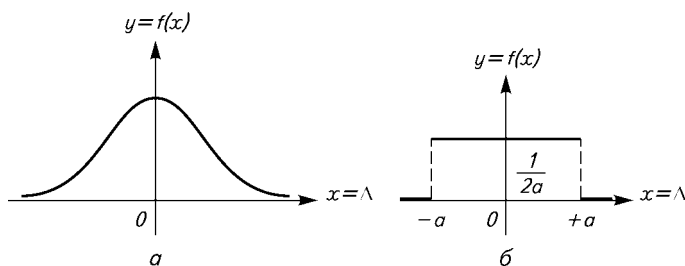


Рис. 9.1. Графики нормального (а) и равномерного (б) распределения случайной погрешности

На основании определения математического ожидания (9.12)

$$\bar{\Delta} = \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta f(\Delta) d\Delta \quad (9.22)$$

Так как  $f(\Delta)$  — функция четная, то подынтегральная функция  $\Delta f(\Delta)$  — нечетная, а потому нетрудно заключить, что значение интеграла в формуле (9.22) равно нулю, т. е. математическое ожидание случайной погрешности равно нулю  $\bar{\Delta} = 0$ .

Это свойство случайной погрешности  $\Delta$  положено в основу всей теории случайных погрешностей измерений. Оно согласуется с четвертым статистическим свойством случайных погрешностей.

По закону больших чисел для случайных величин

$$\frac{\Delta}{n} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \bar{\Delta} = 0 \quad (9.23)$$

т. е. при достаточно большом  $n$  можно считать, что

$$\frac{\Delta}{n} \approx \bar{\Delta} = 0 \quad (9.24)$$

Нормальное распределение, достаточно хорошо отражая действительное распределение погрешностей измерений, имеет явное отличие от него: действительные погрешности по абсолютному значению не превышают определенного предела, а при нормальном распределении значение случайной величины может быть сколь угодно большим. Для практических целей это обстоятельство не имеет существенного значения, так как при нормальном распределении большие по абсолютному значению погрешности имеют очень малую вероятность. Учитывая это, обычно считают, что случайные погрешности измерений имеют нормальное распределение или приближенно нормальное.

Говоря о близости распределения погрешностей измерений к нормальному, имеют в виду распределение суммарных погрешностей результатов измерений. Эти погрешности являются суммами элементарных погрешностей, происходящих от отдельных факторов (причин). Законы распределения элементарных погрешностей могут сильно отличаться от нормального. Так, погрешность отсчета по шкале измерительного прибора имеет равномерное распределение.

Плотность равномерного распределения выражается равенствами:

$$f(x) = 1/2a \text{ при } |x| \leq a; \quad f(x) = 0 \text{ при } |x| > a, \quad (9.25)$$

где  $a$  — наибольшее значение погрешности (рис. 9.1, б).

Из формулы (9.25) и графика (см. рис. 9.1, б) видно, что вероятность появления значения погрешности, подчиняющейся равномерному закону распределения, во всем интервале  $(-a; +a)$  одинакова. Это означает, что погрешности, подчиняющиеся равномерному распределению, в больших рядах измерений в интервале  $(-a; +a)$  встречаются примерно одинаково часто независимо от их размера и знака. Три остальных свойства суммарных погрешностей измерений остаются верными и для погрешностей с равномерным распределением.

Случайными величинами являются и односторонне действующие погрешности. Характерное их отличие от погрешностей с нормальным распределением заключается в том, что математическое ожидание любой односторонне действующей погрешности не равно нулю  $\bar{\Delta} = \theta \neq 0$ .

При рассмотрении свойств какой-либо погрешности необходимо определить основной комплекс условий, при котором она получена. Одна и та же погрешность, входящая в результаты измерения, может быть отнесена к различным видам погрешностей в зависимости от рассматриваемого основного комплекса условий. Например, погрешность в измеренной длине линии из-за погрешности в длине ленты будет постоянной (систематической) или случайной в зависимости от того, как измеряли или будут измерять линию: одной и той же лентой или разными.

Раньше было отмечено (разд. 9.4), что необходимо различать стохастически зависимые и независимые случайные величины. Случайные погрешности, а следовательно, и измерения, их содержащие, являются случайными величинами. Соответственно этому и измерения могут быть стохастически независимыми или зависимыми между собой. Зависимость между двумя измерениями может быть вызвана следующими причинами: погрешности измерений имеют некоторые общие источники; на погрешность результатов измерений наложены ограничительные условия (например, в виде допусков для невязок).

В дальнейшем изложении будем считать, что измерения попарно независимы.

## **9.6. ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТОЧНОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ РАВНОТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ**

Точность измерений выражает степень близости результата измерения к действительному значению измеряемой величины. Учитывая наличие случайных погрешностей в измерениях, эта близость различна для разных результатов. Поэтому точность измерений характеризуют некоторой средней величиной случайной погрешности.

В качестве теоретической характеристики точности измерений чаще всего берут среднее квадратическое отклонение

$$\sigma = \sqrt{\Delta} \quad (9.26)$$

где  $\Delta$  — случайная погрешность измерения.

Так как математическое ожидание случайной погрешности равно нулю, т. е.  $\bar{\Delta} = 0$  то ее дисперсия

$$\sigma^2 = \overline{\Delta^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta^2 f(\Delta) d\Delta \quad (9.27)$$

или

$$\sigma^2 = \overline{\Delta^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta^2 f(\Delta) d\Delta \quad (9.28)$$

где  $f(x)$  — плотность распределения случайной погрешности.

Среднее квадратическое отклонение постоянно ( $\sigma = \text{const}$ ) для неизменного основного комплекса условий измерений, поэтому оно характеризует условия измерений.

В связи с этим можно дать более широкое, чем раньше, определение равноточности измерений: измерения называют равноточными, если сохраняется постоянство среднего квадратического отклонения  $\sigma$ .

Величина  $\sigma$  является теоретической характеристикой, и ее числовое значение неизвестно. Поэтому пользуются ее приближенным значением — средней квадратической погрешностью, значения которой находят по результатам измерений.

Допустим, что проведено  $n$  равноточных измерений и при этом получены случайные погрешности  $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$ . *Средняя квадратическая погрешность* или эмпирическое<sup>1</sup> среднее квадратическое отклонение

$$s = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta_i^2} \quad (9.29)$$

Эта величина также случайная. По закону больших чисел для случайных величин

$$s \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} \bar{s} = \sigma \quad (9.30)$$

Такие эмпирические характеристики, которые сходятся по вероятности к соответствующим теоретическим характеристикам, называют их *состоятельными оценками*.

<sup>1</sup>Слово «эмпирическое» часто опускают.

На основании формулы (9.30) можно принять, что при достаточно большом  $n$

$$m^2 \approx \sigma^2 \quad (9.31)$$

и

$$m \approx \sigma. \quad (9.32)$$

В математической статистике доказывается также, что

$$\bar{m} \approx \sigma \quad (9.33)$$

Эмпирические характеристики, математические ожидания которых равны соответствующим теоретическим характеристикам, называют их *несмещенными оценками*.

Таким образом, по формулам (9.30) и (9.33) квадрат средней квадратической погрешности  $m^2$  является состоятельной и несмещенной оценкой дисперсии  $\sigma^2$ .

Так как средняя квадратическая погрешность  $m$ , вычисляемая по формуле (9.29), определяет величину  $\sigma$  с некоторой погрешностью и является величиной случайной, для оценки точности определения самой погрешности  $m$  существует формула

$$\Delta_{\text{пр}} = \sqrt{m^2} \quad (9.34)$$

Теоретической характеристикой точности измерений служит также предельная погрешность

$$\Delta_{\text{пр}} = \tau \sigma, \quad (9.35)$$

где  $\tau$  — коэффициент, значение которого принимают таким, чтобы была мала вероятность появления погрешности, по абсолютному значению больше предельной, т. е. чтобы была мала величина  $P(|\Delta| > \tau \sigma) = \alpha$ .

Обычно для  $\tau$  берут значения 3; 2,5 или 2. Этим значениям  $\tau$  соответствуют значения вероятностей  $\alpha$ : 0,003, 0,012, 0,046.

Эти соотношения между значениями  $\tau$  и  $\alpha$  означают следующее: на каждую тысячу измерений число погрешностей, превосходящих по абсолютному значению предельную  $\Delta_{\text{пр}} = 3\sigma$ , 2,5 $\sigma$ , 2 $\sigma$ , в среднем приблизительно равно соответственно 3, 12, 46.

Так как точное значение величины  $\sigma$  неизвестно, то вместо  $\sigma$  в формуле (9.35) берут ее приближенное значение  $m$ , получаемое по результатам большого числа измерений, и вычисляют  $\Delta_{\text{пр}}$  по формуле

$$\Delta_{\text{пр}} = \tau m. \quad (9.36)$$

Иногда о точности измерений судят не по значению средней квадратической или предельной погрешности, а по значению их отношения к измеренной величине. Отношение погрешности к

измеренной величине называют *относительной погрешностью* (средней квадратической, предельной).

**П р и м е р.** Угол, точное значение которого  $\alpha = 34^\circ 15' 48''$ , измерен шесть раз. Вычислить среднюю квадратическую и предельную погрешности измерения угла. Полученные результаты измерений и вычислений приведены в таблице 9.2.

### 9.2. Оценка точности результатов измерений по случайным погрешностям

Номер измерения	Результат измерения	$\Delta = l - a$	$\Delta^2$	Вычисления
1	$34^\circ 15' 36''$	$-12''$	144	$= \sqrt{\frac{[ \Delta^2 ]}{n}} = \dots$ $\Delta_{\text{пр}} = 3m = 30''$
2	15 48	0	0	
3	16 00	+12	144	
4	15 54	+6	36	
5	15 36	-12	144	
6	16 00	+12	144	
			$[ \Delta^2 ] = 612$	

## 9.7. СРЕДНЯЯ КВАДРАТИЧЕСКАЯ ПОГРЕШНОСТЬ ФУНКЦИИ ИЗМЕРЕННЫХ ВЕЛИЧИН

Если известны средние квадратические погрешности каких-либо величин, то можно по ним определить среднюю квадратическую погрешность любой функции этих величин. Например, зная средние квадратические погрешности  $m_s$  и  $m_v$  соответственно горизонтального проложения  $s$  и угла наклона  $v$  линии, можно найти среднюю квадратическую погрешность превышения, определяемого по формуле  $h = s \operatorname{tg} v$ .

Задачи по оценке точности таких функций решают, используя готовую формулу, которая выводится на основании положений теории вероятностей.

Для оценки точности функции общего вида

$$u = f(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (9.37)$$

где  $x_1, x_2, \dots, x_n$  — измеренные величины,

используют формулу

$$\sigma_u^2 = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_{x_i}^2 \quad (9.38)$$

где  $\sigma_u$  — дисперсия функции;  $\sigma_{x_i}$  — дисперсии измеренных величин.

На практике дисперсии заменяют квадратами средних квадратических погрешностей, полученных по большому числу результатов измерений, поэтому вместо формулы (9.38) можно записать

$$m_u^2 = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 m_{x_i}^2 \quad (9.39)$$

Если функция  $u$  — линейная<sup>1</sup>, т. е.

$$u = k_1x_1 + k_2x_2 + \dots + k_nx_n + c, \quad (9.40)$$

где  $k_1, k_2, \dots, k_n, c$  — постоянные величины,

то частные производные этой функции равны коэффициентам при переменных  $x_i$ ,  $\partial f / \partial x_i = k_i$ .

Поэтому для линейной функции (9.40) формула по оценке точности имеет вид

$$= \sum \quad (9.41)$$

Далее приведены формулы оценки точности функций.

Функция	Формула средней квадратической погрешности
<i>Функция общего вида</i>	
$u = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$	$= \sum \partial \quad \partial$
<i>Линейные функции</i>	
$= \sum \quad +$	$= \sum$
$u = kx + c$	$m_u = km_x \quad (9.42)$
$= \sum \pm \quad +$	$= \sum \quad (9.43)$

В случае равноточных измерений, когда  $m_1 = m_2 = \dots = m_n = m$ , для функции (9.43)

$$= \sqrt{\quad} \quad (9.44)$$

Все приведенные формулы для средних квадратических погрешностей функций, кроме формулы (9.42), можно получить следующим образом.

Рассмотрим функции  $u = kx + c$  и  $U = ka + c$ . Вычтя из первого равенства второе, получим  $\Delta u = k\Delta x$ . При  $n$  измерениях получим ряд таких равенств. Возведя каждое из них в квадрат, затем сложив полученные результаты и разделив на  $n$ , будем иметь  $[\Delta u^2]/n = k^2[\Delta x^2]/n$  или на основании формулы (9.29) получим выражение (9.42).

<sup>1</sup>Функцию называют *линейной*, если все ее члены, кроме свободного, первой степени относительно переменных.

Приведем примеры решения задач, где используют формулы (9.39)...(9.44).

**Задача 1.** При определении расстояния по нитяному дальномеру пользуются формулой (2.27)  $s = Kl + c$ .

Считая, что  $K = 100$  и  $c$  — точные значения величин, а  $l$  определено со средней квадратической погрешностью  $m_l = 5$  мм, надо найти среднюю квадратическую погрешность расстояния  $m_s$ .

Согласно формуле (9.42)

$$m_s = Km_l = 100 \cdot 0,005 = 0,5 \text{ м.}$$

**Задача 2.** Углы треугольника  $\beta_1$  и  $\beta_2$  измерены с точностью, характеризуемой погрешностями  $\beta_1 = \pm \beta_1'$  и  $\beta_2 = \pm \beta_2'$ . Чему равна средняя квадратическая погрешность третьего угла треугольника, вычисленного по формуле  $\beta_3 = 180^\circ - \beta_1 - \beta_2$ ?

Согласно формуле (9.43) найдем  $\beta_3 = \sqrt{\beta_1'^2 + \beta_2'^2} = \beta_3'$

**Задача 3.** Средняя квадратическая погрешность измерения каждого угла треугольника равна  $10''$ . Чему равна средняя квадратическая погрешность суммы углов треугольника?

Так как измерения равноточны, то по формуле (9.44) получим  $\Sigma \beta = \pm \sqrt{3} \beta_1' = \pm 17,3''$

**Задача 4.** Вывести формулу для вычисления средней квадратической погрешности длины линии, измеренной лентой, через длину этой линии.

Допустим, что при помощи мерной ленты длиной  $l$  необходимо отложить отрезок линии длиной  $s$ , равной целому числу лент  $n$ , т. е.  $S = nl$ . В результате последовательного откладывания длины ленты на местности получим отрезок  $s = l_1 + l_2 + \dots + l_n$ .

Так как измерения равноточны, то средняя квадратическая погрешность откладывания отрезка  $s$  согласно формуле (9.44) будет  $m_s = \sqrt{n} m_l$  где  $m_l$  — средняя квадратическая погрешность одного откладывания ленты. Приблизленно  $n = s/l$ , поэтому  $m_s = \sqrt{s/l} m_l$ . Введя обозначение  $\mu = m_l / \sqrt{l}$  получим

$$m_s = \mu \sqrt{s} \quad (9.45)$$

Так как при измерении линии лентой погрешности накапливаются так же, как и при откладывании отрезков, формула (9.45) справедлива и для случая измерения линии длиной  $S^1$ .

Величину  $\mu_s$  называют *коэффициентом случайного влияния линейных измерений*. Приняв в формуле (9.45)  $s = 1$  м, получим  $\mu_s = m_s$ .

Следовательно, коэффициент  $\mu_s$  равен средней квадратической погрешности измерения линии длиной 1 м.

**Задача 5.** Вывести формулу для вычисления средней квадратической погрешности превышения по нивелирному ходу через длину хода  $L$ .

Превышение  $h$  по всему ходу геометрического нивелирования равно сумме превышений  $h_1, h_2, \dots, h_n$ , полученных на каждой станции, т. е.  $h = h_1 + h_2 + \dots + h_n$ .

Считая все превышения равноточными, согласно формуле (9.44) можно написать  $m_h = \sqrt{n} m_{h_i}$  где  $m_{h_i}$  — средняя квадратическая погрешность каждого превышения.

<sup>1</sup>Если измеряют отрезок длиной  $S = nl$ , то нетрудно видеть, что результат измерения будет  $s = 2S - (l_1 + l_2 + \dots + l_n)$ , на основании чего получают формулу (9.45).

Так как  $n = L/d$  (где  $L$  — длина хода,  $d$  — среднее значение суммы расстояний от нивелира до реек на станции), то  $\sqrt{\quad} = \sqrt{\quad}$

При длине хода  $L = 1$  км коэффициент  $\sqrt{\quad} =$  где  $m_{\text{км}}$  — средняя квадратическая погрешность превышения, приходящаяся на 1 км хода. Поэтому  $= \sqrt{\quad}$  откуда  $= \sqrt{\quad}$  (9.46)

**Задача 6.** Стороны прямоугольника  $a$  и  $b$  измерены с точностью, характеризуемой величинами  $m_a$  и  $m_b$ . Найти среднюю квадратическую погрешность площади прямоугольника.

Площадь прямоугольника  $P = ab$ .

Для оценки точности этой площади применим формулу (9.39), которая для данной задачи будет иметь вид

$$= \partial \partial + \partial \partial$$

Подставив в эту формулу значения частных производных  $\partial P/\partial a = b$ ,  $\partial P/\partial b = a$ , получим  $= +$

## 9.8. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ РАВНОТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ОДНОЙ И ТОЙ ЖЕ ВЕЛИЧИНЫ. СРЕДНЕЕ АРИФМЕТИЧЕСКОЕ ЗНАЧЕНИЕ И ЕГО СВОЙСТВА

Если получен ряд результатов равноточных измерений одной и той же величины, то проводят их математическую обработку, при которой вычисляют: среднее арифметическое значение измеренной величины (как наиболее надежное); среднюю квадратическую погрешность одного измерения; среднюю квадратическую погрешность среднего арифметического.

Среднее арифметическое значение из результатов равноточных измерений  $l_1, l_2, \dots, l_n$ , которое также называют арифметическим средним, определяют по формуле

$$L = (l_1 + l_2 + \dots + l_n)/n = [l]/n. \quad (9.47)$$

Для упрощения вычисления среднего арифметического обычно вводят приближенное значение измеряемой величины  $l_0$ .

Выбрав приближенное значение, вычисляют отклонения

$$\varepsilon_i = l_i - l_0 \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

Приближенное значение выбирают с таким расчетом, чтобы отклонения  $\varepsilon_i$  были малы. Часто за  $l_0$  принимают наименьшее из  $l_i$  или же округленный результат измерения, полученный путем отбрасывания варьирующей части результатов.

Из предыдущего равенства имеем  $l_i = l_0 + \varepsilon_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ).  
Подставив это выражение в формулу (9.47), после некоторых преобразований получим

$$L = l_0 + [\varepsilon]/n. \quad (9.48)$$

По этому равенству вычисляют среднее арифметическое через приближенное значение.

Среднее арифметическое из результатов равнооточных измерений одной и той же величины  $a$  обладает следующими свойствами:

при большом числе измерений оно приближается по вероятности к точному значению измеренной величины  $a$ , т. е.

$$\xrightarrow{\rightarrow \infty} \quad (9.49)$$

его математическое ожидание равно точному значению измеренной величины, т. е.

$$- = \quad (9.50)$$

Эти свойства среднего арифметического, полученного по результатам измерений величины  $a$ , показывают, что оно является состоятельной и несмещенной оценкой этой величины.

## 9.9. СРЕДНЯЯ КВАДРАТИЧЕСКАЯ ПОГРЕШНОСТЬ СРЕДНЕГО АРИФМЕТИЧЕСКОГО

Напишем выражение (9.47) в виде

$$= - \quad + - \quad + \quad + -$$

Согласно формуле (9.41) для линейной функции

$$= \quad = - \sum_{=}$$

Так как имеются в виду равнооточные измерения, то

$$m_1 = m_2 = \dots = m_n = m.$$

Следовательно,

$$= - \quad =$$

откуда

$$= \sqrt{\quad} \quad (9.51)$$

т. е. средняя квадратическая погрешность  $M$  среднего арифметического в  $\sqrt{n}$  раз меньше средней квадратической погрешности  $m$  одного измерения.

**Задача.** Из опыта установлено, что средняя квадратическая погрешность угла, измеренного одним приемом теодолитом ТЗ0, равна  $0,5'$ . Чему равна средняя квадратическая погрешность среднего арифметического из четырех приемов?

По формуле (9.51) найдем  $M = m / \sqrt{n} = \quad$

## 9.10. ПОПРАВКИ РАВНОТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ОДНОЙ И ТОЙ ЖЕ ВЕЛИЧИНЫ И ИХ СВОЙСТВА

Если имеется ряд равноточных измерений  $l_1, l_2, \dots, l_n$  одной и той же величины и из результатов измерений получено среднее арифметическое значение, то поправкой называют разность между средним арифметическим и результатом измерения, т. е.

$$v_i = L - l_i \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (9.52)$$

Укажем на два свойства поправок равноточных измерений одной и той же величины:

$$[v] = 0; \quad (9.53)$$

$$[v^2] = \min. \quad (9.54)$$

Чтобы доказать первое свойство, просуммируем все равенства (9.52) с индексом  $i$  от 1 до  $n$  и получим

$$[v] = nL - [l]. \quad (9.55)$$

Подставим в это равенство вместо  $L$  его выражение  $[l]/n$ . Тогда

$$[v] = n[l]/n - [l] = 0.$$

Это свойство поправок используют для контроля правильности вычисления  $L$  и  $v_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ).

Если значение  $L$  получено с округлением величины частного  $[l]/n$ , то

$$L = [l]/n + \omega, \quad (9.56)$$

где  $\omega$  — погрешность округления.

В этом случае равенство (9.53) точно выполняться не будет, а вместо него должно выполняться соотношение  $[v] = m\omega$ , которое получается, если равенство (9.55) подставить выражение (9.56).

Так как  $|\omega| \leq 0,5$  единицы последнего знака  $L$ , то должно выполняться условие  $||v|| \leq 0,5n$  единиц того же разряда. Все контроли остаются без изменения и при вычислении  $L$  через  $l_i$ .

Смысл второго свойства ( $[v^2] = \min$ ) заключается в том, что сумма квадратов отклонений (поправок) результатов измерений от среднего арифметического всегда меньше, чем от любого другого числа. Чтобы убедиться в справедливости этого, возьмем функцию  $z = [v^2] = [(x - l)^2]$ , в которой  $x$  — переменная величина, а  $l_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) — результаты измерений, и найдем ее минимум.

Для этого определим

$$dz/dx = 2(x - l_1) + 2(x - l_2) + \dots + 2(x - l_n).$$

Приравняв эту производную к нулю и решив полученное равенство относительно  $x$ , найдем  $x = [l]/n$ . Следовательно,

$$x = L, \quad v' = \quad = \quad = v \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

Легко проверить, что при этом значении  $x$  величина  $z$  будет иметь минимум, т. е.  $[v^2] = \min$ .

### 9.11. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНИХ КВАДРАТИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ ОДНОГО ИЗМЕРЕНИЯ И СРЕДНЕГО АРИФМЕТИЧЕСКОГО ПО ПОПРАВКАМ К РЕЗУЛЬТАТАМ ИЗМЕРЕНИЙ

Пусть произведено  $n$  равноточных измерений одной и той же величины, точное значение которой  $a$  неизвестно. В этом случае точность результатов измерений  $l_1, l_2, \dots, l_n$  оценивают по поправкам к ним.

В теории погрешностей измерений требуется, чтобы характеристика точности  $m^2$  была состоятельной и несмещенной оценкой дисперсии  $\sigma^2$ . Этим условиям удовлетворяет характеристика

$$m^2 = [v^2]/(n - 1).$$

Из этого равенства следует

$$= \sqrt{v} \quad (9.57)$$

Значения  $m$ , полученные по формулам (9.29) и (9.57), будут различаться между собой. Но так как по вероятности (при  $n \rightarrow \infty$ ) они сходятся к  $\sigma$ , то при увеличении числа измерений они будут сближаться и между собой.

Средняя квадратическая погрешность  $m$ , вычисляемая по формуле (9.57), дает значение  $\sigma$  с некоторой погрешностью и является величиной случайной. Для оценки точности самой погрешности  $m$  существует приближенная формула

$$= \sqrt{\quad} \quad (9.58)$$

Получив значение  $m$  по этой формуле, находят среднюю квадратическую погрешность среднего арифметического по формуле (9.51):

$$= \sqrt{\quad}$$

Если подставить выражение для  $m$  из формулы (9.57) в формулу (9.51), то найдем выражение средней квадратической погрешности  $M$  через поправки:

$$= \sqrt{v} \quad (9.59)$$

Контроль вычисления  $[v^2]$  выполняют следующим образом. Умножив равенство  $v_i = L - l_i$  на  $v_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) и просуммировав по переменному индексу  $i$  от 1 до  $n$ , получают  $[v^2] = -[vl] + L[v]$ . По свойству поправок  $[v] = 0$ , поэтому  $[v^2] = -[vl]$ . После замены в этом равенстве  $l_i$  на  $l_0 + \epsilon_i$  найдем, что

$$[v^2] = -[v\epsilon].$$

Существуют и иные формулы для этого контроля, например,

$$[v^2] = [\epsilon^2] - [v^2]/n.$$

Если  $L$  получено с округлением, то указанный контроль не будет выполняться точно. В этом случае для строгого контроля может быть использовано равенство

$$[v^2] = -[v\epsilon] + (L - l_0)[v].$$

Приближенный контроль может быть осуществлен с помощью неравенства  $|[v^2] + [v\epsilon]| \leq 0,5[|\epsilon|]$  единицы последнего знака  $L$ .

**П р и м е р.** Обработать ряд равноточных измерений угла (табл. 9.3), т. е. найти среднее арифметическое, среднюю квадратическую погрешность одного измерения и среднюю квадратическую погрешность среднего арифметического.

**9.3. Оценка точности измерений по поправкам**

		$\epsilon$	$v$	$v$	$v\epsilon$
1	147°45'30"	+12"	+1"	1	+12
2	18	0	+13	169	0
3	24	+6	+7	49	+42
4	48	+30	-17	289	-510
5	36	+18	-5	25	-90

$$l_0 = 147^\circ 45' 18'' \quad +66 \quad -1 \quad 533 \quad -546$$

$$L = 147^\circ 45' 18'' + 66''/5 = 147^\circ 45' 31''; \quad \omega = -0,2''.$$

К о н т р о л ь:  $[v] = n\omega = 5(-0,2'') = -1''$ ;  $[v^2] = -[v\epsilon] + (L - l_0)[v] = 546 + 13(-1,0) =$   
 $= 533, \quad \sqrt{\quad} = \quad = \sqrt{\quad} = \quad \approx \quad$

## 9.12. СРЕДНЯЯ КВАДРАТИЧЕСКАЯ ПОГРЕШНОСТЬ ОДНОГО ИЗМЕРЕНИЯ, ОПРЕДЕЛЯЕМАЯ ПО РАЗНОСТЯМ ДВОЙНЫХ РАВНОТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Если каждая из величин данного ряда измерена дважды и все измерения равноточны (например, измерения превышений по черным и красным сторонам реек при геометрическом нивелировании), то среднюю квадратическую погрешность одного измерения можно определить по разностям, полученным для каждой пары этих измерений, следующим образом.

Пусть имеется ряд двойных равноточных измерений

$$L_i' =$$

Найдем разности

$$d_i = L_i' - L_i \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

Величины  $d_i$  представляют измеренные значения разностей. При точных измерениях эти разности были бы равны нулю, т. е. истинное значение каждой из них равно нулю.

Поэтому на основании формулы (1.25)

$$\Delta d_i = \pm d_i \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

т. е. погрешности  $\Delta d_i$  разностей равным самим разностям  $d_i$ .

Среднюю квадратическую погрешность одной разности вычислим по формуле (9.29)

$$\sigma_{d_i} = \sqrt{\Delta d_i^2}$$

а так как  $\Delta d_i = d_i$  то

$$\sigma_{d_i} = \sqrt{d_i^2} \quad (9.60)$$

Разность  $d_i$  — функция двух равноточных измерений  $L_i$  и  $L_i'$ , поэтому на основании формулы (9.44)  $\sigma_{d_i} = \sqrt{m^2 + m^2}$  где  $m$  — погрешность одного измерения, отсюда  $\sigma_{d_i} = \sqrt{2}m$

Подставив в это равенство вместо  $m_d$  его выражение (9.60), получим

$$\sigma_{d_i} = \sqrt{2} \sqrt{d_i^2} \quad (9.61)$$

Формула (9.61) дает возможность вычислить среднюю квадратическую погрешность одного измерения по разностям двойных

измерений, если в разностях  $d$  нет систематических погрешностей. В том случае, когда в них имеется систематическая погрешность  $\theta$ , ее следует определить и из разностей исключить.

Если бы в разностях не было случайных погрешностей, а была только одна систематическая, то все разности были бы равны  $\theta$ . Поэтому можно рассматривать полученные разности как результаты равноточных измерений одной и той же величины  $\theta$ . Тогда приближенное ее значение получают по формуле среднего арифметического

$$\theta = [d]/n. \tag{9.62}$$

Исключив значение  $\theta$  из разностей  $d_i$ , получим остаточные разности

$$\partial_i = d_i - \theta. \tag{9.63}$$

Величина  $-\partial_i = \theta - d_i$  представляет собой разность между средним арифметическим значением  $\theta$  и результатом измерения  $d_i$ , т. е. имеет тот же смысл, что и поправка  $v_i$ . На этом основании в формуле (9.57) вместо  $v_i$  подставим  $-\partial_i$ , тогда получим

$$= \sqrt{\partial} \tag{9.64}$$

Так как  $\quad = \sqrt{\quad}$  то, заменив  $m_d$  его выражением (9.64), найдем

$$= \sqrt{\partial} \tag{9.65}$$

Так как  $\theta$  вычисляют как среднее арифметическое, а  $-\partial_i$  получают как поправку, то для них сохраняются те же контрольные равенства, которые были указаны в разделе 9.14. Приведем некоторые из них:  $[\partial] = 0$ ;  $[\partial^2] = [\partial d]$ ;  $[\partial^2] = [d^2] - [d]^2/n$ .

**Задача.** Найти среднюю квадратическую погрешность одного измерения угла по разностям двойных равноточных измерений (табл. 9.4).

**9.4. Оценка точности по разностям двойных измерений**

Номер измерения	Измерения		$d$	$d^2$	Вычисления
	$l$	$l'$			
1	145°16'24"	145°16'36"	-12	144	$= \sqrt{\quad} = \sqrt{\quad} = \quad \approx \quad$
2	213 23 48	213 23 42	+6	36	
3	78 52 06	78 52 18	-12	144	
4	124 41 36	124 41 30	+6	36	
5	159 28 42	158 28 24	+18	324	
			+6	684	

### 9.13. НЕРАВНОТОЧНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ. ВЕСА ИЗМЕРЕНИЙ И ИХ СВОЙСТВА

Если результаты измерений получены в неодинаковых условиях и им соответствуют различные дисперсии, а следовательно, и средние квадратические погрешности, то измерения называют *неравноточными*.

При обработке неравноточных измерений вводят новую характеристику точности измерения — *вес*.

Вес результата измерения  $p$  определяют по формуле

$$p = k/\sigma^2, \quad (9.66)$$

где  $k$  — произвольно выбранное число, но одно и то же для всех весов, участвующих в решении задачи;  $\sigma^2$  — дисперсия результата измерения.

Точное значение дисперсии  $\sigma^2$  никогда не известно, поэтому вес вычисляют по формуле

$$p = k/m^2, \quad (9.67)$$

т. е. принимают  $\sigma^2 = m^2$  (где  $m$  — средняя квадратическая погрешность, полученная по достаточно большому числу результатов измерений).

Так как  $k$  — произвольное число, то вес — относительная характеристика точности, т. е. он дает представление о точности результатов измерения только при сравнении с весами других результатов.

Как видно из определения веса, отношение весов не изменяется, если все веса увеличить или уменьшить в одно и то же число раз. Это является одним из свойств весов.

Если двум результатам измерения соответствуют веса

$$= \quad =$$

то, разделив первое равенство на второе, получим

$$= \quad (9.68)$$

т. е. веса двух измерений обратно пропорциональны квадратам средних квадратических погрешностей этих измерений.

Равенство (9.68) выражает второе свойство весов.

Из определения веса следует, что равноточные измерения имеют равные веса, а неравноточные — неравные.

Найдем вес среднего арифметического.

Пусть произведено  $n$  равноточных измерений с дисперсией  $\sigma^2 = m^2$ . Веса одного измерения и среднего арифметического соответственно будут  $p = k/m^2$  и  $P = k/M^2$ .

По свойству весов согласно формуле (9.68)

$$P/p = m^2/M^2. \quad (9.69)$$

Примем вес одного измерения за единицу, т. е.  $p = 1$ .

Так как  $= \sqrt{\quad}$  то из формулы (9.69) получим

$$P = n. \quad (9.70)$$

Таким образом, в случае равноточных измерений, если вес одного измерения принят за единицу, то вес среднего арифметического равен числу измерений.

**Задача 1.** Определить вес дирекционного угла  $n$ -й стороны теодолитного хода, считая исходный дирекционный угол точным, а все измерения правых углов равноточными.

Дирекционный угол  $n$ -й стороны хода определяют из равенства  $\alpha = \alpha_0 + 180^\circ n - \beta_1 - \beta_2 - \dots - \beta_n$ .

На основании формулы (9.44) напишем выражение для средней квадратической погрешности этой функции

$$\alpha = \sqrt{\quad} \quad (9.71)$$

где  $m$  — средняя квадратическая погрешность измеренного угла.

Вес дирекционного угла

$$\alpha = \quad \alpha$$

Подставив вместо  $m_\alpha$  его выражение (9.71), будем иметь формулу

$$p_\alpha = k'/m^2n.$$

Обозначив постоянную величину  $k'/m^2$  буквой  $k$ , получим

$$p_\alpha = k/n. \quad (9.72)$$

**Задача 2.** Определить зависимость между весом линии, измеренной лентой, и ее длиной  $s$ .

Среднюю квадратическую погрешность измерения линии лентой определяют по формуле (9.45). Подставив это выражение  $m_s$  в формулу веса  $= \quad$  полу-

чим  $= \quad \mu$  Обозначив здесь постоянную величину  $\quad \mu$  буквой  $k$ , найдем

$$p_s = k/s. \quad (9.73)$$

**Задача 3.** Найти зависимость между весом линии, определенной по нитяному дальномеру, и ее длиной  $s$ .

При определении длины линии нитяным дальномером отношение  $m_s/s = q$  — величина постоянная; отсюда  $m_s = qs$ . Подставив это выражение для  $m_s$  в формулу веса  $= \quad$  получим  $p_s = k'/q^2s^2$ .

Постоянную величину  $k'/q^2$  обозначим буквой  $k$ , тогда

$$p_s = k/s^2. \quad (9.74)$$

На основании результатов решения задач 2 и 3 можно сказать, что вес линии, измеренной лентой, обратно пропорционален длине линии, а вес линии,

измеренной нитяным дальномером, обратно пропорционален квадрату длины линии.

**Задача 4.** Найти вес превышения, полученного в результате геометрического нивелирования хода длиной  $L$ .

Из формулы (9.46) следует, что  $\Delta h = \sqrt{\dots}$

Подставив это выражение для  $m_h$  в формулу  $\Delta h = \dots$  получим  $\Delta h = \dots$

Обозначив постоянную величину  $\dots$  буквой  $k$ , будем иметь

$$p_h = k/L, \quad (9.75)$$

т. е. вес превышения по всему ходу геометрического нивелирования обратно пропорционален длине хода.

## 9.14. ВЕСА ФУНКЦИЙ ИЗМЕРЕННЫХ ВЕЛИЧИН

Если известны веса аргументов функции, то можно найти и вес самой функции.

Для различных видов функций можно вывести формулы, по которым определяют веса этих функций.

При  $k = 1$  согласно формуле (9.67)  $p = 1/m^2$ , поэтому

$$m^2 = 1/p. \quad (9.76)$$

Величину  $1/p$  называют *обратным весом*.

Рассмотрим различные виды функций и получим для них формулы весов.

1. Функция общего вида

$$u = f(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

Для ее эмпирической дисперсии известна формула (9.39).

Заменив в ней дисперсии соответствующими обратными весами, согласно формуле (9.76) получим

$$= \sum_{i=1}^n \frac{\partial u}{\partial x_i} \frac{\partial u}{\partial x_i} = \dots \quad (9.77)$$

2. Линейные функции

$$= \sum_{i=1}^n k_i x_i + c$$

Так как для этой функции  $\partial f / \partial x_i = k_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), то из формулы (9.77) следует

$$= \sum_{i=1}^n k_i^2 \quad (i = 1, 2, \dots, n); \quad (9.78)$$

$$u = kx + c.$$

Согласно формуле (9.78)

$$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n k_i^2 \quad (9.79)$$

$$= \sum_{i=1}^n \pm 1 +$$

Здесь  $k_i = \pm 1$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), поэтому

$$= \sum_{i=1}^n 1 \quad (9.80)$$

В случае равноточных измерений, т. е. при  $p_1 = p_2 = \dots = p_n = p$ ,  $1/p_u = n/p$ , откуда

$$p_u = p/n. \quad (9.81)$$

**Задача 1.** Найти вес произведения  $2\beta$ , если вес угла  $\beta$  равен единице. Согласно формуле (9.79)  $1/p_{2\beta} = 4/p_{\beta} = 4$ , откуда  $p_{2\beta} = 1/4 = 0,25$ .

**Задача 2.** Найти вес среднего арифметического, считая вес одного измерения равным единице.

Запишем формулу среднего арифметического в виде

$$= \frac{1}{n} (x_1 + x_2 + \dots + x_n)$$

На основании формулы (9.78) обратного веса линейной функции

$$= \frac{1}{n} \left( \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \dots + \frac{1}{p_n} \right)$$

Так как  $p_1 = p_2 = \dots = p_n = 1$ , то получим равенство (9.70)  $P = n$ .

**Задача 3.** Найти вес дирекционного угла  $n$ -й стороны теодолитного хода, вычисленного по формуле  $\alpha = \alpha_0 + 180^\circ n - [\beta]$ , считая дирекционный угол  $\alpha_0$  точным, а вес каждого измеренного угла равным  $k$ .

На основании формулы (9.81) получим выражение (9.72):

$$p_\alpha = k/n.$$

## 9.15. СРЕДНЯЯ КВАДРАТИЧЕСКАЯ ПОГРЕШНОСТЬ ЕДИНИЦЫ ВЕСА

При оценке точности неравноточных измерений в качестве единицы меры дисперсий принимают дисперсию  $\sigma$  измерения, вес которого равен единице. Так как значение среднего квадратического отклонения  $\sigma_0$  неизвестно, то его заменяют средней квадратической погрешностью  $\mu$ , соответствующей измерению с весом, равным единице, имея при этом в виду, что  $\mu$  получена по

большому числу измерений и ради краткости ее называют *средней квадратической погрешностью единицы веса*.

Если дисперсия измерения с весом  $p$  равна  $\sigma^2 = m^2$ , а с весом единица —  $\sigma = \mu$  то по свойству весов [см. формулу (9.68)]:

$$p = \mu^2 / m^2, \quad (9.82)$$

откуда

$$\mu = \sqrt{\quad} \quad (9.83)$$

или

$$= \mu \sqrt{\quad} \quad (9.84)$$

Сопоставив равенства (9.67) и (9.82), находим, что

$$\mu = \sqrt{\quad} \quad (9.85)$$

Найдем выражение средней квадратической погрешности единицы веса  $\mu$  через погрешности  $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$  измерений  $l_1, l_2, \dots, l_n$ , которым соответствуют веса  $p_1, p_2, \dots, p_n$ .

Нетрудно установить, что величины  $\sqrt{\quad}$   $\sqrt{\quad}$   $\sqrt{\quad}$  равноточны, их веса равны единице и они имеют погрешности  $\sqrt{\Delta}$   $\sqrt{\Delta}$   $\sqrt{\Delta}$

На основании этого по определению (9.29) можно написать

$$\mu = \sqrt{\sqrt{\Delta}}$$

или

$$\mu = \sqrt{\Delta} \quad (9.86)$$

В целях контроля правильности вычисления  $\mu$  иногда применяют приближенное равенство

$$\mu = \sqrt{\Delta} \quad (9.87)$$

## 9.16. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ НЕРАВНОТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ОДНОЙ И ТОЙ ЖЕ ВЕЛИЧИНЫ. СРЕДНЕЕ ВЕСОВОЕ

Допустим, что имеется  $n$  групп равноточных измерений, при этом число измерений в каждой группе соответственно равно  $p_1, p_2, \dots, p_n$ .

По каждой группе получены суммы результатов измерений

$\Sigma_1, \Sigma_2, \dots, \Sigma_n$  и средние арифметические значения

$$l_1 = \Sigma_1/p_1; \quad l_2 = \Sigma_2/p_2, \dots; \quad l_n = \Sigma_n/p_n. \quad (9.88)$$

Среднее арифметическое значение из всех результатов измерений будет

$$L_B = (\Sigma_1 + \Sigma_2 + \dots + \Sigma_n)/(p_1 + p_2 + \dots + p_n).$$

Подставив в это равенство вместо  $\Sigma_1, \Sigma_2, \dots, \Sigma_n$  их выражения из формулы (9.88), получим

$$L_B = (p_1 l_1 + p_2 l_2 + \dots + p_n l_n)/(p_1 + p_2 + \dots + p_n). \quad (9.89)$$

В этой формуле  $p_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) — число измерений в  $i$ -й группе и в то же время согласно формуле (9.70) — вес среднего арифметического  $l_i$ .

Величину  $L_B$  называют *средним весовым* или *весовым средним значением*.

По формуле (9.89) определяют среднее весовое и в том случае, когда  $l_1, l_2, \dots, l_n$  получены не как средние значения по группам, а из непосредственных измерений с весами  $p_1, p_2, \dots, p_n$ .

Сокращенно формула среднего весового может быть записана в виде

$$L_B = [p l]/[p]. \quad (9.90)$$

Для упрощения вычислений используют приближенное значение  $l_0$ , которое выбирают с таким же расчетом, как и при вычислении среднего арифметического.

Формула среднего весового с приближенным значением имеет вид

$$L_B = l_0 + [p \varepsilon]/[p], \quad (9.91)$$

где  $\varepsilon = l_i - l_0$ .

Эту формулу выводят так же, как и для среднего арифметического (9.48). Среднее весовое обладает свойствами, подобными свойствам среднего арифметического.

## 9.17. ВЕС И СРЕДНЯЯ КВАДРАТИЧЕСКАЯ ПОГРЕШНОСТЬ СРЕДНЕГО ВЕСОВОГО

Запишем формулу (9.89) среднего весового в виде

$$L_B = l_1 p_1/[p] + l_2 p_2/[p] + \dots + l_n p_n/[p].$$

Рассматривая  $L_B$  как линейную функцию  $l_1, l_2, \dots, l_n$  и применив

к ней формулу обратного веса (9.78), получим

$$= \frac{1}{p_1 + p_2 + \dots + p_n} = \frac{1}{[p]}$$

или

$$1/P_B = (p_1 + p_2 + \dots + p_n)/[p]^2 = [p]/[p]^2 = 1/[p],$$

откуда

$$p_B = [p], \quad (9.92)$$

т. е. вес среднего весового равен сумме весов измерений, по которым оно получено.

Согласно формуле (9.84)  $\mu = \sqrt{\mu^2}$

Подставив вместо  $P_B$  его выражение (9.92), получим

$$\mu = \sqrt{\mu^2} \quad (9.93)$$

где  $M_B$  — средняя квадратическая погрешность среднего весового.

### 9.18. ПОПРАВКИ НЕРАВНОТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ОДНОЙ И ТОЙ ЖЕ ВЕЛИЧИНЫ И ИХ СВОЙСТВА

Если имеется ряд измерений  $l_1, l_2, \dots, l_n$  одной и той же величины, веса которых соответственно равны  $p_1, p_2, \dots, p_n$ , то поправкой будет разность

$$v_i = L_B - l_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (9.94)$$

между средним весовым и результатом измерения.

Умножив равенства (9.94) на соответствующие веса и просуммировав все полученные равенства, найдем

$$[pv] = [p]L_B - [pl].$$

Подставив в это соотношение выражение среднего весового

$$[pv] = [p][pl]/[p] - [pl] = 0,$$

получим

$$[pv] = 0. \quad (9.95)$$

Это равенство выражает одно из свойств поправок, соответствующих случаю неравноточных измерений одной и той же величины. Свойство поправок (9.95) используют для контроля правильности вычислений  $L_B$  и  $v_i$ .

Если  $L_B$  получено с округлением, то вместо условия (9.95) должно выполняться равенство  $[pv] = [p]\omega$ , в котором  $\omega$  — погрешность округления.

Можно использовать более простой контроль  $|\llbracket pv \rrbracket| \leq 0,5[p]$  единицы последнего знака  $L_{\text{в}}$ .

Второе свойство поправок, соответствующих случаю неравноточных измерений одной и той же величины, условно выражают в виде равенства  $\llbracket pv^2 \rrbracket = \min$ .

Доказательство этого свойства аналогично приведенному для случая равноточных измерений.

## 9.19. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ НЕРАВНОТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ И СРЕДНЕГО ВЕСОВОГО ПО ПОПРАВКАМ

Если имеется ряд неравноточных измерений  $l_1, l_2, \dots, l_n$  одной и той же величины, для которых известны веса  $p_1, p_2, \dots, p_n$ , то точность можно оценить по поправкам.

В математической статистике доказывается, что несмещенной и состоятельной оценкой  $\sigma$  является характеристика

$$\mu^2 = \llbracket pv^2 \rrbracket / (n - 1). \quad (9.96)$$

Из равенства (9.96) следует, что

$$\mu = \sqrt{\llbracket v \rrbracket} \quad (9.97)$$

По этой формуле определяют среднюю квадратическую погрешность единицы веса через поправки. Значение  $\mu$ , вычисляемое по формуле (9.97), будет несколько отличаться от значения  $\mu$ , получаемого по формуле (9.86), но при неограниченном увеличении  $n$  они будут сближаться между собой.

Подставив выражение (9.97) в формулу (9.93), найдем выражение средней квадратической погрешности среднего весового через поправки

$$= \sqrt{\llbracket v \rrbracket} \quad (9.98)$$

Для контроля вычисления  $\llbracket pv^2 \rrbracket$  умножим равенства  $v_i = L_{\text{в}} - l_i$  на  $p_i v_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) и, просуммировав новые равенства по переменному индексу  $i$  от 1 до  $n$ , получим  $\llbracket pv^2 \rrbracket = L_{\text{в}} \llbracket pv \rrbracket - \llbracket pv l \rrbracket$ .

Учитывая свойство поправок, что  $\llbracket pv \rrbracket = 0$ , будем иметь

$$\llbracket pv^2 \rrbracket = -\llbracket pv l \rrbracket. \quad (9.99)$$

Заменив в этом равенстве каждое  $l_i$  его выражением  $l_i = l_0 + \epsilon_i$ , получим  $\llbracket pv^2 \rrbracket = -\llbracket pv \rrbracket l_0 - \llbracket pv \epsilon \rrbracket$ .

Учитывая свойство поправок, что  $\llbracket pv \rrbracket = 0$ , будем иметь

$$\llbracket pv^2 \rrbracket = -\llbracket pv \epsilon \rrbracket. \quad (9.100)$$

Равенства (9.99) и (9.100) могут быть использованы для контроля правильности вычислений  $L_{\text{в}}$  и  $v_i$ .

Иногда для контроля используют несколько иные равенства, например

$$[pv^2] = [p\epsilon^2] - [p\epsilon]^2/[p].$$

Если  $L_b$  было получено с округлением, что для строгого контроля может быть использовано равенство

$$[pv^2] = -[pv\epsilon] + (L_b - l_0)[pv]$$

или для приближенного контроля — неравенство

$$|[pv^2] + [pv\epsilon]| \leq 0,5|[p\epsilon]| \text{ единицы последнего знака } L_b.$$

**З а д а ч а.** Обработать результаты ряда неравноточных измерений (табл. 9.5), т. е. найти среднее весовое и его среднюю квадратическую погрешность.

### 9.5. Оценка точности результатов неравноточных измерений

Номер измерения	Измеренное значение угла $l$	$m$	Вес = —	$\epsilon$	$p\epsilon$	$v$	$p v$	$p v^2$	$p v \epsilon$
1	134°15'18"	5"	4	+8	+32"	−3,4"	−13,6"	46	−109
2	26	10	1	+16	+16	−11,4	−11,4	130	−182
3	13	2	25	+3	+75	+1,6	+40,0	64	+120
4	11	5	4	+1	+4	+3,6	+14,4	52	+14
5	22	5	4	+12	+48	−7,4	−29,6	219	−355
$l_0 = 134^\circ 15' 10''$			38		+175"		−0,2"	511	−512

$$L_b = 134^\circ 15' 10'' + 175/38 = 134^\circ 15' 14,6''; \omega = -0,0053''.$$

**К о н т р о л ь:**  $[pv] = [p]\omega = -0,2''$ ;  $[pv^2] = -[pv\epsilon] + (L_b - l_0)[pv] = 512 + 4,6(-0,2) = -511.$

$$= \sqrt{v} = \sqrt{\quad} = \quad \approx \quad$$

### 9.20. СРЕДНЯЯ КВАДРАТИЧЕСКАЯ ПОГРЕШНОСТЬ ЕДИНИЦЫ ВЕСА, ОПРЕДЕЛЯЕМАЯ ПО РАЗНОСТЯМ ДВОЙНЫХ НЕРАВНОТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Предположим, что имеется ряд двойных неравноточных измерений  $l_i$ , каждое с весом  $p_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ). Составим разности  $= \quad$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ).

Как и в случае равноточных измерений, эти разности равны погрешностям самих разностей. Поэтому согласно формуле (9.86)

$$\mu = \sqrt{\quad} \quad (9.101)$$

Но  $= \quad$  — функция двух равноточных измерений. Применяя к этой формуле формулу (9.81), получим  $=$

Подставив выражение веса в формулу (9.101), окончательно найдем

$$\mu = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n s_i^2} \quad (9.102)$$

По формуле (9.102) определяют среднюю квадратическую погрешность единицы веса, если в разностях нет систематических погрешностей. В случае наличия систематических погрешностей последние предварительно исключают из разностей (см. разд. 9.21).

### 9.21. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ЛИНЕЙНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ПО РАЗНОСТЯМ ДВОЙНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ЛИНИЙ

Пусть имеется ряд двойных измерений линий лентой  $s_i$ , ( $i = 1, 2, \dots, n$ ).

Если в разностях нет систематических погрешностей, то средняя квадратическая погрешность единицы веса может быть определена по формуле (9.102), в которой

На основании формулы (9.73) веса линейных измерений определяют как величины, обратно пропорциональные длинам линий, т. е.  $p_i = 1/s_i$ .

Подставив это значение в формулу (9.102), получим

$$\mu = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{s_i^2}} \quad (9.103)$$

На основании выражения (9.87) можно написать контрольное равенство

$$\mu = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{s_i^2}} \quad (9.104)$$

Если в разностях  $d_i$  имеются систематические погрешности  $\theta_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), то поступают следующим образом. Полагают, что систематические погрешности измерения линий пропорциональны их длинам, т. е.

$$\theta_i = \theta s_i, \quad (9.105)$$

где  $\theta$  — коэффициент пропорциональности, а вес  $p_i = 1/s_i$ .

Вычисляют приближенное значение  $\theta$  по формуле

$$\theta = [d]/[s]. \quad (9.106)$$

Формулу (9.106) можно получить так. Представим разность в виде  $d = \Delta + \theta s$ , где  $\Delta$  и  $\theta s$  — соответственно случайная и систематическая составляющие. Тогда

$[d] = [\Delta_d] + [\theta]$ , а так как  $\theta_i = \theta s_i$ , то  $[d] = [\Delta_d] + \theta[s]$ . Разделим полученное равенство на  $[s]$ . Получим  $[d]/[s] = [\Delta_d]/[s] + \theta$ . Случайные погрешности в сумме в значительной мере погашаются. Поэтому при большом значении  $[s]$  первый член правой части последнего равенства при наличии систематических погрешностей  $\theta_i$  будет мал по сравнению с  $\theta$  и его можно отбросить. Тогда получим формулу (9.106).

Получив  $\theta$ , находят систематические погрешности  $\theta_i = \theta s_i$ ,

$$\partial_i = d_i - \theta_i \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (9.107)$$

Среднюю квадратическую погрешность единицы веса в этом случае вычисляют по формуле

$$\mu = \sqrt{\quad} \quad (9.108)$$

Если  $s_i$  выражено числом метров, то по формулам (9.103), (9.108) можно получить значения коэффициента случайного влияния линейных измерений, т. е.  $\mu = \mu_s$ .

Величину  $\theta$  называют *коэффициентом остаточного систематического влияния линейных измерений*.

Для контроля вычислений  $\theta_i$ ,  $\partial_i$  и  $[d^2/s]$  просуммируем равенства  $\theta_i = \theta s_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) по переменному индексу  $i$  от 1 до  $n$  и получим  $[\theta] = \theta[s]$ . Заменив в этом равенстве величину  $\theta$  согласно формуле (9.106), найдем  $[\theta] = [d]$ .

Сложив равенства вида (9.107), получим  $[\partial] = [d] - [\theta]$ . Отсюда, имея в виду предыдущее равенство,  $[\partial] = 0$ .

Контрольное равенство  $[\partial/s] = [d^2/s] - [d]^2/[s]$ .

Если при вычислении  $\theta$  как частного был отброшен остаток  $r$ , т. е.  $\theta$  получено из равенства  $\theta = ([d] - r)/[s]$ , то  $[\theta] = [d] - r$ ,  $[\partial] = r$ .

Оценка точности по разностям двойных измерений часто не дает полного представления о точности проведенных измерений. Так, при измерении линий одной и той же лентой дважды имеющаяся в результате измерений погрешность из-за неточного определения длины ленты при ее компарировании в разностях двойных измерений исключается.

То же самое будет с погрешностями в углах, если эти погрешности возникают из-за неточного центрирования теодолита, когда каждый угол измеряют дважды при одной и той же установке прибора.

Можно еще указать примеры, когда влияние некоторых источников погрешностей в разностях исключается в значительной степени, например влияние температуры, рельефа местности при измерении линий или влияние рефракции при измерении углов.

Известны случаи, когда средние квадратические погрешности измерений линий, полученные по разностям двойных измерений, оказались в три-четыре раза меньшими по сравнению с действительными.

## 9.22. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ УГЛОВ И ПРЕВЫШЕНИЙ ПО НЕВЯЗКАМ В ПОЛИГОНАХ И ХОДАХ

Если измерения должны удовлетворять какому-либо геометрическому условию (например, сумма внутренних углов треугольника должна быть равна  $180^\circ$ ), то точность измерений можно определить по невязкам, получающимся в результате погрешностей измерений. Для примера определения точности измерений по невязкам приведем решения двух задач.

1. В результате измерений углов в  $N$  полигонах (ходах) с числом углов  $n_1, n_2, \dots, n_N$  получены невязки  $f_1, f_2, \dots, f_N$ . Определить среднюю квадратическую погрешность измерения одного угла.

Полученные невязки являются погрешностями сумм углов в каждом полигоне (ходе), поэтому для оценки точности измерений можно воспользоваться формулой (9.86). Заменив в ней погрешности  $\Delta_i$  на  $f_i$ , а  $n$  на число полигонов (ходов)  $N$ , получим

$$\mu = \sqrt{\beta} \quad (9.109)$$

где  $p_1, p_2, \dots, p_N$  — веса сумм углов в полигонах.

Вес суммы измеренных углов найдем по формуле

$$= \Sigma \beta \quad (9.110)$$

Средняя квадратическая погрешность суммы углов равна

$$\Sigma \beta = \sqrt{m}$$

где  $m$  — средняя квадратическая погрешность измерения одного угла.

Выразив  $m_{\Sigma \beta}$  в формуле (9.110) через  $\sqrt{m}$  получим  $p = k/nm^2$ .

Примем вес измерения одного угла равным единице, т. е.  $k/m^2 = 1$ , тогда  $k = m^2$ .

При этом значении  $k$  формула для весов сумм углов примет вид  $p = 1/n$ . Подставив это выражение веса в формулу (9.110) и имея в виду, что в этом случае величина  $\mu$  будет равна средней квадратической погрешности измерения одного угла, получим

$$= \sqrt{\left[ \frac{\beta}{n} \right]} \quad (9.111)$$

На основании выражения (9.87) можно применить контрольную формулу

$$= \sqrt{\left[ \frac{\beta}{n} \right]} \quad (9.112)$$

В частном случае, когда невязки  $f_1, f_2, \dots, f_N$  относятся к суммам углов в треугольниках, предыдущая формула примет вид

$$= \sqrt{\left[ \beta \right]} \quad (9.113)$$

2. Имеются невязки  $f_1, f_2, \dots, f_N$  в суммах превышений нивелирных полигонов (ходов), периметры которых  $L_1, L_2, \dots, L_N$ . Найти среднюю квадратическую погрешность превышения по ходу длиной 1 км.

Невязки  $f_1, f_2, \dots, f_N$  — это погрешности соответствующих сумм превышений, веса которых  $p_i = 1/L_i$ .

Воспользовавшись формулой (9.86), найдем

$$= \sqrt{\left[ - \right]} \quad (9.114)$$

где  $L_i$  в км.

На основании формулы (9.87) можно написать контрольное равенство

$$= \sqrt{\left[ \right]} \quad (9.115)$$

### 9.23. НАЗНАЧЕНИЕ ТЕХНИЧЕСКИХ ДОПУСКОВ ДЛЯ РАСХОЖДЕНИЙ И НЕВЯЗОК В ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЯХ

Одной из важных прикладных задач теории погрешностей измерений является разработка методов вычисления допустимых невязок и расхождений при проведении различных геодезических работ.

Основанием для расчета допусков служит то, что любая невязка (расхождение) является погрешностью самой невязки (расхождения). В самом деле, теоретическое значение любой невязки равно нулю, так как оно должно быть вычислено по точным значениям измеренных величин. Например, угловую невязку теодолитного полигона получают по формуле (3.1):

$$f_\beta = \Sigma \beta_{\text{пр}} - \Sigma \beta_{\text{т.}}$$

Если нужно получить теоретическое значение невязки, то величину  $\Sigma \beta_{\text{пр}}$  необходимо вычислять по точным значениям углов. Тогда  $\Sigma \beta_{\text{пр}} = \Sigma \beta_{\text{т.}}$ , так как практическая сумма безошибочна, и, следовательно,  $\beta =$

В то же время согласно формуле (1.25) погрешность — разность между результатом измерения и его точным значением, что приводит к соотношению  $\Delta f = f - f_t = f$ , где  $\Delta f$  — погрешность невязки.

Из последнего соотношения следует, что предельно возможное при данных условиях значение невязки, которое обычно называют допустимой невязкой, совпадает с предельной погрешностью этой невязки, т. е. верно соотношение  $f_{\text{доп}} = \Delta f_{\text{пред}}$ .

Вычисление предельной погрешности  $\Delta f_{\text{пред}}$  может быть осуществлено, если известно значение средней квадратической погрешности  $m_f$  невязки, тогда согласно формуле (9.36)  $\Delta f_{\text{пред}} = \tau m_f$ , где коэффициент  $\tau$  при нормальном распределении погрешностей измерений может принимать значения 2, 2,5 и 3 в зависимости от выбранной вероятности.

При любых значениях  $\tau$  существует определенная вероятность, что некоторое число нормальных измерений может быть признано некачественным. При  $\tau = 2$  таких измерений больше, чем при других значениях этого коэффициента, но в этом случае жестко отбраковывают уклоняющиеся измерения. Так, если оказалось, что  $m_f = 1'$ , то при  $\tau = 2$  любая невязка, большая чем  $\Delta f_{\text{пред}} = 2 \cdot 1' = 2'$ , признается недопустимой и такие измерения бракуют. При  $\tau = 3$  в этих же условиях бракует измерения, если невязки будут превышать значение  $\Delta f_{\text{пред}} = 3'$ .

Значение  $m_f$  обычно вычисляют по известным правилам оценки точности функций в зависимости от вида геодезических действий (см. разд. 9.7).

Подобные рассуждения можно применять для вычисления допустимых расхождений между двумя измерениями одной и той же величины  $l_1$  и  $l_2$  со средними квадратическими погрешностями соответственно  $m_1$  и  $m_2$ . Требуется определить допустимое расхождение  $d_{\text{пред}}$  между полученными результатами измерений. Естественно считать, что допустимое расхождение — предельно возможное. Точное значение расхождения будет равно нулю, а предельное расхождение — его предельной погрешности, т. е.  $d_{\text{доп}} = d_{\text{пред}} = \Delta d_{\text{пред}}$ . Считая, что  $\Delta d_{\text{пред}} = \tau m_d$ , получаем  $d_{\text{доп}} = \tau m_d$ .

Но  $d = l_1 - l_2$ . Тогда согласно формуле (9.44) при  $m_1 = m_2 = m$

$$= \tau \sqrt{m^2 + m^2} = \tau m \sqrt{2}$$

**Задача 1.** Вычислить допустимую угловую невязку в теодолитном ходе, если каждый угол измерен со средней квадратической погрешностью  $m_\beta$ , число углов в ходе  $n$ , а погрешностями исходных дирекционных углов можно пренебречь ввиду их малости.

Для левых углов будем иметь

$$f_\beta = \Sigma \beta_{\text{пр}} - \Sigma \beta_t = \beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_n - (\alpha_k + n \cdot 180^\circ - \alpha_n).$$

На основании формулы (9.44) получим

$$f_\beta = \beta \sqrt{n}$$

Тогда допустимая угловая невязка может быть вычислена по формуле

$$\beta = \tau \sqrt{\quad}$$

Это наиболее общее представление о допустимой угловой невязке. При измерении углов теодолитом Т30  $m_\beta = 0,5'$ ; принимая  $\tau = 2$ , получим следующее выражение для допустимой угловой невязки:

$$\beta = \sqrt{\quad}$$

Если углы измеряют в триангуляции второго разряда со средней квадратической погрешностью  $m_\beta = 10''$ , то допустимая невязка в треугольнике при  $\tau = 2,5$

$$\beta = \sqrt{\quad} = \quad''$$

В инструкциях эту величину обычно округляют до  $45''$ .

З а д а ч а 2. Определить допустимое расхождение между двумя измерениями лентой линии длиной 250 м, если коэффициент случайного влияния  $\mu_s = 0,004$  м.

Для решения задачи сравнивают два равноточных измерения  $s_1$  и  $s_2$ . Средняя квадратическая погрешность каждого из них может быть получена по формуле

$$(9.45): \quad = \mu \sqrt{\quad}$$

Тогда допустимое расхождение, полученное по формуле (9.44), окажется равным

$$= \tau \mu \sqrt{\quad}$$

Для рассматриваемого случая при  $\tau = 2,5$  будем иметь

$$= \sqrt{\quad} = \quad$$

### Контрольные вопросы и задания

1. Что называют погрешностью измерения? 2. Назовите погрешности по характеру их действия и источнику происхождения. 3. Дайте определение теории вероятности. 4. Какие свойства случайных погрешностей вы знаете? 5. Каковы числовые характеристики точности результатов равноточных измерений? 6. Напишите и объясните формулы оценки точности функций общего вида и линейных функций. 7. Как обрабатывают результаты равноточных измерений одного и того же значения? 8. Как определяют неравноточные измерения, веса измерений и их свойства? 9. Дайте определение весов функций измеренных величин и напишите для них формулы весов. 10. Объясните формулу средней квадратической погрешности единицы веса. 11. Объясните формулу средней квадратической погрешности среднего весового. 12. Как оценивают точность линейных измерений? 13. Напишите формулы и объясните процедуру оценки точности углов и превышений по невязкам в полигонах и ходах.

---

## Глава 10

# ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ПОСТРОЕНИИ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ СЕТИ ПРИ СЪЕМКЕ НА БОЛЬШОЙ ТЕРРИТОРИИ



### 10.1. ПОНЯТИЕ О ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ СЕТИ

При проведении различных народнохозяйственных, в том числе и землеустроительных, мероприятий на большой территории необходимы топографические карты и планы, составленные на основе сети геодезических пунктов, плановое положение которых на земной поверхности определено в единой системе координат, а высотное — в единой системе высот. При этом геодезические сети могут быть плановыми, высотными или одновременно плановыми и высотными.

Сеть геодезических пунктов располагают на местности согласно составленному для нее проекту. Пункты сети закрепляют особыми знаками.

Построенная на большой территории в единой системе координат и высот геодезическая сеть дает возможность правильно организовать работу по съемке местности. При наличии такой сети съемку можно проводить в разных местах, что не вызовет затруднения при составлении общего плана или карты. Использование сети геодезических пунктов приводит к более равномерному распределению по территории влияния погрешностей измерений и обеспечивает контроль выполняемых геодезических работ.

Геодезические сети строят по принципу перехода от общего к частному, т. е. вначале на большой территории строят редкую сеть пунктов с очень высокой точностью, а затем эту сеть последовательно по ступеням сгущают пунктами, которые строят на каждой ступени с меньшей точностью. Таких ступеней сгущения бывает несколько. Сгущают геодезическую сеть с таким расчетом, чтобы в результате получилась сеть пунктов такой плотности (густоты) и точности, чтобы они могли служить непосредственной опорой для предстоящей съемки.

Плановые геодезические сети строят в основном методами триангуляции, полигонометрии и трилатерации. Иногда эти методы сочетают.

Метод *триангуляции* состоит в строительстве сети треугольников, в которых измеряют все углы и как минимум две стороны на разных концах сети (вторую сторону измеряют для контроля измерения первой стороны и установления качества всей сети). По

длине одной из сторон и углам треугольников определяют стороны всех треугольников сети. Зная дирекционный угол одной из сторон сети и координаты одного из пунктов, можно вычислить координаты всех пунктов. В этом заключается сущность метода триангуляции. На практике применение метода триангуляции более сложно.

Метод *полигонометрии* заключается в построении сети ходов, в которых измеряют все углы и стороны. Полигонометрические ходы отличаются от теодолитных более высокой точностью измерений. Этот метод обычно применяют в закрытой местности. Внедрение в производство электромагнитных дальномеров делает целесообразным применение полигонометрии и в открытой местности.

Метод *трилатерации* состоит в построении сети треугольников, в которых измеряют все стороны. В некоторых случаях создают линейно-угловые сети, представляющие собой сети треугольников, в которых измерены стороны и углы (все или в необходимом их сочетании).

Плановые геодезические сети делятся на государственную геодезическую сеть, разрядные сети сгущения 1-го и 2-го разрядов, съемочное обоснование — съемочную сеть и отдельные пункты.

## 10.2. ГОСУДАРСТВЕННАЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКАЯ СЕТЬ

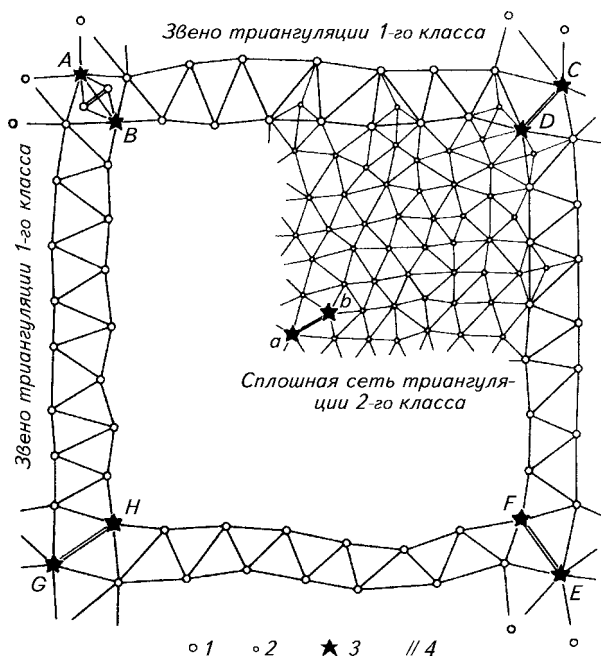
Государственная геодезическая сеть представляет собой совокупность геодезических пунктов, равномерно распределенных на территории всей страны и закрепленных на местности центрами, обеспечивающими сохранность и устойчивость этих пунктов в течение длительного времени.

Согласно Основным положениям о построении государственной геодезической сети СССР, 1954 г., ее подразделяют: на триангуляцию, полигонометрию и трилатерацию 1, 2, 3 и 4-го классов; нивелирные сети I, II, III и IV классов.

Государственную геодезическую сеть создают по принципу от общего к частному (от высшего класса к низшему). Это означает, что сначала строят достаточно редкую сеть пунктов, определенных с очень высокой точностью. Затем эту сеть сгущают пунктами, определяемыми с менее высокой точностью.

Рассмотрим схему построения плановой государственной геодезической сети методом триангуляции, так как в основном этим методом построена существующая сеть.

В первую очередь строят триангуляцию 1-го класса в виде рядов треугольников (близких к равносторонним), которые располагают по возможности вдоль меридианов и параллелей (рис. 10.1). Длины сторон треугольников, как правило, не менее 20 км. Ряды треугольников образуют замкнутые полигоны периметром около



**Рис. 10.1. Схема построения плановой государственной геодезической сети методом триангуляции:**

1 — пункт триангуляции 1-го класса; 2 — пункт триангуляции 2-го класса; 3 — пункт Лапласа; 4 — базисная сторона

800 км. Длина каждого звена (ряда треугольников) не должна превышать 200 км.

На концах каждого звена триангуляции 1-го класса в пересечении рядов треугольников, идущих по меридианам и параллелям, определяют длины выходных сторон либо из непосредственных измерений (стороны  $CD$ ,  $EF$ ,  $GH$ ), либо из базисных сетей (сторона  $AB$ ) с относительной погрешностью не более  $1/400\,000$ . Базисы выбирают длиной не менее 6 км и измеряют светодальномерами или инварными проволоками с относительной погрешностью не более  $1/1\,000\,000$ .

На концах базисных (выходных) сторон триангуляции 1-го класса из астрономических наблюдений определяют широту, долготу и азимут (пункты Лапласа).

Вместо звеньев триангуляции могут быть построены звенья полигонометрии 1-го класса.

Кроме того, что сеть 1-го класса является исходной для построения всех геодезических сетей, она служит базой при решении задач по определению формы и размеров Земли и др.

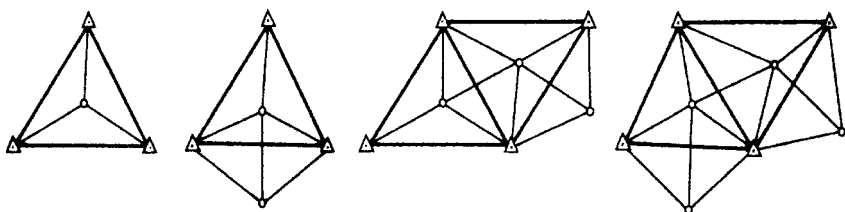


Рис. 10.2. Схемы построения триангуляций 3...4-го классов в виде отдельных систем

Триангуляцию 2-го класса строят в виде сети треугольников, сплошь заполняющих полигон 1-го класса. Внутри этой сети (примерно в середине) измеряют базисную сторону, на концах которой определяют широту, долготу и азимут. Так как при построении сети 1-го и 2-го классов используют результаты астрономических наблюдений, то ее называют астрономо-геодезической. Сети 1-го и 2-го классов сгущают пунктами 3-го, а затем 4-го классов. Триангуляцию 3-го и 4-го классов строят в виде отдельных систем (рис. 10.2).

Иногда по экономическим соображениям триангуляцию любого класса заменяют полигонометрией или трилатерацией того же класса. По точности построения все виды сетей одного и того же класса должны быть равноценными.

На небольших территориях, где нет пунктов 1-го и 2-го классов, в качестве исходной геодезической опоры для съемок в масштабах 1 : 5000 и 1 : 2000 разрешается строить самостоятельные сети 3-го и 4-го классов. При этом в сети триангуляции должно быть измерено не менее двух сторон, в полигонометрической сети периметры полигонов не должны превышать для 3-го класса — 60 км, для 4-го класса — 35 км.

В зависимости от класса плановая государственная геодезическая сеть характеризуется данными, приведенным в таблице 10.1.

#### 10.1. Основные характеристики плановой государственной геодезической сети

Класс	Триангуляция				Полигонометрия		Трилатерация
	$S$ , км	$m_b$	$\beta$	$m_s/S$	$m_b$	$m_s/S$	$m_s/S$
1	>20	0,7	3	1/400000	0,4	1/400000	—
2	7...20	1,0	4	1/300000	1,0	1/200000	—
3	5...8	1,5	6	1/200000	1,5	1/100000	1/100000
4	2...5	2,0	8	1/200000	2,0	1/400000	1/40000

**П р и м е ч а н и е.** При построении сетей 3-го и 4-го классов методом трилатерации предельные длины сторон треугольников такие же, как и в триангуляции соответствующего класса.

$S$  — длина стороны;  $m_b$  — средняя квадратическая погрешность измерения угла;  $\beta$  — допустимая (предельная) невязка в сумме углов треугольника (триангуляции);  $m_s/S$  — относительная средняя квадратическая погрешность измере-

ния стороны в полигонометрическом ходу, трилатерации и базисной стороны в триангуляции.

Пункты государственной геодезической сети закрепляют на местности зарываемыми в землю центрами в виде бетонных, каменных или кирпичных на цементном растворе монолитов, железобетонных пилонов, бетонированных рельсов или труб. Сверху в них закладывают чугунные марки, имеющие на поверхности отверстие или крест, обозначающие центр пункта.

Типы центров установлены соответствующими инструкциями применительно к климатическим и физико-географическим условиям региона и местным особенностям. Центр пункта для районов неглубокого (до 1,5 м) промерзания грунта показан на рисунке 10.3.

Над центрами сооружают деревянные или металлические наружные знаки, которые служат визирными целями при измерении углов и линий. Наружные знаки бывают разных конструкций в зависимости от условий местности и расстояния между пунктами. Такими знаками являются: простая пирамида (рис. 10.4, *а*), когда имеется возможность угловых наблюдений со штатива, установленного на земле, и сигнал (рис. 10.4, *б*), когда для наблюдений прибор необходимо установить на большой высоте (до 40 м и более). В горных районах наружный знак сооружают в виде каменного или кирпичного тура. Вокруг каждого наружного знака (кроме тура) делают внешнее оформление в виде канав, образующих квадрат.

Высотные геодезические сети создают в основном методами геометрического и тригонометрического нивелирования и подразделяют на *государственную нивелирную сеть* и *сети технического нивелирования*.

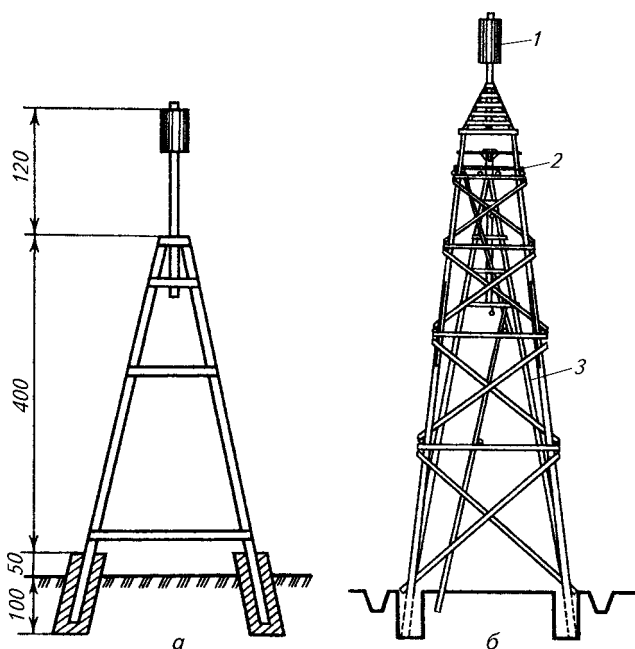
Государственная нивелирная сеть позволяет: равномерно обеспечивать высотной основой всю территорию страны; упорядочить связь высотной сети с уровнями внешних морей; создать обширную сеть повторного нивелирования для изучения вертикальных деформаций земной коры по территории всей страны.

Рассмотрим схему создания высотной государственной геодезической сети. Вначале прокладывают на больших расстояниях одна от другой нивелирные линии I класса, которые затем последовательно сгущают, прокладывая нивелирные линии II, III и IV классов.

Линии I класса прокладывают по направлениям, связывающим далекие один от другого пункты страны и основные морские водопосты.

Нивелирная сеть II класса опирается на пункты I класса. Линии I и II классов прокладывают по местам, наиболее удобным для нивелирования (вдоль железных, шоссейных дорог, больших рек). Периметры полигонов нивелирования I и II классов на евро-

1 – бетонный якорь диаметром 50 см; 2 – чугунный колпак с крышкой; 3 – асфальт или поверхность земли, очищенная от дерна; 4 – заливка бетонным раствором; 5 – бетонное кольцо (подушка колпака); 6 – асбоцементная или железобетонная труба (диаметр 12...16 см, заполненная бетоном (цементным) раствором, или железобетонный пилон круглого (12...16 см) или прямоугольного сечения, или рельс; 7 – рельс; 8 – металлическая пластина; 9 – болт диаметром 16...20 мм; 10 – железные скобы; 11 – соединение на цементном растворе; 12 – слой цементного раствора в 2...3 см; 13 – уголок 50 х 50 мм



**Рис. 10.4. Наружные геодезические знаки:**

*a* — простая четырехгранная пирамида (размеры в см); *б* — геодезический сигнал:  
1 — визирный цилиндр; 2 — площадка для наблюдений; 3 — внутренняя пирамида

пейской части России в среднем соответственно составляют 2800 и 600 км.

В 1990 г. общая протяженность линий нивелирования в СССР составляла: I класса — 160 тыс. км, II класса — 400 тыс. км.

Нивелирные сети III класса опираются на пункты нивелирования I и II классов и образуют полигоны с периметром 150 км. Для обеспечения съемки в масштабах 1 : 5000 и крупнее периметр полигона не должен превышать 60 км.

Нивелирные ходы IV класса прокладывают в одном направлении между пунктами старших классов. Длины этих ходов не должны превышать 50 км. Пункты IV класса являются непосредственным высотным обоснованием для топографических съемок. При съемке участка местности все пункты триангуляции и полигонометрии на нем должны быть обеспечены высотами из нивелирования III и IV классов.

Пункты нивелирования всех классов закрепляют реперами и марками через каждые 5 км. В труднодоступных районах расстояние между смежными реперами может быть увеличено до 6...7 км.

Точность государственного нивелирования различных классов может быть охарактеризована предельной погрешностью на 1 км хода, которая входит в качестве коэффициента в формулы допустимых невязок.

Класс нивелирования	I	II	III	IV
Допустимая невязка	$\sqrt{\quad}$	$\sqrt{\quad}$	$\sqrt{\quad}$	$\sqrt{\quad}$

В зависимости от масштабов съемки пункты плановой и высотной государственных сетей должны быть доведены до определенной плотности и располагаться на местности по возможности равномерно (табл. 10.2).

#### 10.2. Плотность пунктов государственных плановой и нивелирной сетей

1 : 25000 } 1 : 10000 }	50...60 (1, 2, 3-го классов)	— —
1 : 5000	20...30	10...15
1 : 2000	5...15	5...7

#### 10.3. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ГОСУДАРСТВЕННОЙ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ СЕТИ. НОВАЯ ЕДИНАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ СИСТЕМА КООРДИНАТ СК—95

Современное состояние государственной геодезической сети, ее структура и основные принципы развития определены в Основных положениях о государственной геодезической сети, 2000 г., согласно которым она включает в себя астрономо-геодезическую сеть (АГС) — 164 306 пунктов, геодезические сети сгущения (ГСС) — около 300 тыс. пунктов, а также независимые спутниковые геодезические сети: космическую геодезическую сеть (КГС) — 26 пунктов и доплеровскую геодезическую сеть (ДГС) — 131 пункт.

ГГС охватывает как территорию современной России, так и территории других стран, ранее входивших в состав СССР. Пункты входящих в ГГС построений совмещены или имеют между собой надежные геодезические связи.

Постановлением Правительства Российской Федерации от 28 июля 2000 г. «Об установлении единых государственных систем координат» установлены:

единая государственная система геодезических координат 1995 г. (СК—95) для использования в геодезических и картографических работах Российской Федерации начиная с 1 июля 2002 г.;

единая государственная геоцентрическая система координат (ПЗ—90) для геодезического обеспечения орбитальных полетов и решения навигационных задач.

В результате введения в стране СК—95 повысятся точность, оперативность и экономическая эффективность решения задач геодезического обеспечения экономики, науки и обороны государства на уровне современных требований.

Новая единая система государственных координат СК—95 в стране введена взамен действовавшей с 1946 г. единой системы государственных геодезических координат 1942 г.

СК—95 была получена по результатам двух этапов уравнивания: в 1995 г. после совместного уравнивания АГС, ДГС и КГС была определена сеть из 134 пунктов со средним расстоянием между смежными пунктами 400...500 км; в 1996 г. при заключительном уравнивании АГС на период 1995 г. определенная на первом этапе уравнивания сеть с согласованной системой плановых координат и высот была использована в качестве жесткой основы.

За отсчетную поверхность в СК—95 принят референц-эллипсоид Красовского, началом системы координат 1995 г. является центр отсчетного эллипсоида. Положение пунктов в СК—95 задается пространственными прямоугольными координатами  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ; геодезическими координатами — широтой  $B$ , долготой  $L$  и высотой  $H$ ; плоскими прямоугольными координатами  $x$ ,  $y$ , вычисляемыми в проекции Гаусса—Крюгера. Направление оси  $Z$  совпадает с осью вращения отсчетного эллипсоида, ось  $X$  лежит в плоскости нулевого меридиана, ось  $Y$  дополняет систему до правой, геодезическая высота  $H$  образуется как сумма нормальной высоты и высоты квазигеоида над эллипсоидом Красовского. Нормальные высоты геодезических пунктов определяются в Балтийской системе высот 1977 г., исходным пунктом которой является нуль Кронштадтского футштока.

СК—95 строго согласована с единой государственной геоцентрической системой координат ПЗ—90 (Параметры Земли 1990 г.), которая закреплена на местности пунктами космической геодезической сети.

Высоты квазигеоида над референц-эллипсоидом Красовского определены методом астрономо-гравиметрического нивелирования. Сеть линий астрономо-гравиметрического нивелирования покрывает всю территорию страны и образует 909 замкнутых полигонов, включающих 2897 астрономических пунктов.

По состоянию на 1995 г. ГГС представляет собой структуру, сформированную по принципу перехода от общего к частному — в сеть вошли геодезические построения различных классов точности (КГС, ДГС, АГС 1-го, 2-го классов, ГСС 3-го, 4-го классов). Объем измерительной астрономо-геодезической информации, обработанной для введения СК—95, на порядок превышает объем соответствующей информации 1942 г.

Точность определения взаимного положения пунктов, полученная из заключительного уравнивания АГС по состоянию на 1995 г., характеризуется средними квадратическими погрешностями: 0,02...0,04 м для смежных пунктов и 0,25...0,80 м при расстояниях между пунктами от 1 до 9 тыс. км.

В ГГС входят геодезические сети сгущения (ГСС) 3-го и 4-го классов (около 300 тыс. пунктов), созданные методами триангуляции, полигонометрии и трилатерации в соответствии с Основными положениями о построении государственной геодезической сети СССР 1954 и 1961 гг.

Полученная точность определения взаимного положения смежных пунктов ГСС 3-го и 4-го классов в системе координат 1995 г. характеризуется средней квадратической погрешностью 0,05 м.

#### **10.4. НОВАЯ СТРУКТУРА ГОСУДАРСТВЕННОЙ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ СЕТИ**

Для обеспечения решения фундаментальных перспективных задач в области геодезии, геофизики и космонавтики, т. е. задач, требующих использования координат пунктов на поверхности Земли на максимально допустимом уровне точности, базирующемся на использовании спутниковых систем ГЛОНАСС и GPS, Основными положениями предусмотрено создать новую структуру государственной геодезической сети в виде фундаментальной астрономо-геодезической сети (ФАГС), высокоточной геодезической сети (ВГС), спутниковой геодезической сети I класса (СГС-1), астрономо-геодезической сети (АГС) и геодезической сети сгущения (ГСС).

Высшее звено всей структуры координатного обеспечения территории страны — фундаментальная астрономо-геодезическая сеть. Она служит исходной геодезической основой для дальнейшего повышения точности государственной геодезической сети на территории страны. ФАГС практически реализует общеземную геоцентрическую систему координат в рамках координатно-временного обеспечения (КВО) страны. Фундаментальная астрономо-геодезическая сеть состоит из постоянно действующих и периодически определяемых пунктов (рис. 10.5). Среднее расстояние между пунктами ФАГС — 800...1000 км. Все пункты должны быть фундаментально закреплены.

Пространственное положение пунктов ФАГС определяют методами космической геодезии в общеземной системе координат с погрешностью положения относительно центра масс не более  $(2...3)10^{-8}R$  (где  $R$  — радиус Земли) при погрешности взаимного положения пунктов ФАГС не более 2 см по плановому положению и 3 см по высоте. На всех пунктах определяют нормальные высоты и абсолютные силы тяжести.

Основными функциями высокоточной геодезической сети (ВГС) являются распространение на всю территорию страны общеземной геоцентрической системы координат и определение точных параметров взаимного ориентирования общеземной геоцентрической и государственной референцной систем геодезических координат. ВГС наряду с ФАГС является основой для спутниковых геодезических сетей и для построения высокоточных карт высот квазигеоида с использованием гравиметрической информации и данных нивелирования. ВГС представляет собой опирающееся на пункты ФАГС, однородное по точности пространственное геодезическое построение, состоящее из системы пунктов, удаленных один от другого на 150...300 км.

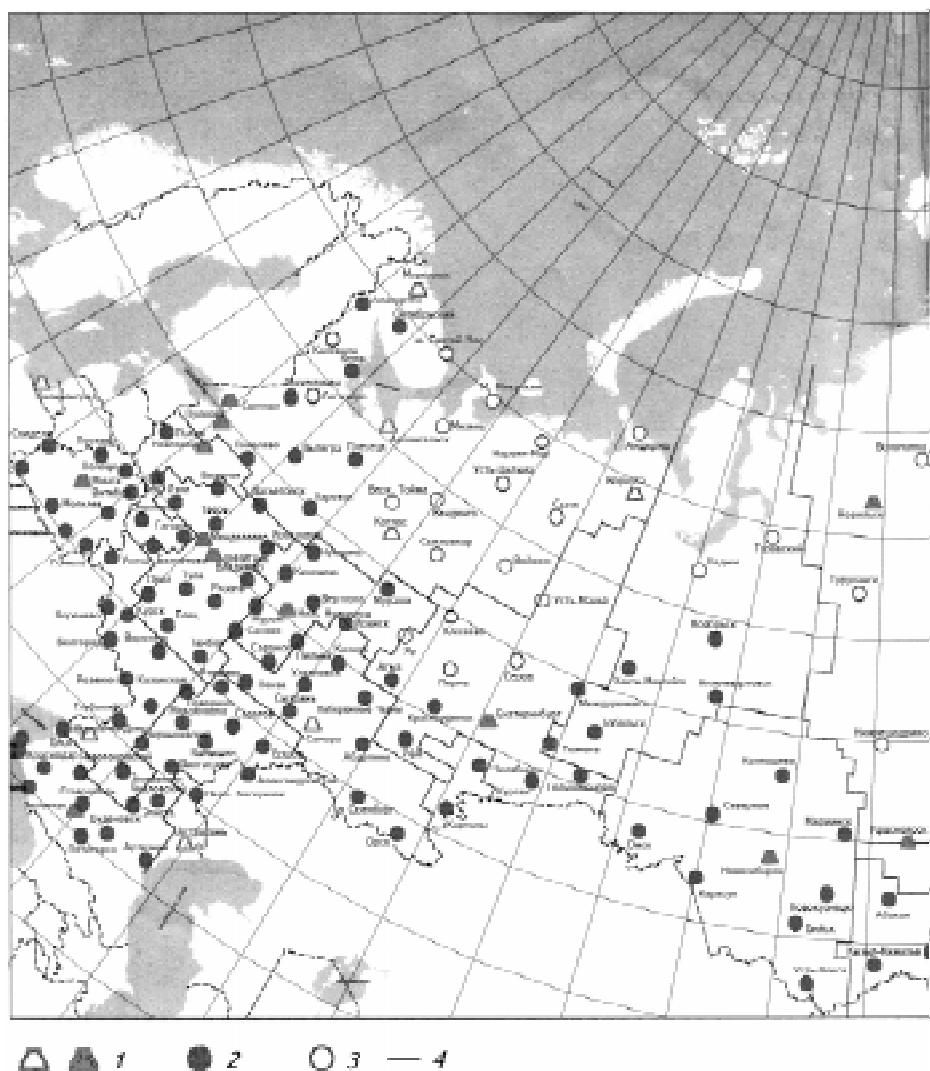
Пункты ВГС определяют относительными методами космической геодезии, обеспечивающими точность взаимного положения со средними квадратическими погрешностями не более  $3 \text{ мм} + 5 \cdot 10^{-8} D$  (где  $D$  — расстояние, мм) по каждой из плановых координат и  $5 \text{ мм} + 7 \cdot 10^{-8} D$  по геодезической высоте. Каждый пункт ВГС должен быть связан измерениями со смежными пунктами ВГС и не менее чем с тремя пунктами ФАГС.

В результате создания СГС-1 обеспечены оптимальные условия для реализации точностных и оперативных возможностей спутниковой аппаратуры при переводе геодезического обеспечения территории России на спутниковые методы определения координат пунктов. По замыслу СГС-1 будет являться пространственным геодезическим построением, состоящим из системы легко доступных пунктов с плотностью, достаточной для обеспечения координатных определений пунктов с погрешностью не более 5 мм относительно любых близкорасположенных пунктов АГС, СГС-1, ВГС. СГС-1 будет создаваться относительными методами космической геодезии при средних расстояниях между пунктами: 15...20 км в районах с интенсивной хозяйственной деятельностью; 25...35 при средней плотности сети; 40...50 км в необжитых районах, кроме сейсмически активных.

В 2001 г. закончены работы по созданию ФАГС и ВГС в европейской части России. В 2002 г. выполнены наблюдения и обработаны результаты на территорию юга Сибири. В 2005 г. планируется выполнить наблюдения пунктов на Севере страны, завершив построение ФАГС и ВГС.

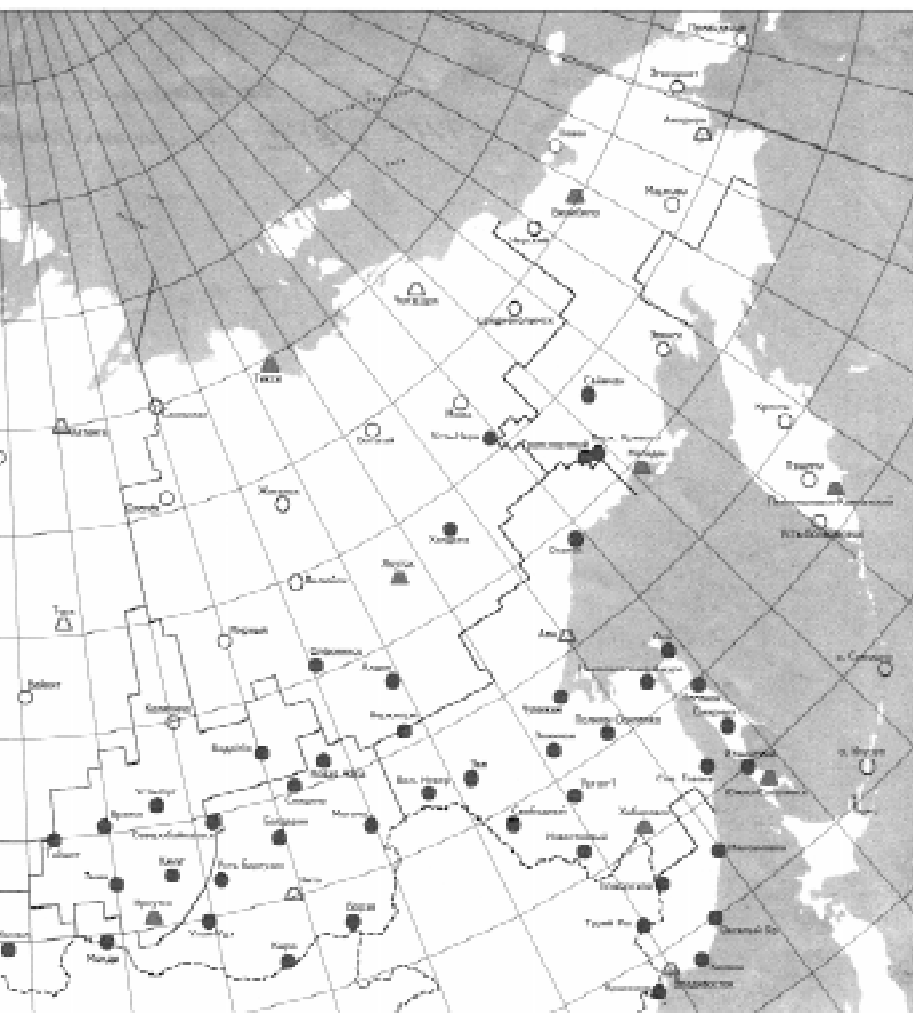
Схема государственных спутниковых сетей ФАГС и ВГС по состоянию на 2002 г. показана на рисунке 10.5.

Для решения ведомственных задач создают геодезические сети специального назначения, развиваемые по руководствам и техническим проектам, разрабатываемым различными проектно-изыскательскими организациями и ведомствами. В разделе 10.6 рассмотрена процедура создания опорных межевых сетей, развиваемых подразделениями Федерального агентства кадастра России (Роснедвижимость).



**Рис. 10.5. Схема государственных спутниковых**

*1* — периодически определяемые и постоянно действующие пункты ФАГС; аэрогеодезических



**сетей ФАГС и ВГС по состоянию на 2002 г.**

2 — пункты ВГС; 3 — проектируемые пункты; 4 — границы зоны деятельности предприятий Роскартографии

## 10.5. РАЗРЯДНЫЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ СЕТИ СГУЩЕНИЯ И СЪЕМОЧНЫЕ СЕТИ

На основе государственной геодезической сети строят разрядные сети сгущения, которые используют в качестве исходных при создании съемочного обоснования топографических съемок.

*Плановые сети сгущения* создают в основном теми же методами, что и государственную сеть, т. е. методами триангуляции, полигонометрии, трилатерации или их сочетаниями. Иногда строят линейно-угловые сети.

Разрядные сети сгущения подразделяют на 1-й и 2-й разряды (табл. 10.3). Триангуляцию 1-го и 2-го разрядов развивают в виде сетей и отдельных пунктов. Каждый пункт должен быть определен из треугольника, в котором измерены все углы, или прямой засечкой с числом измеренных направлений не менее трех.

10.3. Основные характеристики плановых разрядных сетей сгущения

Разряд	Триангуляция				Полигонометрия			
	$S$ , км	$m_b$	$\beta$	$m_s/S$	$\Sigma S$ , км	$m_b$	$\beta$	$(f_s/\Sigma S)_{\text{доп}}$
1-й	$\leq 5$	5"	20"	1/50000	$\leq 5$	5"	$\sqrt{\quad}$	1/10000
2-й	$\leq 3$	10	40	1/20000	$\leq 3$	10	$\sqrt{\quad}$	1/5000

Полимерные схемы построения триангуляции 1-го и 2-го разрядов приведены на рисунке 10.6.

Минимальное значение угла в сплошной сети — 20°, в цепочке треугольников — 30°. Углы при засечке должны быть не менее 30 и не более 150°.

Пункты сети сгущения закрепляют на местности подземными центрами (рис. 10.7). На пунктах триангуляции 1-го и 2-го разрядов устанавливают наружные знаки — пирамиды или вехи.

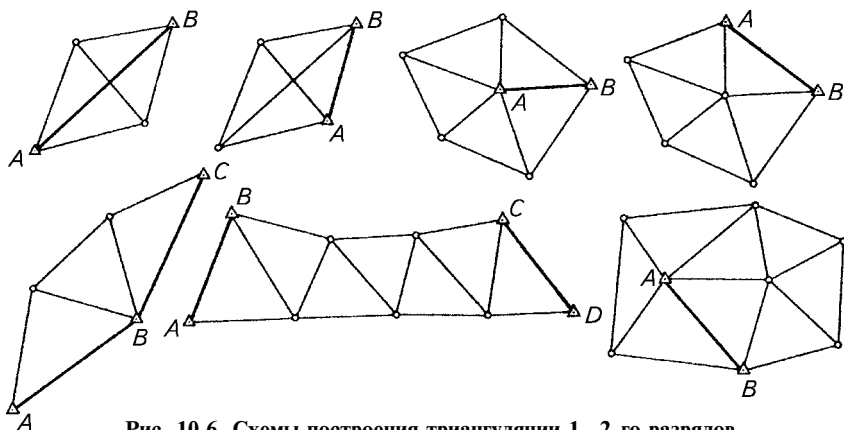


Рис. 10.6. Схемы построения триангуляции 1...2-го разрядов

Веху ставят рядом с центром с северной стороны.

*Высотную сеть сгущения* создают в основном продолжением ходов технического нивелирования между пунктами государственной нивелирной сети.

Точность технического нивелирования характеризует предельная погрешность, мм, входящая в качестве коэффициента в формулу допустимой невязки в сумме превышений по ходу:

$$= \sqrt{\quad}$$

где  $L$  — длина хода, км.

На местности со значительными уклонами, когда число станций на 1 км хода более 25, допустимое значение невязки, мм,

$$= \sqrt{\quad}$$

где  $n$  — число штативов (станций) в ходе.

Ходы технического нивелирования прокладывают с таким расчетом, чтобы в них были включены все пункты плановой сети сгущения, не включенные в сеть нивелирования IV класса.

*Съемочные сети* являются непосредственным геодезическим обоснованием топографических съемок. Они могут служить также геодезической опорой для других работ, например при перенесении инженерных проектов на местность.

*Плановые съемочные сети* создают построением триангуляционных сетей, проложением полигонометрических и теодолитных ходов, прямыми, обратными и комбинированными засечками, а также другими равноценными методами. Съемочной сетью могут служить теодолитные ходы, прокладываемые по границам землепользований с привязкой их к исходной сети, построенной в общегосударственной системе координат и высот. Техническими указаниями по разреженной привязке границ землепользований предусматривают привязку не всех межевых знаков, а только опорных, группами по 3...4 смежных знака, через 3...5 км, преимущественно на стыках границ.

В открытой местности положение опорных межевых знаков может быть определено лучевым методом или методом засечек непосредственно с пунктов исходной сети, а в закрытой и полужакрытой — методом свето- или радиодальномерной полигонометрии, прокладываемой специально для привязки межевых знаков. При развитии съемочного обоснования одновременно определя-

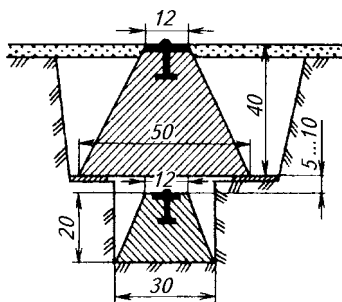


Рис. 10.7. Схема закладки подземного центра пункта сети сгущения (размеры в см)

ют, как правило, положение точек в плановом и высотном отношении.

Высоты точек съемочного обоснования определяют нивелированием горизонтальным лучом (нивелиром, теодолитом или кипрегелем с уровнем при трубе) или наклонным лучом, т. е. тригонометрическим нивелированием.

Средние погрешности высот пунктов съемочного обоснования относительно ближайших пунктов высотной геодезической сети или принятых исходных пунктов не должны превышать при высоте сечения рельефа 0,5 м и более  $1/10$  высоты сечения рельефа, при высоте сечения рельефа 0,25 м —  $1/5$ .

Предельно допустимые невязки вычисляют по формулам:

при нивелировании горизонтальным лучом теодолита или кипрегеля

$$= \sqrt{\quad}$$

при тригонометрическом нивелировании

$$= \sqrt{\quad}$$

где  $L$  — длина хода, км.

Техническое нивелирование проводят для высотного обоснования съемок с сечением рельефа через 1 м и меньше. Предельно допустимые длины ходов технического нивелирования: 2 км при высоте сечения рельефа  $h_c = 0,25$  м, 8 км при  $h_c = 0,5$  м и 16 км при  $h_c = 1$  м. При топографических съемках для целей мелиорации высотную сеть иногда создают нивелированием IV и даже III класса.

Плотность пунктов съемочной сети не регламентируется инструкциями. Она различна для разных методов съемки и сильно зависит от масштаба съемки. Кроме того, она связана с характером рельефа, разнообразием контуров, степенью залесенности участка и другими факторами. Пункты съемочной сети закрепляют на местности деревянными кольями (окапывая их), некоторые — столбами (рис. 10.8), чтобы они сохранялись во время проведения и контроля съемки, а также при последующих работах, например при перенесении в натуру проектов землеустройства или других инженерных проектов.

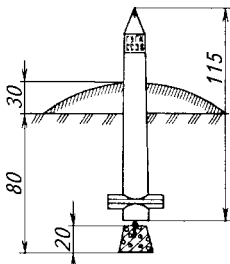


Рис. 10.8. Схема закрепления на местности пункта съемочной сети (размеры в см)

Для закладки геодезических пунктов по возможности выбирают такие

места, которые обеспечили бы долговременную сохранность знаков, например перекресток дорог, опушки леса и другие участки, мало подверженные изменению.

## 10.6. ОПОРНЫЕ МЕЖЕВЫЕ СЕТИ

Согласно Основным положениям опорная межевая сеть (ОМС) является геодезической сетью специального назначения, которую создают для координатного обеспечения Государственного земельного кадастра, государственного мониторинга земель, землеустройства и других мероприятий по управлению земельным фондом России.

ОМС предназначена:

- для установления координатной основы на территориях кадастровых округов, районов, кварталов;

- ведения государственного реестра земель кадастрового округа, района, квартала и дежурных кадастровых карт (планов);

- проведения работ по Государственному земельному кадастру, землеустройству, межеванию земельных участков, государственному мониторингу земель и координатному определению иных государственных кадастров;

- государственного контроля за состоянием, использованием и охраной земель;

- проектирования и организации выполнения природоохранных, почвозащитных и восстановительных мероприятий по сохранению природных ландшафтов и особо ценных земель;

- установления границ земель, особо подверженных геологическим и техногенным воздействиям;

- информационного обеспечения Государственного земельного кадастра данными о количественных и качественных характеристиках и местоположении земель для установления их цены, платы за пользование, экономического стимулирования и рационального землепользования;

- инвентаризации земель различного целевого назначения;

- решения других задач Государственного земельного кадастра, государственного мониторинга земель и землеустройства.

В зависимости от градации обслуживаемых земель опорную межевую сеть создают двух классов, обозначаемых ОМС1 и ОМС2. Средние квадратические погрешности взаимного положения пунктов не должны превышать для ОМС1 0,05 м, ОМС2 0,10 м.

ОМС1 создают в городах для установления (восстановления) границ городской территории, а также границ земельных участков как объектов недвижимости, находящихся в собственности (пользовании) граждан или юридических лиц.

ОМС2 создают в черте других поселений для решения вышеуказанных задач на землях сельскохозяйственного назначения и других землях, для межевания земельных участков, государственного мониторинга и инвентаризации земель, переработки базовых карт (планов) земель и др.

Плотность пунктов ОМС должна обеспечить необходимую точность последующих работ по Государственному земельному кадастру, государственному мониторингу земель и землеустройству. При этом плотность пунктов должна быть не менее:

четырех на 1 км<sup>2</sup> — в черте города;

двух на 1 км<sup>2</sup> — в черте других поселений;

четырех на один населенный пункт — в поселениях площадью менее 2 км<sup>2</sup>.

На землях сельскохозяйственного назначения и других землях число пунктов ОМС устанавливают на основе технического проекта.

Координаты пунктов ОМС определяют либо глобальными спутниковыми системами ГЛОНАСС и GPS, либо наземными способами триангуляции, полигонометрии, трилатерации и их комбинациями. Во всех случаях должна быть обеспечена необходимая точность взаимного положения пунктов ОМС.

Координаты пунктов ОМС2 могут быть определены фотограмметрическим способом. При этом заданная точность положения пунктов должна быть обоснована необходимыми расчетами.

Пункты ОМС должны быть привязаны не менее чем к двум пунктам государственной геодезической сети. Пункты ОМС2 могут быть привязаны не менее чем к трем пунктам ОМС1.

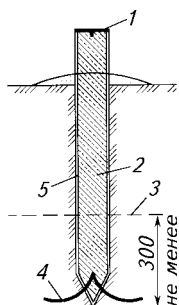
На местности пункты ОМС закрепляют знаками установленной конструкции, обеспечивающими долговременную сохранность пунктов. При этом, по возможности, пункты размещают на землях, находящихся в государственной или муниципальной собственности, с учетом их доступности для наблюдений. В других случаях размещения пунктов ОМС необходимо получить письменное согласие собственника, владельца или пользователя земельным участком, на котором располагаются эти пункты.

При закреплении пунктов руководствуются Правилами<sup>1</sup>, в которых изложены основные требования по закладке центров и приведены типы центров для различных физико-географических условий местности, как для незастроенных, так и для застроенных территорий. В качестве примера приведены типы центров пунктов ОМС для районов с сезонным промерзанием грунтов (рис. 10.9) и населенных пунктов (рис. 10.10).

В работах по Государственному земельному кадастру, государственному мониторингу земель и землеустройству применяют ме-

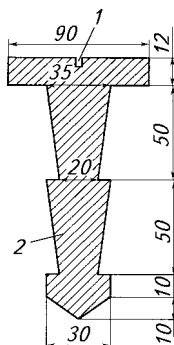
---

<sup>1</sup>Правила закрепления пунктов опорных межевых сетей (проект) // Госземкадастръемка, 2003.



**Рис. 10.9. Центр пункта ОМС для районов с сезонным промерзанием грунта:**

1 — марка, заделанная в бетон; 2 — заполнение бетоном или раствором; 3 — граница наибольшего промерзания грунта; 4 — арматурная проволока диаметром 5...8 мм; 5 — металлическая трубка диаметром 60 мм, толщина стенок не менее 3 мм



**Рис. 10.10. Стенная марка ОМС для городов и сельских населенных пунктов:**

1 — отверстие диаметром 2 мм и глубиной 5 мм; 2 — металлический стержень

стные системы координат. При этом для каждой местной системы координат устанавливают следующие параметры координатной сетки на плоскости в проекции Гаусса:

- долгота осевого меридиана первой зоны;
- число координатных зон;
- координаты условного начала.

Каждую местную систему координат создают с одной или несколькими трех- или шестиградусными зонами.

Математическую обработку результатов измерений выполняют в соответствии с руководствами и инструкциями. При этом оценивают точность результатов измерений. Значения средних квадратических погрешностей взаимного положения пунктов каждого класса должны соответствовать действующим Основным положениям.

## 10.7. ПРИВЯЗКА ПУНКТОВ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЕЙ И СПОСОБЫ ИХ ОТЫСКАНИЯ

Так как съемку местности часто проводят через большой промежуток времени после построения геодезической сети, за это время могут исчезнуть наружные знаки пунктов и измениться земной покров над их центрами. Для того чтобы в таких случаях было легче найти местоположение этих пунктов, при закладке центров их привязывают к местным предметам или к пунктам триангуляции. Различают привязку к близким предметам и далеким.

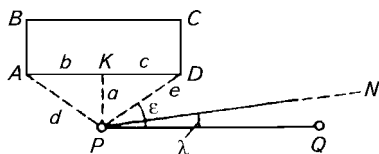


Рис. 10.11. Схема привязки пункта к близким предметам

Привязку пунктов к близким предметам выполняют чаще всего промерами. Например, полигонометрический пункт  $P$  находится вблизи здания (рис. 10.11). Для его привязки к зданию надо опустить на сторону  $AD$  здания перпендикуляр  $PK = a$ , измерить его длину и расстояния  $AK = b$ ,  $KD = c$ ,  $AP = d$ ,  $DP = e$ . Избыточно измеренные ве-

личины обеспечат контроль определения положения пункта  $P$ . Для восстановления направления стороны  $PQ$  хода следует измерить угол  $\lambda = \angle NPQ$ , где  $N$  — удаленный ориентир, а для контроля — угол  $\epsilon = \angle DPQ$ . По этим данным нетрудно восстановить положение пункта  $P$  и направление стороны  $PQ$ .

Привязку пункта  $P$  к удаленным пунктам триангуляции  $A$ ,  $B$  и  $C$ , имеющим координаты, можно осуществить обратной засечкой, измерив углы  $\beta_1$  и  $\beta_2$  (рис. 10.12). При отыскании пункта  $P$  устанавливают теодолит в точке  $M$ , предполагая, что она находится вблизи точки  $P$ , измеряют углы  $\beta'_1$  и  $\beta'_2$  (рис. 10.13). Затем решают задачу Потенота. Получив координаты точки  $M$ , вычисляют дирекционные углы направлений  $(MA)$  и  $(MP)$ , а также расстояние  $MP$  [дирекционный угол направления  $(MA)$  может получиться при решении задачи Потенота]. Затем вычисляют угол  $\gamma = (MA) - (MP)$ . Построив при точке  $M$  угол  $\gamma$  и отложив длину отрезка  $MP$ , находят положение пункта  $P$ . Восстановление направления стороны  $PQ$  в этом случае может быть проведено таким же способом, как рассмотрено ранее.

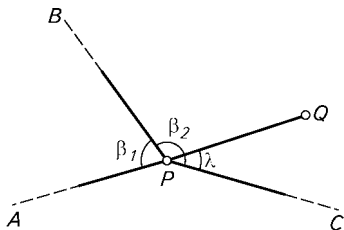


Рис. 10.12. Схема привязки пункта к удаленным предметам обратной засечкой

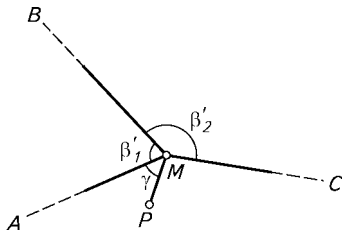


Рис. 10.13. Схема разыскания пункта обратной засечкой

#### Контрольные вопросы и задания

1. Дайте понятие геодезической сети. 2. Каковы статус, значение и классификация государственной геодезической сети? 3. Каковы статус, значение и классификация государственной сети сгущения и съемочных сетей? 4. Объясните статус, значение и классификацию опорных межевых сетей.

---

## Глава 11

### ПЛОСКИЕ ПРЯМОУГОЛЬНЫЕ КООРДИНАТЫ ГАУССА—КРЮГЕРА. НОМЕНКЛАТУРА ЛИСТОВ ТОПОГРАФИЧЕСКИХ КАРТ



#### 11.1. ПОНЯТИЕ О КАРТОГРАФИЧЕСКИХ ПРОЕКЦИЯХ. РАВНОУГОЛЬНАЯ ПРОЕКЦИЯ ГАУССА—КРЮГЕРА. ШЕСТИГРАДУСНЫЕ И ТРЕХГРАДУСНЫЕ ЗОНЫ

Чтобы изобразить земную поверхность на плоскости, вначале переходят от ее физической формы к математической, в качестве которой принимают поверхность эллипсоида вращения (сфероида) или шара, и только затем математическую поверхность Земли изображают на плоскости.

Так как без искажений поверхность шара (или эллипсоида) изобразить на плоскости невозможно, то строят условные изображения земной поверхности, основанные на некоторых заранее принятых математических зависимостях между координатами точек на шаре и их изображениями на плоскости. Такие способы условного изображения земной поверхности на плоскости называют картографическими проекциями.

Разработаны различные виды проекций по характеру искажений. В одних проекциях искажаются все элементы — горизонтальные углы, линии, но сохраняется отношение площадей. Такие проекции называют равновеликими (эквивалентными). В других не искажаются углы, вследствие чего сохраняется подобие бесконечно малых фигур. Такие проекции называют равноугольными (конформными). Для составления топографических карт на территории б. СССР с 1928 г. принята равноугольная проекция Гаусса—Крюгера.

Известный немецкий ученый Карл Фридрих Гаусс (1777—1855) в 20-х гг. прошлого столетия разработал конформную проекцию, но не опубликовал ее, а сообщил лишь формулы в окончательном виде в частной научной переписке. Теория этой проекции была впервые опубликована О. Шрейбером в 1866 г. Более обстоятельное изложение теории этой проекции с детальной разработкой рабочих формул в 1912 г. и в 1919 г. опубликовал немецкий геодезист Л. Крюгер. С тех пор эта проекция под названием конформной проекции Гаусса—Крюгера получила широкое распространение во многих странах.

Применяя проекцию Гаусса—Крюгера, всю земную поверхность делят меридианами на шести- или трехградусные зоны (рис. 11.1, а). Это вызвано тем, что при большом удалении точки осевого меридиана получают большие искажения в этой точке на

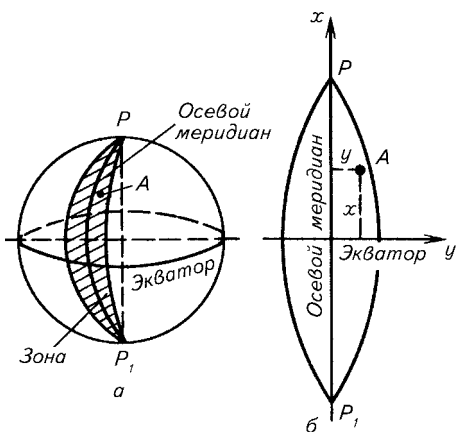


Рис. 11.1. Схема изображения в проекции Гаусса—Крюгера зоны на поверхности шара (Земли) (а) и прямоугольных координат точки на плоскости (б)

карте. Выбор зоны шириной в 3 или 6° долготы зависит от масштаба составляемой карты. При составлении карты в масштабе 1 : 10 000 или мельче применяют шестиградусную зону, а при составлении карты в масштабе 1 : 5000 или крупнее — трехградусную.

Шестиградусные зоны нумеруют арабскими цифрами, начиная от гринвичского меридиана, с запада на восток. Так как западная граница первой зоны совпадает с гринвичским (начальным) меридианом, то долготы осевых меридианов зон будут: 3, 9, 15, 21°, ... Долготу осевого меридиана можно определить по формуле

$$L_0 = 6^\circ N - 3^\circ, \quad (11.1)$$

где  $N$  — номер данной зоны.

Всего на территории б. СССР создано 29 шестиградусных зон с номерами от 4 по 32 и соответственно установлено 29 осевых меридианов со стандартными долготами 21, 27, ..., 183, 189°.

Трехградусные зоны располагаются на земной поверхности так, что все осевые и граничные меридианы шестиградусных зон являются осевыми меридианами трехградусных зон. Следовательно, долготы осевых меридианов трехградусных зон кратны трем.

Системы координат в каждой зоне проекции Гаусса—Крюгера совершенно одинаковы: плоские прямоугольные координаты  $x$  и  $y$ , вычисленные по геодезическим (географическим) координатам  $B$  и  $L$  в любой координатной зоне, имеют одни и те же значения. В проекции Гаусса—Крюгера осевой меридиан, представляющий ось абсцисс ( $x$ ), и экватор — ось ординат ( $y$ ), изображаются взаимно перпендикулярными прямыми линиями, а остальные меридианы — кривыми, сходящимися в полюсах (рис. 11.1, б). Все абсциссы точек в северных частях зон (к северу от экватора) положительные. Чтобы все ординаты были положительными, ко всем ординатам (отрицательным и положительным) прибавляют 500 км. Кроме того, для полного определения положения точки на земной поверхности впереди измененной ординаты пишут номер зоны. Например, в зоне 7 точки  $A$  и  $B$  имеют действительные ординаты:  $y_A = +14\,837,4$  м,  $y_B = -206\,368,7$  м. Преобразованные ординаты бу-

дуг на 7 500 000 м больше, т. е.  $y_A = 7\,514\,837,4$  м,  $y_B = 7\,293\,631,3$  м. Абсциссы точек на всей территории России положительны, их составляют без изменения.

## 11.2. МАСШТАБ ИЗОБРАЖЕНИЯ И ИСКАЖЕНИЯ ДЛИН ЛИНИЙ В ПРОЕКЦИИ ГАУССА—КРЮГЕРА. ИЗОБРАЖЕНИЕ КООРДИНАТ ГАУССА—КРЮГЕРА ЧЕРЕЗ СФЕРИЧЕСКИЕ ПРЯМОУГОЛЬНЫЕ КООРДИНАТЫ

Проекция Гаусса—Крюгера является равноугольной, так как в ней не искажаются горизонтальные углы геометрических фигур земной поверхности. Поэтому бесконечно малые фигуры в этих проекциях подобны соответствующим фигурам на эллипсоиде. В проекции Гаусса—Крюгера, кроме того, не искажаются длины дуг осевых меридианов. Длины других линий и площади фигур в этой проекции получаются искаженными.

Значение искажения зависит от *масштаба изображения* линий в проекции, т. е. отношения длины бесконечно малого отрезка в проекции к длине соответствующего отрезка на сфероиде (шаре).

Если длина малого отрезка на сфероиде (шаре) равна  $S$ , а длина его изображения в проекции Гаусса—Крюгера —  $S_r$ , то масштаб изображения  $m$  длины линии в этой проекции можно выразить приближенным равенством

$$m = S_r/S, \quad (11.2)$$

которое будет тем точнее, чем меньше значение  $S$ .

Относительное искажение длин линий определяется отношением

$$(S_r - S)/S = \Delta S/S = m - 1. \quad (11.3)$$

Масштаб изображения в пределах одной и той же зоны различен и зависит от удаленности отрезка от осевого меридиана. Для установления этой зависимости дадим *понятие о прямоугольных сферических координатах*.

Представим Землю в виде шара (рис. 11.2, а). Примем осевой меридиан и экватор за оси координат  $x$  и  $y$ . Положение точки  $N$  можно определить при помощи дуги  $N_0N = u$  большого круга, перпендикулярного к осевому меридиану, и дуги  $N'N = v$  осевого меридиана. Эти дуги называют *сферическими прямоугольными координатами* точки  $N$ .

Проведем на шаре дугу  $N'N$  малого круга, параллельную осевому меридиану. И продолжим линию  $ON$ . В пересечении ее с линией  $N_0N_1$ , параллельной плоскости экватора, получим точку  $N_1$ . Аналогично получим и точку  $N'$ . Следовательно, дуга  $NN'$  заме-

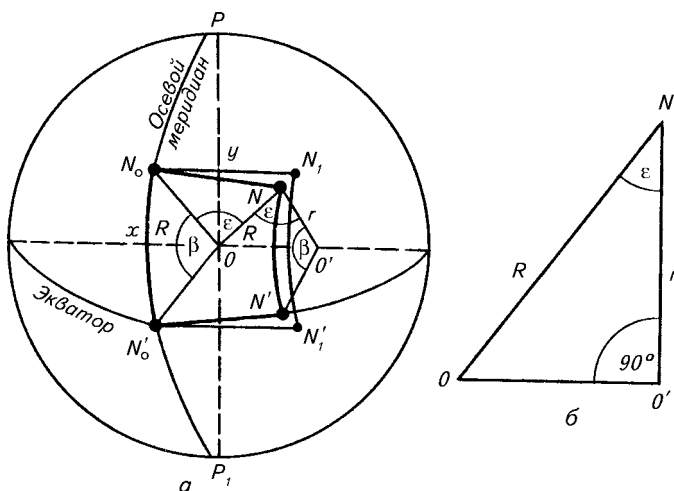


Рис. 11.2. Сферические прямоугольные координаты

дится дугой  $\overset{\circ}{\cup}$  равной и параллельной дуге  $\overset{\circ}{\cup}$  расположенной на осевом меридиане.

Дуги  $\overset{\circ}{\cup}$  и  $NN'$  мысленно разобьем на бесконечное число частей. Отношение длин этих дуг будет равно отношению длин бесконечно малых частей этих дуг, т. е. будет равно масштабу изображения в любой точке дуги  $\overset{\circ}{\cup}$ , в частности в точке  $N_1$ ,

$$= \cup \overset{\circ}{\cup} \cup \overset{\circ}{\cup} \quad (11.4)$$

Из рисунка 11.2, а видно, что

$$\cup \overset{\circ}{\cup} = \cup \overset{\circ}{\cup} = \beta$$

$$\cup NN' = r\beta,$$

где  $R$  — радиус Земли;  $\beta$  — двугранный угол, образованный плоскостями, в которых лежат дуги  $N_0N$  и  $\overset{\circ}{\cup}$ ,  $r$  — радиус малого круга.

Подставив полученные выражения дуг  $\overset{\circ}{\cup}$  и  $NN'$  в равенство (11.4), получим

$$m = R/r.$$

Из треугольника  $ONO'$  (рис. 11.2, б) найдем  $r = R \cos \epsilon$ . Тогда

$$m = 1/\cos \epsilon = \sec \epsilon.$$

Из рисунка 11.2, а видно, что

$$\varepsilon = y/R.$$

Для точек, лежащих внутри шестиградусной (трехградусной) зоны, по сравнению с радиусом Земли  $R$  ордината  $y$  — величина небольшая, поэтому и угол  $\varepsilon$  — величина малая.

Разложив  $\sec \varepsilon$  в ряд Маклорена и ограничившись ввиду малости угла  $\varepsilon$  двумя членами разложения, получим

$$m = 1 + \varepsilon^2/2.$$

Подставив вместо  $\varepsilon$  его выражение  $y/R$ , окончательно получим

$$m = 1 + y^2/2R^2. \quad (11.5)$$

Рассмотрен случай, когда отрезок дуги  $NN'$  параллелен осевому меридиану. Но проекция Гаусса—Крюгера равноугольная, т. е. сохраняет подобие бесконечно малых фигур, поэтому соответствующие отрезки для точек на шаре и плоскости в проекции будут пропорциональны. Следовательно, отношение этих отрезков по любому направлению будет одно и то же. Значит, и масштаб изображения в какой-либо точке проекции Гаусса—Крюгера будет один и тот же по всем направлениям, а поэтому формула для  $m$  справедлива для отрезков любого направления.

Относительное искажение длин выразится формулой

$$m - 1 = y^2/2R^2. \quad (11.6)$$

На осевом меридиане  $y = 0$ , поэтому искажение длин на нем  $m - 1 = 0$ , а масштаб изображения  $m = 1$ .

Наибольшее искажение получают длины отрезков, находящихся на краю шестиградусной зоны на широте экватора, где  $y \approx 330$  км, и

$$m - 1 = 330^2/2 \cdot 6400^2 \approx 1/800.$$

На территории б. СССР наибольшее относительное искажение длин в шестиградусной зоне достигает  $1/1200$ , что практически не имеет значения при съемках в мелких масштабах и заметно при съемках в крупных масштабах (1 : 5000 и крупнее). По этой причине при крупномасштабных съемках применяют трехградусные зоны, в которых искажения достигают меньших размеров, чем в шестиградусных зонах.

Найдем зависимость между координатами Гаусса—Крюгера и сферическими прямоугольными координатами соответствующих точек на плоскости и на шаре.

Абсцисса Гаусса—Крюгера для любой точки в проекции равна прямоугольной сферической абсциссе соответствующей точки на шаре, т. е.

$$x_T = x, \quad (11.7)$$

так как длины линий, расположенных на осевом меридиане, при изображении их в проекции Гаусса—Крюгера не искажаются.

Выведем зависимость между ординатой точки  $N_1$  в проекции Гаусса—Крюгера и сферической прямоугольной ординатой соответствующей точки  $N$  на шаре. Возьмем на шаре отрезок  $dy$  (дифференциал ординаты точки  $N$ ), а в проекции отрезок  $dy_T$  (дифференциал ординаты точки  $N_1$ ). Так как в проекции Гаусса—Крюгера масштаб изображения одинаков по всем направлениям, масштаб изображения отрезка  $dy_T$  будет равен масштабу изображения отрезка  $dy$ , т. е. будет определяться по формуле (11.5). Поэтому можно написать

$$dy_T/dy = 1 + y^2/2R^2,$$

откуда  $dy_T = (1 + y^2/2R^2)dy$ .

Проинтегрируем обе части этого равенства

$$\int dy_T = \int \left( 1 + \frac{y^2}{2R^2} \right) dy$$

В результате интегрирования получим

$$y_T = y + y^3/6R^2,$$

или

$$y_T = y(1 + y^2/6R^2). \quad (11.8)$$

Равенства (11.7) и (11.8) дают возможность по сферическим прямоугольным координатам на шаре вычислить координаты соответствующей точки на плоскости в проекции Гаусса—Крюгера.

### 11.3. РЕДУЦИРОВАНИЕ ЛИНИЙ НА ПЛОСКОСТЬ В ПРОЕКЦИИ ГАУССА—КРЮГЕРА

*Редуцированием линии* называют приведение (вычисление) длины линии на шаре (местности) к длине линии на плоскости в проекции.

В разделе 11.2 было показано, что масштаб изображения в проекции Гаусса—Крюгера равен

$$S_T/S = m = 1 + y^2/2R^2.$$

Из этого равенства следует, что

$$S_r = S(1 + y^2/2R^2),$$

или

$$S_r = S + \Delta S,$$

где

$$\Delta S = Sy^2/2R^2 = S(m - 1). \quad (11.9)$$

Величину  $\Delta S$  называют поправкой за редуцирование линии при переходе с эллипсоида (шара) на плоскость в проекции Гаусса—Крюгера.

Как следует из формулы (11.9), эта поправка всегда положительна, т. е. длина линий в проекции Гаусса—Крюгера всегда больше длины соответствующих линий на земной поверхности.

При вычислении поправки  $\Delta S$  ординату берут для середины редуцируемого отрезка (достаточно знать приближенное значение этой ординаты).

**П р и м е р.** Измеренное значение длины линии  $S = 1800,50$  м. Вычислить длину соответствующей линии на плоскости в проекции Гаусса—Крюгера, если  $y = 6\,301\,000,0$ .

$$S_r = S + S(m - 1) = S + Sy^2/2R^2 = 1800,50 + \\ + 1800 \cdot 1992/2 \cdot 6370^2 = 1801,38 \text{ м.}$$

Данные таблицы 11.1 показывают, что значения поправок  $\Delta S$  в зависимости от удаленности от осевого меридиана  $y$  и длины измеряемых линий  $S$  изменяются от нескольких миллиметров до десятков дециметров.

**11.1. Поправки  $\Delta S$  (м) за редуцирование измеренных линий на плоскость в проекции Гаусса—Крюгера**

y, км	S, м		
	100	500	1000
20	0,000	0,002	0,005
50	0,003	0,015	0,031
100	0,012	0,061	0,122
150	0,028	0,138	0,276
200	0,049	0,245	0,491
250	0,077	0,383	0,767

Поправки за редуцирование линий в проекции Гаусса—Крюгера вводят в измеренные линии в том случае, когда в создаваемых геодезических сетях (полигонометрия, трилатерация) в качестве исходных используют пункты государственной геодезической сети. Эти поправки можно не вводить в измеренные линии, если их значение пренебрегаемо мало по сравнению с точностью линейных измерений.

#### 11.4. ИСКАЖЕНИЕ ПЛОЩАДЕЙ В ПРОЕКЦИИ ГАУССА—КРЮГЕРА

В проекции Гаусса—Крюгера сохраняется подобие бесконечно малых фигур. Известно, что площади подобных фигур относятся как квадраты сходственных сторон, т. е.

$$=$$

Но ранее было получено

$$S_r = S(1 + y^2/2R^2).$$

Подставив это выражение для  $S_r$  в предыдущее равенство, будем иметь

$$P_r/P = (1 + y^2/2R^2)^2,$$

или

$$P_r = P(1 + y^2/R^2 + y^4/R^4).$$

Имея в виду, что последний член в скобках мал по сравнению с предыдущим, его можно отбросить. Тогда

$$P_r = P(1 + y^2/R^2),$$

или

$$P_r = P + \Delta P, \quad (11.10)$$

где  $\Delta P$  — поправка в площадь за переход с поверхности шара на плоскость в проекции Гаусса—Крюгера;  $\Delta P = Py^2/R^2 = 2P(m-1)$ .

**Пример.** Вычислить поправку в площадь за переход с поверхности шара (местности) на плоскость в проекции Гаусса—Крюгера, если  $P = 1000,00$  га, при  $y = 200$  км.

$$\Delta P = Py^2/R^2 = 1000 \cdot 200^2/6370^2 = 0,87 \text{ га.}$$

Обычно специалистов интересует площадь не в проекции Гаусса—Крюгера, а на местности, поэтому величину  $\Delta P$  называют *абсолютным искажением площади*.

Относительное искажение площади будет выражаться формулой

$$\Delta P/P = y^2/R^2.$$

Если площадь землепользования (колхоза, совхоза) определена по координатам на плоскости в проекции Гаусса—Крюгера  $P_r$ , то для получения фактической площади землепользования на местности  $P$  необходимо вычесть поправку  $\Delta P$ , т. е.

$$P = P_r - \Delta P.$$

Для упрощения выводов формул земная поверхность была принята за поверхность шара. Если принять Землю за эллипсоид вращения (сфероид), что ближе к действительному ее виду, то вывод формул, относящихся к проекции Гаусса—Крюгера, будет значительно сложнее. Полученные формулы приближенные, но они обеспечивают необходимую точность при построении (разрезной) геодезической сети сгущения и съемочной сети.

### 11.5. СБЛИЖЕНИЕ МЕРИДИАНОВ. ПЕРЕХОД ОТ АЗИМУТА К ДИРЕКЦИОННОМУ УГЛУ

Обработку геодезических измерений выполняют с использованием дирекционных углов. Однако азимуты измеряют непосредственно (астрономическими или гироскопическим способом). Для перехода к дирекционным углам надо знать сближение меридианов.

Выведем формулу для сближения меридианов. Представим, что Земля имеет форму шара. Проведем через точку  $A$  меридиан, дугу малого круга (параллельно осевому меридиану) и дугу параллели  $AC$  (рис. 11.3,  $a$ ). Через точку  $C$  проведем касательную  $CT$  к осевому

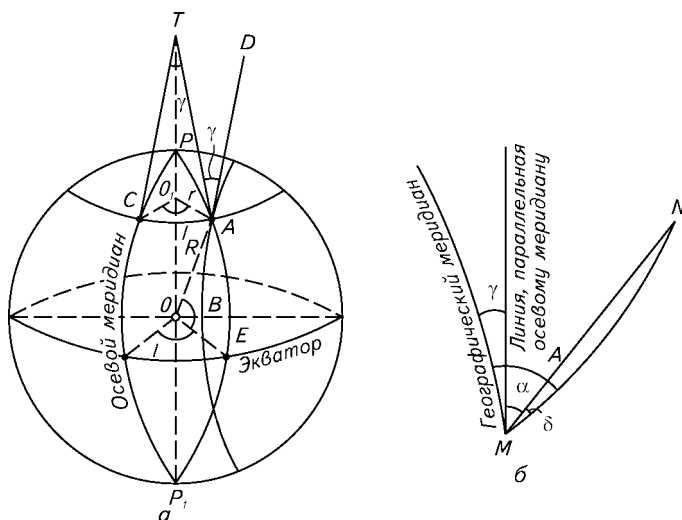


Рис. 11.3. Схемы для вычисления сближения меридианов ( $a$ ) и дирекционного угла ( $b$ ):

$\cup MN$  — линия местности;  $A$  — истинный азимут;  $\alpha$  — дирекционный угол;  $\gamma$  — сближение меридианов;  $\delta$  — поправка в направление за кривизну изображения линии местности в проекции

му меридиану, а через точку  $A$  — касательную  $AT$  к меридиану и касательную  $AD$  к малому кругу. Так как при переходе с поверхности шара на плоскость в проекции Гаусса—Крюгера углы не искажаются, а угол между кривыми — угол между касательными к этим кривым, то  $\angle DAT$  изобразится в проекции без искажений и будет равен  $\gamma$ . Предположим, что точка  $A$  находится недалеко от осевого меридиана (внутри шестиградусной зоны). Тогда прямая  $AD$  почти параллельна прямой  $CT$ . В этом случае  $\angle CTA = \angle TAD = \gamma$ , а дугу окружности  $AC$ , проведенную из центра  $O_1$  радиусом  $r$ , можно принять за дугу окружности радиуса  $TA$ .

Тогда

$$\gamma = \cup AC / AT. \quad (11.11)$$

Но  $\cup AC$  — дуга параллели с радиусом  $r$  и центральным углом  $l$ , поэтому

$$\cup AC = rl. \quad (11.12)$$

На основании теоремы о равенстве углов со взаимно перпендикулярными сторонами можно написать, что

$$\angle ATO_1 = \angle AOE = B,$$

где  $B$  — широта точки  $A$ .

Из прямоугольного треугольника  $AO_1T$

$$AT = r / \sin B. \quad (11.13)$$

Подставив выражения для  $\cup AC$  и  $AT$  в равенство (11.11), после сокращений получим

$$\gamma = l \sin B. \quad (11.14)$$

Тогда получим

$$l = L - L_0, \quad (11.15)$$

где  $L$  — долгота меридиана, проходящего через данную точку;  $L_0$  — долгота осевого меридиана.

На основании этого формулу (11.14) можно записать в виде

$$\gamma = (L - L_0) \sin B. \quad (11.16)$$

Отсюда следует, что сближение меридианов в восточной части зоны положительно, а в западной — отрицательно. Для точек, находящихся на одной параллели, значение  $\gamma$  тем больше по абсолютной величине, чем дальше точка находится от осевого ме-

ридиана. Во всех точках, расположенных внутри шестиградусной зоны, абсолютная величина сближения меридианов меньше  $3^\circ$ , а на осевом меридиане и на экваторе сближение меридианов равно  $0^\circ$ .

Зависимость между азимутом и дирекционным углом какого-либо направления легко установить на основании рисунка 11.3, б. Для удобства математической обработки результатов измерений изображение линии местности в виде кривой  $\cup MN$  заменяют прямой  $MN$ . Искомая зависимость в соответствии с рисунком 11.3, б выражается формулой

$$\alpha = A - \gamma - \delta, \quad (11.17)$$

где  $\delta \approx 0,0025(x_N - x_M)y_{\text{ср}}$ ;  $y_{\text{ср}} = (y_M + y_N)/2$ .

Для съемочного обоснования топографических съемок поправкой  $\delta$  по малости пренебрегают и пользуются формулой

$$\alpha = A - \gamma. \quad (11.18)$$

## 11.6. ПЕРЕКРЫТИЕ ЗОН

При геодезических работах вблизи границы двух зон вследствие обособленности систем координат этих зон могут возникнуть трудности при математической обработке сетей, например, полигонометрического хода, проложенного между пунктами  $A$  и  $B$  (рис. 11.4), расположенными в разных зонах.

Чтобы избежать в таких случаях перевычисления координат исходных пунктов из одной зоны в смежную с ней, условились о перекрытии координатных систем смежных шестиградусных зон в некоторой полосе шириной в  $1^\circ$ ; при этом западная зона перекрывает восточную, а восточная — западную на  $30'$ . В полосе перекрытия зон координаты геодезических пунктов вычисляют в двух системах координат смежных зон, а на листах топографических карт показывают выходы линий обеих координатных сеток.

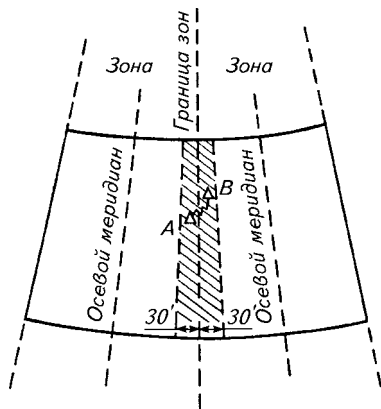


Рис. 11.4. Перекрытие зон

## 11.7. НОМЕНКЛАТУРА ЛИСТОВ ТОПОГРАФИЧЕСКИХ КАРТ И ПЛАНОВ

Для удобства пользования топографической картой на большую территорию земной поверхности ее издают отдельными листами, объединенными единой системой разграфки и номенклатуры. Это позволяет подобрать карты друг к другу на определенный район. Иначе в картографическом хозяйстве трудно будет ориентироваться. Единая система разграфки состоит в том, что для изображения на отдельных листах всю земную поверхность делят на части меридианами и параллелями, проведенными по определенным правилам. *Номенклатурой топографических карт* называют систему обозначений отдельных ее листов (трапеций).

В основу номенклатуры карт различных масштабов положена Международная карта масштаба 1:1 000 000. Листы этой карты получают следующим образом. Всю земную поверхность делят меридианами через  $6^\circ$  на 60 колонн. Колонны нумеруют арабскими цифрами с запада на восток, начиная от меридиана с долготой  $180^\circ$ , противоположного Гринвичскому (рис. 11.5). Колонны, в свою очередь, делят параллелями на ряды через  $4^\circ$ . Ряды обозначают заглавными буквами латинского алфавита, начиная от экватора к Северному и Южному полюсу. Проведенные таким образом меридианы и параллели служат рамками отдельных листов карты этого масштаба.

Номенклатуру листа карты масштаба 1:1 000 000 составляют из буквы, обозначающей пояс, и числа — номера колонны, на пере-

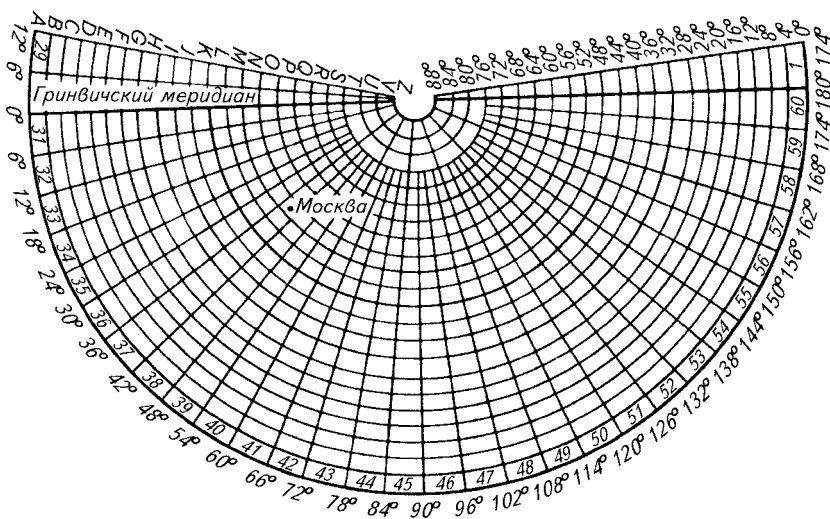


Рис. 11.5. Номенклатура карт масштаба 1:1 000 000

сечении которых находится данный лист. Например, город Москва находится в поясе  $N$  и в колонне 37. Поэтому соответствующий лист карты масштаба 1:1 000 000 имеет номенклатуру  $N-37$  (см. рис. 11.5).

В одном листе карты масштаба 1:1 000 000 содержатся: 4 листа карты масштаба 1:5 000 000, обозначаемых заглавными буквами русского алфавита А, Б, В, Г; 9 листов карты масштаба 1:300 000, обозначаемых римскими цифрами от *I* до *IX*; 36 листов карты масштаба 1:200 000, обозначаемых римскими цифрами *I*...*XXXVI*; 144 листа карты масштаба 1:100 000, обозначаемых арабскими цифрами *1*...*144* (рис. 11.6).

Чтобы получить номенклатуру листа карты какого-либо масштаба (кроме масштаба 1:300 000), надо к номенклатуре листа карты масштаба 1:1 000 000 приписать справа букву или номер соответствующей трапеции. Для получения номенклатуры листа карты масштаба 1:300 000 надо к номенклатуре листа карты масштаба 1:1 000 000 приписать слева номер трапеции.

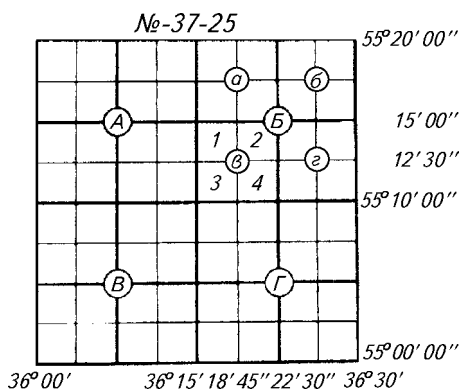


Рис. 11.7. Номенклатура листов карт масштабов 1:50 000, 1:25 000 и 1:10 000

В основу номенклатуры листов карт более крупных масштабов положена номенклатура листов карты масштаба 1:100 000. Лист карты масштаба 1:100 000 соответствует четырем листам карты масштаба 1:50 000, обозначаемым А, Б, В, Г, каждый из которых соответствует четырем листам карты масштаба 1:25 000, обозначаемым а, б, в, г, наконец, каждый из последних соответствует четырем листам карты масштаба 1:10 000, которые нумеруют 1, 2, 3, 4 (рис. 11.7).

Номенклатуры листов карт указанных масштабов получают путем приписывания справа номера соответствующей трапеции к номенклатуре листа карты предыдущего масштаба. Например, для листов карт масштабов 1:100 000 — N-37-123; 1:50 000 — N-37-123-Б; 1:25 000 — N-37-123-Б-в; 1:10 000 — N-37-123-Б-в-4.

При дальнейшем переходе к более крупным масштабам (1:5000, 1:2000) возвращаются к номенклатуре листа карты масштаба 1:100 000. Чтобы получить номенклатуру листа карты масштаба 1:5000, лист карты масштаба 1:100 000 делят на 256 частей, которые нумеруют 1, 2, ..., 256 (рис. 11.8, а).

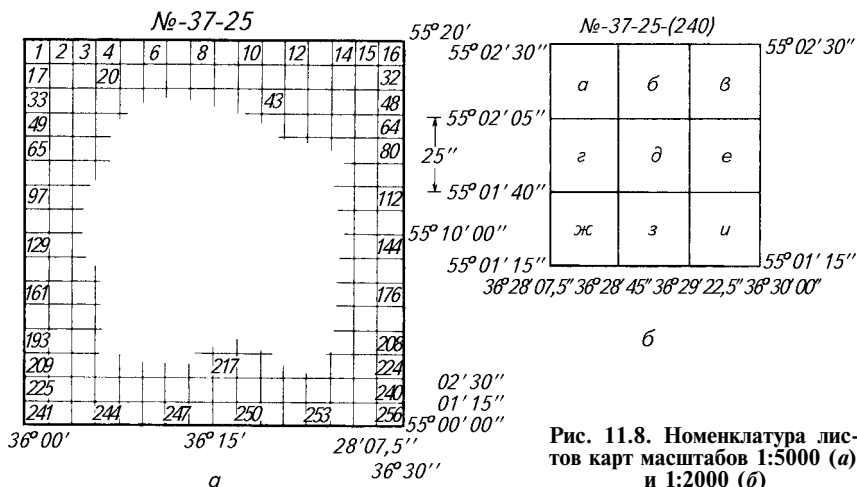


Рис. 11.8. Номенклатура листов карт масштабов 1:5000 (а) и 1:2000 (б)

А затем при переходе к масштабу 1:2000 каждую из них делят еще на 9 частей, обозначаемых буквами а, б, в, г, д, е, ж, з, и (рис. 11.8, б).

Номенклатура листа карты масштаба 1:5000 складывается из номенклатуры листа карты масштаба 1:100 000 и номера данной трапеции, приписываемого справа в скобках, например, N-37-123-(250). Подобно этому получают номенклатуру листа карты масштаба 1:2000, исходя из номенклатуры листа карты масштаба 1:5000, например N-37-123-(250-в).

В инструкции по крупномасштабным съемкам карты масштаба 1:10 000 и крупнее называют *топографическими планами*.

Зная географические координаты какого-либо пункта на земной поверхности, можно найти номенклатуру трапеции определенного масштаба, на которой находится этот пункт, а также географические координаты ее вершин. Географические координаты вершин трапеции можно найти также, если известна ее номенклатура.

Для топографических планов крупных масштабов, охватывающих территорию меньше  $20 \text{ км}^2$ , как правило, применяют квадратную разграфку линиями, параллельными координатным осям.

Листы планов масштаба 1:5000 берут размером  $40 \times 40$ , а масштабов 1:2000, 1:1000 и 1:5000 —  $50 \times 50$  см. За основу разграфки принимают лист плана масштаба 1:5000. Соответственно этой разграфке устанавливают номенклатуру листов.

Произведя разграфку участка съемки на листы планов масштаба 1:5000, их нумеруют арабскими цифрами. Лист плана масштаба 1:5000 делят на четыре части, изображаемые на листах плана масштаба 1:2000, которые обозначают буквами А, Б, В, Г. Номенклатуру листов плана масштаба 1:2000 получают, приписывая справку к номеру листа плана масштаба 1:5000 букву, обозначающую данный лист, например 5-В. Лист плана масштаба 1:2000 делят на четыре части для съемки в масштабе 1:1000, обозначаемые цифрами I, II, III, IV, и на 16 частей для съемки в масштабе 1:500, обозначаемых цифрами 1, 2, ..., 16. Номенклатура листа плана масштаба 1:1000 может быть, например, 5-В-III, а листа плана масштаба 1:500 — 5-В-12.

#### Контрольные вопросы и задания

1. Дайте понятие о картографических проекциях. 2. Какова структура проекции Гаусса—Крюгера? 3. Напишите формулы и объясните масштаб изображения и искажения длин линий в проекции Гаусса—Крюгера. 4. Какова методика редуцирования линий на плоскость в проекции Гаусса—Крюгера? 5. Напишите формулу сближения меридианов и объясните процедуру перехода от азимута к дирекционному углу. 6. Напишите формулы и объясните искажение площадей в проекции Гаусса—Крюгера. 7. Что такое номенклатура топографических карт и планов?

---

## Глава 12

### ИЗМЕРЕНИЕ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ УГЛОВ В РАЗРЯДНЫХ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЯХ СГУЩЕНИЯ



#### 12.1. ТЕОДОЛИТЫ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ ПРИ ПОСТРОЕНИИ РАЗРЯДНЫХ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЕЙ СГУЩЕНИЯ

Согласно ГОСТ 10529—86 теодолиты разделены на три группы: высокоточные (Т05...Т1), точные (ЗТ2КП, ЗТ5КП) и технические (ЗТ30).

Для угловых измерений в разрядных геодезических сетях сгущения применяют точные оптические теодолиты, к которым относят модели типа 2Т2, 2Т5, 2Т5К и новые унифицированные модели типа ЗТ2КП, ЗТ5КП с прямым изображением зрительной трубы.

Унифицированные модели имеют одинаково расположенные и сходные по конструкции детали управления, что создает преимущества при работе с ними. Наводящие и закрепительные устройства алидады и зрительной трубы соосны и снабжены механизмами закрепления куркового типа. Для предварительного наведения на визирные цели зрительная труба с двух сторон имеет коллиматорные визиры. Для приведения горизонтальной оси теодолита в положение, перпендикулярное к вертикальной оси, в правых (относительно положения КЛ) колонках установлены эксцентриковые лагеры.

Для исправления коллимационной погрешности в корпусе зрительной трубы укреплено клиновое кольцо, при вращении которого труба поворачивается относительно горизонтальной оси; сетка нитей при этом не перемещается.

В алидадной части теодолита располагается окуляр оптического центрира. Под кожухом алидады находится круг-искатель для перестановки горизонтального круга и предварительного отыскания цели. Отсчитывание по кругу-искателю проводят по индексу, расположенному в вырезках кожуха. Для переноса теодолитов и придания им дополнительной жесткости сверху колонок укреплены ручки.

Теодолит ЗТ5КП имеет одностороннюю систему отсчитывания по кругам с помощью шкалового микроскопа, а теодолит ЗТ2КП — двустороннюю с помощью оптического микрометра. Подставки приборов обеспечивают возможность работы по трех-

штативному методу в сочетании с комплектом визирных целей КВЦ и оптическим центриром.

Теодолит 3Т2КП (рис. 12.1) предназначен для измерения горизонтальных углов со средней квадратической погрешностью 2", а вертикальных — 3". Он имеет неповторительную систему осей<sup>1</sup>. Отсчет по кругам производят с двух диаметрально противоположных концов, что исключает влияние эксцентриситета. Для упрощения отсчета по кругам в поле зрения отсчетного микроскопа введены цифровые указатели десятков минут.

Стеклянные круги теодолита разделены через 20' и оцифрованы от 0 до 359°. Горизонтальный круг имеет двойные штрихи, а вертикальный — одинарные.

Отсчетная система теодолита *двухканальная*; изображения горизонтального и вертикального кругов строятся по двум независимым оптическим каналам. Введение того или другого изображения круга сопровождается изменением цвета фона. Голубой фон указывает на изображение вертикального круга, зеленый — горизонтального. Контактный уровень при алидаде вертикального круга расположен в левой стойке колонки.

Рассмотрим устройство и методику отсчитывания по кругам с помощью отсчетных приспособлений в виде оптического микрометра и шкалового микроскопа.

*Оптический микрометр* — отсчетное приспособление, действие которого основано на свойстве оптических деталей при их повороте смещать проходящие через них лучи света параллельно первоначальному направлению. В отличие от шкалового микроскопа в оптическом микрометре изображение делений лимба перемещается в процессе измерения относительно нуля-пункта микрометра.

Оптический микрометр состоит из двух основных частей: компенсатора — совокупности оптической детали, предназначенной для смещения идущих от отсчитываемой шкалы световых лучей, и шкалы, предназначенной для измерения поворота или смещения

---

<sup>1</sup>Повторительным называют теодолит, осевая система которого позволяет закрепить алидаду с горизонтальным кругом и обеспечить их совместное вращение без нарушения взаимного положения. У таких теодолитов горизонтальный круг имеет закрепительный и наводящий винты. Этот теодолит позволяет поочередным вращением горизонтального круга и алидады несколько раз отложить (повторить) на круге значение измеряемого угла, что повышает точность измерений.

Перестановка горизонтального круга в новое положение позволяет измерить один и тот же угол на разных его частях, что обеспечивает контроль и исключение некоторых ошибок измерений.

У неповторительных теодолитов горизонтальные круги не вращаются. Оси таких кругов непосредственно связаны с трегером (подставкой). Горизонтальный круг такого теодолита имеет лишь закрепительный винт или приспособление для поворота и закрепления круга в различных положениях.

К повторительным относится теодолит 3Т30, а к неповторительным — 3Т5КП.

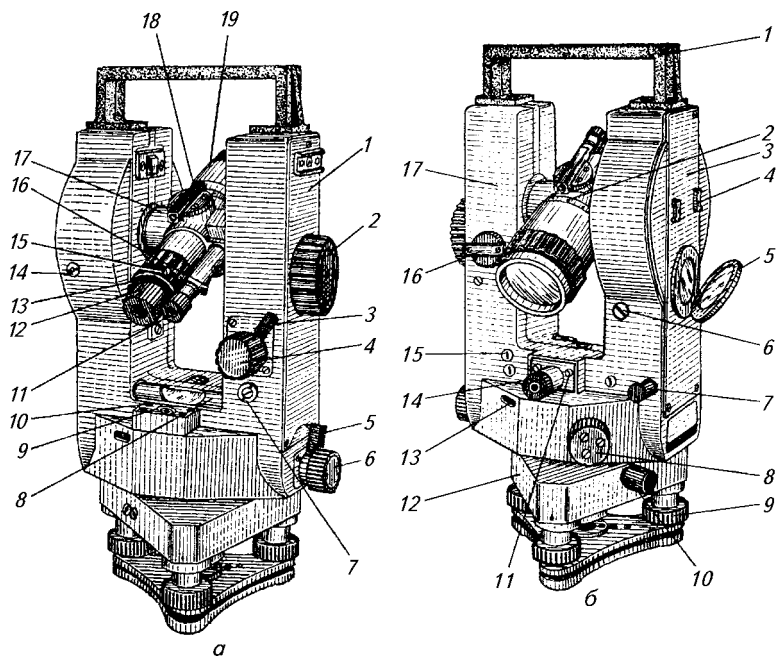


Рис. 12.1. Теодолит 3Т2КП:

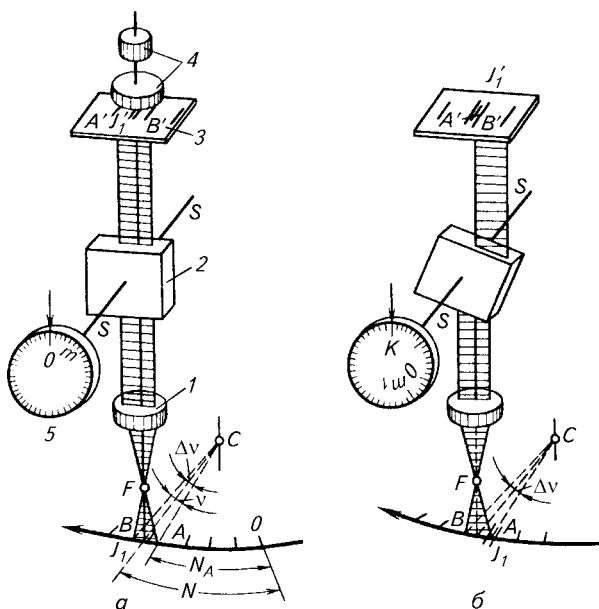
*а* — вид со стороны окуляра: 1 — боковая крышка; 2 — рукоятка микрометра; 3, 5 — закрепительные винты; 4, 6 — наводящие винты; 7, 10 — юстировочный винт уровня; 8, 9 — уровни при алидаде горизонтального круга; 11 — окуляр микроскопа; 12 — окуляр зрительной трубы; 13 — колпачок; 14 — штеккерное гнездо; 15 — кремальера; 16 — флажок отражателя; 17 — горизонтальная ось; 18 — коллиматорный визир; 19 — зрительная труба; *б* — вид со стороны объектива: 1 — ручка; 2 — клиновое кольцо; 3 — боковая крышка; 4 — упор; 5 — зеркало; 6 — юстировочный винт; 7 — установочный винт; 8 — рукоятка; 9 — подъемный винт; 10 — закрепительный винт; 11 — винт; 12 — подставка; 13 — иллюминатор круга-искателя; 14 — окуляр оптического центрира; 15 — пробка для юстировки рена вертикального круга; 16 — рукоятка переключателя; 17 — колонка

компенсатора. Обе части соединены таким образом, что обеспечено их согласованное перемещение.

Оптический микрометр соединен с микроскопом для отсчитывания долей делений кругов.

Различают оптические микрометры *клиновые* и с *плоскопараллельной пластинкой*.

Оптическая схема микрометра с плоскопараллельной пластинкой показана на рисунке 12.2, *а*. Объектив 1 дает изображение делений круга в плоскости биссектора ' выгравированного на стеклянной пластинке 3. Плоскопараллельная пластинка 2 с помощью рукоятки микрометра 5, на котором нанесено  $m$  делений, может вращаться вокруг оси  $SS$ . В результате этого предоставляется возможность совмещать изображение младшего деления лимба с биссектором.



**Рис. 12.2. Микрометр с плоскопараллельной пластинкой:**

*a* — оптическая схема; *б* — принцип действия; 1 — объектив; 2 — плоскопараллельная пластинка; 3 — стеклянная пластинка; 4 — окуляр; 5 — микрометр

Оптический микрометр сконструирован так, что при повороте плоскопараллельной пластинки 2 на угол, соответствующий  $n_0$  делениям, луч смещается на значение, равное изображению  $A'B'$  одного деления лимба.

Рассмотрим принцип действия микрометра с плоскопараллельной пластинкой.

Пусть  $C$  — центр горизонтального круга,  $'$  — биссектор, нанесенный на стеклянной пластинке,  $J_1$  — его проекция на плоскость круга,  $A$  и  $B$  — младший и старший штрихи круга,  $A'$  и  $B'$  — изображения штрихов в плоскости биссектора. Согласно рисунку 12.2,  $a$  отсчет по кругу

$$N = N_A + \Delta v,$$

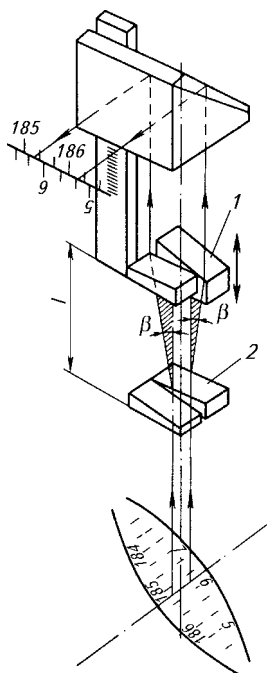
где  $N_A$  — отсчет по младшему штриху лимба;  $\Delta v$  — угол, измеряемый микрометром.

Для определения угла  $\Delta v$  вращением рукоятки микрометра поворачивают плоскопараллельную пластинку так, чтобы изображение деления  $A'$  было введено в биссектор (рис. 12.2, *б*). Обозначив

через  $k$  отсчет (число делений) по микрометру, а через  $\mu$  — цену деления микрометра, получим рабочую формулу отсчета по микрометру

$$\Delta v = k\mu.$$

Оптическая схема клинового оптического микрометра показана на рисунке 12.3. В этих микрометрах вместо плоскопараллельной пластинки на пути лучей, идущих от стеклянного круга, помещены неподвижные и подвижные клинья с малыми преломляющими углами, ребра которых располагаются в разные стороны. При этом взаимно параллельны грани клиньев, обращенные в противоположные стороны. Промежуток между клиньями образует воздушную плоскопараллельную пластину переменной толщины. Подвижные клинья вместе с равномерной шкалой микрометра перемещаются в направлении, перпендикулярном к плоскости круга. Отсчет по шкале проводят с помощью индекса. Лучи, идущие от противоположных сторон круга, проходят сквозь неподвижные и подвижные клинья и, отразившись от блока призм, попадают в систему микрометра. Для снятия отсчета по кругу вращением маховичка микрометра совмещают изображения верхних и нижних штрихов круга, расположив их на продолжении друг друга.



**Рис. 12.3. Оптическая схема клинового оптического микрометра:**

1 и 2 — подвижные и неподвижные клинья

Поле зрения отсчетного микроскопа оптического микрометра теодолитов 2Т2, 2Т2П, 3Т2КП показано на рисунке 12.4.

Перед отсчитыванием по горизонтальному кругу рукояткой микрометра совмещают верхнее и нижнее изображения двойных штрихов горизонтального круга, расположенных в центральном окне поля зрения микроскопа. Число градусов и десятки минут отсчитывают в верхнем окне. При этом градусы отсчитывают только в пределах вспомогательной шкалы, имеющей цифры от 0 до 5 и расположенной в нижней части окна. Цифра, расположенная под числом градусов, показывает десятки минут. Единицы минут, десятки, единицы и десятые доли секунд отсчитывают в боковом окне по шкале микрометра. Цена деле-

ния шкалы соответствует одной секунде. Отсчет по горизонтальному кругу, видимый в поле зрения микроскопа (см. рис. 12.4), равен  $17^{\circ}25'27''$ .

Перед отсчитыванием по вертикальному кругу совмещают концы пузырька контактного уровня.

*Шкаловой микроскоп* состоит из равномерной шкалы штрихов и микроскопа.

Теодолит 3Т5КП (рис. 12.5) предназначен для измерения горизонтальных углов со средней квадратической погрешностью одним приемом  $5''$ , а вертикальных —  $10''$ . Он имеет неповторительную сис-

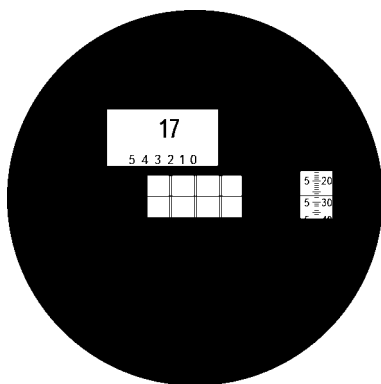


Рис. 12.4. Поле зрения отсчетного микроскопа теодолитов 2Т2, 2Т2П, 3Т2КП

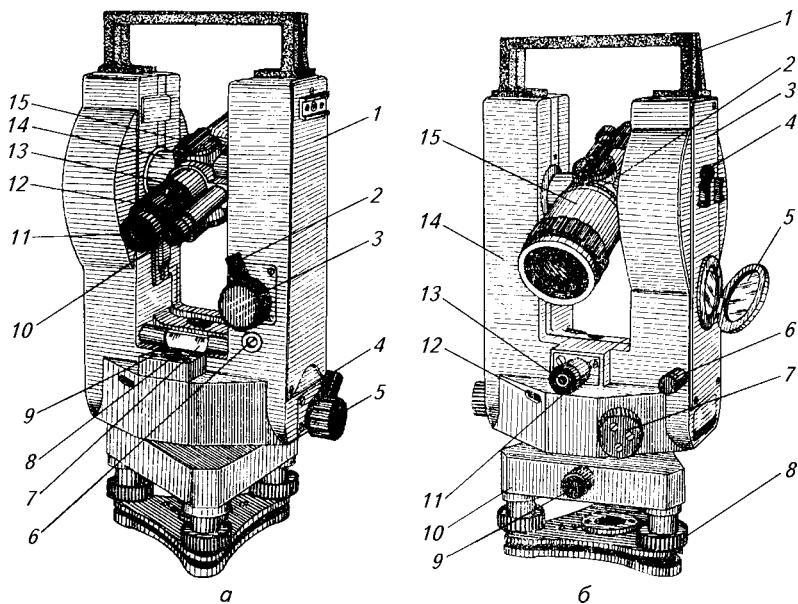
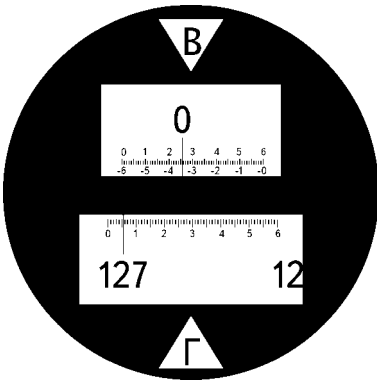


Рис. 12.5. Теодолит 3Т5КП:

*а*—вид со стороны окуляра: 1—боковая крышка; 2, 4—закрепительные винты; 3, 5—наводящие винты; 6—юстировочный винт цилиндрического уровня; 7—цилиндрический уровень; 8—круглый уровень; 9—юстировочный винт круглого уровня; 10—окуляр микроскопа; 11—окуляр зрительной трубы; 12—колпачок; 13—кремальера; 14—горизонтальная ось; 15—визир; *б*—вид со стороны объектива: 1—ручка; 2—клиновое кольцо; 3—боковая крышка; 4—пробка; 5—зеркало; 6—установочный винт; 7—рукоятка; 8—подъемный винт; 9—закрепительный винт; 10—подставка; 11—винт; 12—окно круга-искателя; 13—окуляр центрира; 14—колонка; 15—зрительная труба

Рис. 12.6. Поле зрения шкалового микроскопа теодолита 3Т5КП



тему вертикальной оси. Изображение вертикального круга оттенено голубым фоном, а горизонтального — желто-зеленым. Роль уровня при вертикальном круге выполняет оптический компенсатор с самоустанавливающимся индексом.

Стеклянные круги теодолита размечены через  $1^\circ$ . Горизонтальный круг оцифрован от 0 до  $359^\circ$ . Вертикальный круг имеет двойную оцифровку от 0 до  $75^\circ$  и от  $-0$  до  $-75^\circ$ , что позволяет определять знак угла наклона. Отсчеты по кругам производят с помощью шкалового микроскопа, расположенного рядом с окуляром зрительной трубы.

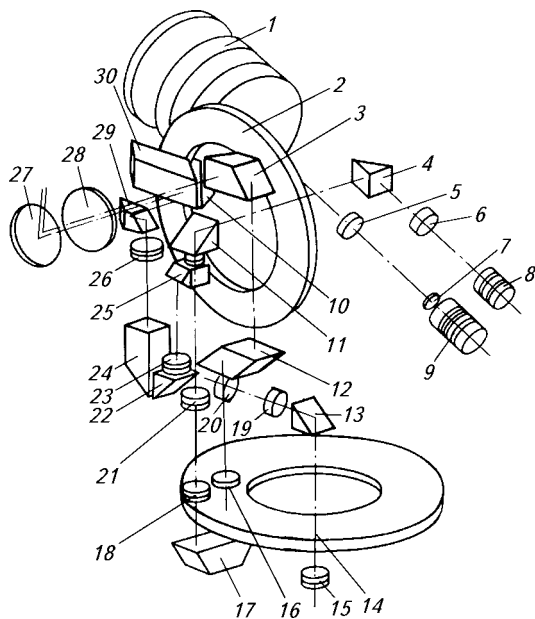
Поле зрения шкалового микроскопа теодолита 3Т5КП показано на рисунке 12.6. Теодолит снабжен устройством для точной установки отсчета по горизонтальному кругу. Зрительная труба имеет прямое изображение и обоими концами переводится через зенит. Для устранения коллимационной погрешности служит клиновое кольцо. Кроме того, коллимационную погрешность можно устранить попеременным вращением горизонтально расположенных юстировочных винтов сетки нитей. На краю сетки нитей помимо двух горизонтальных штрихов (выше и ниже перекрестия), относящихся к нитяному дальномеру, указано направление вращения кремальеры при фокусировании на бесконечность. Участки горизонтального круга меняют вращением рукоятки 7 (см. рис. 12.5, б) после нажатия на нее вдоль оси вращения. Для контроля установки горизонтального круга при смене его участков между приемами используют круг-искатель, отсчет по которому берут по индексам, нанесенным на окнах 12 (см. рис. 12.5). Юстировочным винтом 6 (см. рис. 12.5, а) исправляют положение оси цилиндрического уровня 7 при алидаде горизонтального круга. Юстировочными винтами 9 исправляют положение оси круглого уровня 8. Теодолит имеет устройство точного приведения места нуля к нулю, доступ к юстировочному винту которого осуществляют через отверстие в боковой крышке, закрываемое пробкой

4 (см. рис. 12.5, б). Теодолит имеет оптический центрир, объектив которого установлен внутри пустотелой вертикальной оси.

При визировании на цели, расположенные под углами более  $45^\circ$  к горизонту, применяют окулярные насадки на зрительную трубу и отсчетный микроскоп. Для визирования на Солнце окулярная насадка снабжена откидным светофильтром. Для ориентирования визирной оси зрительной трубы относительно магнитного меридиана применяют ориентир-буссоль.

Теодолит 3Т5КП имеет двухканальную оптическую схему отсчетной системы (рис. 12.7) — изображения горизонтального и вертикального кругов проецируются в плоскость шкал микроскопа по двум независимым оптическим каналам.

Зрительная труба имеет четырехлинзовый объектив 1, фокусирующую линзу 5, сетку нитей 7 и окуляр 9. Угломерные круги освещаются через иллюминатор 28 с помощью зеркала 27. Призма 3 направляет световой пучок на ромб-призму 12, к которой прикреплена коллективная линза, и далее через коллектив 16 на гори-



**Рис. 12.7. Оптическая схема теодолита 3Т5КП:**

1 — объектив зрительной трубы; 2 — вертикальный круг; 3, 10, 12, 30 — призмы подсветки; 4, 11, 17, 24, 29 — передающие призмы; 5 — фокусирующая линза; 6 — объектив микроскопа; 7 — сетка нитей; 8 — окуляр микроскопа; 9 — окуляр; 13 — призма центрира; 14 — горизонтальный круг; 15 — объектив центрира; 16 — коллективная линза; 18, 21 — линзы объектива горизонтального круга; 19 — коллектив-сетка; 20 — окуляр центрира; 22 — прямоугольная призма-компенсатор; 23, 26 — линзы объектива вертикального круга; 25 — блок призм со шкалой; 27 — зеркало подсветки; 28 — иллюминатор

горизонтальный круг 14. Освещенные снизу штрихи горизонтального круга с помощью призмы 17 и линз 18, 21 объектива горизонтального круга проецируются в плоскость шкалы, нанесенной на плоской поверхности коллектива, склеенного с блоком призм 25.

Участок вертикального круга 2 освещается с помощью ромб-призмы 30 с коллективом, а также блока 10, состоящего из призмы и приклеенных к ней светофильтра и рассеивающей линзы. Изображение штрихов вертикального круга с помощью призм 29, 24, 22 и 25, а также линз 23 и 26 объектива вертикального круга проецируются в плоскость шкалы. Призма 22, установленная в маятниковом подвесе, принимает определенное положение в пространстве при наклоне теодолита, выполняя роль оптического компенсатора самоустанавливающейся системы при вертикальном круге. На половине отражающей грани блока призм 25 нанесено зеркальное покрытие, граница которого является разделительной линией, отделяющей изображение штрихов вертикального круга от изображения штрихов горизонтального. Далее изображение штрихов обоих угломерных кругов вместе с изображением шкал с помощью объектива 6 и призм 11 и 4 передаются в фокальную плоскость окуляра 8 отсчетного микроскопа.

## **12.2. ПОВЕРКИ И ОСНОВНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕОДОЛИТОВ**

Поверки теодолитов сводятся к достижению основных условий, вытекающих из геометрической схемы угломерного прибора. Их сопровождают регулировками с помощью исправительных и регулировочных винтов. Некоторые части прибора закрепляют наглухо. Если взаимное положение этих частей нарушено, то исправление может быть выполнено только в мастерской.

Поверки приборов выполняют в определенной последовательности, регламентированной нормативными документами.

Поверки включают выполнение следующих основных условий: ось цилиндрического уровня на алидаде горизонтального круга должна быть перпендикулярна к вертикальной оси теодолита;

ось круглого уровня должна быть параллельна вертикальной оси теодолита;

визирная ось зрительной трубы должны быть перпендикулярна к горизонтальной оси теодолита;

горизонтальная ось должна быть перпендикулярна к вертикальной оси теодолита;

вертикальная нить сетки должна быть перпендикулярна к горизонтальной оси теодолита;

визирная ось оптического центра должна совпадать с вертикальной осью теодолита;

компенсатор отсчетной системы теодолита 3Т5КП должен обеспечивать неизменный отсчет по вертикальному кругу при на-

клоне вертикальной оси теодолита в коллимационной плоскости на угол в пределах  $3'$  от среднего положения.

Поверку условий 1...5 описаны в главах 2, 6.

Поверку оптического центра выполняют со штатива, под которым на листе бумаги намечают точку — изображение перекрестия сетки центра. При вращении алидады изображение точки не должно смещаться с перекрестия сетки.

Регулировку проводят путем смещения объектива центра, расположенного в нижней части хвостовика теодолита, с помощью юстировочных винтов.

Проверка компенсатора включает определение диапазона действия и точности работы. Для определения диапазона действия компенсатора устанавливают теодолит на штативе по уровню так, чтобы один из подъемных винтов подставки был расположен в направлении визирования. Закрепляют зрительную трубу и алидаду. Отсчитывают по вертикальному кругу, после чего, медленно вращая подъемный винт подставки, наблюдают за смещением штриха вертикального круга относительно шкалы микроскопа до момента его остановки. Вновь отсчитывают по вертикальному кругу и сравнивают отсчет с предыдущим. Разность между отсчетами характеризует диапазон действия компенсатора от среднего положения в одну сторону. Аналогично определяют диапазон действия компенсатора в другую сторону, вращая подъемный винт в противоположном направлении. Диапазон действия компенсатора от среднего положения должен быть не менее  $2'$ , в противном случае требуется исправление в мастерской.

Для определения точности работы компенсатора устанавливают теодолит по уровню, наводят зрительную трубу на четко видимый предмет, расположенный по направлению одного из подъемных винтов подставки, и отсчитывают по вертикальному кругу. Повторяют наведение и вновь отсчитывают по вертикальному кругу. Вычисляют среднее арифметическое из двух отсчетов. Вращением наводящего винта зрительной трубы устанавливают на вертикальном круге отсчет больше среднего арифметического на  $3'$ , подъемным винтом подставки наводят трубу на ту же точку и подсчитывают по вертикальному кругу. Повторяют наведение и вновь снимают отсчет. Средние арифметические значения первой и второй пары отсчетов не должны отличаться более чем на  $0,1'$ .

Затем проверку повторяют, наклоняя теодолит от среднего положения в противоположную сторону, предварительно установив отсчет по вертикальному кругу на  $-3'$ .

Помимо выполнения поверок, каждый теодолит перед началом работы должен быть исследован. Исследование теодолита проводят с целью установления качества изготовления и сборки отдельных его частей, правильности их взаимодействия, определения погрешностей измерительных устройств (кругов, отсчетных приспособлений и др.) и постоянных величин, характеризующих при-

бор (цена деления уровней, качества зрительных труб и др.). Исследования теодолита завершают пробными наблюдениями, по которым судят о точности результатов, получаемых при работе с исследуемым прибором. Программы исследования теодолита принимают в зависимости от его точности.

Рассмотрим основные исследования оптических теодолитов ЗТ2КП и ЗТ5КП.

**Понятие о рене отсчетной системы.** Микроскоп юстируют так, чтобы длина шкалы отсчетной системы соответствовала одному делению лимба. Однако может оказаться, что длина шкалы не точно равна изображению одного деления лимба. Тогда и фактическая цена деления шкалы, определяемая по формуле

$$\mu = i/n,$$

не будет равна расчетной

$$\mu_0 = i/n_0,$$

где  $i$  — цена деления круга;  $n$  — фактическое число делений шкалы;  $n_0$  — расчетное число делений шкалы.

Разность  $r = n_0 - n$  характеризует рен отсчетной системы.

Таким образом, *реном отсчетной системы* называют несоответствие длины шкалы, изображаемой оптической системой в фокальной плоскости микроскопа, изображению одного деления лимба.

Рен выражают в угловой мере и вычисляют по формуле

$$r = \mu_0 - \mu.$$

Исследование рена оптического микрометра теодолита, имеющего *двустороннюю систему отсчетов*, производят путем сопоставления угловой меры шкалы оптического микрометра с величиной деления лимба. Измерения выполняют через одинаковые интервалы в  $45^\circ 20'$  в прямом и обратном ходах.

Для определения рена на каждой установке лимба совмещают диаметрально противоположные штрихи (см. рис. 12.4) и берут отсчеты в такой последовательности:

отсчет  $a$  — при совмещении штрихов  $\phi$  и  $\phi + 180^\circ$  в центре поля зрения микроскопа;

отсчет  $b$  — при совмещении штрихов  $(\phi - \mu_{\text{л}})$  и  $\phi + 180^\circ$ ;

отсчет  $c$  — при совмещении штрихов  $\phi$  и  $(\phi + 180^\circ - \mu_{\text{л}})$ .

Каждый от отсчетов ( $a$ ,  $b$ ,  $c$ ) повторяют дважды. Для каждой установки лимба вычисляют разности:  $a - b$ ,  $a - c$ . Затем вычисляют рен верхнего изображения

$$r_{\text{в}} = (a - b) \mu_{\text{ш}} + \mu_{\text{л}}/2,$$

нижнего

$$r_{\text{н}} = (a - c) \mu_{\text{ш}}$$

и среднее значение

$$r_{\text{ср}} = (r_{\text{в}} + r_{\text{н}})/2.$$

Среднюю квадратическую погрешность определения рена оптического микрометра находят по формуле

$$= \sqrt{\frac{v'v' + v''v''}{n}}$$

где  $v' = (a - b) - r_b$ ;  $v'' = (a - c) - r_n$ .

Величина  $m_r$  для теодолитов типа 3Т2КП не должна превышать  $0,15''$ , а среднее значение рена —  $2''$ .

По разностям отсчетов  $a$ ,  $b$ ,  $c$  при двукратных совмещениях штрихов на одной и той же установке лимба вычисляют среднюю квадратическую погрешность отсчета

$$= \sqrt{\frac{d^2}{n}}$$

где  $d$  — разности отсчетов  $a - b$ ,  $a - c$ ;  $n$  — число установок лимба в прямом и обратном ходах.

Пример записей вычислений при определении рена оптического микрометра теодолита 3Т2КП приведен в таблице 12.1.

12.1. Определения рена оптического микрометра теодолита 3Т2КП

Прямой ход					Обратный ход				
φ	a	b	c	$\frac{a-b}{a-c}$	φ	a	b	c	$\frac{a-b}{a-c}$
0°00'	+0,4	0,0	+0,1		22°20'	+1,1	+0,1	-0,8	
	<u>0,0</u>	<u>-0,8</u>	<u>+0,9</u>			<u>+0,1</u>	<u>+0,1</u>	<u>-1,0</u>	
	+0,2	-0,4	+0,5	+0,6''		+0,6	+0,1	-0,9	+0,5''
				-0,3					+1,5
45 20	-1,1	+1,0	+0,9		67 40	-0,9	-0,8	+0,8	
	<u>-1,0</u>	<u>+1,8</u>	<u>+1,2</u>			<u>+1,0</u>	<u>-0,6</u>	<u>-0,1</u>	
	-1,0	+1,4	+1,0	-2,4		0,0	-0,7	+0,4	+0,7
				-2,0					-0,4
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
270 00	-1,9	-1,2	-2,4		292 20	+0,8	+0,1	-1,6	
	<u>-2,1</u>	<u>-2,1</u>	<u>-2,9</u>			<u>+0,9</u>	<u>+0,8</u>	<u>-0,9</u>	
	-2,0	-1,6	-2,6	-0,4		+0,8	+0,4	-1,2	+0,4
				+0,6					+2,0
315 20	-1,1	-1,3	-2,2		337 40	0,0	-1,7	-1,7	
	<u>-1,9</u>	<u>-1,3</u>	<u>-3,0</u>			<u>-1,1</u>	<u>-0,9</u>	<u>-1,0</u>	
	-1,5	-1,3	-2,6	-0,2		-0,6	-1,3	-1,4	+0,7
				+1,1					+0,8

$\Sigma(a - b) = +4,5''$ ,

$\Sigma(a - c) = +9,8''$ ,

$[v'v'] = 3,05$ ,

$[v''v''] = 7,34$ ,

$[dd] = 32,7$ ,

$n = 16$ .

Рен верхнего изображения

$r_b = 1/16 \Sigma(a - b) = +0,28''$ .

Рен нижнего изображения

$r_n = 1/16 \Sigma(a - c) = +0,61''$ .

Среднее значение рена горизонтального круга

$r_{cp} = 1/2(r_b + r_n) = 0,44''$ .

Средняя квадратическая погрешность определения рена

$$= \sqrt{\frac{3,05 + 7,34}{16}} = ''$$

Средняя квадратическая погрешность отсчета

$$= \sqrt{\frac{32,7}{16}} = ''$$

Исследование рена шкалового микроскопа, имеющего одностороннюю систему отсчета, производят путем совмещения нулевого штриха шкалы с каким-либо штрихом лимба и отсчитывания по прямому концу шкалы. Такие измерения выполняют на различных частях лимба через каждые 45 или 60°. Рен находят по формуле  $r_i = 60' - b_i$ . Из всех полученных значений вычисляют среднее значение рена  $r_{cp}$ . Величина  $r_{cp}$  в теодолитах типа 3Т5КП не должна превышать 3". При больших значениях рена в отсчеты по шкале  $\Delta v$  вводят поправки  $\Delta v r_{cp}/i$  ( $i$  — цена деления лимба), которые выбирают из специально составленной таблицы.

Пример записей и вычислений при исследовании рена шкалового микроскопа для горизонтального круга теодолита 3Т5КП приведен в таблице 12.2.

**12.2. Исследование рена шкалового микроскопа горизонтального круга теодолита 3Т5КП**

Установки алидады	Отсчеты по шкале $b_i$	Рен $r_i = 60' - b_i$	Поправки на рен	
			отсчеты по шкале $\Delta v$	поправки в отсчеты $\Delta v r_{cp}/i$
0°	59,8'	+0,2'	10'	+0,03'
45	59,9	+0,1	20	+0,06
90	59,7	+0,3	30	+0,10
135	59,8	+0,2	40	+0,13
180	59,9	+0,1	50	+0,16
225	59,8	+0,2	60	+0,19
270	59,8	+0,2		
315	59,8	+0,2		

$$\Sigma r = +1,5'$$

$$r_{cp} = \Sigma r/n = +1,5'/8 = +0,19'.$$

Пример. Отсчет по горизонтальному кругу  $112^\circ 46,4'$ .

Поправка за рен  $= +0,19' \cdot 46,4'/60' = +0,15'$ .

Исправленный отсчет  $112^\circ 46,6'$ .

Исследование эксцентриситета алидады горизонтального круга. Эксцентриситетом алидады горизонтального круга называют несовпадение оси алидады с центром лимба горизонтального круга.

В результате исследования эксцентриситета алидады у теодолитов с двусторонней системой отсчета выясняют точности центрирования оси алидады и горизонтального круга.

При исследовании эксцентриситета алидады у теодолитов с односторонним отсчетом, кроме того, определяют величину двойной коллимационной погрешности  $2c$ , которая необходима для установления допусков на колебания этой погрешности и на расхождения значений углов в полуприемах.

При исследовании эксцентриситета алидады переставляют алидаду, оставляя круг неподвижным, а при исследовании эксцентриситета круга переставляют круг при неподвижной алидаде.

**Эксцентриситет алидады теодолитов с двусторонней системой отсчетов.** Определяют его по колебаниям разностей отсчетов при совмещении диаметрально противоположных штрихов. При этом все операции производят в поле зрения микроскопа, никакого дополнительного оборудования не требуется.

При исследовании эксцентриситета алидады теодолита 3Т2КП в качестве индекса используют штрих вертикального круга, видимый после поворота переключающей призмы на  $45^\circ$ . Исследования проводят через  $30^\circ$  прямым и обратным ходами в следующем порядке:

устанавливают рукояткой микрометра отсчет  $5'00''$ ;

устанавливают вращением лимба (или алидады) отсчет  $\varphi$ ;

совмещают диаметрально противоположные штрихи лимба  $\varphi$  и  $\varphi + 180^\circ$  с помощью наводящих винтов и записывают отсчет  $a = 5'00''$ ;

вводят поворотом переключателя изображение штрихов горизонтального круга в поле зрения отсчетного микроскопа;

совмещают рукояткой микрометра штрих  $\varphi$  с принятым индексом и записывают отсчет  $a'$ ;

устанавливают переключатель в горизонтальное положение, а отсчет по микрометру — на  $5'00''$ .

Для каждой установки лимба (алидады) находят разности  $v = 4(a - a')$ .

Средние значения  $v$  из прямого и обратного ходов используют для вычисления элементов эксцентриситета: углового значения  $\epsilon$ , линейной величины  $e$ , направления эксцентриситета  $p$ . Вычисления проводят по формулам:

$$\epsilon = \sqrt{\quad + \quad} \quad e = \epsilon R / \rho; \quad p = \arctg(y/x),$$

где  $x = 2/n[\upsilon \sin \varphi]$ ;  $y = -2/n[\upsilon \cos \varphi]$ ;  $R$  — радиус круга.

Синусоиду строят по ординатам

$$\bar{v} = \quad \varphi + \quad \varphi + \Sigma \upsilon$$

Осевой эксцентриситет определяют по элементам эксцентриситета алидады и лимба по формуле

$$\epsilon = \sqrt{\epsilon + \epsilon \quad \epsilon \epsilon}$$

Угловое значение эксцентриситета алидады у теодолитов типа 3Т2КП не должно превышать  $40''$ .

Пример записей и вычислений при исследовании эксцентриситета алидады горизонтального круга теодолита ЗТ2КП приведен в таблице 12.3.

**12.3. Исследование эксцентриситета алидады горизонтального круга теодолита ЗТ2КП [ $v = 4(a - a')$ ;  $a = 5'00''$ ]**

$\varphi$	$a'_{\text{пр}}$	$v'$	$a'_{\text{обр}}$	$v''$	$v$	$v \sin \varphi$	$v \cos \varphi$	$x \sin \varphi$	$y \sin \varphi$	$\bar{v}$
0°	4'57"	+12"	4'56"	+16"	+14"	0,0"	+14,0"	0,0"	+8,9"	+32,9
30	55	+20	55	+20	+20	+10,0	+17,3	+2,1	+7,7	+33,8
60	54	+24	54	+24	+24	+20,8	+12,0	+3,6	+4,5	+32,1
90	53	+28	53	+28	+28	+28,0	0,0	+4,2	0,0	+28,2
120	53	+28	52	+32	+30	+26,0	-15,0	+3,6	-4,5	+23,1
150	51	+36	52	+32	+34	+17,0	-29,4	+2,1	-7,7	+18,4
180	51	+36	50	+40	+38	0,0	-38,0	0,0	-8,9	+15,1
210	54	+24	53	+28	+26	-13,0	-22,5	-2,1	-7,6	+14,3
240	55	+20	53	+28	+24	-20,8	-12,0	-3,6	-4,5	+15,9
270	55	+20	54	+24	+22	-22,0	0,0	-4,2	0,0	+19,8
300	56	+16	56	+16	+16	-13,8	+8,0	-3,6	+4,5	+24,9
330	56	+16	57	+12	+14	-7,0	+12,1	-2,1	+7,6	+29,5
						+101,8	+63,4	0,0	0,0	+228
						+290	-76,6	-116,9		
							+25,2	-53,5		

$$v = 1/2(v' + v''); \quad \operatorname{tg} P = -[v \sin \varphi] / [v \cos \varphi] = -25,2 / -53,5 = 0,472;$$

$$\Sigma v / n = +290 / 12 = +24''; \quad P = 25^\circ; \quad \varepsilon = \sqrt{\quad} + \quad = \quad$$

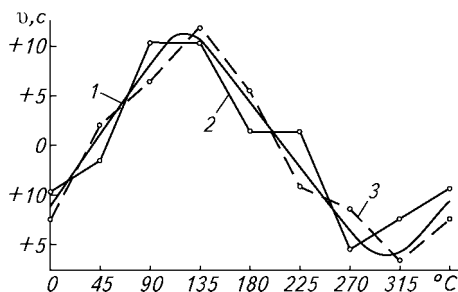
$$x = +25,2 / 6 = +4,2''; \quad e = 5,0'' \cdot 45\,000 / 206\,265'' = 1,09 \text{ мкм};$$

$$y = -(-53,5 / 6) = 8,9''.$$

**Исследование эксцентриситета алидады горизонтального круга теодолита ЗТ5КП с односторонним отсчетным приспособлением.** Для исследования в 20...30 м от теодолита по окружности через 45 или 60° на одной высоте с прибором устанавливают марки. Переставляя алидаду по часовой стрелке, при неизменном положении горизонтального круга последовательно визируют трубой при КП на каждую марку и отсчитывают по шкале отсчетного приспособления. Переведя трубу через зенит, повторяют измерения при КЛ, опять вращая алидаду прибора по часовой стрелке. Эти измерения составляют первый прием. Затем также при двух положениях вертикального круга производят второй прием измерений, вращая алидаду против часовой стрелки.

Для каждого положения алидады находят разности отсчетов

$$2c_i = \text{КП}_i - \text{КЛ}_i,$$



**Рис. 12.8. График эксцентриситета алидады горизонтального круга:**

1 — сглаживающая кривая; 2 и 3 — прямой и обратный ходы

которые обусловлены совместным влиянием двойного эксцентриситета  $2v$  и двойной коллимационной погрешности  $2c_0$ .

Вычисляют среднее значение двойной коллимационной погрешности

$$= \frac{\sum}{n}$$

где  $n$  — число положений алидады.

Определяют значения двойного эксцентриситета алидады для каждого ее положения  $2v_i = (КП_i - КЛ_i) - 2c_0$ , а затем эксцентриситет алидады  $v_i$ .

По полученным значениям  $v_i$ , характеризующим влияние эксцентриситета алидады на разных частях лимба, строят график эксцентриситета (рис. 12.8) ее горизонтального круга, по которому судят о качестве работы алидады. По отклонениям измеренных значений  $v_i$  от соответствующих значений ординат синусоиды составляют представление о колебаниях эксцентриситета для различных положений алидады. Амплитуда синусоиды характеризует влияние эксцентриситета алидады.

Вычисляют также максимальный угловой эксцентриситет  $|v|_{\max}$  как полусумму абсолютных значений максимального и минимального  $v$ .

В теодолите 3Т5КП  $|v|_{\max}$  не должна превышать  $30''$ .

Пример исследования эксцентриситета алидады горизонтального круга теодолита 3Т5КП приведен в таблице 12.4, а график эксцентриситета алидады — на рисунке 12.8.

### 12.4. Исследование эксцентриситета алидады горизонтального круга теодолита ЗТ5КП

Номер установки алиады	Отсчеты по горизонтальному кругу		$2c_i = \text{КП}_i -$ $-\text{КЛ}_i$	Двойной эксцентри- ситет $2v_i = 2c_i - 2c_o$	Эксцентри- ситет $v$
	КП	КЛ			
<i>Прямой ход</i>					
1	0°02,3'	180°02,9'	−0,6'	−9"	−4"
2	45 02,7	225 03,2	−0,5	−3	−2
3	90 03,8	270 03,9	−0,1	+21	+10
4	135 02,3	315 02,4	−0,1	+21	+10
5	180 00,4	0 00,8	−0,4	+3	+2
6	225 04,2	45 04,6	−0,4	+3	+2
7	270 01,0	90 01,8	−0,8	−21	−10
8	315 03,2	135 03,9	−0,7	−15	−8
			−3,6'	+48"	+24"
				−48	−24
				0	0

$$= \sum \text{---} = \text{---} = \text{---} \quad ' = \text{---} "$$

$$|v| = \frac{|v| + |v|}{2} = \frac{|+| + |-|}{2} = \text{---} "$$

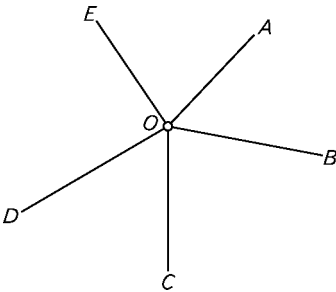
### 12.3. СПОСОБЫ ИЗМЕРЕНИЯ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ УГЛОВ И НАПРАВЛЕНИЙ

Существует несколько способов измерения горизонтальных углов и направлений: измерение отдельного угла (см. разд. 2.10), способы круговых приемов, повторений, всевозможных комбинаций и др. Способ всевозможных комбинаций применяют в триангуляции высших классов. Ниже изложен способ круговых приемов.

**Способ круговых приемов.** Применяют его при наблюдении направлений в триангуляции 3...4 классов и в разрядных сетях сгущения в том случае, когда число направлений на пункте больше двух. Он позволяет вычислить любой угол между наблюдаемыми пунктами как разность измеренных направлений. Измерения проводят в такой последовательности.

Центрируют теодолит над точкой  $O$  (рис. 12.9), приводят вертикальную ось в отвесное положение. Измерения начинают при положении зрительной трубы КЛ. При этом устанавливают горизонтальный круг таким образом, чтобы отсчет на лимбе был на 4...9' больше нуля. Затем, скрепив алидаду с кругом, наводят трубу на начальный пункт  $A$  и берут отсчет. За начальный принимают хорошо видимый пункт среди тех, которые подлежат наблюдению. Желательно выбирать самый левый, чтобы все углы сети расположились вправо от начального направления. Оставляя круг

**Рис. 12.9. Схема измерения углов способом круговых приемов**



закрепленным, вращают алидаду по часовой стрелке, наводят трубу последовательно на все остальные пункты *B, C, D, E* и снова визируют на начальный пункт *A*, замыкая таким образом горизонт. При визировании на пункты каждый раз отсчитывают по горизонтальному кругу и записывают отсчеты в журнал (табл. 12.5). Указанный комплекс измерений составляет первый полуприем.

**12.5. Журнал измерения углов способом круговых приемов**

Пункт — Костюки                      Теодолит ЗТ5КП  
Дата 12.07.2003                      Время 7 ч 30 мин  
Погода ясно. Ветер слабый      Изображение спокойное  
Видимость 3 км

				<div><div><div><div></div><div></div><div></div></div></div><div><div></div><div></div><div></div></div></div>	
I прием					
Основная	Л	0°	02,8'	0°03,00'	0°00,00'
	П	180	03,2		
Лесная	Л	261	20,5	+0,03	
	П	81	20,7	261 20,60	261 17,63
Ферма	Л	282	41,4	+0,07	
	П	102	41,7	282 41,55	282 38,62
Основная	Л	0	02,8	+0,10	
	П	180	03,0	0 02,90	
Незамыкание Δ <sub>л</sub> = 0,0'; Δ <sub>п</sub> = -0,2'; Δ <sub>ср</sub> = -0,10'					
II прием					
Основная	Л	60°	03,4'	60°03,50'	0°00,00'
	П	240	03,6		
Лесная	Л	321	21,2	-0,03	
	П	141	21,3	321 21,25	261 17,72
Ферма	Л	342	42,2	-0,07	
	П	162	42,4	342 42,30	282 38,73
Основная	Л	60	03,5	-0,10	
	П	240	03,7	60 03,60	
Незамыкание Δ <sub>л</sub> = +0,1'; Δ <sub>п</sub> = +0,1'; Δ <sub>ср</sub> = +0,10'					

				$\begin{array}{c} + \quad \pm \quad ^\circ \\ \hline \end{array}$	
<i>III прием</i>					
Основная	Л	120°	04,2'	120°04,30'	0°00,00'
	П	300	04,4		
Лесная	Л	21	22,0	+0,02	
	П	201	22,2	21°22,10'	261°17,82'
Ферма	Л	42	42,9	+0,03	
	П	222	43,0	42°42,95'	282°38,68'
Основная	Л	120	04,1	+0,05	
	П	300	04,4	120°04,25'	

Незамыкание  $\Delta_d = -0,1'$ ;  $\Delta_n = 0,0'$ ;  $\Delta_{cp} = -0,05'$

Второй полуприем начинают также с наведения трубы на начальный пункт *A* при КП и взятия отсчета, предварительно переводят трубу через зенит. Круг остается неподвижным. Далее визируют последовательно, но в обратном порядке на все остальные пункты *E*, *D*, *C*, *B* и снова на начальный пункт *A*, каждый раз записывая отсчеты по горизонтальному кругу. Во втором полуприеме алидаду всегда вращают только против часовой стрелки.

Запись результатов наблюдений в журнале во втором полуприеме ведут в обратном направлении, т. е. снизу вверх.

Вторичное наведение и отсчет на начальный пункт — замыкание горизонта служит контролем неподвижности горизонтального круга в течение полуприема. Расхождение между отсчетами на этот пункт в конце и в начале полуприема — незамыкание горизонта по абсолютному значению не должно превышать 0,2' для теодолита типа ЗТ5КП. При больших расхождениях весь полуприем повторяют заново. Наблюдения при КП и КЛ составляют один прием.

Для контроля и повышения точности направления наблюдают несколькими приемами, между которыми поворачивают горизонтальный круг на угол

$$\sigma = 180^\circ/p,$$

где  $p$  — число приемов.

Для того чтобы сопоставить между собой результаты измерений, полученные из разных приемов на один и тот же предмет, в каждом приеме приводят измеренные направления к общему — начальному, равному нулю. Для этого из всех измеренных направлений вычитают среднее значение первого направления на начальный пункт.

В вычисленные таким образом направления вводят поправки за незамыкания горизонта

$$\delta_k = (k - 1)\Delta_{\text{ср}}/n,$$

где  $k$  — номер направления (при этом начальное направление принимают за первое);  $\Delta_{\text{ср}}$  — среднее значение незамыкания горизонта;  $n$  — число направлений в приеме.

Расхождения между одноименными направлениями в отдельных приемах, приведенных к общему нулю, называют *колебаниями направлений*, они не должны превышать  $0,2'$  для теодолитов типа ЗТ5КП.

Оценку точности измеренных направлений выполняют по уклонениям направлений из отдельных приемов от их среднего арифметического значения. Среднюю квадратическую погрешность направления, измеренного одним приемом, обычно вычисляют по формуле

$$\mu = k\Sigma|v|/n,$$

а среднюю квадратическую погрешность направления, измеренного  $p$  приемами, — по формуле

$$= \mu \sqrt{p}$$

где  $v$  — уклонения направлений отдельных приемов от среднего арифметического значения;  $n$  — число направлений в приеме;

$$= \sqrt{\frac{\Sigma v^2}{n}}$$

Пример математической обработки результатов наблюдений способом круговых приемов на п. Костюки приведен в таблице 12.6.

**12.6. Вывод средних направлений и оценка точности результатов наблюдений на п. Костюки**

				v				v
		'	''	''		'	''	''
I	261	17	38	+5	282	38	38	+3
II			43	0			43	-2
III			49	-6			41	0
Средние значения	261	17	43	-1	282	38	41	+1
(+)				+5				+3
(-)				-6				-2

$\Sigma|v| = 16''$ ;  $k = 0,51$ ;

$$\mu = \text{---} = \text{''} = \text{''} \sqrt{p} = \text{''}$$

Средняя квадратическая погрешность измерения горизонтального угла  $\beta$  может быть предвычислена по формуле

$$\beta = \sqrt{-\Sigma \delta + \Sigma \sigma +}$$

где  $\Sigma \delta$  — сумма квадратов случайных приборных погрешностей;  $\Sigma \sigma$  — сумма квадратов систематических приборных погрешностей; — квадрат средней квадратической погрешности, обусловленной совместным влиянием внешних условий, погрешностей центрирования прибора и визирных целей.

По исследованиям, выполненным в ЦНИИГАиК А. И. Спиридоновым, численные значения основных случайных приборных средних квадратических погрешностей для теодолита 2Т5КП составляют:  $m_o = 3''$  — отсчитывания по кругам;  $m_b = 0,6''$  — визирования зрительной трубой;  $m_{oc} = 1,0''$  — отсчетной системы (шкалового микроскопа);  $m_\phi = 0,8''$  — случайной (длиннопериодической) погрешности диаметра горизонтального круга.

Численные значения основных систематических приборных погрешностей:  $m_v = 2,2''$  — наклона вертикальной оси;  $m_r = 3''$  — рена шкалового микроскопа;  $m_\gamma = 0,9''$  — систематических погрешностей диаметров горизонтальных кругов.

Средняя квадратическая погрешность  $m_{вн}$ , обусловленная совместным влиянием внешних условий, погрешностей центрирования прибора и визирных целей, может быть принята равной  $2,2''$ .

Тогда средняя квадратическая погрешность измерения горизонтального угла теодолитом 3Т5КП четырьмя приемами, как это предусмотрено для триангуляции 1-го разряда, составит

$$\beta = \sqrt{- + +} = "$$

(средняя квадратическая погрешность измерения угла в триангуляции 1-го разряда не должна превышать  $5''$ ).

Средняя квадратическая погрешность направления

$$\mu = \beta \sqrt{ } = \sqrt{ } = "$$

#### 12.4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИВЕДЕНИЯ НАПРАВЛЕНИЙ К ЦЕНТРАМ ПУНКТОВ

В результате наблюдений должны быть получены значения направлений, отнесенные к центрам пунктов. Но не всегда удастся установить теодолит над центром пункта, например видимость

закрывает нога пирамиды, сигнала или наблюдения проводят со столика сигнала. При установке теодолита в стороне от центра возникает необходимость приводить измеренные направления к центрам пунктов путем введения *поправок за центрировку*. Кроме того, визирные цели обычно не располагаются на одной отвесной линии, проходящей через центр наблюдаемого пункта. Для приведения измеренных направлений к центрам наблюдаемых пунктов вводят *поправки за редукцию*.

Для вычисления поправок за центрировку и редукцию надо определить взаимное положение на горизонтальной плоскости проекции центра пункта  $C$  (рис. 12.10), точки  $P$ , над которой был установлен теодолит, оси визирного цилиндра  $v$ , а также ориентировку линий  $PC$  и  $vC$  относительно измеренных на пункте направлений. Ориентировка линий  $PC$  и  $vC$  определяется углами  $\theta$  и  $\theta_1$ , которые измеряют от направления на центр  $C$  по часовой стрелке до начального направления.

Значение  $e$  и  $\theta$  называют *элементами центрировки*, а  $e_1$  и  $\theta_1$  — *элементами редукции*. При этом  $e$  и  $e_1$  называют линейными, а  $\theta$  и  $\theta_1$  — угловыми элементами центрировки и редукции. Элементы центрировки и редукции совместно называют *элементами приведения*. Их определяют на каждом пункте.

Существует несколько способов определения элементов приведения: графический, аналитический и непосредственный. Рассмотрим графический и непосредственный способы.

*Графический способ* применяют при небольших (до 0,3 м) линейных элементах центрировки и редукции, т. е. при наблюдениях с сигналов и пирамид. Способ состоит в том, что центр пункта  $C$ , точку стояния прибора  $P$  и ось симметрии визирного цилиндра  $v$  (рис. 12.11) проектируют при помощи вспомогательного теодолита на центрировочный лист, горизонтально укрепляемый на специальном центрировочном столике или мензуре, устанавливаемой над центром пункта. Проектирование точек  $C$ ,  $P$  и  $v$  обычно выполняют теодолитом технической точности с трех установок прибора. Третья установка необходима для контроля проектирования. Места установок теодолита выбирают так, чтобы проектирующие плоскости пересекались под углами, близкими к 60 или 120°, и чтобы при каждой установке прибора были видны все проектируемые точки ( $C$ ,  $P$ ,  $v$ ).

Теодолит устанавливают в стороне от знака на расстоянии, не меньшем его двойной высоты, с тем чтобы при проектировании визирных целей  $v$  уменьшить влияние отклонения проектирующих

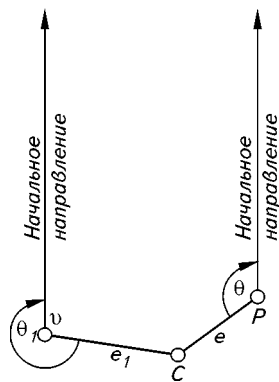


Рис. 12.10. Элементы центрировки и редукции

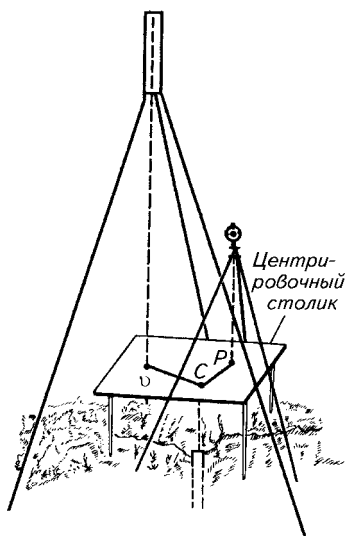


Рис. 12.11. Графический способ определения элементов приведения

плоскостей от отвесного положения из-за наклона горизонтальной оси прибора.

Проектируют любую из указанных точек, например точку  $v$ , следующим образом. Приводят теодолит в рабочее положение, наводят трубу на ось визирной цели. При закрепленном положении алидады плавно опускают трубу до тех пор, пока в поле зрения будет виден центрировочный лист (рис. 12.12). После этого на центрировочном листе в створе визирной линии карандашом отмечают две точки  $v_1$ : одну на ближнем от наблюдателя конце столика, а другую на дальнем.

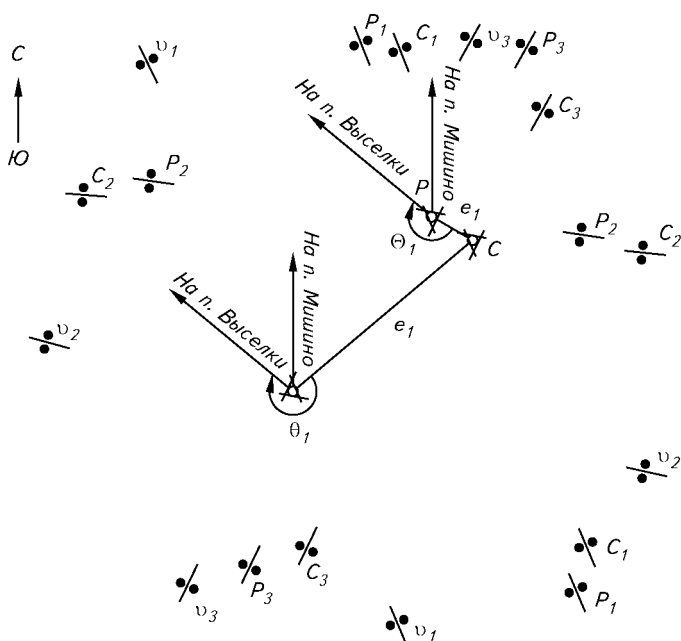
Переводят трубу через зенит и при другом положении вертикального круга в том же порядке проецируют точку  $v$ , снова намечая две точки, которые обычно точно не совпадают с первыми вследствие остаточного влияния коллимационной погрешности, неперпендикулярности горизонтальной и вертикальной осей теодолита, погрешностей наведения на визирный цилиндр и др. В результате на краях листа получают по две близкорасположенные друг к другу точки  $v_1$ . Посередине между этими точками проводят линию, которая и будет следом отвесной плоскости, проходящей через проецируемую точку  $v_1$  (см. рис. 12.12), на плоскости центрировочного листа.

Таким же образом с первой установки прибора проецируют центр пункта  $C$  и точку стояния прибора  $P$ , получая на центрировочном листе линии  $C_1C_1$  и  $P_1P_1$ .

Переходят с теодолитом на другое место и снова проецируют все три точки, получая на центрировочном листе линии  $v_2v_2$ ,  $C_2C_2$  и  $P_2P_2$ . Вторую установку теодолита выбирают так, чтобы полученные для одноименных точек линии пересекались под углом  $60$  или  $120^\circ$ .

Для контроля переходят с теодолитом на третье место и снова проецируют все точки. В результате на центрировочном листе в пересечении линий  $v_1v_1$ ,  $v_2v_2$ ,  $v_3v_3$ ;  $C_1C_1$ ,  $C_2C_2$ ,  $C_3C_3$  и  $P_1P_1$ ,  $P_2P_2$ ,  $P_3P_3$  соответственно получают проекции визирного цилиндра  $v$ , центра пункта  $C$  и точки стояния прибора  $P$ .

Для каждой из проецируемых точек все три следа должны были бы пересечься в одной точке, но вследствие неизбежных погрешностей проецирования получаются треугольники погрешностей.



Пункт Костюки			
Элементы	$e$ $e_1$	$\theta$ $\theta_1$	Направление
Центрировки редукции	0,015 м 0,060 м	205°00' 285°00'	Выселки Выселки

Контрольный угол Выселки— Мишино:  
на центрировочном листе — 49°  
из наблюдений — 49°21'

Рис. 12.12. Центрировочный лист

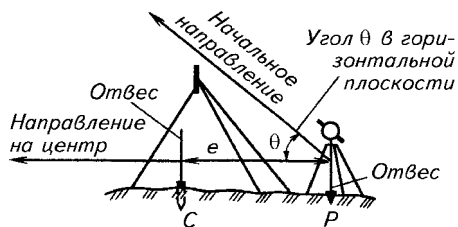


Рис. 12.13. Схема определения элементов центрировок непосредственным способом

Если размеры сторон этих треугольников не превышают 0,5 см для точек  $C$  и  $P$  и 1 см для  $\nu$ , то в каждом из них на глаз намечают центр, который и принимают за проекцию соответствующей точки.

Для ориентирования элементов приведения относительно измеренных на пункте направлений на центрировочном листе при помощи визирной линейки прочерчивают направления из точек  $P$  и  $\nu$  на начальный пункт, а для контроля — и на смежный с ним. Показывают также направление меридиана.

Измерив на листе расстояния между точками  $P$  и  $C$ ,  $\nu$  и  $C$ , получают линейные элементы центрировки  $e$  и редукции  $e_1$ . Для получения угловых элементов центрировки  $\theta$  и редукции  $\theta_1$  измеряют транспортиром углы при точках  $P$  и  $\nu$  от направлений на центр  $C$  по часовой стрелке до начального направления (см. рис. 12.12). Контрольный угол, определенный транспортиром на центрировочном листе, не должен отличаться от измеренного угла более чем на  $2^\circ$ . Центрировочные листы оформляют согласно рисунку 12.12.

*Непосредственный способ* определения элементов центрировок применяют в том случае, когда значение линейного элемента центрировки превышает размеры центрировочного листа (наблюдения с пунктов, закрепленных вехами и др.). В этом случае  $e$  измеряют стальной рулеткой как горизонтальное расстояние между нитью отвеса, установленного над центром знака  $C$ , и нитью отвеса прибора  $P$  (рис. 12.13). Угловой элемент  $\theta$  измеряют непосредственно теодолитом путем визирования на центр пункта  $C$  и на пункт, выбранный в качестве начального направления, а для контроля — и на смежный с ним.

#### Контрольные вопросы и задания

1. Каковы особенности конструкции точных оптических теодолитов с двусторонней системой отсчетов (ЗТ2) и односторонним отсчетным приспособлением (ЗТ5)? 2. Как исследуют рен оптического микрометра теодолита с двусторонней системой отсчетов (ЗТ2) и односторонним отсчетным приспособлением (ЗТ5КП)? 3. Что такое эксцентриситет алидады горизонтального круга теодолитов с двусторонней системой отсчетов (ЗТ2) и с односторонним отсчетным приспособлением (ЗТ5)? 4. Назовите способы измерения горизонтальных углов и направлений. 5. Объясните методику измерения углов и направлений способом круговых приемов. Приведите формулу оценки точности результатов наблюдений. 6. Объясните методику определения элементов приведения направлений к центрам пунктов графическим и непосредственным способом.

---

## Глава 13

### ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ДАЛЬНОМЕРЫ



#### 13.1. ПРИНЦИП ДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ДАЛЬНОМЕРА

Принцип действия электромагнитного дальномера основан на определении времени прохождения электромагнитными волнами измеряемого расстояния. Для измерения расстояния  $D$  между точками  $A$  и  $B$  дальномер (приемопередатчик) устанавливают в начальной точке  $A$ , а отражатель (ретранслятор) — в конечной  $B$ . Электромагнитные волны, посланные дальномером из точки  $A$ , отразившись в точке  $B$ , возвращаются в начальную точку  $A$ , т. е. проходят измеряемое расстояние дважды — в прямом и обратном направлениях.

Если обозначить скорость распространения волн через  $c$ , а время их распространения в оба направления измеряемой линии через  $\tau$ , то расстояние

$$D = c\tau/2, \quad (13.1)$$

т. е. для определения расстояния необходимо измерить время  $\tau$  и знать скорость распространения волн  $c$ .

Скорость электромагнитных волн (света) известна с высокой точностью, обеспечивающей современные требования геодезических измерений высших классов.

В 1975 г. на XVI Генеральной ассамблее в Гренобле (Франция) в качестве временной оценки скорости света в вакууме принято значение  $c_0 = 299\,792\,458_{\text{м/с}} \pm \pm 1,2_{\text{м/с}}$ .

При измерении расстояний пользуются скоростью электромагнитных колебаний в воздухе  $c$ , определяемой по формуле

$$c = c_0/n,$$

где  $n$  — показатель преломления воздуха, определяемый по измеренным метрологическим элементам (температуре, давлению и влажности воздуха).

Время распространения волн  $\tau$  может быть измерено как непосредственно, так и косвенно.

Непосредственный способ измерения времени используют в импульсных дальномерах. Если промежуток времени между посланным и принятым электромагнитными импульсами измерен, а

скорость распространения колебаний (импульса)  $c$  известна, то расстояние можно вычислить по формуле (13.1).

**Пример.** Определить, с какой точностью необходимо измерить время для определения расстояния  $D = 3$  км со средней квадратической погрешностью  $m_D = 3$  см.

На основании формулы (13.1) время, затраченное на прохождение световым импульсом расстояния до отражателя и обратно, будет

$$\tau = 2D/c = 2 \cdot 3000 / 3 \cdot 10^8 = 0,000\,02 \text{ с.}$$

Тогда средняя квадратическая погрешность измерения времени

$$m_\tau = 2m_D/c = \tau m_D/D = 0,00002 \cdot 3/300\,000 = 2 \cdot 10^{-10} \text{ с} = 0,2 \text{ нс.}$$

Следовательно, для измерения расстояния в 3 км с погрешностью 3 см время прохождения сигнала необходимо измерить с точностью 0,2 нс.

Имеются часы, позволяющие определять время с высокой точностью, однако технически трудно достаточно точно зафиксировать моменты излучения и приема импульсов. Вследствие этого импульсный метод определения времени не обеспечивает необходимой точности измерения расстояний, и поэтому применение его в геодезии ограничено.

В геодезических дальномерах промежутков времени главным образом определяют фазовым и импульсно-фазовым гетеродинами методами. Первый метод основан на измерении разности фаз электромагнитных колебаний, второй — на сочетании импульсного и фазового методов.

### 13.2. НЕКОТОРЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ КОЛЕБАНИЙ. НЕСУЩИЕ И МАСШТАБНЫЕ ЧАСТОТЫ

Во многих технических устройствах с течением времени наблюдается периодическое изменение какой-либо физической величины (электрического тока, напряжения и т. п.). Такое изменение физической величины характеризуется уравнением гармонического колебания

$$u = u_m \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (13.2)$$

где  $u_m$  — наибольшее значение физической величины, периодически принимаемое с течением времени, т. е. максимальная амплитуда колебания;  $\omega$  — круговая (циклическая) частота колебаний;  $t$  — текущее время, т. е. промежуток времени от некоторого момента  $t_0 = 0$ ;  $\varphi_0$  — начальная фаза колебания.

Промежуток времени  $T$ , в течение которого происходит полное колебание, называют *периодом колебания*.

Величину, обратную периоду,  $f = 1/T$  называют *частотой колебания*. Частота равна числу полных колебаний, совершаемых в

единицу времени. Единицей измерения частоты является герц (Гц),  $1000 \text{ Гц} = 1 \text{ кГц}$ ,  $1\,000\,000 \text{ Гц} = 1 \text{ МГц}$ . Частота  $f$  связана с круговой частотой  $\omega$  соотношением

$$f = \omega/2\pi, \text{ или } \omega = 2\pi f.$$

Заменив в формуле (13.2) круговую частоту  $\omega$  частотой  $f$ , получим выражение

$$u = u_m \sin(2\pi ft + \varphi_0).$$

Величину  $2\pi ft + \varphi_0$  называют *мгновенной (текущей) фазой колебания*.

Если колебание распространяется вдоль некоторой прямой, то в любой ее точке возникнут колебания с той же частотой, но с некоторым запаздыванием  $\tau$ , зависящим от скорости распространения  $c$  и от удаления данной точки от источника колебаний. Время запаздывания  $\tau$  будет равно времени, которое затрачивается колебанием для прохождения расстояния до этой точки; следовательно,

$$\tau = D/c.$$

Таким образом, для любой точки на прямой можно написать

$$u = u_m \sin[2\pi f(t - \tau) + \varphi_0]$$

или, выразив  $\tau$  через  $D/c$ , будем иметь *уравнение плоской волны гармонического колебания*

$$u = u_m \sin[2\pi f(t - D/c) + \varphi_0]. \quad (13.3)$$

За промежуток времени, равный одному периоду  $T$ , колебание распространится на расстояние  $\lambda = Tc$  или  $\lambda = c/f$ , так как  $T = 1/f$ .

Расстояние  $\lambda$  называют *длиной волны*, соответствующей частоте  $f$ .

Рассмотрим выбор частоты колебаний, по фазовым сдвигам которых определяют длину измеряемой линии.

Современные фазометры позволяют измерять разность фаз двух гармонических колебаний с погрешностью  $0,1 \dots 1^\circ$ . Для обеспечения точности измерения расстояний с погрешностями порядка  $0,5 \dots 3 \text{ см}$  по формуле

$$= \frac{\varphi}{\pi} \text{ —}$$

можно подсчитать, что частота колебаний должна быть от  $1,5$  до  $100 \text{ МГц}$ . На более низких частотах заданная точность измерения

расстояний не обеспечивается. При использовании более высоких частот возникают трудности с разрешением неоднозначности в значении измеряемого расстояния.

Для преодоления указанных противоречий в геодезических дальномерах применяют модулированные электромагнитные колебания. При этом для переноса информации с исходного на конечный пункт измеряемой линии используют СВЧ-колебания с частотами в несколько тысяч мегагерц, в частности ультракороткие радиоволны сантиметрового и миллиметрового диапазонов (частоты 3000...36 000 МГц) и волны оптического диапазона (частоты порядка  $10^{14}$  Гц). Эти колебания (несущие) подвергают модуляции, т. е. воздействию другими более низкочастотными колебаниями (модулирующими), по разности фаз которых определяют измеряемое расстояние.

В связи с тем что частота модулирующих колебаний 15...100 МГц определяет длину волны, с помощью которой измеряют расстояние, ее называют *масштабной частотой*.

Так как излучаемые СВЧ-колебания используют только для переноса колебаний масштабной частоты в обоих направлениях измеряемой линии, их частоты называют *несущими*.

Совместное применение колебаний несущих и масштабных частот позволяет, с одной стороны, разрешить неоднозначность в значении измеряемого расстояния, а с другой — обеспечить необходимую точность измерений.

### 13.3. НИЗКОЧАСТОТНЫЙ МЕТОД ФАЗОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Для обеспечения стабильности и необходимой точности измерения разности фаз необходимо использовать низкочастотные колебания. Вместе с тем, как отмечалось ранее, для достижения высокой точности дальномерных измерений нужны высокочастотные колебания. Это противоречие в современных фазовых дальномерах устраняется путем применения низкочастотного метода фазовых измерений, сущность которого состоит в следующем.

Допустим, на смесители I и II дальномера (рис. 13.1) поступают высокочастотные гармонические колебания с одинаковой масштабной частотой, но с различными начальными фазами:

$$\begin{aligned}u_1 &= A \sin(\omega_M t + \varphi_1); \\u_2 &= B \sin(\omega_M t + \varphi_2).\end{aligned}$$

Разность текущих фаз этих колебаний

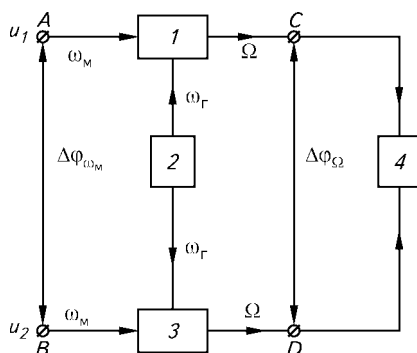
$$\Delta\varphi_\omega = \varphi - \varphi \quad (13.4)$$

**Рис. 13.1. Схема низкочастотного метода фазовых измерений:**

1 — смеситель I; 2 — вспомогательный генератор; 3 — смеситель II; 4 — фазоизмерительное устройство

Кроме того, подадим на данные смесители колебания от вспомогательного генератора (гетеродина), определяемые уравнением

$$u_0 = C \sin(\omega_r t + \varphi_0).$$



Роль смесителя состоит в том, что при подаче на него двух гармонических колебаний с разными частотами на выходе смесителя выделяются колебания разностей частоты. При этом их текущая фаза равна разности текущих фаз смешиваемых колебаний. Так, если  $\omega_m > \omega_r$ , то на выходе смесителя I выделяются колебания с текущей фазой

$$\varphi' = \Omega + \varphi \quad \varphi$$

где  $\Omega$  — круговая разностная частота;  $\Omega = \omega_m - \omega_r$ .

Соответственно текущая фаза колебаний на выходе смесителя II

$$\varphi' = \Omega + \varphi \quad \varphi$$

Разность текущих фаз  $\varphi'$  и  $\varphi'$  низкочастотных колебаний на выходе смесителей

$$\Delta\phi_{\Omega} = \varphi' - \varphi' = \varphi - \varphi \quad (13.5)$$

Из сравнения уравнений (13.4) и (13.5) следует

$$\Delta\phi_{\omega} = \Delta\phi_{\Omega}$$

т. е. разность фаз колебаний разностной частоты  $\Omega$  на выходе смесителей I и II равна разности фаз высокочастотных колебаний с частотой  $\omega_m$ , подаваемых на вход этих смесителей.

В связи с тем что, применяя изложенный прием, предоставляется возможность определить разность фаз двух высокочастотных колебаний с помощью фазометрического устройства, работающего на низкой частоте, такой метод измерения разности фаз получил название *низкочастотного*. При этом измеряемая на низкой частоте разность фаз не зависит от начальной фазы  $\varphi_0$  вспомогательного генератора.

### 13.4. ФАЗОВЫЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ РАССТОЯНИЯ

Пусть в некоторый момент времени  $t$  передатчиком дальномера из пункта  $A$  в направлении на пункт  $B$  (рис. 13.2) излучается колебание  $u_1$  с текущей фазой  $\Phi_1 = 2\pi ft + \varphi_0$ . В этот же момент приемник дальномера принимает колебание  $u_2$ , уже прошедшее дважды

расстояние с фазой  $= \pi \left( \frac{D}{\lambda} \right) + \varphi$

В результате сравнения колебаний на фазометрическом устройстве получаем разность фаз  $\varphi$ , дающую информацию об измеряемом расстоянии,

$$\varphi = \left( 2\pi f \frac{D}{c} + \pi \frac{D}{\lambda} + \varphi \right) - \left( \pi \left( \frac{D}{\lambda} \right) + \varphi \right)$$

или

$$\varphi = \pi \frac{D}{\lambda} \quad (13.6)$$

Решив уравнение (13.6) относительно  $D$ , получаем

$$D = \frac{\varphi}{\pi} \lambda \quad (13.7)$$

Таким образом, если частота колебаний  $f$  и скорость их распространения  $c$  известны, а разность фаз  $\varphi$  измерена, то по формуле (13.7) можно определить расстояние  $D$ . Такой способ определения расстояния называют *фазовым*.

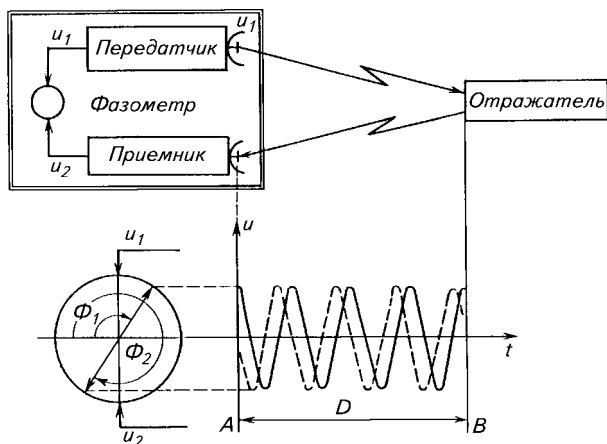


Рис. 13.2. Схема измерения расстояния фазовым методом

С помощью фазометрических устройств измеряют разность фаз только в пределах одного периода, т. е. от 0 до  $2\pi$ .

Учитывая это, представим величину  $\varphi$  в виде

$$\varphi = \varphi' + \Delta\varphi,$$

где  $\varphi'$  — разность фаз, кратная целому числу периодов;  $\Delta\varphi$  — разность фаз в пределах одного периода.

Тогда формула (13.7) примет вид

$$= \left( \frac{\varphi'}{\pi} + \frac{\Delta\varphi}{\pi} \right) \pi$$

Так как за один период фаза изменяется на  $2\pi$ , то отношение  $\varphi'/2\pi$  равно целому числу периодов, а отношение  $\Delta\varphi/2\pi$  — правильной дроби. Учитывая это, обозначим

$$\frac{\varphi'}{\pi} = N \quad \text{и} \quad \frac{\Delta\varphi}{\pi} = \Delta \quad (13.8)$$

Тогда формула измерения расстояния фазовым способом примет вид

$$r = N\lambda + \Delta\lambda \quad (13.9)$$

В формуле (13.9) скорость распространения электромагнитных колебаний  $c$  заранее известна и изменяется лишь в зависимости от метеорологических факторов в момент измерения; масштабная частота  $f$  заранее известна или измеряется специальным устройством, поэтому известна и длина волны  $\lambda = c/f$ . Целое число  $N$  показывает, сколько таких волн укладывается в измеряемом расстоянии. Дробная часть периода — часть волны  $\Delta N$  определяется по значению разности  $\Delta\varphi$ , которая, в свою очередь, измеряется фазометрическим устройством дальномера.

Остается неизвестным целое число волн  $N$ , т. е. возникает так называемая *неоднозначность в значении измеряемого расстояния*.

### 13.5. РАЗРЕШЕНИЕ НЕОДНОЗНАЧНОСТИ В ФАЗОВЫХ ДАЛЬНОМЕРАХ

Источник электромагнитных колебаний излучает гармонические (синусоидальные или косинусоидальные) колебания. Фазометрическое устройство даст одинаковые показания для разных расстояний, отличающихся разным числом целых периодов. Например, показания фазометрического устройства будут одинаковы, если разность фаз для одного расстояния выражена числом  $N + \Delta N$ , а для другого —  $N \pm n + \Delta N$ , где  $n$  — целое число. Опреде-

ление целого числа периодов  $N$ , называемое *разрешением неоднозначности*, в фазовых дальномерам выполняются двумя способами.

Способ 1 состоит в следующем. Допустим, можно менять частоту колебаний в некотором интервале. При измерении линии  $D$  с помощью специального устройства будем плавно изменять частоту колебаний  $f$ , а следовательно, и длину волны  $\lambda$  до тех пор, пока дробная часть периода  $\Delta N$  будет равна нулю. В этот момент в двойном измеряемом расстоянии уложится целое число длин волн. Измерим частоту  $f_1$ , соответствующую этому моменту. Расстояние в этом случае в соответствии с формулой (13.9)

$$= \frac{D}{\lambda} \quad (13.10)$$

При дальнейшем изменении частоты вновь возникает дробная часть периода  $\Delta N$ , которая будет увеличиваться и при некоторой частоте  $f_2$  достигнет единицы. В этом случае расстояние

$$= \frac{D}{\lambda} + \Delta N$$

Продолжая изменять частоту модуляции (обычно в сторону увеличения), фиксируют моменты равенства нулю дробной части периода. В момент последнего  $n$ -го равенства измеряют частоту  $f_n$ . Измеряемое расстояние будет определяться равенством

$$= \frac{D}{\lambda} + n \quad (13.11)$$

Из совместного решения уравнений (13.10) и (13.11) получим целое число периодов

$$= \frac{D}{\lambda} \quad (13.12)$$

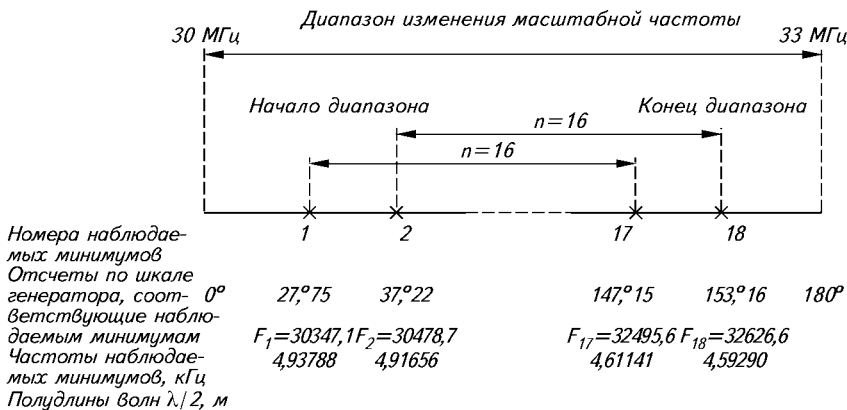
где  $n$  — разность уложившегося числа волн на частотах  $f_1$  и  $f_n$ .

Число  $N$  вследствие неточного определения частот и погрешностей округления будет несколько отличаться от целого. Для вычисления расстояния  $D$  значение  $N$  округляют до целого числа и подставляют в формулу (13.10) или (13.11).

В некоторых дальномерам фиксируют не  $\Delta N=0$ , а  $\Delta N=0,5$ . Вычисленное значение  $N$  в этом случае округляют не до единицы, а до 0,5.

Пример наблюдения минимумов и вычисления расстояния, измеренного светодальномером с плавным изменением частоты модуляции, показан на рисунке 13.3.

Описанный способ разрешения неоднозначности применяют в дальномерам с *переменной частотой модуляции*.



Вычисление расстояния:

$$1n=17-1=16; \quad n=18-2=16; \quad N_1=n \frac{F_1}{F_{17}-F_1}=16 \frac{30347,1}{2148,5}=226; \quad N_2=n \frac{F_2}{F_{18}-F_2}=16 \frac{30478,7}{2147,9}=227;$$

$$D_1=N_1 \frac{\lambda_1}{2}=226 \cdot 4,93788=1115,96 \text{ м};$$

$$D_2=N_2 \frac{\lambda_2}{2}=227 \cdot 4,91656=1116,06 \text{ м}.$$

Рис. 13.3. Пример наблюдения минимумов и вычисления расстояния, измеренного светодальномером «Кристалл» с плавным изменением частоты модуляции

С п о с о б 2 разрешения неоднозначности состоит в том, что в дальнометрах используют несколько фиксированных частот модуляции, позволяющих определить целое число волн  $N$ . Для измерения дробных частей волн применяют специальные фазометрические устройства.

Для пояснения этого способа предположим, что некоторое расстояние  $D$  измеряли двумя лентами длиной  $\lambda_1 = 20$  м и  $\lambda_2 = 24$  м.

Допустим, что рабочие забыли записать целое число уложившихся лент, а записали остатки, которые соответственно равны 18,75 и 2,75 м. На основе этих данных составим два уравнения

$$D = 20N + 18,75;$$

$$D = 24N + 2,75.$$

Решая их, находим, что число уложившихся лент  $N$  равно четырем. Приведенный номер — самый простой случай, когда число уложившихся лент 20- и 24-метровой длины одинаково. Если

$$D = 20N + 18,75;$$

$$D = 24(N-1) + 2,75,$$

то  $N = 10$ . Следовательно, число целых волн модуляции для частот будет различимым.

Р а с с м о т р и м о б щ и й с л у ч а й. Допустим, некоторую длину линии  $D$  измерили (дальномером) на трех масштабных частотах  $f_1, f_2$  и  $f_3$ , связанных зависимостью  $f_1 > f_2 > f_3$ , где  $f_1$  — основная, а  $f_2, f_3$  — вспомогательные частоты.

Для этих частот можно написать

$$\begin{aligned} &= + \Delta \frac{\lambda}{10} \\ &= + \Delta \frac{\lambda}{100} \\ &= + \Delta \frac{\lambda}{1000} \end{aligned} \quad (13.13)$$

С целью удобства пользования и автоматизации разрешения неоднозначности указанные частоты в современных дальномерах выбраны с таким расчетом, что

$$f_2 = f_1/10, \quad f_3 = f_1/100.$$

В топографических светодальномерах основная масштабная частота  $f_1 = 15$  МГц. Следовательно,

$$\lambda_1/2 = 10; \quad \lambda_2/2 = 100 \text{ м}; \quad \lambda_3/2 = 1000 \text{ м}.$$

С учетом этого формулы (13.13) примут вид

$$\begin{aligned} D &= (N_1 + \Delta N_1)10; \\ D &= (N_2 + \Delta N_2)100; \\ D &= (N_3 + \Delta N_3)1000. \end{aligned} \quad (13.14)$$

Величины  $N_1, N_2$  и  $N_3$  представляют собой соответственно число десяти-, сто- и тысячеметровых отрезков в измеряемой линии  $D$ , а  $\Delta N_1, \Delta N_2$  и  $\Delta N_3$  — части этих отрезков.

Поскольку левые части уравнений (13.14) равны, а правые умножают соответственно на 10, 100 и 1000, то для каждого последующего уравнения в системе (13.14) запятая в величинах  $N_1 + \Delta N_1, N_2 + \Delta N_2$  и  $N_3 + \Delta N_3$  сдвигается влево на один разряд, причем число десятичных знаков после запятой в этих величинах, определяемых точностью фазометра, остается неизвестным.

П р и м е р. При измерении линии длиной 647,34 м на трех частотах имеем:

Частота	$f_1$	$f_2$	$f_3$
Отсчет по фазометру	$R_1 = 734$	$R_2 = 473$	$R_3 = 647$
Часть цикла	$\Delta N_1 = 0,734$	$\Delta N_2 = 0,473$	$\Delta N_3 = 0,647$

Тогда в соответствии с формулами (13.14) запишем

$$\begin{aligned} D &= (64 + 0,734)10 = 647,34 \text{ м;} \\ D &= (6 + 0,473)100 = 647,3 \text{ м;} \\ D &= (0 + 0,647)1000 = 647 \text{ м.} \end{aligned} \quad (13.15)$$

Выделенные цифры в первом и втором числовых равенствах, соответствующие отсчетам по фазометру на частотах  $f_1$  и  $f_2$ , являются неизвестными.

Из равенств (13.15) видно, что с понижением масштабной частоты или эквивалентным увеличением длины волны уменьшается точность измерения расстояния  $D$ , но при этом становится возможным получить дополнительную информацию о первых цифрах этого расстояния.

Заметим, что в случае измерения расстояния, меньшего  $\lambda_3/2$ , неоднозначность в измеряемом расстоянии не возникает, т. е.  $N_3 = 0$ . В противном случае информацию о первых цифрах в значении  $D$  необходимо получить из других источников. Например, при измерении линии длиной 3647,34 м на частотах  $f_1$ ,  $f_2$  и  $f_3$ , рассмотренных в примере, необходимо предварительно определить число целых километров по топографической карте, фотоплану или каким-либо другим путем.

В соответствии с изложенным для получения расстояния сдвигают отсчеты при переходе от одной частоты к другой на один разряд влево

$R_3 =$	6	4	7		
$R_2 =$		4	7	3	
$R_1 =$			7	3	4
	↓	↓	↓	↓	↓
$D_p =$	6	4	7	3	4 см = 647,34 м.

(результат измерения)

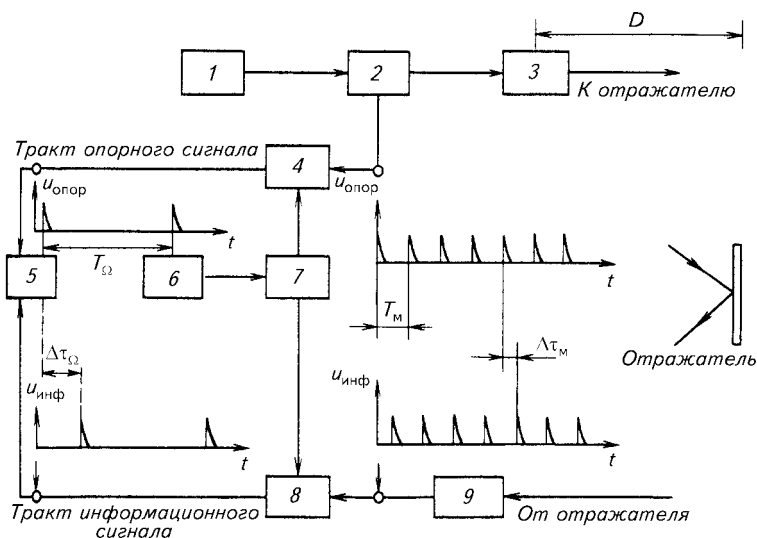
Полный результат измерения  $D_p = 3647,34 \text{ м.}$

Таким образом, необходимая точность результата обеспечивается по отсчетам на основной частоте  $f_1$ . Вспомогательные частоты  $f_2$  и  $f_3$  дают приближенные значения расстояний, т. е. обеспечивают лишь разрешение неоднозначности в измеряемом расстоянии.

Дальномеры, в которых применяют изложенный способ получения расстояния по отсчетам фазометра, называют *дальномерами с фиксированными масштабными частотами*.

### 13.6. ИМПУЛЬСНО-ФАЗОВЫЙ ГЕТЕРОДИННЫЙ СПОСОБ

Импульсно-фазовый гетеродинный способ является дальнейшим развитием низкочастотного способа фазовых измерений. Отличительная особенность его состоит в том, что гармонические



**Рис. 13.4.** Функциональная схема импульсно-фазового гетеродинного дальномера:

1 — генератор масштабной частоты; 2, 7 — формователи импульсов; 3 — импульсный источник излучения; 4, 8 — схемы совпадения; 5 — электронный цифровой фазометр; 6 — генератор вспомогательной частоты; 9 — фотоприемник

колебания, возбуждаемые генераторами масштабной  $f$  и вспомогательной  $f_M$  частот (рис. 13.4), преобразуются в остroконечные импульсы с помощью введенных в схему формователей импульсов 2 и 7. Такое преобразование позволяет реализовать импульсный режим работы источника оптического излучения.

Период повторения импульсов  $T_M$  связан с масштабной частотой  $f_M$  соотношением

$$T_M = 1/f_M.$$

После прохождения измеряемого расстояния в прямом и обратном направлениях эти импульсы отстают во времени относительно опорных на величину  $\tau = 2D/c$ . Так как значение  $\tau$  во много раз превышает период повторения  $T_M$ , то, так же как и при фазовых измерениях, возникает неоднозначность определения величины  $\tau$ , а следовательно, и расстояния  $D$ , обусловленная тем, что дальномером измеряют запаздывание  $\Delta\tau_M$  относительно ближайшего опорного импульса (см. рис. 13.4). Полное же время прохождения сигнала

$$\tau = NT_M + \Delta\tau_M, \quad (13.16)$$

где  $N$  — число полных периодов повторения  $T_M$ , содержащееся в величине  $\tau$ , требуется определить дополнительными способами.

Для измерения величины  $\Delta\tau_m$  с необходимой точностью в схеме предусмотрено *гетеродинирование*, т. е. понижение частоты следования импульсов. Задачу решают за счет использования схем совпадения 4 и 8 и генератора вспомогательной частоты (гетеродина) 6, выполняющих роль смесителей в сочетании с гетеродином в ранее рассмотренном низкочастотном фазовом методе. Период повторения гетеродинных импульсов  $T_\Gamma$  отличается от периода повторения масштабных импульсов  $T_M$  на небольшое значение.

Импульсные сигналы на выходах схем совпадения возникают только в случае совпадения во времени импульсов, поступающих от масштабного генератора и гетеродина. При этом, как и в низкочастотном фазовом методе, частота повторения  $F$  импульсных сигналов на выходах схем совпадения  $F = f_m - f_\Gamma$ .

Так как

$$F = 1/T_\Omega; \quad f_m = 1/T_M; \quad f_\Gamma = 1/T_\Gamma,$$

то

$$T_\Omega = T_M T_\Gamma / (T_\Gamma - T_M),$$

где  $T_\Omega$  — период повторения импульсов на выходах схем повторения.

Информационный импульсный сигнал на выходе схемы совпадения 8 (см. рис. 13.4) запаздывает относительно опорного сигнала на величину  $\Delta\tau_\Omega$ , которую измеряют электронным цифровым фазометром 5. Для установления взаимосвязи между величиной  $\Delta\tau_\Omega$  с измеряемым расстоянием  $D$  используем свойственное низкочастотному способу соотношение (см. рис. 13.3)

$$\Delta\varphi_m = \Delta\varphi_\Omega, \quad (13.17)$$

где  $\Delta\varphi_m$  и  $\Delta\varphi_\Omega$  — разность фаз между информационным и опорным сигналами соответственно на входах и выходах смесителей.

Сущность соотношения (13.17) состоит в том, что при преобразовании с помощью гетеродина частоты информационного и опорного сигналов *разность фаз низкочастотных сигналов на выходах смесителей равна разности фаз высокочастотных сигналов на входах смесителей*.

Учитывая, что эквивалентные разности фаз в рассматриваемой схеме

$$\Delta\varphi_m = 2\pi f_m \Delta\tau_m; \quad \Delta\varphi_\Omega = 2\pi F \Delta\tau_\Omega,$$

величина запаздывания  $\Delta\tau_\Omega$  будет связана со значением  $\Delta\tau_m$  соотношением

$$\Delta\tau_\Omega = \frac{\omega}{\Omega} \Delta\tau = \Delta\tau \quad (13.18)$$

Из формулы (13.18) следует, что измеряемое фазометром запаздывание (временной сдвиг)  $\Delta\tau_\Omega$  при преобразовании частот увеличивается пропорционально отношению  $f_m/F$ , называемому коэффициентом преобразования, значение которого в современных светодальномерах равно  $1 \cdot 10^4$ . Это приводит к тому, что величина  $\Delta\tau_m$  становится как бы растянутой в  $1 \cdot 10^4$  раз, в результате чего во столько же раз может быть уменьшена частота повторения счетных импульсов в электронном цифровом фазометре при сохранении разрешающей способности дальномера на прежнем уровне, соответствующем отсутствию преобразования частоты повторения импульсных сигналов.

Из соотношения (13.18) имеем

$$\Delta\tau = -\Delta\tau_\Omega \quad (13.19)$$

Подставив в формулу (13.1) выражения (13.16) и (13.19), получим формулу измерения расстояния  $D$  импульсно-фазовым гетеродинным способом

$$= \left( \quad + -\Delta\tau_\Omega \right) - \quad (13.20)$$

В современных светодальномерах масштабная частота  $f_m$  чаще всего равна 15 МГц, а разностная частота  $F$ , на которой выполняют измерения, 1,5 кГц, т. е.  $F/f_m = 1 \cdot 10^{-4}$ .

Формулу (13.20) можно записать в более наглядном виде

$$= \left( \quad + \Delta\tau_\Omega \right) \frac{\lambda}{\quad} \quad (13.21)$$

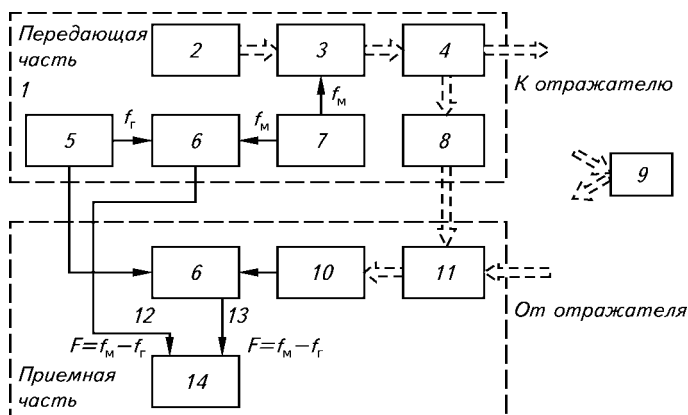
где  $\Delta\tau_\Omega = \frac{\Delta\varphi}{\pi}$  — часть периода.

Импульсно-фазовый гетеродинный способ измерения расстояния реализован в топографических светодальномерах СТ5, СТ10, СП2 и электронном тахеометре ЗТа5.

### 13.7. ОБОБЩЕННАЯ ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ СХЕМА СВЕТОДАЛЬНОМЕРА

Основными элементами схемы светодальномера являются передающее и приемное устройства.

Назначение передающего устройства состоит в обеспечении излучения модулированного сигнала в виде узкого светового луча в направлении на отражатель. Основные элементы устройства: ис-



**Рис. 13.5. Обобщенная функциональная схема фазового светодальномера:**

1 — передаточная часть; 2 — источник излучения; 3 — модулятор оптического излучения; 4 — передающая оптическая система; 5 — вспомогательный генератор (гетеродин); 6 — смесители I и II; 7 — генератор масштабной частоты; 8 — линия оптического короткого замыкания; 9 — отражатель; 10 — фотозлектронный приемник; 11 — приемная оптическая система; 12 и 13 — опорный и информационный сигналы; 14 — фазоизмерительное устройство

точник излучения, модулятор света, генератор масштабной частоты и передающая оптическая система (рис. 13.5). В современных светодальномерах в качестве источников излучения применяют лазеры, обеспечивающие высокую интенсивность излучаемой энергии в узком спектральном диапазоне, что особенно важно для обеспечения измерений в дневное время. В связи с тем что для обеспечения фазовых измерений необходимы модулированные колебания, излучаемый источником 2 световой луч подвергается периодическим изменениям с помощью модулятора света 3, работой которого управляет генератор масштабной частоты 7.

В светодальномерах свет модулируют с частотой в десятки меггерц, что необходимо для обеспечения высокой точности измерений, поэтому к модулятору предъявляется требование малой инерционности работы. Кроме того, требуется, чтобы модулятор имел минимальные потери светового потока и максимальную глубину модуляции.

Так как масштабная частота определяет длину «жезла», которым измеряют расстояние, то ее стабильность непосредственно влияет на точность линейных измерений. Поэтому *основное требование, предъявляемое к генератору масштабной частоты, состоит в обеспечении генерирования стабильных колебаний в заданном частотном диапазоне*. Стабилизация частоты достигается за счет использования в радиоэлектронных схемах кварцевых резонаторов.

Передающая оптическая система, расположенная на выходе модулятора, служит для концентрации излучаемого светового потока в узкий пучок и направления его на отражатель. Для повышения стабильности приборной поправки в схему светодальномера вводят оптическую линию короткого замыкания (ОКЗ). По этой причине дополнительное назначение передающей системы состоит в обеспечении коммутации (переключения) излучаемого сигнала на удаленный отражатель и на линию ОКЗ.

В соответствии с методом фазовых измерений передающая часть светодальномера связана с приемной каналом для прохождения опорного сигнала (см. рис. 13.5). В современных светодальномерах опорный сигнал, как правило, передается от генератора масштабной частоты в фазометр по электрическим цепям. При этом для реализации низкочастотного метода фазовых измерений в указанном тракте частота с  $f_m$  преобразуется на  $F = f_m - f_r$ , для чего в рассматриваемой схеме предусмотрены такие узлы, как гетеродин (вспомогательный генератор), генерирующий колебания с частотой  $f_r$ , и смеситель I.

Приемная часть светодальномера предназначена для того, чтобы принять поступающий с дистанции или по линии ОКЗ оптический информационный сигнал, преобразовать его в электрический и выполнить фазовое сравнение с опорным сигналом. Это решают с помощью приемной оптической системы, фотоэлектронного приемника и фазометрического устройства (см. рис. 13.5). Приемная оптическая система концентрирует оптическое излучение, поступающее от отражателя или по линии ОКЗ на входе фотоприемника. В современных светодальномерах передающая и приемная оптические системы, как правило, совмещены, что позволяет сделать конструкцию прибора более компактной и устранить трудности в приеме отраженного сигнала на коротких линиях из-за несовмещения траектории распространения излучаемого и принимаемого сигналов.

Фотоэлектронный приемник предназначен для преобразования отраженного модулированного оптического сигнала в электрический с последующим выделением информационного сигнала. Фотоприемник должен иметь высокую чувствительность к слабым световым сигналам используемого спектра излучения и способность выделить информационный сигнал на фоне различных шумов и других побочных компонент спектра излучения. Кроме того, он выполняет и функцию смесителя (смеситель II, см. рис. 13.5) в низкочастотном методе фазовых измерений. С помощью такого смесителя информационный сигнал преобразуется в низкочастотный сигнал с частотой  $F$ , которую имеет и опорный сигнал, поступающий в фазометр.

Фазометрическое устройство, в которое поступают как опорный, так и информационный сигналы, служит не только для измерения разности фаз между этими сигналами, но и для предвари-

тельной обработки результатов измерений. В частности, применяемые в светодальномерах цифровые фазометры в сочетании с встроенными в дальномер микропроцессорами позволяют автоматически на цифровом табло получать полное значение расстояния с коррекцией за метеоусловия и др.

### 13.8. СВЕТОДАЛЬНОМЕР СТ5

Светодальномер СТ5 (рис. 13.6) предназначен для измерения базисов в триангуляции, сторон в полигонометрии и трилатерации, а также для различных инженерных работ в прикладной геодезии. Светодальномер может быть установлен на теодолиты серии ЗТ для одновременного измерения углов и расстояний при тахеометрической съемке.

В светодальномере использован импульсно-фазовый гетероидный способ измерения расстояния с преобразованием временного интервала и способ формирования опорного сигнала, основанный на делении масштабной частоты и синхронизации фазы гетеродина при помощи системы фазовой автоподстройки. В качестве из-

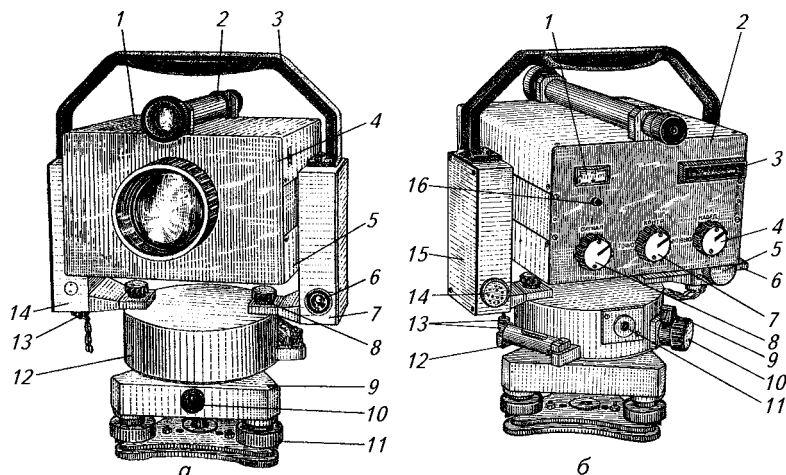


Рис. 13.6. Светодальномер СТ5:

*а* — вид со стороны объектива: 1, 5 — крышки; 2 — зрительная труба; 3 — ручка; 4 — головка; 6 — разъем; 7, 14 — стойки; 8 — винт; 9 — подставка; 10 — закрепительный винт; 11 — подъемный винт; 12 — основание; 13 — разъем для подключения регистрирующего устройства; *б* — вид со стороны лицевой панели: 1 — стрелочный прибор; 2 — лицевая панель; 3 — цифровое табло; 4 — переключатель ВЫКЛ—НАВЕД—СЧЕТ; 5, 10 — головки винтов наводящих устройств; 6, 9 — рукоятки закрепительных устройств; 7 — переключатель ТОЧНО—КОНТР—ГРУБО; 8 — ручка СИГНАЛ; 11 — окуляр оптического центра; 12 — цилиндрический уровень; 13 — юстировочные гайки уровня; 14 — микрофон; 15 — крышка; 16 — ручка установки контрольного отсчета

лучателя применен полупроводниковый лазерный диод «Круз», позволивший существенно повысить мощность и спектральную плотность светового излучения. В результате значительно увеличена дальность действия прибора и уменьшены погрешности из-за фазовой неоднородности светового пучка. Приемником сигнала служит фотоэлектронный умножитель (ФЭУ), в котором одновременно осуществляется преобразование принимаемых световых сигналов в электрические сигналы промежуточной частоты, на которых ведется измерение временных интервалов. Длительность излучения импульсов составляет 10 нс в режиме ТОЧНО и 50 нс в режиме ГРУБО. Частоты следования излучаемых импульсов в режиме ТОЧНО  $f_1 = 14\,985,5$  кГц, в режиме ГРУБО  $f_2 = 149,855$  кГц.

Средняя квадратическая погрешность измерения расстояния в режиме ТОЧНО  $m_s = (10 + 5 \cdot 10^{-6} D)$  мм, в режиме ГРУБО — 20 см. Средняя потребляемая мощность 5 Вт. Время однократного измерения в режиме ТОЧНО 8 с, в режиме ГРУБО 15 с. Масса приемопередатчика 4 кг.

Для подключения регистрирующего устройства в приборе имеется выход. Результаты измерения индицируются на шестиразрядном электронно-цифровом табло. Моменты приема отраженного сигнала и окончания счета сопровождаются звуковыми сигналами микротелефона. Блок контрольного отсчета позволяет следить за работой прибора в полевых условиях. Прибор снабжен системой блокировки, автоматически отключающей приемодатчик от батареи при напряжении больше допустимого, а также после ее разрядки. Светодальномер однозначно измеряет расстояние до 1 км; разрешение неоднозначности производится автоматически. В процесс измерений автоматически включается измерение эталонного расстояния (режим ОКЗ). Для экономии энергии аккумулятора счетный узел и цифровое табло включаются только на время счета и индикации результата. Процесс счета индицируется высвечиванием запятой крайнего справа индикатора табло. Постоянную поправку светодальномера устанавливают равной нулю с помощью резистора установки контрольного отсчета, значение которого указывают в паспорте прибора.

В зависимости от длины измеряемой линии при благоприятных атмосферных условиях (четком изображении места установки отражателя и слабой солнечной засветки трассы измерений) применяют отражатели со следующим числом призм:

Число призм отражателя	1	3	6	12	18
Максимальное расстояние, м	1500	2200	3000	4000	5000

Большой шестипризмный отражатель показан на рисунке 13.7, а структурная схема светодальномера — на рисунке 13.8.

Задающий генератор 1 генерирует сигнал масштабной частоты  $f_1$ , который через коммутатор 3 подается в усилитель-формирова-

тель импульсов 4 и в виде импульсов заданной частоты вызывает излучение лазерного диода 6. Стабилизатор 5 регулирует мощность лазерного излучения. Излученный импульс света проходит через отверстия узла переключателя ДИСТАНЦИЯ—ОКЗ 7, отражается от грани разделительной призмы 8, формируется линзовым объективом 9 в параллельный пучок и направляется на отражатель, установленный на другом конце измеряемой линии. Отраженный световой сигнал принимается тем же объективом, отражается от другой грани разделительной призмы и фокусируется в плоскости фотоумножителя ФЭУ 11.

В режиме ОКЗ (оптического короткого замыкания) диафрагма узла переключателя ДИСТАНЦИЯ—ОКЗ 7 поворачивается таким образом, что излучение в направлении отражателя перекрывается и направляется на фотоумножитель ФЭУ 11.

Для ослабления сигнала при измерении малых расстояний на объектив приемопередатчика надевают аттенюатор (металлическую сетку в оправе).

В ФЭУ принятый сигнал детектируется в электрические импульсы, а благодаря подаваемым на модулирующий электрод ФЭУ импульсам частоты вспомогательного генератора преобразуется в сигнальные импульсы низкой (разностной) частоты  $f_{\text{сиг}}$ . С выхода ФЭУ эти импульсы проходят фильтр низких частот (ФНЧ) 13, подаются на усилитель 14, в схему коррекции постоянной поправки 15, а затем вводятся в счетный узел 17. Одновременно с сигнальными импульсами в счетный узел поступают опорные импульсы  $f_{\text{оп}}$ , сформированные из напряжений масштабной частоты задающего генератора 1 и вспомогательной частоты гетеродина 24, а также импульсы заполнения  $f_{\text{зап}}$ . Интервал времени между каждым опорным и следующим за ним сигнальным импульсом пропорционален измеряемому расстоянию. Длительность интервалов измеряется путем подсчета количества укладывающихся в этих интервалах импульсов заполнения (см. рис. 13.8).

При масштабной частоте следования импульсов излучения в режиме ТОЧНО  $f_1 = 14\,985,5 \text{ кГц}$  (полудлина волны  $\lambda_1/2 = 10 \text{ м}$ ) ча-

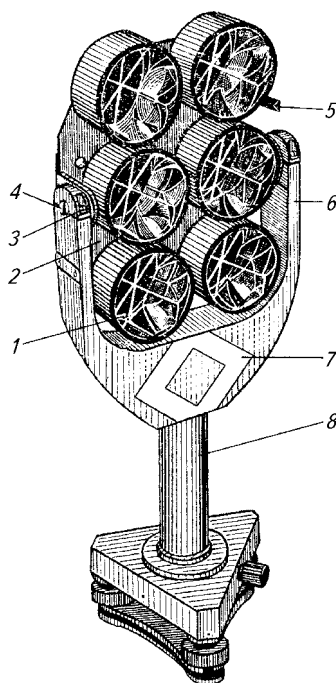


Рис. 13.7. Шестипризменный отражатель:

1 — трипельпризма; 2 — плата; 3 — винт; 4 — ползун; 5 — визир; 6 — стойка; 7 — марка; 8 — переходник

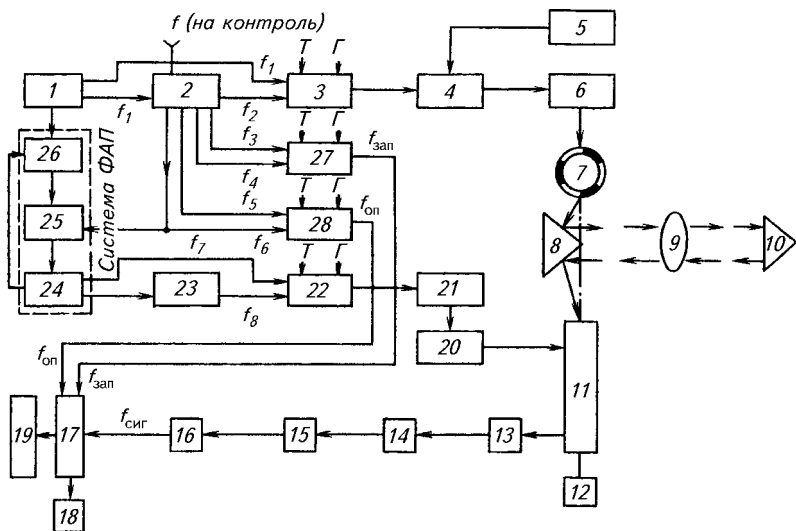


Рис. 13.8. Структурная схема светодальномера СТ5:

1 — задающий генератор; 2 — делитель масштабной частоты  $K = 10^6$ ; 3, 16, 22, 27, 28 — коммутаторы; 4 — усилитель-формирователь; 5 — стабилизатор мощности излучения; 6 — лазерный диод; 7 — узел переключателя ДИСТАНЦИЯ—ОКЗ; 8 — разделительная призма; 9 — объектив; 10 — отражатель; 11 — фотоумножитель (ФЭУ); 12 — источник питания; 13 — фильтр низких частот (ФНЧ); 14 — усилитель; 15 — схема коррекции постоянной поправки; 17 — счетный узел; 18 — микрофон; 19 — цифровое табло; 20 — схема управления; 21 — усилитель-формирователь гетеродинной частоты; 23 — делитель гетеродинной частоты  $K = 10^2$ ; 24 — вспомогательный генератор (гетеродин); 25 — фазовый детектор; 26 — смеситель;  $f_1 = 14\,985\text{ кГц}$ ;  $f_2 = 149,855\text{ кГц}$ ;  $f_3 = 7492,75\text{ кГц}$ ;  $f_4 = 149,855\text{ кГц}$ ;  $f_5 = 1,5\text{ кГц}$ ;  $f_6 = 15\text{ Гц}$ ;  $f_7 = 14\,984,0\text{ кГц}$ ;  $f_8 = 149,84\text{ кГц}$

стога следования импульсов вспомогательного генератора  $f_7 = 14\,984,0\text{ кГц}$ , т. е. ниже частоты  $f_1$  на  $f_5 = 1,5\text{ кГц}$ . Масштабная частота следования импульсов заполнения для счетного узла составляет  $f_3 = 7492,75\text{ кГц}$ .

При частоте следования импульсов излучения в режиме ГРУБО  $f_2 = 149,855\text{ кГц}$  (полудлина волны  $\lambda_2/2 = 1000\text{ м}$ ) частота следования импульсов вспомогательного генератора  $f_8 = 149,840\text{ кГц}$ , т. е. ниже частоты  $f_2$  на  $f_6 = 15\text{ Гц}$ . Частота следования импульсов заполнения для счетного узла  $f_4 = 149,855\text{ кГц}$  (цена импульса заполнения  $10\text{ см}$ ).

Напряжение частоты  $f_1$  вырабатывается задающим генератором с кварцевой стабилизацией частоты. Резистором  $f$ , расположенным конструктивно в стойке светодальномера, устанавливается номинальное значение частоты при настройке и эксплуатации светодальномера. Частоты  $f_2, \dots, f_6$  получают дальнейшим делением частоты  $f_1$  декадными делителями частоты. Напряжение частоты  $f_7$  вырабатывается вспомогательным генератором 24, точное

значение частоты поддерживается с помощью фазовой автоматической подстройки частоты (ФАПЧ), к которой относят узлы: смеситель, фазовый детектор и вспомогательный генератор. Частота  $f_8$  получается делением частоты  $f_7$  делителем гетеродинной частоты 23 с коэффициентом деления 100.

Каждый высвечиваемый на табло отсчет представляет собой разность результатов измерений в режимах ДИСТАНЦИЯ и ОКЗ. Переключаются эти режимы автоматически по командам программного устройства счетного узла:  $T$  (точное измерение на частотах  $f_1$  и  $f_2$ );  $G$  (грубое измерение только на частоте  $f_2$ );  $K$  (контроль). Начало высвечивания отсчета ( $D_{\text{дист}} - D_{\text{окз}}$ ) сопровождается звуковым сигналом микрофона.

В режимах измерения расстояния стрелочный индикатор подключается к амплитудному детектору и позволяет контролировать уровень сигнала в тракте приемника. Устанавливают и регулируют уровень сигнала изменением напряжения питания ФЭУ, что, в свою очередь, обеспечивается изменением напряжения питания высоковольтного преобразователя. Напряжение питания в режиме ДИСТАНЦИЯ регулируется ручкой СИГНАЛ, в режиме ОКЗ устанавливается с помощью потенциометра  $O$ . Потенциометром  $D$  ограничивают максимальное напряжение питания в режиме ДИСТАНЦИЯ.

**Измерение расстояния в режимах ТОЧНО и ГРУБО.** В режиме ТОЧНО измеряют

$$\Delta = \frac{\lambda}{2}$$

где  $a$  — разность двух отсчетов (на ДИСТАНЦИЮ и ОКЗ).

Так как  $f_m = f_1 = 15$  МГц;  $F = f_5 = 1,5$  кГц;  $F/f_m = 1 \cdot 10^{-4}$ ;  $\lambda_m/2 = 10$  м, то точное значение расстояния в пределах 10-метрового интервала

$$\Delta D = 1 \cdot 10^{-4} \cdot 10 \text{ м } a = 1 \cdot 10^{-4} \cdot 10\,000 \text{ мм } a = a \text{ (мм)},$$

что соответствует цене младшего разряда, равной 1 мм.

В режиме ГРУБО измеряют расстояние

$$= \frac{\lambda'}{2},$$

Так как

$$F' = f_6 = 15 \text{ Гц}; \quad \lambda' = \frac{c}{F'} = \frac{3 \cdot 10^8}{15} = 2 \cdot 10^7 \text{ м} = 20\,000 \text{ км}$$

то грубое значение расстояния в пределах 1000-метрового интервала

$$D_{\text{гр}} = 1 \cdot 10^{-4} \cdot 1000 \text{ мм } a = 0,1a \text{ (м)} = a \text{ (дм)}.$$

Результат измерений в режиме ТОЧНО в пределах 1000-метрового интервала получают путем измерений на частотах  $f_1$  и  $f_2$ .

Пример.

$D_{\text{гр}}$	7	8	5	,	5		
$\Delta D$			5	,	5	7	3
$D_p$	7	8	5	,	5	7	3 м.

Подготовку к измерениям выполняют в следующем порядке. В конечной точке устанавливают штатив с подставкой и центрируют ее с помощью нитяного отвеса. В подставку вставляют оптический центрир и уточняют центрировку. Вынув оптический центрир, в подставку вставляют отражатель, наводят его визиром на установленный в начальной точке измеряемой линии светодальномер и закрепляют винтом подставки.

В это же время в начальной точке устанавливают штатив с подставкой и центрируют ее с помощью нитяного отвеса, затем в подставку вставляют светодальномер. Уточняют его центрирование с помощью встроенного оптического центрира.

Проверяют источник питания и установку контрольного отсчета. Для этого устанавливают переключатель ВЫКЛ—НАВЕД—СЧЕТ в положение ВЫКЛ, подключают источник питания, включают светодальномер в режим СЧЕТ, КОНТРОЛЬ (переключатель ТОЧНО—КОНТР—ГРУБО устанавливают в положение КОНТР, переключатель ВЫКЛ—НАВЕД—СЧЕТ в положение СЧЕТ)<sup>1</sup>.

Оценивают показания стрелочного прибора. При показаниях менее 60 мкА следует заменить источник питания (показания 60 мкА соответствуют напряжению источника питания 6,0 В).

Переводят переключатель I в положение ТОЧНО, снимают с объектива аттенюатор, надевают на объектив блок контрольного отсчета, устанавливают уровень сигнала в середине рабочей зоны и берут несколько отсчетов по табло. Если показания табло отличаются от значения контрольного отсчета, указанного в паспорте

<sup>1</sup>В дальнейшем тексте переключатели ТОЧНО—КОНТР—ГРУБО и ВЫКЛ—НАВЕД—СЧЕТ обозначены как переключатели I и II соответственно.

прибора, то вращением ручки контрольного отсчета устанавливают требуемые показания.

Измерения выполняют в следующем порядке. Вращением окуляра зрительной трубы получают четкое изображение окружности сетки нитей. С помощью зрительной трубы, ослабив рукоятки крепежных винтов, наводят светодальномер на отражатель.

Включают светодальномер в режим НАВЕДЕНИЕ (переключатель I в положение ТОЧНО, переключатель II в положение НАВЕД). Поворачивают ручку СИГНАЛ по часовой стрелке до ограничения, а при большом уровне фоновых шумов в солнечную погоду и при высокой окружающей температуре — до показаний стрелочного прибора не более 20 мкА.

Вращением винтов наводящих устройств наводят светодальномер на отражатель до получения звукового сигнала и отклонения стрелки прибора вправо по шкале. При измерениях расстояний до 400 м на объектив надевают аттенюатор. Наводят светодальномер по максимуму сигнала, одновременно устанавливая ручкой СИГНАЛ уровень сигнала в середине рабочей зоны.

Установив переключатель II в положение СЧЕТ, оценивают свечение индикаторов табло; при необходимости ручкой СИГНАЛ подстраивают уровень сигнала. Берут три отсчета расстояния в режиме ТОЧНО после звукового сигнала и записывают их в журнал (табл. 13.1).

### 13.1. Журнал измерения линии светодальномером СТ5

Линия пп. 145 — пп. 146	$t = +20,0\text{ }^{\circ}\text{C}$	$H_D = 240,20$	$H_0 = 245,94$
Дата 18.06.03	$P = 746\text{ мм}$	$i_D = 1,82$	$i_0 = 1,81$
Погода пасмурно	рт. ст.	$H_D + i_D =$	$H_0 + i_0 =$
Тип отражателя 18-призменный	$k_{\Pi} = +0,7$	$= 242,02$	$= 247,75$
Приближенная длина линии 4 км	$k_f = +0,3$		
$h = 5,73\text{ м}$			

Измерение «ТОЧНО» по приемам			Вычисление горизонтального проложения	
I	II	III	$D_p$ , м	988,574
988,573	988,573	988,571	$n\ 1000$ , м	3000000
577	575	574	$\delta_{t,p,f}$ , мм	+40
573	580	568	$\delta_{\Pi}$ , мм	—4
988,574	988,576	988,571	$D_{\Pi}$ , м	3988,610
$D_p = 988,574\text{ м}$			$\delta_h$ , мм	—4
			$S$ , м	3988,606

Определяют и записывают в журнал метеорологические данные.

Еще дважды наводят светодальномер на отражатель по максимуму сигнала и после каждого наведения берут по три отсчета в режиме ТОЧНО.

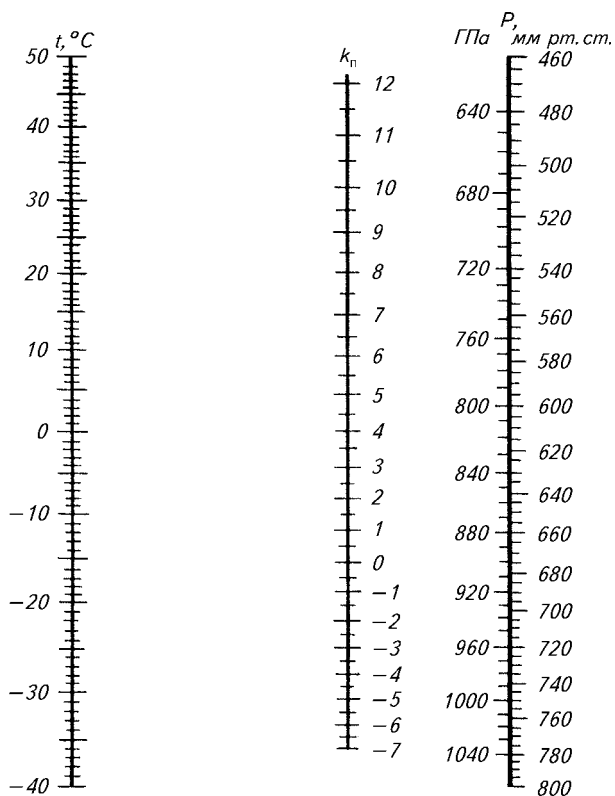


Рис. 13.9. Номограмма для определения поправочного коэффициента  $k_n$

Переводят переключатель I в положение КОНТР, берут отсчет для определения коэффициента  $k_f$ .

При грубых измерениях переключатель I устанавливают в положение ГРУБО, переключатель II — СЧЕТ, добиваются уровня сигнала в пределах рабочей зоны (ручкой СИГНАЛ и ориентированием светодальномера на отражатель), берут один-два отсчета по табло.

По окончании измерений выключают светодальномер, установив переключатель II в положение ВЫКЛ.

Полный результат измерений получают по формуле

$$D_n = D_p + n \cdot 1000 + \delta_{t, P, f} + \delta_{\text{ц}},$$

где  $D_p$  — результат измерения в режиме ТОЧНО в пределах 1000-метрового интервала;  $n \cdot 1000$  — расстояние, соответствующее целому числу 1000-метровых интервалов;  $\delta_{t, P, f}$  — поправка за температуру, давление воздуха и температурное измене-

ние частоты кварцевого генератора,  $\delta_{i, p, f} = 10^{-5} D(k_n + k_f)$ ; коэффициент  $k_n$  определяют по номограмме с учетом температуры воздуха и атмосферного давления (рис. 13.9), а коэффициент  $k_f$  — по графику в паспорте светодальномера;  $\delta_n$  — поправка за циклическую погрешность; определяют по графику, составленному на основании специальных исследований.

Для получения горизонтального проложения вводят поправку за наклон линии к горизонту, вычисляемую по формуле

$$\delta_s = h^2/2D, \text{ или } \delta = \frac{v}{\dots}$$

где  $h$  — превышение между оптическим центром объектива дальномера и горизонтальной осью отражателя;  $v$  — угол наклона измеряемой линии.

### 13.9. СВЕТОДАЛЬНОМЕР 2СТ10

Светодальномер 2СТ10 (рис. 13.10) имеет много общих узлов со светодальномером СТ5 и повторяет основные конструктивные данные. В светодальномере 2СТ10 повышена дальность действия до 10 км и точность измерений до  $(5 + 3 \cdot 10^{-6} D)$  мм. Прибор можно устанавливать на теодолитах серий 2Т и 3Т для одновременно-го измерения углов и расстояний.

В светодальномере 2СТ10, так же как и в СТ5, использован импульсно-фазовый способ измерения расстояний с преобразованием временного интервала. Источником излучения является полупроводниковый лазерный диод с длиной волны излучения 0,86 мкм. Измерения проводят на трех масштабных частотах  $f_1 = 14\,985,5$ ,  $f_2 = 149,855$ ,  $f_3 = 1,49855$  кГц. При этом первую из них используют для измерения в пределах цикла 10 м (точное измерение), вторую и третью — для разрешения неоднозначности в пределах 1 и 10 км соответственно.

Для преобразования принятого сигнала в сигналы низкой частоты используют вспомогательные (гетеродинные) частоты  $f_{г1} = 14\,884,0$ ,  $f_{г2} = 149,84$ ,  $f_{г3} = 1,4984$  кГц. В результате гетеродинного преобразования возникает низкочастотное следование

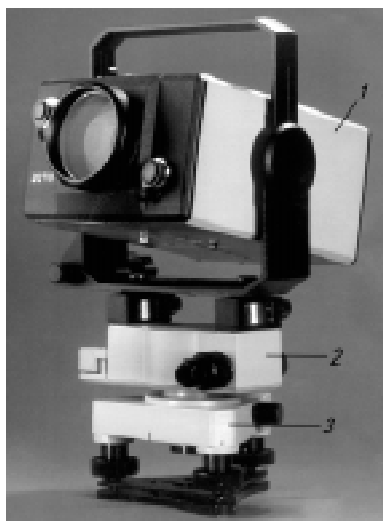


Рис. 13.10. Светодальномер 2СТ10:

1 — приемопередатчик; 2 — основание с наводящим и закрепительным винтами; 3 — подставка

импульсов в опорном и сигнальном каналах:  $f_{оп1} = f_{с1} = 1498,55$ ,  $f_{оп2} = f_{с2} = 14,885$ ,  $f_{оп3} = f_{с3} = 0,15$  Гц. Частота импульсов заполнения для измерения временных интервалов  $f_{зап} = 7,49$  МГц.

Управление процессом измерения обеспечивается встроенной микроЭВМ. Результаты измерения с учетом поправки на температуру воздуха и атмосферное давление высвечиваются на цифровом табло и могут быть введены в регистрирующее устройство. Имеется звуковая сигнализация обнаружения: отраженного сигнала, готовности результата измерения и разряда источника питания. Прерывание луча влияния на измерения не оказывает.

### 13.10. СВЕТОДАЛЬНОМЕР «ТОПАЗ» СП2

Светодальномер «Топаз» СП2 предназначен для измерения расстояний в прикладной геодезии, эталонирования базисов, измерения смещений и деформаций при строительстве и эксплуатации специальных сооружений.

По конструкции и принципу действия прибор аналогичен светодальномеру СТ5. Дальность действия светодальномера 2 км. Средняя квадратическая погрешность измерения расстояния  $m_S = (2 + 3 \cdot 10^{-6} D)$  мм. Повышение точности измерений достигнуто за счет десятикратного повышения масштабной частоты следования импульсов, принудительного (жесткого) центрирования светодальномера и отражателей, обеспечения метеорологической дальности видимости (МДВ), повышения точности определения температуры и давления атмосферы по трассе измерений, изменения методики наблюдений.

В режиме ГРУБО диапазон однозначного измерения расстояния составляет 1 км (999 999 мм), что обеспечивается последовательным измерением расстояний на масштабных частотах следования импульсов 74 927,5 и 149,855 кГц.

В режиме ТОЧНО измерения ведут только на масштабной частоте 74 927,5 кГц. Результат измерения высвечивается на трех правых индикаторах цифрового табло с ценой деления 0,1 мм.

Для обеспечения стабильности масштабной частоты в светодальномере введено термостатирование кварцевых резонаторов основного и вспомогательного генераторов. Для стабилизации частоты при особо точных измерениях предусмотрена синхронизация масштабной частоты генератора светодальномера с частотой опорного генератора компаратора частоты, подключаемого через разъем к светодальномеру. В приборе стабилизирована мощность излучения полупроводникового лазера. С помощью устройства регулирования значения контрольного отсчета можно корректировать постоянную поправку светодальномера. Устройство блокировки счета исключает получение ложных результатов при появлении помех на измеряемой линии. Питание всех схем прибора

осуществляется через стабилизаторы вторичного источника питания (узла питания). Общее регулирование уровня сигнала осуществляется резистором СИГНАЛ. В светодальномтере имеется выход для подключения регистрирующего устройства (накопителя информации). На время записи результата запуск очередного цикла счета автоматически блокируется, что исключает взаимные помехи и обеспечивает правильную запись результата.

Полный результат измерений после введения поправок получают по формуле

$$D_{\Pi} = D + 10^{-5} Dk_n + \delta_{\Pi} + C + \Delta C, \tag{13.22}$$

где  $D$  — полное значение измеряемого расстояния (до введения поправок);  $k_n$  — коэффициент, учитывающий изменение показателя преломления атмосферы при изменении температуры воздуха и атмосферного давления (определяют по номограмме);  $\delta_{\Pi}$  — поправка за циклическую погрешность (приводится в паспорте или определяется из специальных исследований);  $C$  — постоянная отражателя (приводится в паспорте отражателя или определяется из специальных исследований);  $\Delta C$  — разность между паспортным и измеренным значениями контрольного отсчета.

Все отсчеты, полученные в процессе измерений, и результаты вычислений заносят в журнал (табл. 13.2).

13.2. Журнал измерений светодальномтером «Топаз» СП2

<i>Линия</i> п. 41—п. 42	$H_D = 120,15$	$H_0 = 126,80$
<i>Дата</i> 20.05.03	$i_D = 1,70$	$i_0 = 1,80$
<i>Погода</i> умеренный ветер, слабая облачность, видимость 10 км, изображения спокойные	$H_D + i_D = 121,85$	$H_0 + i_0 = 128,60$
<i>Тип отражателя</i> однопризменный		
<i>Приближенная длина линии</i> 1,2 км		$h = 6,75$ м

*Температура*

Точка измерения	Время	Номер психрометра	$t$ , °C
Светодальномтер	9 ч 15 мин	1621	+18,4
	9 30		+18,6
Промежуточная точка	9 20	1623	+18,2
Отражатель	9 15	1623	+18,0
	9 30		+18,2
			$t_{cp} + 18,3$

*Вычисление давления*

Точка измерения	Время	Номер барометра	$P$ , мм рт. ст.	$t$ , °C	Поправки			$P_{испр}$ , мм рт. ст.
					шкалы	температурная	дополнительная	
Светодальномтер	9 ч 15 мин	127	740,0	+18,4	+0,2	+0,1	−0,3	740,0
Отражатель	9 ч 15 мин	243	741,0	+18,0	+0,3	+0,1	−0,4	741,0
								$P_{cp} = 740,5$

Отсчеты в режиме ГРУБО

268
358
356
356

## Отсчеты в режиме ТОЧНО

57,1	63,4	58,5	63,2
57,3	63,7	58,0	62,8
57,5		57,8	
57,2		58,3	
57,4		57,9	

Среднее значение отсчетов в режиме ТОЧНО, мм	57,7
Полный результат измерений (до введения поправок) $D$ , мм	1268357,7
Поправочный коэффициент $k_n$	+0,68
Поправки за метеоусловия	+8,6
Поправка за циклическую погрешность $\delta_n$ , мм	+0,6
Поправка однопризменного отражателя $C$ , мм	-81,5
Паспортное значение контрольного отсчета $K$ , мм	65,2
Среднее измеренное значение контрольного отсчета $K_{ср}$ , мм	63,3
Разность между паспортным и средним измеренным значением контрольного отсчета $\Delta C$ , мм	+1,9
Полный результат измерений после введения поправок	

$$D_n = 1268357,7 + 8,6 + 0,6 + (-81,5) + 1,9 = 1268287,3 \text{ мм.}$$

Горизонтальное проложение

$$S = D_n + \delta_S = 1268287,3 + (-18,0) = 1268269,3 \text{ мм.}$$

### 13.11. СУЩНОСТЬ И СПОСОБЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОСТОЯННОЙ ПОПРАВКИ СВЕТОДАЛЬНОМЕРА

Постоянная поправка светодальномера обусловлена геометрическими и физическими факторами. Геометрические факторы вызваны тем, что блоки дальномеров (приемодатчик и отражатель) центрируют над начальным и конечным пунктами измеряемой линии с помощью оптических или нитяных отвесов. Однако вследствие конструктивных особенностей приборов вертикальные оси блоков дальномеров не совпадают с точками начала и конца пути колебаний, время распространения которых измеряется. Такими точками являются электрические центры приемодатчика и отражающей поверхности отражателя.

Физические факторы вызваны временными задержками в цепях приборов, разницей между оптическим и геометрическим путями света в отражателе, избыточным путем света по оптической линии и другими явлениями. Если геометрическую часть постоянной поправки можно получить расчетным путем по чертежам прибора, то физическую часть ее определить таким путем затруднительно, поэтому постоянную поправку определяют по результатам измерения расстояний.

Постоянная поправка светодальномера может быть определена несколькими способами: измерением эталонного базиса длиной 300...1000 м с перестановкой отражателя в пределах фазового цикла; измерением нескольких эталонных базисов длиной 200...1200 м; измерением нескольких линий одного створа неизвестной длины в разных комбинациях; измерением короткого базиса в пределах фазового цикла с перестановкой отражателя через 1 м.

Пример определения постоянной поправки светодальномера 2СМ2 из результатов измерения эталонного базиса с перестановкой отражателя через 1 м приведен в таблице 13.3.

**13.3. Определение постоянной поправки светодальномера 2СМ2**

№ измерения	Интервал базиса		Значения постоянных поправок $C = S_{\text{эт}} - S_{\text{и}}, \text{ мм}$
	эталонные $S_{\text{эт}}$	измеренные $S_{\text{и}}$	
1	311,863	311,917	–54
2	312,840	312,894	–54
3	313,851	313,906	–55
4	314,725	314,787	–62
5	316,849	316,913	–64
6	317,836	317,892	–56
7	318,863	318,929	–66
8	319,841	319,906	–65
9	320,852	320,909	–57
10	321,774	321,841	–67
			$C_{\text{ср}} = -60 \text{ мм}$

Средняя квадратическая погрешность определения постоянной будет выражаться формулой

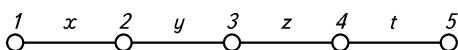
$$= \sqrt{\frac{vv}{n}} = \sqrt{\frac{\dots}{\dots}} =$$

Таким образом, постоянная поправка светодальномера 2СМ2

$$C = -60 \pm 1,7 \text{ мм.}$$

### 13.12. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОСТОЯННОЙ ПОПРАВКИ СВЕТОДАЛЬНОМЕРА ИЗ ИЗМЕРЕНИЙ НЕСКОЛЬКИХ ЛИНИЙ ОДНОГО СТВОРА В РАЗНЫХ КОМБИНАЦИЯХ

Обозначим число пунктов на линии, включая начальный и конечный, через  $r$ , а число отрезков — через  $r - 1$  (на рис. 13.11  $r = 5$ ).



**Рис. 13.11. Схема определения постоянной дальнометра измерением нескольких линий одного створа в разных комбинациях**

Измеренные во всех комбинациях отрезки между отдельными пунктами обозначим  $S_{12}, S_{13}, \dots, S_{r-1}$ . Их число будет

$$= \binom{r}{2} = \frac{r(r-1)}{2} = \dots =$$

Уравненные значения отрезков обозначим через  $\bar{s}$  а постоянную — через  $c$ .

В качестве неизвестных примем уравненные значения отрезков

$$\bar{s}_{12} = \bar{s}_{13} = \bar{s}_{14} = \bar{s}_{15} =$$

и постоянную  $c$ .

Тогда уравнения поправок запишем в виде

$$\begin{aligned} v_1 &= \\ v_2 &= + \\ v_3 &= + + \\ v_4 &= + + \\ v_5 &= \\ v_6 &= + \\ v_7 &= + + \\ v_8 &= \\ v_9 &= + \\ v_{10} &= \end{aligned} \quad (13.23)$$

Нормальные уравнения будут

$$\begin{aligned} 4x + 3y + 2z + t - 4c - S_{12} - S_{13} - S_{14} - S_{15} &= 0; \\ 3x + 6y + 4z + 2t - 6c - S_{13} - S_{14} - S_{15} - S_{23} - S_{24} - S_{25} &= 0; \\ 2x + 4y + 6z + 3t - 6c - S_{14} - S_{15} - S_{24} - S_{25} - S_{34} - S_{35} &= 0; \quad (13.24) \\ x + 2y + 3z + 4t - 4c - S_{15} - S_{25} - S_{35} - S_{45} &= 0; \\ -4x - 6y - 6z - 4t + 10c + S_{12} + S_{13} + S_{14} + S_{15} + S_{23} + S_{24} + \\ + S_{25} + S_{34} + S_{35} + S_{45} &= 0. \end{aligned}$$

В результате преобразования уравнений (13.24) получаем следующие выражения для неизвестных — уравненных значений отрезков:

$$\begin{aligned}
 &= \begin{matrix} - \\ - \\ - \\ - \end{matrix} = \begin{matrix} + & + & + & + \end{matrix} ; \\
 &= \begin{matrix} - \\ - \\ - \\ - \end{matrix} = \begin{matrix} + & + & + & + \end{matrix} ; \\
 &= \begin{matrix} - \\ - \\ - \\ - \end{matrix} = \begin{matrix} + & + & + & + \end{matrix} ; \\
 &= \begin{matrix} - \\ - \\ - \\ - \end{matrix} = \begin{matrix} + & + & + & + \end{matrix} ;
 \end{aligned}
 \tag{13.25}$$

Откуда следует общее правило: при измерении нескольких отрезков одного створа во всех комбинациях получают уравненный отрезок как среднее значение из его непосредственного измерения плюс постоянная с весом два и соответствующих разностей двух отрезков с весом единица.

Подставив неизвестные  $x, y, z, t$  в уравнение (13.24), получим для случая  $r = 5$  следующее выражение для постоянной  $c$ :

$$\begin{aligned}
 c = 1/10[ &\{S_{14} - (S_{12} + S_{23} + S_{34})\} + \{S_{15}(S_{13} + S_{34} + S_{45})\} + \\
 &+ \{S_{15} - (S_{12} + S_{24} + S_{45})\} + \{S_{15} - (S_{12} + S_{23} + S_{35})\} + \\
 &+ \{S_{25} - (S_{23} + S_{34} + S_{45})\}].
 \end{aligned}
 \tag{13.26}$$

Средняя квадратическая погрешность измеренного отрезка

$$= \sqrt{\frac{vv}{n}}$$

Так как

$$= - \quad = -$$

то

$$= \sqrt{\frac{vv}{n}} \tag{13.27}$$

Средние квадратические погрешности неизвестных и постоянной будут

$$\begin{aligned}
 &= - = \sqrt{\quad} \quad = - = \sqrt{\quad} \\
 &= - = \sqrt{\quad} \quad = - = \sqrt{\quad} \\
 &= \sqrt{\quad}
 \end{aligned}
 \tag{13.28}$$

Средняя квадратическая погрешность уравненного значения общей линии

$$= \sqrt{\quad} \tag{13.29}$$

Весовые коэффициенты получают из весовых уравнений, составляемых на базе нормальных уравнений. Для случая  $r = 5$  получены следующие значения:

$$\begin{aligned} Q_{xx} = Q_{yy} = Q_{zz} = Q_{\pi} &= 12/25; \\ Q_{cc} &= 1/2; \quad = \end{aligned} \quad (13.30)$$

Пример. Светодальномером ЕОК 2000 измерены четыре отрезка линии одного створа (см. рис. 13.11) во всех комбинациях с результатами:

$$\begin{aligned} S_{12} &= 99,793 \text{ м}; & S_{24} &= 99,832 \text{ м}; \\ S_{13} &= 149,798 \text{ м}; & S_{25} &= 199,810 \text{ м}; \\ S_{14} &= 199,790 \text{ м}; & S_{34} &= 49,838 \text{ м}; \\ S_{15} &= 299,768 \text{ м}; & S_{35} &= 149,814 \text{ м}; \\ S_{23} &= 49,838 \text{ м}; & S_{45} &= 99,820 \text{ м}. \end{aligned}$$

Подставив эти значения в формулу (13.26), получим значение постоянной светодальномера

$$c = 1/10(0,321 + 0,312 + 0,323 + 0,323 + 0,314) = +0,159 \text{ м}.$$

Согласно формуле (13.25) численные значения неизвестных будут:

$$\begin{aligned} - &= & + & + & + & = \\ - &= & + & + & + & = \\ - &= & + & + & + & = \\ - &= & + & + & + & = \end{aligned}$$

На основании формулы (13.23) получим поправки к измеренным расстояниям:

Номер уравнения	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Значение поправки $U$ , мм	+3,8	-3,3	-0,4	-0,3	+0,6	+1,5	+1,6	-2,4	-0,3	-1,2

Контроль:  $[v] = -0,4 \text{ мм};$

$[vv] = 38 \text{ мм}^2.$

По формуле (13.27) средняя квадратическая погрешность одного измерения

$$= \sqrt{\quad} =$$

Средние квадратические погрешности уравненных значений отрезков и постоянной получим по формулам (13.28) и (13.29) с использованием значений формулы (13.30)

$$\begin{aligned} - &= - & = - & = - & = \sqrt{\quad} = \\ &= \sqrt{\quad} = \\ - &= \sqrt{\quad} = \end{aligned}$$

Окончательное значение постоянной поправки светодальномера ЕОК 2000

$$c = +0,159 \text{ м} \pm 2,0 \text{ мм}.$$

### 13.13. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНЕЙ КВАДРАТИЧЕСКОЙ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ РАССТОЯНИЯ СВЕТОДАЛЬНОМЕРОМ

Среднюю квадратическую погрешность измерения расстояния светодальномером принято выражать формулой

$$m_D = a + bD, \quad (13.31)$$

где  $a$  — составляющая (коэффициент), не зависящая от расстояния;  $b$  — составляющая (коэффициент), зависящая от расстояния.

Значения коэффициентов  $a$  и  $b$  в этой формуле находят из сопоставления длин измеренных линий с их погрешностями. Пусть расстояния  $D_1, D_2, \dots, D_n$  измерены дальномером с истинными погрешностями по модулю  $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$ . Истинные погрешности можно получить сравнением расстояний, измеренных дальномером, со значениями этих же расстояний, найденных из более точных измерений.

Тогда можно составить  $n$  уравнений погрешностей

$$\left. \begin{array}{l} ' + ' \delta = v \\ ' + ' \delta = v \\ ' + ' \delta = v \end{array} \right\} \quad (13.32)$$

Соответствующие нормальные уравнения будут

$$\left. \begin{array}{l} ' + ' \delta = \\ ' + ' \delta = \end{array} \right\}$$

Откуда, воспользовавшись общими формулами решения двух уравнений первой степени с двумя неизвестными, найдем

$$' = \frac{\delta}{\delta} = \frac{\delta}{\delta}$$

$$' = \frac{\delta}{\delta} = \frac{\delta}{\delta}$$

Рассмотрим на практическом определении средней квадратической погрешности измерения расстояний. Для этого светодальнономером СТ5 тремя приемами измерено семь эталонных базисов (табл. 13.4), ранее измеренных инварными проволоками. Истинные погрешности измерений  $\delta$  определяли как разности между значениями базисов, измеренных светодальнономером  $S_{и}$ , и длинами образцовых базисов  $S_0$ .

Каждый базис измерен одной программой, которая включала три приема; прием состоял из трех наведений на отражатель по максимальному значению принятого сигнала и одного отсчета при каждом наведении. Базисы измерены на отражатели: до 0,5 км с одной призмой, от 0,8 до 1,5 км — с тремя призмами, от 2 до 4 км — с шестью призмами. Результаты измерений образцовых базисов приведены в таблице 13.4.

**13.4. Значения эталонных базисов, базисов, измеренных светодальнономером, и истинных погрешностей измерений**

Длина эталонных базисов $D_0$ , м	Значения базисов, измеренных светодальнономером, $D_{и}$ , м	Истинные погрешности измерений $\delta = D_{и} - D_0$ , мм
24,029	24,038	+9
46,606	46,616	+10
95,908	95,896	-12
527,759	527,773	+14
1243,520	1243,503	-17
2196,114	2196,133	+19
3720,004	3719,969	-35

На основании формул (13.32) и данных таблицы 13.4 условные уравнения погрешностей

$$\begin{aligned}
 a' + 24b' - 9 &= v_1; \\
 a' + 47b' - 10 &= v_2; \\
 a' + 96b' - 12 &= v_3; \\
 a' + 528b' - 14 &= v_4; \\
 a' + 1244b' - 17 &= v_5; \\
 a' + 2196b' - 19 &= v_6; \\
 a' + 3720b' - 35 &= v_7.
 \end{aligned}$$

Соответствующие нормальные уравнения:

$$\begin{aligned}
 7a' + 7855b' - 0,116 &= 0; \\
 7855a' + 20\,499 \cdot 10^3 b' - 202,3 &= 0.
 \end{aligned} \tag{13.33}$$

В результате решения нормальных уравнений (13.33) коэффициенты  $a'$  и  $b'$  будут равны:

$$a' = 9,6 \text{ мм}; \quad b' = 6,15 \text{ мм}.$$

Учитывая соотношение между средней и средней квадратической погрешностями, запишем

$$\begin{aligned} a &= 9,6 \cdot 1,25 = 12 \text{ мм;} \\ b &= 6,15 \cdot 1,25 = 7,7 \text{ мм.} \end{aligned} \quad (13.34)$$

Подставив численные значения  $a$  и  $b$  в формулу (13.31), получим среднюю квадратическую погрешность измерения расстояния светодалномером СТ5, равную

$$m_D = (12 + 7,7 \cdot 10^{-6} D) \text{ мм.}$$

Согласно ГОСТ 19223—90 значения коэффициентов должны быть:  $a = 10$  мм,  $b = 5$  мм. Следовательно, полученные нами значения этих коэффициентов несколько превышают нормативные, что может быть объяснено как недостаточным объемом исследований, так и тем обстоятельством, что точность исследуемого светодалномера не в полной мере соответствует требованиям названного ГОСТа.

### 13.14. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЦИКЛИЧЕСКОЙ ПОГРЕШНОСТИ СВЕТОДАЛЬНОМЕРА

Под циклической погрешностью понимают закономерно изменяющуюся погрешность при измерении расстояния в пределах полной шкалы применяемого фазометра (в линейной мере эта величина обычно соответствует половине длины волны масштабной частоты; в светодалномере СТ5  $\lambda/2 = 10$  м).

Для определения циклической погрешности стальной рулеткой размечают одиннадцать точек на расстояниях (м) от светодалномера, определяемых формулой

$$D = A + k \pm 0,1,$$

где  $A$  — любое число от 5 до 25;  $k = 0, 1, 2, \dots, 9, 10$ .

Эти же расстояния измеряют светодалномером. Измерения выполняют с надетым на объектив аттенюатором при уровне принимаемого сигнала в середине рабочей зоны. На каждом расстоянии определяют значение контрольного отсчета. Отклонение текущего значения контрольного отсчета от паспортного учитывают при вычислении результатов измерений.

Для каждой из точек вычисляют поправки

$$\delta_{ц} = D_{э} - D_{и},$$

где  $D_{э}$  — эталонное расстояние, измеренное стальной рулеткой;  $D_{и}$  — среднее значение расстояния, измеренное светодалномером в режиме ТОЧНО.

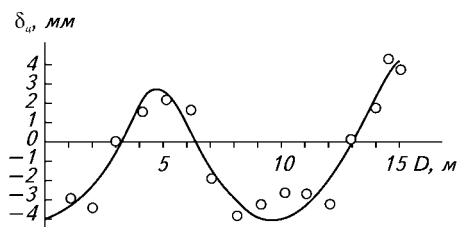


Рис. 13.12. График поправок за циклическую погрешность

Размах циклической поправки (разность максимального и минимального значений  $\delta_{\text{ц}}$  с учетом знака) не должен быть более 15 мм.

По значениям  $\delta_{\text{ц}}$  строят график поправок за циклическую погрешность.

Результаты измерения расстояний светодальномером СТ5 приведены в таблице 13.5, а график поправок за циклическую погрешность  $\delta_{\text{ц}}$  показан на рисунке 13.12.

13.5. Результаты измерений расстояний светодальномером СТ5

Эталонное расстояние $D_s$ , мм	Расстояние, измеренное светодальномером, $D_n$ , мм	Поправки $\delta_{\text{ц}} = D_s - D_n$ , мм
5089	5087,0	+2
6070	6068,5	+1,5
7035	7037,0	-2
8040	8044,0	-4
9000	9003,5	-3,5
10090	10093,0	-3
11075	11078,0	-3
12001	12004,5	-3,5
12995	12995,0	0
14010	14008,5	+1,5
15029	15025,5	+3,5
14503 (дополнительно)	14499,0	+4

### 13.15. ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ РАССТОЯНИЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМИ ДАЛЬНОМЕРАМИ

Измерения расстояний электромагнитными дальномерами сопровождаются рядом погрешностей, обусловленных конструктивными особенностями приборов, влиянием внешних условий, характером распространения колебаний в приземном слое атмосферы в непосредственной близости от подстилающей поверхности. Рассмотрим влияние отдельных источников погрешностей на измеряемое расстояние. В результате дифференцирования основной

формулы (13.1) будем иметь

$$\left( - \right) = \left( - \right) + \left( \frac{\tau}{\tau} \right) \quad (13.35)$$

Из формулы (13.5) видно, что относительная погрешность измерения расстояния зависит от относительной погрешности скорости распространения электромагнитных колебаний и относительной погрешности времени распространения электромагнитных волн. Скорость распространения электромагнитных волн в вакууме постоянна, скорость же этих волн в атмосфере, где выполняются геодезические измерения, зависит от физических свойств среды и длин электромагнитных волн.

Зависимость между скоростью распространения электромагнитных волн в вакууме  $c_0$  и в атмосфере  $c$  определяется формулой

$$c = c_0/n,$$

где  $n$  — показатель преломления воздуха.

В связи с тем что скорость распространения света в атмосфере зависит от длины волны, рассмотрим этот процесс подробнее. Известно, что видимый свет имеет сплошной спектр с длинами волн от 0,4 до 0,7 мкм, причем интенсивность отдельных частей спектра зависит от источника света и от условий его прохождения в атмосфере. Любой приемник, в том числе и человеческий глаз, обладает неодинаковой чувствительностью к свету различных длин волн. Поэтому возникает вопрос о том, какую длину волны света использовать при обработке светодальномерных измерений. Различают две скорости распространения электромагнитных волн — фазовую и групповую. Фазовая скорость определяет быстроту продвижения фазы волны. Фазовая скорость  $c_\phi$  связана с показателем преломления  $n$  соотношением

$$c_\phi = c_0/n.$$

Групповая скорость, используемая при измерении расстояний светодальномером, представляет собой скорость огибающей модулированного светового потока, т. е. скорость группы волн различной длины. Она определяет скорость перемещения электромагнитной энергии. Групповая скорость  $c_r$  связана с показателем преломления более сложной зависимостью

$$= \left/ \left( + - \right) \right.$$

где  $f$  — частота электромагнитных колебаний, а  $\frac{dn}{df}$  — производная от показателя преломления по частоте, т. е. член  $\frac{dn}{df}$  характеризует зависимость скорости от изменения показателя преломления с частотой.

Групповую скорость света в атмосфере можно определить по формуле

$$c_T = c_0/n_L,$$

где  $n_L$  — показатель преломления для реальной атмосферы.

Значение  $n_L$  определяют по формуле

$$n_L = 1 + (n_T - 1)P/(1 + 760\alpha t) - 0,55 \cdot 10^{-7}e/(1 + \alpha t),$$

где  $n_T$  — групповой показатель преломления в реальной атмосфере;  $t$  — температура воздуха, °C;  $\alpha$  — коэффициент расширения воздуха,  $\alpha = 0,003601$ .

Групповой показатель преломления  $n_T$ , в свою очередь, определяют для стандартной атмосферы (водяные пары отсутствуют, углекислый газ составляет 0,03 %, температура равна 0 °C, давление — 760 мм рт. ст.) по формуле

$$(n_T - 1)10^6 = 2876,04 + 48,864/\lambda^2 + 0,680/\lambda^4,$$

где  $\lambda$  — эффективная длина волны света, которой соответствует максимум интенсивности принимаемого приемником света,  $10^{-6}$  м.

В практике измерения расстояний электромагнитными дальнотерами показатель преломления воздуха  $n$  определяют косвенно по результатам измерения температуры, давления и влажности воздуха.

Численные значения относительных погрешностей измеряемых расстояний из-за погрешностей определения температуры ( $t$ ), давления ( $P$ ) и влажности ( $e$ ) воздуха приведены ниже:

Вид электромагнитных волн	Микрорадиоволны	Световые волны
Относительные квадратические погрешности:		
$(m_D/D)_t = (m_n/n)_t$	1/700 000	1/1 000 000
$(m_D/D)_P = (m_n/n)_P$	1/2 500 000	1/2 600 000
$(m_D/D)_e = (m_n/n)_e$	1/170 000	1/20 000 000

Видно, что влияние погрешностей определения температуры и давления воздуха на точность измерения расстояний примерно одинаково. Погрешности определения влажности воздуха в значительно большей степени влияют на точность измерения расстояний радиодальномерами.

Следует, однако, иметь в виду, что погрешности определения температуры, давления и влажности воздуха главным образом зависят не от погрешностей собственно измерений метеорологических приборов, а от их неодинаковости в различных точках пути распространения электромагнитных волн.

Из-за неоднородности атмосферы скорость распространения электромагнитных волн вдоль измеряемой линии не будет постоянной, т. е. будет иметь не равномерное прямолинейное движение, а более сложный вид движения. Однако пройденный электромагнитными колебаниями путь будет равен пути, вычисленному для равномерного прямолинейного движения, если скорость этого фиктивного движения принять равной среднеинтегральной скорости действительного движения электромагнитных волн. Для получения этой скорости необходимо найти среднеинтегральное значение показателя преломления воздуха

$$\bar{n} = \frac{1}{L} \int_0^L n(x) dx$$

Так как закон распределения показателя преломления  $n(x)$  в воздухе в момент измерения неизвестен, то значение  $\bar{n}$  определяют приближенно как среднее арифметическое из значений  $n$ , полученных на нескольких точках пути распространения волны, т. е.

$$\bar{n} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k n_i$$

где  $k$  — число точек, в которых определяли метеоданные.

В практике измерений расстояний электромагнитными дальномерами метеоданные определяют только в одной (начальной) или двух (начальной и конечной) точках в зависимости от длины линии и разности высот ее концов.

Теперь рассмотрим *погрешность* определения времени распространения электромагнитных *колебаний*  $\tau$ . Согласно формуле (13.9)

$$\tau = \frac{L}{c} + \Delta$$

Откуда средняя квадратическая относительная погрешность определения  $\tau$  будет

$$\left( \frac{\sigma_\tau}{\tau} \right) = \left( \frac{\sigma_L}{L} \right) + \left( \frac{\sigma_\Delta}{L} \right) = \left( \frac{\sigma_L}{L} \right) + \left( \frac{\lambda}{L} \frac{\sigma_\Delta}{\lambda} \right)$$

где  $\lambda$  — длина волны масштабной частоты;  $\lambda = c/f$ .

Подставив выражение  $m_\tau/\tau$  в формулу (13.34), получим

$$\left( \frac{m_\tau}{\tau} \right) = \left( \frac{m_L}{L} \right) + \left( \frac{m_\Delta}{L} \right) + \left( \frac{\lambda}{L} \frac{m_\Delta}{\lambda} \right)$$

В зависимости от требуемой точности измерения расстояний обеспечивают и необходимую относительную частотную погреш-

ность  $m_f/f$ . Фазовая погрешность  $-\lambda_{\Delta}$  может быть уменьшена как путем повышения точности измерения разности фаз, так и уменьшением длины волны путем повышения частоты колебаний.

Рассмотренное влияние отдельных источников погрешностей на точность измерения расстояний электромагнитными дальномерами носит схематический характер, удобный для понимания с позиции теории погрешностей. В действительности на точность измерений влияют более сложные физические явления: отражение электромагнитных волн от подстилающей поверхности земли и местных предметов, поглощение радиоволн препятствиями, дифракция колебаний, фазовые задержки в блоках дальномера и другие факторы светового пучка (у светодальномеров), циклические погрешности и др. Для ослабления или исключения влияния этих факторов принимают специальные меры. Кроме того, на точность измерения расстояний существенное влияние оказывает погрешность определения постоянной дальномера.

#### Контрольные вопросы и задания

1. Каков принцип действия электронного дальномера? 2. Напишите и объясните уравнения: гармонического колебания; мгновенной (текущей) фазы колебания; плоской волны гармонического колебания. 3. Объясните низкочастотный метод фазовых измерений (приведите схему и необходимые формулы). 4. Расскажите о фазовом методе измерения расстояния (приведите схему и необходимые формулы). 5. Какова процедура разрешения неоднозначности в расстоянии, измеряемом электромагнитным дальномером? 6. Каков импульсно-фазовый гетеродинный способ измерения расстояния (приведите схему и необходимые формулы)? 7. Что такое обобщенная функциональная схема светодальномера? 8. Каковы устройство и структурная схема светодальномера СТ5? 9. Расскажите о методике измерения расстояния в режимах «ТОЧНО» и «ГРУБО». 10. Перечислите отличительные особенности светодальномера «Топаз» СП2. 11. Каковы сущность и способы определения постоянной поправки светодальномера? 12. Назовите основные погрешности измерения расстояния электромагнитными дальномерами.

---

## Глава 14

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ТИПОВЫХ ФИГУР ТРИАНГУЛЯЦИИ



### 14.1. СУЩНОСТЬ УРАВНИВАНИЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЕЙ

При создании геодезических сетей в целях контроля измерения и повышения точности вычислений, как правило, измеряют большее число величин, чем необходимо для построения сети как геометрической фигуры. Величины, измеряемые сверх необходимого числа, называют *избыточными*. Например, для построения треугольника с известной стороной надо знать два его угла, третий угол является избыточной величиной.

Наличие избыточных измерений, кроме того, позволяет оценить точность результатов измерений и окончательных значений уравненных величин.

Необходимые и избыточные величины связаны между собой определенными математическими соотношениями — уравнениями связи (условиями). Например, в каждом треугольнике сумма углов равна  $180^\circ$ . Для измеренных значений эти условия из-за наличия погрешностей в результатах измерений точно не выполняются, возникают невязки. Несогласия в условиях приводят к неоднозначности результатов вычислений элементов сети, полученных по различным вариантам решения задачи, включающим разные измеренные величины.

Чтобы избежать неоднозначности результатов вычислений, выполняют уравнивание геодезической сети, в результате которого будут устранены невязки за все условия, присущие рассматриваемой сети.

*Уравниванием* называют математическую обработку результатов измерений или их функций, выполняемую при наличии избыточных измерений, в целях нахождения оптимальных в выбранном смысле оценок искомых или измеренных величин и устранения несогласованности между результатами измерений и их функциями. Вычислительная обработка триангуляции включает предварительные и окончательные вычисления.

### 14.2. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Предварительные вычисления выполняют для приведения измеренных направлений к центрам пунктов и оценки точности угловых измерений. Они включают: проверку полевых журналов и

составление центрировочных листов; составление сводной ведомости измеренных величин, в которую включают элементы приведения направлений к центрам пунктов и средние значения измеренных направлений на каждом пункте; составление схемы сети с измеренными направлениями и углами; предварительное решение треугольников, в результате которого получают приближенные длины сторон, необходимые для вычисления поправок за центрировку и редукцию; вычисление поправок за центрировку и редукцию; приведение измеренных направлений к центрам пунктов; вычисление угловых невязок и проверку их допустимости; оценку точности угловых измерений по невязкам треугольников; вычисление свободных членов других условных уравнений и проверка их допустимости.

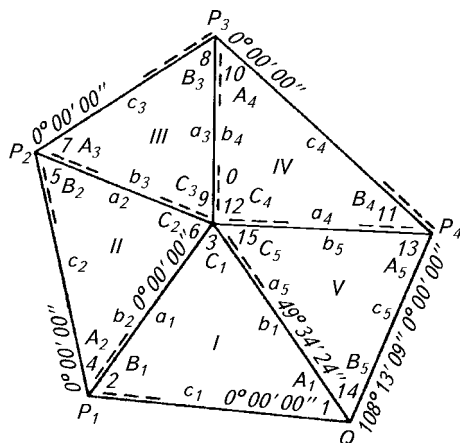
Рассмотрим основные виды предварительных вычислений на примере вычислительной обработки центральной системы.

После проверки полевых журналов и центрировочных листов составляют сводную ведомость измеренных величин (табл. 14.1).

**14.1. Элементы приведений и средние значения измеренных направлений**

Архипово... (Q)	$e = 0,030$ м $e_1 = 0,035$ м $\theta = 175^\circ$ на Выселки $\theta_1 = 30^\circ$ на Выселки	Выселки ( $P_1$ ) Ольгово ( $O$ ) Ермолино ( $P_4$ )	$0^\circ 00' 00''$ 49 34 24 108 13 09

Затем составляют схему сети с измеренными направлениями и углами (рис. 14.1). Используя приближенные значения углов и



**Рис. 14.1. Схема центральной системы с измеренными направлениями и углами**

длину исходной стороны, выполняют предварительное решение треугольников (табл. 14.2); используя теорему синусов

$$a \sin A = b \sin B = c \sin C = D, \quad (14.1)$$

находят приближенные длины сторон, необходимые для вычисления поправок за центрировку и редукцию.

#### 14.2. Предварительное решение треугольников

$D_1 = 2870$					
I	Выселки ( $P_1$ )	2( $B_1$ )	60°58'	0,874	2510
	Ольгово ( $O$ )	3( $C_1$ )	69 28	0,936	2690
	Архипово ( $Q$ )	1( $A_1$ )	49 34	0,761	2180
			180°00'		
$D_2 = 2610$					
II	Ступино ( $P_2$ )	5( $B_2$ )	56°34'	0,834	2180
	Ольгово ( $O$ )	6( $C_2$ )	73 45	0,960	2510
	Выселки ( $P_1$ )	4( $A_2$ )	49 41	0,762	1990
			180°00'		
III	...	...	...	...	...

Общие стороны смежных треугольников называют *связующими* ( $OQ$ ,  $OP_1$ ,  $OP_2$  и т. д.), остальные стороны ( $Q_1P_1$ ,  $PP_2$  и т. д.) — *промежуточными*. Углы, противолежащие связующим сторонам, называют *связующими углами*, остальные — *промежуточными*.

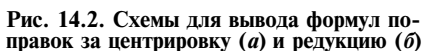
Связующие углы обозначим  $A_R$  и  $B_R$  в порядке их следования, где  $R$  — номер треугольника ( $R = 1, 2, \dots, N$ ), а промежуточные —  $C_R$ . Противолежащие этим углам стороны обозначим соответственно  $a_R$ ,  $b_R$ ,  $c_R$ . Таким образом, в каждом треугольнике исходная сторона будет обозначена  $b$ , а в предыдущем треугольнике она же обозначена  $a$ . В практике геодезического производства углы обычно обозначают арабскими цифрами, как на рисунке 14.2.

В каждом треугольнике, начиная с первого, по стороне  $b_R$  и углу  $B_R$  находят отношение  $D_R = b_R / \sin B_R$ , которое записывают над значениями синусов углов треугольника. Две другие стороны треугольника вычисляют по формулам

$$a_R = D_R \sin A_R \text{ и } c_R = D_R \sin C_R.$$

Контролем решения треугольников является сходимость вычисленного значения длины стороны  $a_N$  с исходным ее значением  $b_1$ .

Для приведения направлений к центрам пунктов определяют поправки за центрировку и редукцию. Вывод формул этих поправок рассмотрим ниже.



Проведем прямую, параллельную  $P_A C_B$ . Тогда  $\angle' = \alpha$  — поправка за центрировку в измеренное направление  $M$ . Приведенное к центру пункта направление

Согласно теореме о внутренних накрест лежащих углах при параллельных прямых, пересеченных третьей прямой,

Из решения треугольника  $C_A C_B P_A$  по теореме синусов имеем

$$\sin C = e \sin (M + \theta) / S.$$

$$= \frac{+\theta}{\rho''}$$

Начальное направление  $P_4O$ , т. е. направление, для которого определен угловой элемент центрировки  $\theta$ , является одновременно нулевым ( $0^\circ 00' 00''$ ). Обозначим измеренное направление на пункт  $B$  буквой  $M$ .

Вывод формулы поправки за центрировку. Представим, что теодолит стоит точно над центром пункта, а нулевой диаметр горизонтального круга параллелен его положению, которое он занимал при наблюдении направлений. При таком условии нулевой отсчет будет соответствовать прямой  $C_1O'$ , па-

Так как  $e$  и  $\rho$  — постоянные величины, то обозначим  $k = e\rho$ . Тогда рабочая формула для вычисления поправки за центрировку

$$'' = - \quad + \theta \quad (14.2)$$

Вывод формулы поправки за редукцию. Пусть  $C_A$ ,  $C_B$  и  $v_B$  (рис. 14.2, б) — проекции на горизонтальную плоскость соответственно центров пунктов  $A$ ,  $B$  и оси визирного цилиндра на пункте  $B$ .

Как видно из рисунка 14.2, б, при отсутствии смещения оси визирного цилиндра относительно центра пункта  $B$  приведенное значение направления с пункта  $A$  на пункт  $B$  было бы равно

$$M'' = M + r,$$

где  $M$  — измеренное направление на пункт  $B$ ;  $r$  — поправка за редукцию.

Для вывода формулы поправки  $r$  проведем прямую  $v \quad ' \quad$  параллельную начальному (нулевому) направлению. Тогда

$$\angle \quad v \quad ' \approx \angle \quad =$$

где  $M_1$  — измеренное направление с пункта  $B$  на пункт  $A$ .

Из решения треугольника  $C_A C_B v_B$  по теореме синусов найдем

$$= \frac{\quad + \theta}{\quad}$$

Отсюда с учетом того, что угол  $r$  мал,

$$'' = \frac{\quad + \theta}{\quad} \rho'' \quad (14.3)$$

Так же, как и при выводе поправки за центрировку, обозначим  $e_1 \rho = k_1$ .

Тогда рабочая формула вычисления поправки за редукцию будет

$$'' = - \quad + \theta$$

Пример вычисления поправок  $s$  по формуле (14.2) и  $r$  по формуле (14.3) приведен в таблице 14.3.

### 14.3. Вычисление поправок за центрировку и редукцию

Пункт Архипово  $e = 0,030$  м;  $e_1 = 0,035$  м;  $\theta = 175^\circ$ ;  $\theta_1 = 30^\circ$ ; на пункт Выселки  $k = e\rho'' = 6180$ ;  $k_1 = e_1\rho = 7210$

$M$	$0^\circ 00'$	$49^\circ 34'$	$108^\circ 13'$
$S$	2690	2510	2140
$\theta$	$175^\circ$	$175^\circ$	$175^\circ$
$M + \theta$	$175^\circ 00'$	$224^\circ 34'$	$283^\circ 13'$
$\sin (M + \theta)$	+0,259	-0,702	-0,974
$k/S$	2,30	2,46	2,89
$c$	+0,6''	-1,7''	-2,8''
$\theta_1$	$30^\circ$	$30^\circ$	$30^\circ$
$M + \theta_1$	$30^\circ 00'$	$79^\circ 34'$	$138^\circ 13'$
$\sin (M + \theta_1)$	+0,500	+0,983	+0,666
$k_1/S$	2,68	2,87	3,37
$r$	+1,3''	+2,8''	+2,2''

Все измеренные направления приводят к центрам пунктов (табл. 14.4) путем введения поправок за центрировку и редукцию по формуле

$$M' = M + c + r.$$

При этом для каждого направления берут свои значения  $c$  и  $r$ .

### 14.4. Вычисление приведенных направлений

Пункт	Направление на пункт	Измеренное направление $M_i$	Поправка			$(c + r)_i - (c + r)_0$	Приведенное направление
			$c_i$	$r_i$	$(c + r)_i$		
Архипово	Выселки	$0^\circ 00' 00''$	+0,6''	+2,1''	+2,7''	0,0''	$0^\circ 00' 00''$
	Ольгово	49 34 24	-1,7	+0,2	-1,5	-4,2	49 34 20
	Ермолино	108 13 09	-2,8	-0,6	-3,4	-6,1	108 13 03

Для того чтобы начальное направление оставалось нулевым, т. е.  $0^\circ 00' 00''$ , все поправки за центрировку и редукцию до их введения в направления преобразуют по формуле

$$+ \quad = \quad + \quad + \quad (14.4)$$

где  $i = 1, 2, \dots, n$  — номер направления.

После введения поправок получают направления, приведенные к центрам пунктов. Так как преобразованная поправка в начальное направление равна нулю, то и приведенное значение начального направления будет  $0^\circ 00' 00''$ .

При вычислении поправок  $(s + r)_i$  следует иметь в виду, что поправки за центрировку  $s_i$  берут из вычислений на исходном пункте, где проведены наблюдения, а поправку за редукцию  $r_i$  — из вычислений на том пункте, на который наблюдали.

Приведенные направления выписывают на схему сети (рис. 14.3). Углы вычисляют как разности приведенных направлений. После этого в треугольниках подсчитывают угловые невязки. Допустимые невязки определяют по формуле

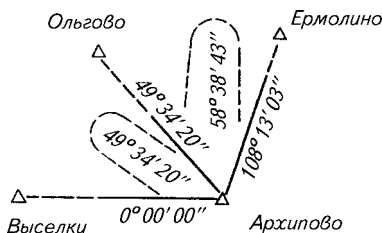


Рис. 14.3. Приведенные направления и углы на п. Архипово

$$= \beta \sqrt{\quad} \quad (14.5)$$

где  $m_\beta$  — средняя квадратическая погрешность измерения угла.

Согласно инструкции для триангуляции 2-го разряда  $m_\beta = 10''$ . Тогда

$$= \quad \sqrt{\quad} = \quad \quad (14.6)$$

По невязкам треугольников определяют среднюю квадратическую погрешность измерения угла, применяя формулу

$$\beta = \sqrt{\quad} \quad (14.7)$$

где  $N$  — число треугольников в сети.

**Пример.** По невязкам треугольников  $w_1 = +10''$ ,  $w_2 = -12''$ ,  $w_3 = +21''$ ,  $w_4 = -9''$ ,  $w_5 = +24''$  вычислить среднюю квадратическую погрешность измерения угла.

$$\beta = \sqrt{\quad} = \quad \quad "$$

### 14.3. ОКОНЧАТЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Окончательные вычисления включают: уравнивание геодезической сети; вычисление координат пунктов и составление каталога координат. Задача уравнивания сети состоит в определении таких поправок к измененным углам, чтобы исправленные значения углов удовлетворяли всем условиям, возникающим в этой сети.

Каждой избыточной величине в геодезической сети соответствует одно независимое от других условие, а  $r$  избыточным величинам —  $r$  независимых условий.

Некоторые условия возникают из-за наличия в сети исходных элементов. Геодезическая сеть, в которой имеется хотя бы одно условие, связанное с наличием в ней исходных элементов, является несвободной.

Исходные элементы сети обычно принимают за точные, они не подлежат изменению. В действительности они содержат погрешности, которыми иногда нельзя пренебрегать, так как они могут понизить точность вновь создаваемой сети. Каждому условию отвечает одно условное уравнение поправок.

Существуют строгие и упрощенные способы уравнивания. Строгие способы уравнивания базируются на *методе наименьших квадратов*. Их применяют в основном при уравнивании государственной геодезической сети, сети сгущения 1-го разряда и опорной межевой сети 1-го класса.

Уравнивание триангуляции 2-го разряда обычно выполняют упрощенным способом как более простым для вычислений. При этом для вывода формул поправок к результатам измерений используют, с некоторыми ограничениями, один из строгих способов уравнивания — *коррелятный*.

**Уравнивание по методу наименьших квадратов.** Он состоит в определении поправок  $v_1, v_2, \dots, v_n$  к результатам измерений, удовлетворяющих условию  $[v^2] = \min$ , если измерения равноточны, или  $[pv^2] = \min$ , если измерения неравноточны и характеризуются весами  $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ .

Значения величин, уравненные по методу наименьших квадратов, являются в некотором смысле наилучшими по сравнению с результатами уравнивания другими методами.

**Коррелятный способ уравнивания.** Он состоит в следующем. Пусть уравниваемой геодезической сети соответствует система независимых условных уравнений поправок

$$\left. \begin{array}{ccccccc} v + & v + & + & v + & = & & \\ v + & v + & + & v + & = & & \\ & & & & & & \\ v + & v + & + & v + & = & & \end{array} \right\} \quad (14.8)$$

где  $b_{11}, b_{12}, \dots, b_{1n}, \dots; b_{r1}, b_{r2}, \dots, b_{rm}$  — коэффициенты, а  $w_1, w_2, \dots, w_r$  — свободные члены (невязки) уравнений.

Рассмотрим решение задачи по определению поправок для случая равноточных измерений в соответствии с принципом  $[v^2] = \min$ . Эта задача относится к математическому анализу на ус-

ловный экстремум. Она может быть решена с помощью множителей Лагранжа, называемых *коррелатами*.

Для такого решения составляют функцию Лагранжа

$$F = [v^2] - 2k_1([b_1v] + w_1) - 2k_2([b_2v] + w_2) - \dots - 2k_r([rv] + w_r). \quad (14.9)$$

Затем функцию исследуют на экстремум, для чего находят ее частные производные и приравнивают их к нулю:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial v} &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial v} &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial v} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (14.10)$$

Отсюда

$$\left. \begin{aligned} v &= \dots \\ v &= \dots \\ v &= \dots \end{aligned} \right\} \quad (14.11)$$

Равенства (14.11) называют *коррелатными уравнениями поправок*.

Подставляя выражения поправок (14.11) в условные уравнения (14.8), после приведения подобных членов получаем систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} + & \dots + = 0 \\ + & \dots + = 0 \\ + & \dots + = 0 \end{aligned} \right\} \quad (14.12)$$

которую называют *системой нормальных уравнений коррелат*.

Число нормальных уравнений равно числу неизвестных коррелат, т. е. матрица из коэффициентов является квадратной.

Квадратичные коэффициенты  $[b_1b_1]$ ,  $[b_2b_2]$ , ...,  $[b_rb_r]$  располагаются по так называемой главной диагонали определителя систе-

мы. Остальные — неквадратичные коэффициенты, расположенные симметрично относительно главной диагонали, равны между собой.

Решая систему уравнений (14.11), находят поправки  $v_1, v_2, \dots, v_n$ . В том случае, когда в сети имеется только одно условное уравнение вида

$$b_{11}v_1 + b_{12}v_2 + \dots + b_{1n}v_n + w = 0,$$

ему будет соответствовать одно нормальное уравнение коррелат

$$[b_1 b_1]k + w = 0, \quad (14.13)$$

откуда

$$= \text{---} \quad (14.14)$$

Коррелатные уравнения поправок в этом случае будут

$$\begin{aligned} v_1 &= b_{11}k, \\ v_2 &= b_{12}k, \\ &\dots\dots\dots \\ v_n &= b_{1n}k. \end{aligned} \quad (14.15)$$

Например, если определяют третий пункт сети по двум пунктам и трем измеренным углам треугольника, вершинами которого являются эти три пункта, то поправки в измеренные значения углов треугольника по изложенному способу получают следующим образом.

Условное уравнение поправок будет

$$v_1 + v_2 + v_3 + w = 0,$$

нормальное уравнение коррелат

$$3k + w = 0.$$

Отсюда

$$= \text{---}$$

Поправки к измеренным углам в соответствии с формулами (14.15) будут

$$v = v = v = \text{---}$$

т. е. невязка распределяется с противоположным знаком, поровну на все углы треугольника.

П а р а м е т р и ч е с к и й   с п о с о б   у р а в н и в а н и я. Он состоит в следующем. Пусть в геодезической сети имеется  $t$  параметров (необходимых неизвестных), подлежащих определению, точные значения которых обозначим  $X_1, X_2, \dots, X_t$ . Для их определения измерено  $n$  элементов сети, точные значения которых  $L_1, L_2, \dots, L_n$ .

Уравнивание происходит при  $n > t$ . Разность  $r = n - t$  равна числу избыточных измерений (степеней свободы).

Точные значения элементов сети  $L_i$  и параметров  $X_i$  связаны математическими зависимостями, называемыми *параметрическими уравнениями связи*:

$$\begin{aligned} L_1 &= a_{11}X_1 + a_{21}X_2 + \dots + a_{t1}X_t + a_{10}; \\ L_2 &= a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{2t}X_t + a_{20}; \\ &\dots\dots\dots \\ L_n &= a_{n1}X_1 + a_{n2}X_2 + \dots + a_{nt}X_t + a_{n0}. \end{aligned} \quad (14.16)$$

В процессе измерений получают значения элементов сети  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  с весами  $p_1, p_2, \dots, p_n$ . В результате уравнивания находят приближенные, однако близкие к точным значениям параметров, величины  $x_1, x_2, \dots, x_t$ .

Разность между точным значением измеряемой величины  $L_i$  и результатом измерения  $\lambda_i$  есть точная поправка

$$\bar{v} = \lambda \quad (14.17)$$

С учетом формулы (14.17) точная поправка будет

$$\bar{v} = \quad + \quad + \quad + \quad + \quad \lambda \quad (14.18)$$

Заменяя в выражении (14.18) точные значения определяемых параметров  $X_1, X_2, \dots, X_t$  их приближенными значениями  $x_1, x_2, \dots, x_t$ , получаем параметрические уравнения поправок в виде

$$\begin{aligned} v_1 &= a_{11}x_1 + a_{21}x_2 + \dots + a_{t1}x_t + a_{10} - \lambda_1; \\ v_2 &= a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{t2}x_t + a_{20} - \lambda_2; \\ &\dots\dots\dots \\ v_n &= a_{1n}x_1 + a_{2n}x_2 + \dots + a_{tn}x_t + a_{n0} - \lambda_n. \end{aligned} \quad (14.19)$$

При уравнивании удобнее и точнее вычислять малые поправки  $\delta x_i$  вместо  $x_i$ . Поэтому вводят предварительные значения искомых параметров так, чтобы  $= + \delta$  поэтому параметрические уравнения поправок примут вид

$$\begin{aligned} v_1 &= a_{11}\delta x_1 + a_{21}\delta x_2 + \dots + a_{t1}\delta x_t + l_1; \\ v_2 &= a_{12}\delta x_1 + a_{22}\delta x_2 + \dots + a_{t2}\delta x_t + l_2; \\ &\dots\dots\dots \\ v_n &= a_{1n}\delta x_1 + a_{2n}\delta x_2 + \dots + a_{tn}\delta x_t + l_n, \end{aligned} \quad (14.20)$$

где  $\delta x_i$  — поправка к предварительному значению  $i$ -го параметра;  $= \quad + \quad + \quad + \quad \lambda$



наличия погрешностей исходных данных, ненадежности определения значений  $\mu$  по формуле (14.24) при малом числе избыточных измерений  $r = n - t$ . Принято считать, что при  $r > 20$  апостериорные значения  $\mu$  определяют достаточно надежно, а при  $r < 10$  вычисление средней квадратической погрешности единицы веса ненадежно.

Суммы  $[pv^2]$  могут быть вычислены тремя способами: непосредственно

$$v = v + v + \dots + v$$

в столбцах  $v$  и  $pv$  специальных таблиц;

в схеме решения нормальных уравнений в соответствии с формулами

$$[pv^2] = [pllt] = [plst]$$

в столбцах  $l$  и  $s$ ;  
по формуле

$$[pv^2] = [pll] + [pa_1l]\delta x_1 + [pa_2l]\delta x_2 + \dots + [pa_rl]\delta x_r.$$

После вычисления величины  $[pv^2]$  определяют среднюю квадратическую погрешность

$$\mu = \sqrt{\frac{\mu}{[pv^2]}} \quad (14.25)$$

которую используют для правильного округления погрешности  $\mu$ .

Из трех способов получения сумм  $[pv^2]$  первый наиболее прост. Кроме того, по значениям поправок  $v_i$  можно судить о качестве результатов уравнивания.

Второй и третий способы применяют только тогда, когда сумма  $[pv^2]$  получается с использованием свободных членов параметрических уравнений поправок.

Обратные веса уравненных значений  $j$ -х неизвестных вычисляют по формуле

$$1/p_j = Q_{jj}, \quad (14.26)$$

где  $Q_{jj}$  — квадратичный весовой коэффициент.

Весовые коэффициенты получают из решения систем весовых уравнений вида

$$\begin{array}{ccccccc} \text{---} + & & \text{---} + & + & & \text{---} = \delta \\ & & & & & & \\ \text{---} + & & \text{---} + & + & & \text{---} = \delta \\ & & & & & & \\ \text{---} + & & \text{---} + & + & & \text{---} = \delta \end{array} \quad (14.27)$$

где  $i$  — номер системы уравнений;  $t$  — число неизвестных (весовых коэффициентов).

Символ Кронеккера определяют по формуле

$$\delta = \begin{cases} = \\ \neq \end{cases} \quad (14.28)$$

Из каждой системы весовых уравнений (14.27) можно определить  $t$  весовых коэффициентов. Всех весовых коэффициентов будет  $t^2$ . Сравнивая системы весовых уравнений (14.27) с системой нормальных уравнений (14.21), видим, что их определители полностью совпадают. Поэтому весовые уравнения решают одновременно с нормальными и в той же последовательности, используя одни и те же значения коэффициентов при неизвестных. При этом следует иметь в виду, что в схемах решения нормальных уравнений знак свободного члена берут из левой части уравнения. Тогда свободные члены первой системы весовых уравнений будут иметь вид:  $-1, 0, \dots, 0$ ; второй системы:  $0, -1, 0, \dots, 0$ . Последняя система будет иметь свободные члены:  $0, 0, \dots, -1$ , т. е. в записи свободных членов весовых уравнений соблюдается принцип так называемой плавающей единицы.

Так как

$$= \text{---} \quad = \text{---} \quad = \text{---} \quad (14.29)$$

то средние квадратические погрешности неизвестных получают по формулам

$$= \mu \sqrt{\text{---}} \quad = \mu \sqrt{\text{---}} \quad = \mu \sqrt{\text{---}} \quad (14.30)$$

Обратный вес функции уравненных величин вида  $F = f_0 + f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_t x_t$

находят по формуле

$$\text{---} = \text{---} + \text{---} + \text{---} + \sum_{\neq} \text{---} \quad (14.31)$$

Среднюю квадратическую погрешность самой погрешности вычисляют по формуле

$$= \sqrt{\text{---}} \quad (14.32)$$

Пр и м е р. Уравнять параметрическим способом превышения, измеренные по сторонам равностороннего треугольника. Данные приведены на рисунке 14.4.

1. Выбирают независимые неизвестные:  $x_1 = L_1$ ;  $x_2 = L_2$ .

2. Составляют параметрические уравнения связи

$$\begin{aligned} L_1 &= x_1; \\ L_2 &= x_2; \\ L_3 &= -x_1 - x_2. \end{aligned}$$

3. Составляют параметрические уравнения поправок

$$\begin{aligned} v_1 &= x_1 - 10; \\ v_2 &= x_2 - 20; \\ v_3 &= -x_1 - x_2 + 36. \end{aligned}$$

4. Выбирают приближенные значения неизвестных. Примем  $x_1 = 10$  мм,  $x_2 = 20$  мм.

Тогда  $x_1 = 10 + \delta x_1$ ;  $x_2 = 20 + \delta x_2$ .

5. Преобразуют параметрические уравнения поправок окончательно

$$\begin{aligned} v_1 &= \delta x_1 + 10 - 10; \\ v_2 &= \delta x_2 + 20 - 20; \\ v_3 &= -\delta x_1 - \delta x_2 - 10 + 20 + 36. \end{aligned}$$

6. Рассчитывают веса результатов измерений.

Так как  $L_1 = L_2 = L_3 = L$ , то, приняв  $k = L$ , получим

$$P_1 = P_2 = P_3 = P = \frac{1}{L} = \frac{1}{36} \text{ мм}^{-1}$$

7. Составляют нормальные уравнения в буквенном виде

$$\begin{aligned} [a_1 a_1] \delta x_1 + [a_1 a_2] \delta x_2 + [a_1 l] &= 0; & [a_1 a_1] &= 2; [a_1 a_2] = 1; [a_1 l] = -6; \\ [a_2 a_1] \delta x_1 + [a_2 a_2] \delta x_2 + [a_2 l] &= 0; & [a_2 a_1] &= 1; [a_2 a_2] = 2; [a_2 l] = -6, \end{aligned}$$

в числовом виде

$$\begin{array}{r|l} 2\delta x_1 + \delta x_2 - 6 = 0 & \times 2 \\ \delta x_1 + 2\delta x_2 - 6 = 0 & \times -1 \\ \hline 3\delta x_1 & -6 = 0 \end{array} \quad \begin{aligned} \delta x_1 &= +2; \\ \delta x_2 &= +2. \end{aligned}$$

8. Вычисляют уравненные значения неизвестных

$$\begin{aligned} x_1 &= 10 + \delta x_1 = 10 + 2 = 12 \text{ мм}; \\ x_2 &= 20 + \delta x_2 = 20 + 2 = 22 \text{ мм}. \end{aligned}$$

9. Вычисляют поправки к результатам измерений

$$\begin{aligned} v_1 &= \delta x_1 = +2 \text{ мм}; \\ v_2 &= \delta x_2 = +2 \text{ мм}; \\ v_3 &= -\delta x_1 - \delta x_2 + 6 = +2 \text{ мм}. \end{aligned}$$

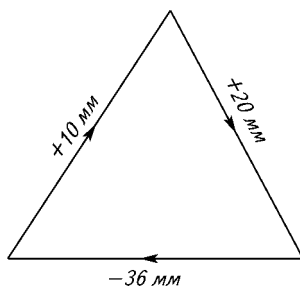


Рис. 14.4. К примеру уравнения превышений параметрическим способом

10. Вычисляют средние квадратические погрешности единицы веса

$$\mu = \sqrt{\frac{v}{n}} = \sqrt{\frac{\mu}{n}} =$$

$$\mu = \frac{\mu}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\mu}{n}} =$$

11. Вычисляют весовые коэффициенты

$2Q_{11} + Q_{12} - 1 = 0$	$\times 2$	$2Q_{21} + Q_{22} = 0$	$\times 2$
$Q_{11} + 2Q_{12} = 0$	$\times -1$	$Q_{21} + 2Q_{22} - 1 = 0$	$\times -1$
$3Q_{11} - 2 = 0$		$3Q_{21} + 1 = 0$	
$Q_{11} = 2/3 = 0,67; Q_{12} = -0,33$		$Q_{21} = -1/3 = -0,33; Q_{22} = 0,67$	

Контроль:  $Q_{11} > 0; Q_{22} > 0; Q_{12} = Q_{21}$ .

12. Выписывают обратные веса уравненных значений неизвестных

$$\text{---} = \text{---} = \text{---} = \text{---}$$

13. Составляют весовые функции и вычисляют обратные веса функций уравненных значений неизвестных

$$= \bar{\lambda} = \quad = \bar{\lambda} = \quad = \bar{\lambda} =$$

По формуле

$$\text{---} = \quad + \quad +$$

находят:

для  $F_1: f_1 = 1; f_2 = 0$  и  $\text{---} = \quad =$

для  $F_2: f_1 = 0; f_2 = 1$  и  $\text{---} = \quad =$

для  $F_3: f_1 = -1; f_2 = -1$  и  $\text{---} = \quad + \quad + \quad =$

14. Вычисляют средние квадратические погрешности неизвестных и их функций

$$= \quad = \mu \sqrt{\text{---}} = \quad \sqrt{\text{---}} =$$

$$= \frac{\mu}{\sqrt{\text{---}}} = \sqrt{\frac{\mu}{\text{---}}} =$$

Такие же значения будут и для остальных функций.

15. Вычисляют среднюю квадратическую погрешность на 1 км хода

$$\mu_{\text{км}} = \mu = 3,5 \text{ мм} \approx 4 \text{ мм}.$$

## 14.4. УПРОЩЕННОЕ УРАВНИВАНИЕ ТИПОВЫХ ФИГУР ТРИАНГУЛЯЦИИ 2-го РАЗРЯДА

При изложении упрощенного уравнивания будем иметь в виду только типовые фигуры триангуляции, для которых условные уравнения могут быть разбиты на две или три группы так, чтобы в первой группе были уравнения с коэффициентами, равными  $\pm 1$ , во второй — только одно уравнение с коэффициентами  $\pm q_i$ , а в третьей — два условных уравнения координат, если они имеют место для уравниваемой сети.

Рассмотрим упрощенное уравнивание некоторых типовых фигур: центральной системы, геодезического четырехугольника, цепи треугольников между двумя сторонами исходной сети и вставки пунктов в угол.

**Центральная система.** Рассмотрим центральную систему из  $N$  треугольников (рис. 14.5, а). Этой системе будет соответствовать  $N + 2$  независимых условий:  $N$  условий фигур (треугольников), условие горизонта и полюсное условие. Рассмотрим эти условия.

**Условные уравнения фигур.** Обозначим в каждом треугольнике: измеренные значения углов  $A_R, B_R, C_R$  ( $R = 1, 2, \dots, N$ ), уравненные значения углов  $(A_R), (B_R), (C_R)$  поправки к измеренным углам  $(A_R), (B_R), (C_R)$ .

С учетом обозначений условие фигуры (условное уравнение связи) можно выразить формулой

$$- + - + - = 0$$

т. е. сумма уравненных углов треугольника должна быть равна  $180^\circ$ .

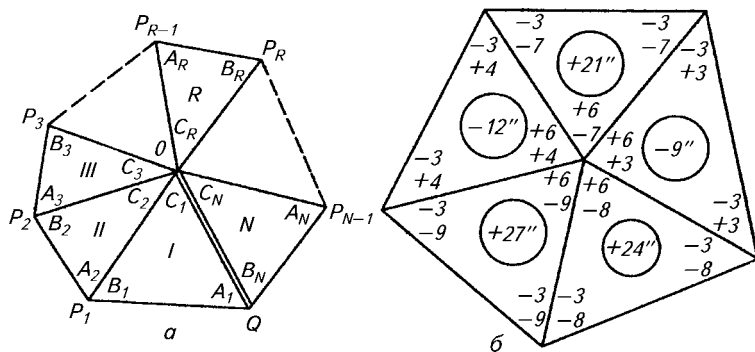


Рис. 14.5. Центральная система (а) и пример вычисления первичных поправок в углы (б)

Согласно принятым обозначениям

$$\bar{\alpha} = \alpha + \bar{\beta} = \beta + \bar{\gamma} = \gamma +$$

Тогда после некоторых преобразований *условное уравнение поправок фигуры* примет вид

$$(A_R) + (B_R) + (C_R) + w_R = 0, \quad (14.33)$$

где  $w_R$  — свободный член (невязка) условного уравнения;  $w_R = A_R + B_R + C_R - 180^\circ$ .

Допустимое значение свободного члена не должно превышать

$$= m_\beta \sqrt{\quad} \quad (14.34)$$

где  $m_\beta$  — запроектированная средняя квадратическая погрешность измерения угла в сети.

Для триангуляции 2-го разряда  $m_\beta = 10''$ . Тогда

$$= \quad \sqrt{\quad} = \quad ''$$

**Условное уравнение горизонта.** Сущность условия горизонта состоит в том, что сумма уравниваемых углов при центральной точке должна быть равна  $360^\circ$ , т. е.

$$\bar{\alpha} + \bar{\beta} + \bar{\gamma} = 360^\circ$$

С учетом принятых обозначений после некоторых преобразований *условное уравнение поправок горизонта* получим в виде

$$(C_1) + (C_2) + \dots + (C_N) + w_T = 0, \quad (14.35)$$

где  $w_T$  — свободный член условного уравнения;  $w_T = C_1 + C_2 + \dots + C_N - 360^\circ$ .

Допустимое значение свободного члена не должно превышать

$$= m \sqrt{\quad} \quad (14.36)$$

где  $n$  — число центральных углов.

**Полюсное условное уравнение.** Сущность полюсного уравнения состоит в том, что вычисленное по уравниваемым связующим углам всех треугольников значение исходной стороны, за которую принимают одну из связующих сторон, должно быть равно ее исходному значению.

Для вывода этого условного уравнения берут произведение всех уравненных связующих сторон и делят на произведение этих же сторон, только записанных иначе

$$\frac{\overline{a_1} \overline{a_2} \overline{a_3} \overline{a_4}}{\overline{a_4} \overline{a_3} \overline{a_2} \overline{a_1}} = \quad (14.37)$$

Заменяют отношение сторон отношением синусов противолежащих углов

$$\frac{\overline{a_1} \overline{a_2} \overline{a_3} \overline{a_4}}{\overline{a_4} \overline{a_3} \overline{a_2} \overline{a_1}} = \frac{\overline{\sin \alpha_4} \overline{\sin \alpha_3} \overline{\sin \alpha_2} \overline{\sin \alpha_1}}{\overline{\sin \alpha_1} \overline{\sin \alpha_2} \overline{\sin \alpha_3} \overline{\sin \alpha_4}} = \quad (14.38)$$

Это равенство и выражает полюсное условие для углов.

Уравненные значения углов  $\overline{\alpha_R}$  ( $R = 1, 2, \dots, N$ ) заменяют их выражениями  $\overline{\alpha_R} = \overline{\alpha_R^0} + \overline{\alpha_R^1} + \overline{\alpha_R^2} + \dots$  т. е. записывают

$$\frac{\overline{\alpha_1} + \overline{\alpha_2} + \overline{\alpha_3}}{\overline{\alpha_4} + \overline{\alpha_3} + \overline{\alpha_2}} = \quad (14.39)$$

Приводят левую часть равенства (14.39) к линейному виду, разложив в ряд Тейлора по степеням поправок ( $A_R$ ), ( $B_R$ ), ограничившись при этом членами с первыми степенями поправок. Известно, что разложение в ряд Тейлора имеет вид

$$= \overline{\alpha_R^0} + \overline{\alpha_R^1} + \overline{\alpha_R^2} + \dots = \overline{\alpha_R^0} + \left( \frac{\partial}{\partial \overline{\alpha_R^0}} \right) \overline{\alpha_R^1} + \left( \frac{\partial}{\partial \overline{\alpha_R^0}} \right)^2 \frac{\overline{\alpha_R^2}}{2!} + \dots$$

Тогда

$$\frac{\overline{\alpha_1} + \overline{\alpha_2} + \overline{\alpha_3}}{\overline{\alpha_4} + \overline{\alpha_3} + \overline{\alpha_2}} + \frac{1}{\rho} \sum \left[ \frac{\partial}{\partial \overline{\alpha_R^0}} \left( \overline{\alpha_R^1} \right) \right] + \left[ \frac{\partial}{\partial \overline{\alpha_R^0}} \left( \overline{\alpha_R^2} \right) \right] = \quad (14.40)$$

где ( $A_R$ ), ( $B_R$ ) — поправки в углы и  $\rho$  выражены в секундах.

Далее

$$\sum_{i=1}^N \left[ \frac{\partial}{\partial A_i} \left( \frac{\sin A_1 \sin A_2 \dots \sin A_N}{\sin B_1 \sin B_2 \dots \sin B_N} \right) + \frac{\partial}{\partial B_i} \left( \frac{\sin A_1 \sin A_2 \dots \sin A_N}{\sin B_1 \sin B_2 \dots \sin B_N} \right) \right] = \quad (14.41)$$

где  $\left( \frac{\sin A_1 \sin A_2 \dots \sin A_N}{\sin B_1 \sin B_2 \dots \sin B_N} \right)_{\rho}$

или

$$= \left( \frac{\sin A_1 \sin A_2 \dots \sin A_N}{\sin B_1 \sin B_2 \dots \sin B_N} \right)_{\rho} \quad (14.42)$$

здесь  $\Pi = \sin A_1 \sin A_2 \dots \sin A_N$  — произведение синусов всех углов  $A_R$ ;  $\Pi_2 = \sin B_1 \sin B_2 \dots \sin B_N$  — произведение синусов всех углов  $B_R$ .

Получают значения частных производных в выражении (14.41)

$$\frac{\partial}{\partial A_i} \left( \frac{\sin A_1 \sin A_2 \dots \sin A_N}{\sin B_1 \sin B_2 \dots \sin B_N} \right) = \frac{\sin A_1 \sin A_2 \dots \sin A_N}{\sin B_1 \sin B_2 \dots \sin B_N} \cdot \frac{\partial}{\partial A_i} (\sin A_i) = \quad (14.43)$$

$$= \frac{\sin A_1 \sin A_2 \dots \sin A_N}{\sin B_1 \sin B_2 \dots \sin B_N} \cdot \cos A_i$$

В формуле (14.43) множитель при  $\frac{\partial}{\partial A_i} (\sin A_i)$  на основании выражения (14.28) равен 1. Поэтому частная производная по  $A_1$  будет равна  $\cos A_1$ . Но согласно математическому анализу в выражениях для частных производных при разложении в ряд Тейлора функций надо заменить аргументы их начальными значениями, т. е. в данном случае надо заменить на  $A_1$ .

Следовательно, значение частной производной по  $A_1$  будет равно  $\cos A_1$ . Аналогичные выражения можно получить и для остальных частных производных по

Найдем еще значение частной производной по  $B_1$ . Имеем

$$\frac{\partial}{\partial B_1} \left( \frac{\sin A_1 \sin A_2 \dots \sin A_N}{\sin B_1 \sin B_2 \dots \sin B_N} \right) = \frac{\sin A_1 \sin A_2 \dots \sin A_N}{\sin B_1 \sin B_2 \dots \sin B_N} \cdot \frac{\partial}{\partial B_1} \left( \frac{1}{\sin B_1} \right) = \quad (14.44)$$

$$= \frac{\sin A_1 \sin A_2 \dots \sin A_N}{\sin B_1 \sin B_2 \dots \sin B_N} \cdot \left( -\frac{\cos B_1}{\sin^2 B_1} \right) = -\frac{\sin A_1 \sin A_2 \dots \sin A_N \cos B_1}{\sin^3 B_1 \sin B_2 \dots \sin B_N}$$

На основании тех же положений, что и для частных производных по  $\bar{\alpha}$ , получают значение частной производной по  $\bar{\alpha}$ , равной  $\operatorname{ctg} B_1$ . Аналогично значение производной по любому  $\bar{\alpha}$  будет равно  $\operatorname{ctg} B_R$ .

Таким образом, равенство (14.41) приводят к виду

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial \alpha_i} + \dots = \dots \quad (14.45)$$

Для краткости записей обозначим

$$\bar{\alpha}_i = \frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial \alpha_i} \quad (14.46)$$

Тогда *полюсное условное уравнение поправок в угловой мере* окончательно будет

$$\sum_{i=1}^n \bar{\alpha}_i \alpha_i + \dots = \dots \quad (14.47)$$

где  $w_n$  — свободный член полюсного условного уравнения в угловой мере;

$$= \left( \dots \right)''$$

*Полюсное условное уравнение поправок в линейном виде*

$$\sum_{i=1}^n \bar{\rho}_i \rho_i + \dots = \dots \quad (14.48)$$

где  $\bar{\rho} = \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \rho}$ ,  $\bar{\rho}_i = \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \rho_i}$ ,  $b$  — длина исходной стороны, см;  $w_n$  — свободный член полюсного условного уравнения в линейной мере;  $= \left( \dots \right)$

Упрощенный способ уравнивания состоит в том, что поправки находят не для всей системы, а для отдельных групп уравнений.

Разделим систему уравнений на две группы I и II и напишем все условные уравнения поправок к центральной системе.

*I группа.* Условные уравнения фигур

1	2	3	4	5	6...	13	14	15	Номера коэффициентов при поправках ( $n = 15$ )	
$b_1$	$(A_1) +$	$(B_1) +$	$(C_1) +$	.....						$+ w_1 = 0,$
$b_2$			$(A_2) +$	$(B_2) +$	$(C_2) +$	.....				$+ w_2 = 0,$
<hr/>										
$b_N$						$(A_N) + (B_N) + (C_N) +$				$w_N = 0.$

(14.49)

Условное уравнение горизонта (только промежуточные углы)

$$b_r \quad (C_1) \quad + (C_2) + ..... + (C_N) + w_r = 0. \quad (14.50)$$

*II группа.* Полусное условное уравнение (только связующие углы)

$$\sum_{=} \quad + \quad =$$

Применяя коррелятный способ уравнивания, находят первичные поправки из решения первой группы условных уравнений, а затем вторичные — из решения второй группы. Полные поправки будут равны сумме первичных и вторичных поправок.

Составляют нормальные уравнения коррелят для первой группы условных уравнений. Для этого на основании условных уравнений фигур  $b_1, b_2, \dots, b_N$  (14.49) и условного уравнения горизонта  $b_r$  (14.50) составляют таблицу коэффициентов этих уравнений (табл. 14.5).

**14.5. Коэффициенты условных уравнений фигур и горизонта**

	$b_1$	$b_2$		$b_N$	$b_r$
1	+1	0	...	0	0
2	+1	0	...	0	0
3	+1	0	...	0	+1
4	0	+1	..	0	0
5	0	+1	...	0	0
6	0	+1	...	0	+1
...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
13	0	0	...	+1	0
14	0	0	...	+1	0
15	0	0	...	+1	+1

На основании формул (14.12) и значений коэффициентов условных уравнений  $b_1, b_2, \dots, b_N, b_r$  (см. табл. 14.5) вычисляют коэффициенты нормальных уравнений коррелят

$$[b_1 b_1] = 3, \\ [b_1 b_2] = 0, \dots, [b_1 b_r] = 1, \\ [b_2 b_2] = 3, \dots, [b_2 b_r] = 1, \\ \dots \dots \dots [b_N b_N] = 3, [b_N b_r] = 1, \\ [b_r b_r] = N.$$

Поэтому нормальные уравнения коррелат для первой группы условных уравнений (фигур и горизонта) получают в виде

$$\begin{aligned} 3k_1 + k_r + w_1 &= 0, \\ 3k_2 + k_r + w_2 &= 0, \\ &\dots\dots\dots \\ 3k_N + k_r + w_N &= 0, \\ k_1 + k_2 + \dots + k_N + Nk_r + w_r &= 0 \quad (k_r = k_r). \end{aligned} \quad (14.51)$$

Далее умножают последнее уравнение на три, а затем вычитают из полученного все предшествующие. В результате имеют

$$3Nk_r - Nk_r + 3w_r - (w_1 + w_2 + \dots + w_N) = 0.$$

Тогда

$$+ \quad ' = \quad (14.52)$$

где  $'$  — новый свободный член (невязка) за условие горизонта, вычисленный по углам, исправленным поправкам, равными — — — — —  $(R = 1, 2, \dots, N, N — \text{номер треугольника})$ ;

$$' = \quad - \quad + \quad + \quad + \quad (14.53)$$

Из равенства (14.52) коррелата за условие горизонта

$$= \quad ' \quad (14.54)$$

Подставив в первые  $N$  уравнений (14.51) вместо  $k_r$  выражение (14.54), получают

$$\frac{'}{3} + \quad =$$

откуда коррелата для первичных поправок, связанная с условиями фигур и горизонта,

$$= \quad \frac{'}{3} + \quad = \quad (14.55)$$

Согласно уравнениям (14.11) и таблице 14.5 первичные поправки для 1-го треугольника будут

$$\begin{array}{l} (A_1)' = v_1 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ b_{11}k_1 + b_{21}k_2 + \dots + b_{N1}k_N + b_{r1}k_r \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad (A_1)' = v_1 = k_1, \\ (B_1)' = v_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ b_{12}k_1 + b_{22}k_2 + \dots + b_{N2}k_N + b_{r2}k_r \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (B_1)' = v_2 = k_1, \\ (C_1)' = v_3 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ b_{13}k_1 + b_{23}k_2 + \dots + b_{N3}k_N + b_{r3}k_r \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (C_1)' = v_3 = k_1 + k_r. \end{array} \quad (14.56)$$

В общем случае с учетом формул (14.54) и (14.55) выражения для первичных поправок будут

$$\begin{aligned} \delta' &= \delta' = \delta' = \delta' + \delta' \\ \delta' &= \delta' + \delta' = \delta' - \delta' \end{aligned} \quad (14.57)$$

Как видно из формулы (14.57), выражения для первичных поправок состоят из двух частей, причем для углов одного и того же треугольника первые части одинаковые, а вторые — разные. Поэтому для удобства вычислений эти две части первичной поправки вычисляют отдельно.

Первая часть

$$\delta' = \delta' = \delta' = \delta' = \delta' \quad (14.58)$$

т. е. каждая поправка равна  $1/3$  невязки за условие фигуры с противоположным знаком.

Вторая часть

$$\begin{aligned} \delta' &= \delta' \\ \delta' &= \delta' = \delta' \end{aligned} \quad (14.59)$$

т. е. для центральных углов поправка равна исправленной невязке за условие горизонта с противоположным знаком, деленной на число центральных углов, а для остальных углов — половине этой поправки со знаком невязки.

При этом новый свободный член за условие горизонта может быть получен по формуле (14.53) или по формуле

$$\delta' = \sum_{i=1}^N \delta' \quad (14.60)$$

где  $\delta'$  — центральные углы системы, исправленные первой частью первичных поправок;  $\delta' = \delta' + \delta'$  ( $R = 1, 2, \dots, N$ ).

Таким образом, вторые части первичных поправок получают так. Исправляют центральные углы первой частью поправок. Затем находят новый свободный член за условие горизонта по формуле (14.60). Этот член с противоположным знаком распределяют поровну на центральные углы [см. формулу (14.59)]. В остальные связующие углы треугольников вводят одинаковые поправки, рав-

Первая и вторая части поправки в каждый угол треугольника в сумме составляют первичную поправку, т. е.

$$\begin{aligned}(A_R)' &= (A_R)_I + (A_R)_{II}; \\ (B_R)' &= (B_R)_I + (B_R)_{II}; \\ (C_R)' &= (C_R)_I + (C_R)_{II}\end{aligned}$$

$$(i_R)' = (i_R)_I + (i_R)_{II},$$

**Пример.** Вычислить первичные поправки в углы центральной системы (рис. 14.5, б) по невязкам треугольников (показаны в кружках), если свободный член (невязка) за условие горизонта  $w_r = -13''$ .

$$' = - + + + = + + =$$

Вычислив первичные поправки, находят первично исправленные углы

$$\begin{array}{rcl} \text{' } & = & + \text{' } \\ \text{' } & = & + \text{' } \\ \text{' } & = & + \text{' } \end{array}$$

$$\rho' = \left( \frac{\rho'}{\rho'} \right) \rho$$

где  $\gamma' = \gamma_1' + \gamma_2' + \gamma_3' + \gamma_4' = \gamma_1' + \gamma_2' + \gamma_3' + \gamma_4'$

$$\sum_{\substack{\alpha \in \mathbb{N}^n \\ |\alpha| = k}} \frac{1}{k!} \left( \frac{\partial}{\partial x} \right)^\alpha f(x) = \left( \frac{\partial}{\partial x} \right)^k f(x) \quad (14.61)$$

При решении этого уравнения на вторичные поправки налагается условие

$$(A_R)'' = -(B_R)'.$$

С учетом этого условия полюсное условное уравнение можно записать в виде

$$\sum_{= \underbrace{\quad + \quad}}'' + ' = \quad (14.62)$$

Более подробно

$$\underbrace{\quad + \quad}'' + \underbrace{\quad + \quad}'' + \underbrace{\quad + \quad}'' + ' =$$

Этому условному уравнению будет отвечать одно нормальное уравнение коррелат вида

$$\text{---} + ' =$$

В данном случае

$$\Sigma \quad + \quad + ' = \quad (14.63)$$

Откуда коррелата за полюсное условие

$$= \frac{\quad'}{\Sigma \quad +} \quad (14.64)$$

Вторичные поправки на основании уравнений (14.15) будут

$$'' = \quad '' = \quad + \quad (14.65)$$

Полные поправки в каждый угол треугольников получают как сумму первичной и вторичной поправок, т. е.

$$(i) = (i)' + (i)'.$$

Введя в измеренные значения углов полные поправки, получают уравненные значения углов. Для контроля вычислений в каждом треугольнике подсчитывают сумму уравненных углов; она должна быть равна теоретической, т. е.  $180^\circ$ .

### 14.6. Вычисление вторичных поправок центральной системы

	Угол $A'$	$\sin A'$	$q_A = \operatorname{ctg} A$		Угол $B'$	$\sin B'$	$q_B = \operatorname{ctg} B$	$q_A + q_B$	$(A)'' = -(B)''$
1	49°34'18"	0,761218	+0,85	2	60°57'57"	0,874331	+0,55	+1,40	-0,9
4	49 41 03	0,762490	+0,85	5	56 33 39	0,834470	+0,66	+1,51	-1,0
7	53 35 05	0,804735	+0,74	8	56 50 23	0,837144	+0,65	+1,39	-0,9
10	47 32 51	0,737837	+0,91	11	37 58 19	0,615276	+1,28	+2,19	-1,5
13	68 37 40	0,931233	+0,39	14	58 38 45	0,853968	+0,61	+1,00	-0,8
$\sum' =$				$\sum' =$				$\Sigma + =$	

Преобразованный свободный член: 
$$\mu' = \left( \frac{\sum'}{\rho} \right) \rho = + \quad \mu'' = \beta \sqrt{\sum \left( \quad + \quad \right)} = \quad \mu'' \sqrt{\quad} = \quad \mu''$$

$$= \quad \mu' \Sigma + \quad = \quad \mu'' = \quad \mu''$$

Контроль:  $\Sigma + \quad \mu'' = \quad \mu' \quad (-8,1'' = -8,1'')$ .

Фактический свободный член в линейной мере: 
$$\mu' = \frac{\sum'}{\rho} = \frac{\quad}{\quad} = \quad$$

$$\mu'' = \frac{\sum'}{\rho} = \frac{\quad}{\quad} = \quad$$

Все вычисления проводят в вычислительных журналах (табл. 14.6). Данные в таблице взяты из ранее рассмотренной сети (см. рис. 14.1).

После вычислительной обработки составляют каталог и отчетную схему исполненной сети.

По уравненным углам проводят окончательное решение треугольников (табл. 14.7). Контролем правильности уравнения и вычисления длин сторон служит сходимость вычисленного значения исходной стороны по углам последнего треугольника сети с данным ее значением.

**14.7. Окончательное решение треугольников центральной системы**

		$i$			
			$(i)_I$	$(i)_{II}$	$(i)'$
1	2	60°58'00"	-2"	-1"	-3"
	3	69 27 45	-2	+2	0
	1	49 34 20	-1	-1	-2
		180°00'05"	-5"	0	-5"

	$i$	$(i)''$	$i''$	$\sin i''$	$S, M$
1	60°57'57"	+1"	60°57'58"	0,874333	2507,20
	69 27 45	—	69 27 45	0,936442	2685,30
	49 34 18	-1	49 34 17	0,761214	2182,82
	180°00'00"	0	180°00'00"		

Наметив ходовую линию, например  $OQP_1P_2P_3P_4QO$ , вычисляют дирекционные углы ее сторон, приращения координат и координаты всех определяемых пунктов (табл. 14.8).

**14.8. Вычисление координат определяемых пунктов**

	1. $Q$	1. $P_1$	1. $P_2$	1. $P_3$	1. $P_4$	1. $Q$
	2. $P_1$	2. $P_2$	2. $P_3$	2. $P_4$	2. $Q$	2. $O$
$\alpha_{исх}$	320°47'27"	91°13'11"	160°34'11"	230°25'27"	306°02'13"	19°26'14"
Угол	49°34'17"	110°39'00"	110°08'44"	104°23'14"	106°35'59"	58°38'46"
$\alpha_{1,2}$	271°13'11"	340°34'11"	50°25'27"	126°02'13"	199°26'14"	320°47'28"
$x_2$	7620,97	9989,30	11411,77	9584,13	7563,78	
$x_1$	7563,81	7620,97	9989,30	11411,77	9584,13	
$\Delta x_{1,2}$	+57,16	+2368,33	+1422,47	-1827,64	-2020,35	
$\cos \alpha_{1,2}$	0,021287	0,943047	0,637099	0,588307	0,943007	
$S_{1,2}, M$	2685,30	2511,36	2232,73	3106,61	2142,45	
$\sin \alpha_{1,2}$	0,999774	0,332659	0,770782	0,808638	0,332774	
$\Delta y_{1,2}$	-2684,69	-835,43	+1720,95	+2512,12	-712,95	
$y_1$	11684,52	8999,83	8164,40	9885,35	12397,47	
$y_2$	8999,83	8164,40	9885,35	12397,47	11684,52	

Распечатка результатов уравнивания центральной системы (см. рис. 14.1) параметрическим способом по программе «Сигма» дана в приложении 2.

Для вывода формулы предельной погрешности свободного члена полюсного условного уравнения разложим в ряд Тейлора выражение

$$\frac{1}{\cos \alpha} = \frac{1 + \frac{1}{2} \alpha^2 + \frac{3}{8} \alpha^4 + \dots}{1 + \frac{1}{2} \alpha^2 + \frac{3}{8} \alpha^4 + \dots}$$

где  $\alpha$  — точные значения углов по степеням погрешностей  $\Delta \alpha$  ограничиваясь членами с первыми степенями.

В результате разложения после преобразований получают выражение, аналогичное формуле (14.61), в котором поправки  $(A_R)$ ,  $(B_R)$  заменены на погрешности с противоположным знаком, т. е.

$$= \sum_{i=1}^n \left( -\Delta A_i - \Delta B_i \right) \quad (14.66)$$

Более подробно

$$= \Delta A_1 + \Delta A_2 + \dots + \Delta A_n + \Delta B_1 + \Delta B_2 + \dots + \Delta B_n$$

Применяют формулу средней квадратической погрешности функции измеренных величин вида

$$= \sqrt{\Delta A_1^2 + \Delta A_2^2 + \dots + \Delta A_n^2 + \Delta B_1^2 + \Delta B_2^2 + \dots + \Delta B_n^2}$$

Если  $m_1 = m_2 = \dots = m_n = m$ , то

$$= m \sqrt{n}$$

По аналогии, имея в виду, что  $\beta = \beta = \dots = \beta = \beta$  напомним

$$= \left( \Delta A_1 + \Delta A_2 + \dots + \Delta A_n + \Delta B_1 + \Delta B_2 + \dots + \Delta B_n \right) \beta$$

Окончательно

$$= \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \Delta A_i + \Delta B_i \right)^2} \beta \quad (14.67)$$

Допустимое значение свободного члена полюсного условного уравнения в угловой мере выражают формулой

$$= \beta \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \Delta A_i + \Delta B_i \right)^2} \quad (14.68)$$

где  $m_\beta$  — средняя квадратическая погрешность измерения угла.

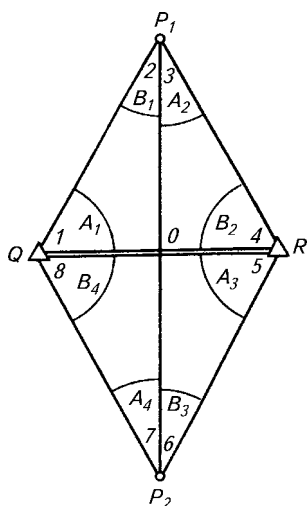


Рис. 14.6. Схема геодезического четырехугольника

Условие фигуры состоит в том, что сумма всех восьми углов равна  $360^\circ$ , т. е. для уравненных углов

$$\sum_{i=1}^8 \bar{u}_i = 0 \quad (14.71)$$

Заменяя в этом равенстве уравненные углы их выражениями через измеренные углы и поправки к ним, после некоторых преобразований получают *условное уравнение поправок фигуры*

$$\sum_{i=1}^8 w_i + w_1 = 0 \quad (14.72)$$

где  $w_1$  — свободный член (невязка) уравнения;  $w_i = \bar{u}_i - u_i$

Условия равенства сумм заключаются в следующем:

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_1 + \bar{u}_2 &= \bar{u}_3 + \bar{u}_4 \\ \bar{u}_5 + \bar{u}_6 &= \bar{u}_7 + \bar{u}_8 \end{aligned} \right\} \quad (14.73)$$

Выражая уравненные углы через измеренные и поправки к ним, после преобразований получают *условные уравнения поправок сумм углов противоположных треугольников*

$$\{(A_1) + (B_1)\} - \{(A_3) + (B_3)\} + w_2 = 0;$$

Допустимое значение свободного члена полюсного условного уравнения в линейной мере

$$\sigma = \beta \sqrt{\sum_{i=1}^n (\bar{u}_i^2 + u_i^2)} \quad (14.69)$$

где  $\bar{u}_i = \bar{u}_i - u_i$  — поправка к измеренному углу

или

$$\sigma = \beta \rho \quad (14.70)$$

**Геодезический четырехугольник.** Четырехугольник называют *геодезическим*, если в нем измерены восемь углов (рис. 14.6). Геодезическому четырехугольнику соответствуют четыре независимых условия: условие фигуры (четыреугольника), два условия равенства сумм углов противоположных треугольников и полюсное условие.

$$\{(A_2) + (B_2)\} - \{(A_4) + (B_4)\} + w_3 = 0, \quad (14.74)$$

где  $w_2, w_3$  — свободные члены (невязки) уравнений;  $w_2 = \{A_1 + B_1\} - \{A_3 + B_3\}$ ;  $w_3 = \{A_2 + B_2\} - \{A_4 + B_4\}$ .

*Полюсное условное уравнение поправок* для геодезического четырехугольника, если за полюс принята точка пересечения его диагоналей, имеет тот же вид, что и для центральной системы.

Приведем сводку всех условных уравнений поправок для геодезического четырехугольника.

*Условное уравнение поправок фигуры (четыреугольника)*

$$a. \quad \sum_{=}\quad + \quad + \quad = \quad (14.75)$$

где  $\quad = \sum_{=}\quad + \quad \circ$

*Условное уравнение поправок сумм углов противоположных треугольников*

$$\left. \begin{array}{ccc} + & + & + \\ + & + & + \end{array} \right\} = \quad (14.76)$$

где  $w_2 = \{A_1 + B_1\} - \{A_3 + B_3\}$ ,  $w_3 = \{A_2 + B_2\} - \{A_4 + B_4\}$ .

*Полюсное условное уравнение поправок*

$$\sum_{=}\left[ \quad \right] + \quad = \quad (14.77)$$

где  $w_{\pi} = (\Pi_1/\Pi_2 - 1)\rho$ .

Формулы для предельных (допустимых) значений свободных членов условных уравнений поправок фигур и полюсного условного уравнения поправок те же, что и для центральной системы.

Так же, как при уравнивании центральной системы, все условные уравнения поправок делят на две группы.

К первой группе относят условное уравнение фигуры (14.75) и условные уравнения поправок сумм углов противоположных треугольников (14.76).

Из решения этой группы условных уравнений с применением аппарата коррелятного способа уравнивания находят первичные поправки.

При этом решении, имея значения коэффициентов условных уравнений ( $a, b, c$ ), вычисляют коэффициенты нормальных уравнений коррелата

$$\begin{aligned} [b_1 b_1] &= 8, & [b_1 b_2] &= 0, & [b_1 b_3] &= 0, \\ [b_2 b_2] &= 4, & [b_2 b_3] &= 0, & [b_3 b_3] &= 4. \end{aligned}$$

Нормальные уравнения коррелат (14.12) будут

$$\left. \begin{aligned} + &= \\ + &= \\ + &= \end{aligned} \right\} \quad (14.78)$$

Откуда значения коррелат:

$$k_1 = -w_1/8; \quad k_2 = -w_2/4; \quad k_3 = -w_3/4.$$

Далее в соответствии с формулами (14.11) находят первичные поправки (без учета полюсного условного уравнения) в виде

$$\left. \begin{aligned} ' &= ' + = - - \\ ' &= ' + = - - \\ ' &= ' = - + - \\ ' &= ' = - + - \end{aligned} \right\} \quad (14.79)$$

Из приведенных формул видно, что первичные поправки состоят из двух частей: первые части, одинаковые для всех углов, составляют 1/8 невязки за условие фигуры четырехугольника с противоположным знаком; вторые части, попарно равные между собой и отличающиеся только знаками, составляют 1/4 невязок за условия сумм углов в противоположных треугольниках.

Исправив углы первичными поправками, находят новый свободный член полюсного условного уравнения

$$' = \left( \begin{array}{c} ' \\ -' \end{array} \right) p \quad (14.80)$$

где  $' = ' \quad ' \quad ' \quad ' \quad ' = ' \quad ' \quad ' \quad '$

После этого вычисляют вторичные поправки из решения условного уравнения

$$\sum_{\text{...}} [ \text{...} ] + \text{...} = \quad (14.81)$$

при дополнительном условии  $(A_R)'' = -(B_R)''$ .

С учетом указанного условия полюсное условное уравнение поправок сводят к виду

$$\sum_{\text{...}} + \text{...} + \text{...} = \quad (14.82)$$

Далее, так же как для центральной системы, находят коррелату

$$= \frac{\text{...}}{\sum_{\text{...}} +} \quad (14.83)$$

и вторичные поправки

$$\text{...}'' = \text{...}'' = \text{...} + \quad (14.84)$$

Полные поправки для соответствующих углов получают как сумму первичной и вторичной поправок, т. е.  $(i) = (i)' + (i)''$ .

Введя в измеренные значения полные поправки, получают уравненные углы. Дальнейшую математическую обработку проводят так же, как и для центральной системы. Числовой пример упрощенного уравнивания геодезического четырехугольника (см. рис. 14.6) приведен в таблицах 14.9...14.11.

**14.9. Вычисление уравненных углов четырехугольника**

	$i$				$i'$	$(i)''$	$i''$
		$(i)_I$	$(i)_{II}$	$(i)'$			
1	30°04'55"	+1"	-3"	-2"	30°04'53"	+1"	30°04'54"
2	63 09 59	0	-3	-3	63 09 56	-1	63 09 55
3	62 51 06	+1	-1	0	62 51 06	+1	62 51 07
4	23 54 06	0	-1	-1	23 54 05	-1	23 54 04
5	30 01 30	0	+3	+3	30 01 33	+1	30 01 34
6	63 13 12	+1	+3	+4	63 13 16	-1	63 13 15
7	53 09 15	0	+1	+1	53 09 16	+1	53 09 17
8	33 35 54	0	+1	+1	33 35 55	-1	33 35 54
	359°59'57"	+3"	0"	+3"	360°00'00"	0	360°00'00"

$$w_1 = -3''$$

$$w_2 = (1 + 2) - (5 + 6) = +12''$$

$$w_3 = (3 + 4) - (7 + 8) = +3''.$$

#### 14.10. Вычисление вторичных поправок четырехугольника

	$A'$	$\sin A'$	$\frac{q_A}{= \text{ctg } A'}$		$B'$	$\sin B'$	$\frac{q_B}{= \text{ctg } B'}$	$q_A + q_B$	$(A)'' = -(B)''$
1	30°04'53"	0,501230	+1,73	2	60°00'56"	0,802315	+0,51	+2,24	+1,1
3	62 51 06	0,889828	+0,51	4	23 54 05	0,405163	+2,26	+2,77	+1,3
5	30 01 33	0,500390	+1,73	6	63 13 16	0,892752	+0,50	+2,23	+1,1
7	53 09 16	0,800255	+0,75	8	33 35 55	0,553381	+1,51	+2,26	+1,1

$$\begin{aligned} ' &= & ' &= & \Sigma(q_A + \\ & & & & + q_B)^2 = \\ & & & & = 22,77 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ' &= \left( \frac{'}{'} \right) p'' = \\ &= \sqrt{\quad} = \quad \\ &= \frac{\quad}{\Sigma +} = \end{aligned}$$

Контроль:  $\Sigma + \quad'' = \quad' (+11,0 = +11,0)$ .

#### 14.11. Вычисление уравненных сторон четырехугольника

4	23°54'04"	0,405 160	1107,17
2 + 3	126 01 02	0,808 840	2210,30
1	30 04 54	0,501 234	1369,71
	<hr/> 180°00'00"		
6	63°13'15"	0,892 750	1369,71
3	62 51 07	0,889 830	1365,23
4 + 5	53 55 38	0,808 269	1240,09
	<hr/> 180°00'00"		
1 + 8	63°40'48"	0,896 332	1240,09
2	63 09 55	0,892 311	1234,54
7	53 09 17	0,800 257	1107,17
	<hr/> 180°00'00"		

**Цепь треугольников между двумя исходными сторонами (базисами).** Цепи треугольников между двумя исходными сторонами (рис. 14.7) соответствуют условия:  $N$  условий фигур, условие дирекционных углов, условие базисов, два условия координат.

*Условия фигур* и соответствующие им условные уравнения поправок имеют тот же вид, что и для рассмотренной ранее центральной системы.





Условное уравнение сторон (базисов)

$$\sum_{i=1}^n \Delta x_i + \sigma = 0 \quad (14.87)$$

где  $\sigma = x_{\text{кон}} - x_{\text{нач}}$ ;  $\Delta x_i = x_{i+1} - x_i$ ;  $\Delta y_i = y_{i+1} - y_i$ ;  $\Delta z_i = z_{i+1} - z_i$

Условные уравнения координат:

$$\left. \begin{aligned} \sum \Delta x + w_x &= 0 \\ \sum \Delta y + w_y &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (14.88)$$

где  $w_x = \sum \Delta x - (x_{\text{кон}} - x_{\text{нач}})$ ;  $w_y = \sum \Delta y - (y_{\text{кон}} - y_{\text{нач}})$ .

Формулы для предельных (допустимых) значений свободных членов условных уравнений:  
условных уравнений фигур

$$w = \sigma \sqrt{n}$$

условного уравнения дирекционных углов

$$w = \sqrt{\sigma^2 + \beta^2}$$

условного уравнения сторон (базисов)

$$w = \sqrt{\beta^2 \sum (\cos \alpha + \cos \beta) + \left( -\rho \right)^2 + \left( -\rho \right)^2}$$

где  $m_\beta$  — средняя квадратическая погрешность измерения угла;  $n$  — число углов, соответствующих данному условному уравнению;  $m_\alpha$  — средняя квадратическая погрешность исходного дирекционного угла;  $\sigma$  — средние квадратические погрешности исходной и конечной сторон.

При уравнивании цепи треугольников условные уравнения делят на три группы: 1 — условные уравнения фигур и условное уравнение дирекционных углов; 2 — условное уравнение сторон (базисов); 3 — условные уравнения координат.

По значениям коэффициентов условных уравнений первой группы находят значения коэффициентов нормальных уравнений

коррелат

$$\begin{aligned} [b_1 b_1] &= 3, & [b_1 b_2] &= 0, \dots, [b_1 b_N] = 0, & [b_1 b_r] &= \pm 1, \\ [b_2 b_2] &= 3, \dots, [b_2 b_N] &= 0, & [b_2 b_r] &= \pm 1, \\ & \dots\dots\dots & [b_N b_N] &= 3, & [b_N b_r] &= \pm 1, \\ & & [b_r b_r] &= N. \end{aligned}$$

Соответственно этому нормальные уравнения коррелат будут

$$\left. \begin{aligned} \pm \alpha + &= \\ \pm \alpha + &= \\ & \dots\dots\dots \\ \pm \alpha + &= \\ \pm \pm \pm \pm + \alpha + \alpha &= \end{aligned} \right\} \quad (14.89)$$

Из этой системы уравнений исключают  $k_1, k_2, \dots, k_N$ . В результате получают

$$2Nk_\alpha + 3w_\alpha \pm w_1 \pm w_2 \pm \dots \pm w_N = 0,$$

где знак «плюс» перед  $w_R$  ставят в случае, когда треугольник с номером  $R$  лежит вправо от ходовой линии, знак «минус» — влево.

Последнее уравнение можно записать в виде

$$\alpha + \alpha' = \quad (14.90)$$

$$\text{где } \alpha' = \alpha + \sum_{=} \pm \quad (14.91)$$

Величина  $\alpha'$  может быть вычислена иначе, о чем будет сказано далее.

Из уравнения (14.90) имеем

$$\alpha = -\frac{\alpha'}{2}$$

а из уравнения (14.89)

$$= -\pm \frac{\alpha'}{2} \quad (R = 1, 2, \dots, N).$$

На основании уравнений (14.91) первичные поправки в связующие углы составят

$$\alpha' = \alpha' = -\pm \frac{\alpha'}{2} \quad (14.92)$$

а в промежуточные углы

$$\alpha' = \frac{1}{\alpha} \pm \frac{\alpha'}{\alpha} \quad (14.93)$$

Так как в выражениях первичных поправок первые члены одинаковые, то для удобства вычислений эти поправки делят соответственно двум членам их выражений на две части и называют эти части первыми и вторыми поправками.

Первые поправки в соответствии с выражениями (14.92) и (14.93) вычисляют по формуле

$$= \quad = \quad = \quad \text{---} \quad (R=1, 2, \dots, N),$$

т. е. первые поправки получают, распределяя в каждом треугольнике невязку с противоположным знаком, поровну на все углы треугольника. По исправленным первыми поправками промежуточным углам вычисляют новый свободный член условного уравнения дирекционных углов

$$\alpha' = \alpha \pm \pm \pm \pm \pm \circ \alpha \quad (14.94)$$

где  $\quad = \quad + \quad (R = 1, 2, \dots, N)$ .

Вторые поправки (вторые члены первичных поправок) определяют по формулам:

$$= \pm \frac{\alpha}{\beta} \quad (14.95)$$

Эти формулы можно выразить в виде правила: вторые поправки в промежуточные углы получают путем распределения новой невязки за условие дирекционных углов по абсолютному значению поровну, причем в первые углы по ходовой линии со знаком, имеющимся у невязки, а в левые — с противоположным знаком; в связующие углы каждого треугольника вторые поправки вводят равными половине поправки с обратным знаком для промежуточного угла этого треугольника. Первичная поправка равна сумме первой и второй поправок для каждого угла.

Вторичные поправки находят из решения условного уравнения сторон (базисов)

$$\sum_{\sigma} \quad " \quad \sum_{\sigma} \quad " + \quad '_{\sigma} = \quad (14.96)$$

[illegible]

Так как уравнение (14.96) решают при условии  $(A_R)'' = -(B_R)''$ , то его можно привести к виду

$$\sum_{\sigma} + \quad'' + \quad'_{\sigma} = \quad (14.98)$$

Этому условному уравнению соответствует нормальное уравнение коррелат

$$\sum_{\sigma} + \quad_{\sigma} + \quad'_{\sigma} = \quad (14.99)$$

решив которое, получают

$$\sigma = \frac{\sigma}{\sum_{\sigma} +}$$

а затем

$$'' = \quad'' = \quad_{\sigma} +$$

Последующие вычисления проводят так же, как для центральной системы.

За оставшиеся два условных уравнения координат поправки в углы не определяют. Чтобы устранить невязки  $w_x$  и  $w_y$ , их распределяют с противоположными знаками на приращения координат сторон ходовой линии пропорционально длинам этих сторон.

#### Контрольные вопросы и задания

1. Изложите сущность уравнивания геодезических сетей. 2. Дайте определение понятию «уравнивание». 3. Каковы сущность и состав предварительных вычислений? 4. Как определить поправки за центрировку? 5. Как определить поправки за редукцию? 6. Объясните процесс приведения направлений к центрам пунктов и оценки точности угловых измерений. 7. Какова сущность окончательных вычислений? 8. Расскажите о коррелятном способе уравнивания. 9. Расскажите о параметрическом способе уравнивания. 10. Каков процесс упрощенного уравнивания центральной системы (условные уравнения: фигур, горизонта, полюсное условное уравнение)? 11. Как упрощенно уравнивать геодезический четырехугольник (условные уравнения: фигуры, сумм углов противоположных треугольников, полюсное условное уравнение)? 12. Как упрощенно уравнивать цепи треугольников между двумя исходными пунктами (условные уравнения: фигур, дирекционных углов, координат)?

---

## Глава 15

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ПОЛИГОНОМЕТРИИ

●

#### 15.1. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ ПОЛЕВЫХ НАБЛЮДЕНИЙ. ПОЛУЧЕНИЕ ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫХ КООРДИНАТ ПУНКТОВ

После завершения полевых работ приступают к математической обработке результатов полевых наблюдений для оценки точности этих наблюдений, получения предварительных (рабочих) и окончательных координат пунктов. Окончательные координаты получают из уравнивания строгими способами, при этом оценивают точность полевых измерений и полученных координат пунктов.

Предварительные координаты пунктов получают в результате уравнивания нестрогими методами. До уравнивательных вычислений следует убедиться в отсутствии в результатах измерений грубых ошибок, а также в правильности предрасчета как углов, так и линий, т. е. проверить качество полевого материала и соответствие его точности данному классу. Для этого вычисляют невязки, определяют их допустимость и выполняют оценку точности полевых измерений.

Угловую невязку хода, опирающегося на две твердые стороны, для левых углов вычисляют по формуле

$$f_{\beta} = [\beta] - [(\alpha_k - \alpha_n) + 180^\circ(n + 1)],$$

где  $\alpha_n$ ,  $\alpha_k$  — начальный и конечный опорные дирекционные углы;  $n$  — число сторон хода.

Допустимую угловую невязку вычисляют по формуле

$$\beta_{\text{доп}} = m_{\beta} \sqrt{n}$$

где  $m_{\beta}$  — нормативная средняя квадратическая погрешность измерения угла (для ОМС1 — 5", для ОМС2 — 10").

Если невязка допустимая, то ее распределяют поровну на каждый угол, вычисляя поправки

$$v_{\beta} = -\frac{f_{\beta}}{n}$$

На основании угловых невязок вычисляют среднюю квадратическую погрешность измерения угла в полигонометрии по формуле

$$\beta = \sqrt{\left[ \frac{\beta}{N} \right]}$$

где  $N$  — число ходов, принятых для вычисления погрешности.

Для оценки точности линейных измерений в ходах вычисляют невязки в приращениях координат  $f_x$ ,  $f_y$  и линейную невязку  $f_L$  по формулам:

$$\begin{aligned} f_x &= [\Delta x] - (X_k - X_n); \\ f_y &= [\Delta y] - (Y_k - Y_n); \\ &= \sqrt{\quad + \quad} \end{aligned}$$

где  $[\Delta x]$ ,  $[\Delta y]$  — суммы приращений координат;  $X_n$ ,  $Y_n$  и  $X_k$ ,  $Y_k$  — координаты начального и конечного исходных пунктов.

Среднюю квадратическую погрешность измерения стороны в полигонометрической сети

$$= \sqrt{\left[ \frac{\quad}{N} \right]}$$

Линейную невязку хода сравнивают с предельной

$$\text{пред. } f_L = 2M,$$

где  $M$  — средняя квадратическая погрешность положения конечной точки хода.

Величину  $M$  определяют по формулам:  
для изогнутого хода

$$= \left[ \quad \right] + \frac{\beta}{\rho} \left[ \quad \right]$$

для вытянутого хода

$$= \left[ \quad \right] + \frac{\beta}{\rho} \quad \frac{+}{\quad}$$

Относительная невязка  $f_L/L$  не должна превышать предельно допустимого значения для соответствующего класса ОМС.

Для получения рабочих координат пунктов упрощенно уравнивают приращения координат пунктов хода. Полученные невязки распределяют поровну на все приращения в ходе, если стороны измерены светодальномером:

$$v = \frac{f_L}{L} \cdot l \quad v = \frac{f_L}{L} \cdot l$$

и прямо пропорционально длинам линий в случае измерения сторон другими мерными приборами

$$v = \frac{f_L}{L} \cdot l \quad v = \frac{f_L}{L} \cdot l$$

По исправленным приращениям вычисляют координаты вершин хода.

## 15.2. УРАВНИВАНИЕ ПОЛИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ХОДОВ

Уравнивание полигонометрических ходов выполняют строгими способами, когда поправки получают под условием

$$\sum v = 0$$

нестрогими способами (раздельными), когда поправки к измеренным углам и приращениям координат находят раздельно, пренебрегая их взаимной зависимостью (например, распределяя невязки  $f_x$  и  $f_y$  прямо пропорционально длинам сторон).

Выбор способа уравнивания зависит от предъявляемой точности к окончательным значениям координат.

Уравнивание по методу наименьших квадратов осуществляют параметрическим или коррелятным способами. Выбор способа уравнивания зависит от объема вычислительных работ, который определяется в основном числом нормальных уравнений, подлежащих решению. При уравнивании полигонометрических ходов с использованием калькуляторов применяют коррелятный способ, так как число нормальных уравнений в этом способе намного меньше. Однако при наличии программного обеспечения и соответствующих компьютеров объем вычислительной работы не имеет решающего значения.

Уравнивание полигонометрического хода коррелятным способом начинают с подсчета числа условий, возникающих в ходе, которые определяют по формуле

$$r = n' - k,$$

где  $n'$  — число всех измерений;  $k$  — число неизвестных (число необходимых измерений).

Число всех измерений в полигонометрическом ходе равно сумме  $n$  сторон и  $n + 1$  углов, т. е.  $n' = 2n + 1$ . Число неизвестных координат  $k$  равно числу всех вершин хода без двух исходных, имеющих координаты, умноженному на два (каждая вершина хода имеет абсциссу  $x$  и ординату  $y$ ):

$$k = (n + 1 - 2)2 = 2n - 2.$$

Тогда число условий в полигонометрическом ходе

$$r = 2n + 1 - 2n - 2 = 3.$$

По числу условий составляют три условных уравнения: одно угловое и два координатных, которые имеют вид

$$[v_\beta] + f_\beta = 0;$$

$$v_\alpha - \frac{\alpha}{\rho} v_\beta + \dots + \dots' =$$

$$v_\alpha + \frac{\alpha}{\rho} v_\beta + \dots + \dots' =$$

где  $v_\beta$ ,  $v_\alpha$  — поправки в измеренные углы и линии;  $\dots'$  — невязки в суммах приращений абсцисс и ординат при вычислении хода без предварительного уравнивания углов;  $y_{n+1} - y_i$ ,  $x_{n+1} - x_i$  — разности ординат и абсцисс точек хода конечной и с номером  $i$ , где  $i = 1, 2, \dots, n$ .

При измерении линий электромагнитными дальномерами и электронными тахеометрами веса измеренных углов и линий определяют по формулам:

$$p_\beta = 1;$$

$$= \beta$$

Если длины линий в ходе существенно не отличаются от средней, то веса линий можно принять одинаковыми, т. е.

$$= = \beta =$$

По коэффициентам условных уравнений составляют нормальные уравнения коррелат в виде

$$\begin{aligned} [qb_1b_1]k_1 + [qb_1b_2]k_2 + [qb_1b_3]k_3 + f_\beta &= 0; \\ [qb_1b_2]k_1 + [qb_2b_2]k_2 + [qb_2b_3]k_3 + f_\alpha &= 0; \\ [qb_1b_3]k_1 + [qb_2b_3]k_2 + [qb_3b_3]k_3 + f_y &= 0, \end{aligned}$$

где  $\frac{1}{p_\beta}$  — обратные веса  $\left( \frac{1}{p_\beta} = \frac{1}{p_\alpha} \right)$

Решая нормальные уравнения коррелат, находят коррелаты  $k_1$ ,  $k_2$  и  $k_3$ , по которым получают поправки в измеренные углы и линии по формулам:

$$\begin{aligned} v_\beta &= \frac{1}{p_\beta} \left\{ \frac{1}{p_\beta} + \frac{1}{p_\alpha} + \frac{1}{p_y} \right\} \\ v &= \alpha + \alpha \end{aligned}$$

Поправки  $v_\beta$  и  $v_\alpha$  вводят в измеренные углы и линии; по исправленным углам вычисляют дирекционные углы, а затем по дирекционным углам и исправленным линиям — исправленные приращения координат  $\Delta x_{\text{испр}}$  и  $\Delta y_{\text{испр}}$ .

Окончательным контролем служат равенства

$$\begin{aligned} [\Delta x_{\text{испр}}] &= x_k - x_n; \\ [\Delta y_{\text{испр}}] &= y_k - y_n. \end{aligned}$$

Уравненные (окончательные) координаты получают по формулам:

$$\begin{aligned} x &= x_k + \Delta x \\ y &= y_k + \Delta y \end{aligned}$$

### 15.3. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ УРАВНЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ХОДА И ПОЛУЧЕННЫХ КООРДИНАТ ПУНКТОВ

Оценка точности уравненных элементов хода состоит в вычислении средних квадратических погрешностей углов  $\beta$ , дирекционных углов  $\alpha$ , длин сторон  $s$ , абсцисс  $x$  и ординат  $y$ .

В общем случае любую функцию уравненных значений углов и линий полигонометрического хода можно представить в виде

$$= \begin{array}{ccccccc} + & \dot{v}_\beta & + & \dot{v}_\beta & + & + & \dot{v}_\beta \\ + & \ddot{v} & + & \ddot{v} & + & + & \ddot{v} \end{array} \quad (15.1)$$

где  $F_0$  — начальное значение функции, вычисленное по измеренным значениям углов и линий;  $F'$  и  $F''$  — коэффициенты соответственно при угловых и линейных поправках.

Для оценки точности урavnенных элементов хода (линии, угла, дирекционного угла, абсциссы и ординаты) составляют в соответствии с формулой (15.1) выражения для приращения функций

$$\left. \begin{aligned} \Delta &= v \\ \Delta_{\beta} &= v_{\beta} \\ \Delta_{\alpha} &= \sum v_{\beta} \\ \Delta &= v - \alpha \frac{1}{\rho} v_{\beta} + \\ \Delta &= v - \alpha + \frac{1}{\rho} v_{\beta} + \end{aligned} \right\} \quad (15.2)$$

Обратный вес функции согласно методу наименьших квадратов будет иметь вид

\_\_\_\_\_

### Средняя квадратическая погрешность функции

$$= \mu \sqrt{\frac{1}{2}}$$

Средняя квадратическая погрешность единицы веса

$$\mu = \sqrt{\frac{\beta v_\beta + v}{\beta}}$$

Однако следует иметь в виду, что для одного хода величину  $\mu$  вычисляют ненадежно. Лучше ее определить по невязкам ряда вытянутых ходов.

Вследствие того что полная оценка точности всех уравненных элементов хода задача трудоемкая, ее решают по специальным программам на ЭВМ.

В качестве примера в приложении 3 приведена распечатка результатов уравнивания изогнутого полигонометрического хода параметрическим способом по программе «Сигма».

#### 15.4. РАСЧЕТ ТОЧНОСТИ ПОЛОЖЕНИЯ ПУНКТА, ОПРЕДЕЛЯЕМОГО ПОЛЯРНЫМ СПОСОБОМ С ПУНКТА ПОЛИГОНОМЕТРИЧЕСКОГО ХОДА

В практике межевания земель нередко определяют положение пунктов (межевых знаков) полярным способом с пунктов полигонометрических ходов. В связи с этим определим среднюю квадратическую погрешность положения пункта  $a$  (рис. 15.1) относительно пунктов  $A$  и  $B$  исходной геодезической сети

$$= \sqrt{\quad + \quad}$$

где  $M_C$  — средняя квадратическая погрешность положения пункта  $C$  относительно пунктов  $A$  и  $B$ ;  $M_{a(C)}$  — средняя квадратическая погрешность положения пункта  $a$  относительно среднего пункта  $C$ .

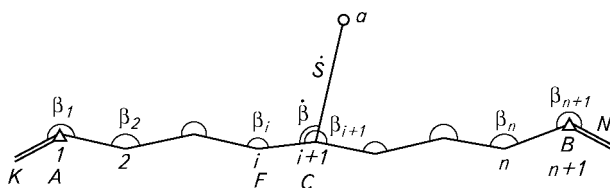


Рис. 15.1. К расчету точности положения пункта  $a$ , определяемого полярным способом с пункта полигонометрического хода

Значение  $M_C$  вычисляют по формуле

$$= \sqrt{\quad + \quad}$$

где — продольная и поперечная средние квадратические погрешности среднего пункта хода, определяемые по формулам:

при  $n$  четном

$$= - \sqrt{\quad}$$

$$= \frac{\beta}{\rho} \sqrt{\frac{\quad + \quad + \quad}{\quad + \quad}}$$

Приближенно можно принять

$$= - \frac{\beta}{\rho} \sqrt{\frac{+}{+}}$$

где  $m_s$ ,  $m_\beta$  — средние квадратические погрешности стороны и угла хода;  $n$  — число сторон хода;  $L$  — длина хода.

При угловой привязке к сторонам полигонометрического хода приходится также учитывать среднюю квадратическую погрешность дирекционного угла средней стороны этого хода  $FC$ , вычисляемую по формуле

при  $n$  четном для двух средних сторон

$$\alpha = \alpha = - \beta \sqrt{\frac{+}{+}}$$

Приближенно можно принять

$$\alpha = - \beta \sqrt{+}$$

Средняя квадратическая погрешность положения пункта (межевого знака)  $a$  относительно среднего пункта  $C$  полигонометрического хода вычисляют по формуле

$$= \sqrt{\cdot + \left( \cdot \frac{\alpha}{\rho} \right)}$$

где  $\cdot$  — средняя квадратическая погрешность полярного луча  $Ca$ ;  $\cdot$  — длина полярного луча;  $\alpha$  — средняя квадратическая погрешность дирекционного луча;

$$\alpha = \alpha \sqrt{\alpha + \beta}$$

где  $\beta$  — средняя квадратическая погрешность измерения полярного угла.

**Пример.** Предвычислить среднюю квадратическую погрешность положения бокового пункта (межевого знака)  $a$ , определяемого полярным способом с пункта полигонометрического хода  $C$  (число сторон  $n$  — четное), относительно исходных пунктов  $A$  и  $B$ .

1. Предвычисление средних квадратических погрешностей положения среднего пункта полигонометрического хода  $C$  относительно исходных пунктов  $A$  и  $B$  и дирекционных углов двух средних сторон хода.

Исходные данные:  $L = 12$  км;  $n = 10$ ;  $m_s = 2$  см;  $m_\beta = 5''$ .

Искомые величины:

$$= - \sqrt{+} =$$

$$= - \frac{\frac{m}{n}}{\frac{m}{n}} \sqrt{\frac{+}{+}} =$$

$$= \sqrt{\frac{+}{+}} =$$

$$\alpha = - \frac{m}{n} \sqrt{\frac{+}{+}} = \frac{m}{n}$$

2. Предвычисление средней квадратической погрешности положения бокового пункта (межевого знака)  $a$  относительно среднего пункта хода  $C$ .

Исходные данные:  $\alpha =$   $\beta =$   $\gamma =$

Искомые величины:

$$\alpha = \sqrt{\frac{+}{+}} = \frac{m}{n}$$

$$= \sqrt{\frac{+}{+} \left( \frac{m}{n} \right)^2} =$$

3. Предвычисление средней квадратической погрешности положения бокового пункта (межевого знака)  $a$  относительно исходных пунктов  $A$  и  $B$

$$= \sqrt{\frac{+}{+}} =$$

В ы в о д. Полученное значение  $M_a$  соответствует требованиям Методических рекомендаций, предъявляемым к межевым знакам для земель поселений (городов).

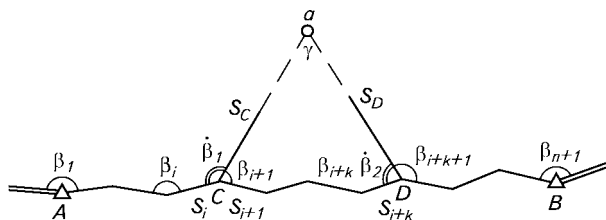
## 15.5. РАСЧЕТ ТОЧНОСТИ ПОЛОЖЕНИЯ БОКОВОГО ПУНКТА, ОПРЕДЕЛЯЕМОГО ПРЯМОЙ УГЛОВОЙ ЗАСЕЧКОЙ С ПУНКТОВ ПОЛИГОНОМЕТРИЧЕСКОГО ХОДА, С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

При проложении полигонометрических ходов целесообразно определять координаты близрасположенных ориентиров (колоколен церквей, заводских труб, телевизионных антенн и др.), используя их в дальнейшем как опорные пункты для передачи дирекционных углов и решения других геодезических задач. В связи с этим рассчитаем точность положения бокового пункта  $a$  (рис. 15.2), определяемого прямой угловой засечкой с пунктов хода, с учетом влияния погрешностей исходных данных.

Средняя квадратическая погрешность положения бокового пункта  $a$  с учетом влияния погрешностей исходных данных

$$= \sqrt{\frac{+}{+}} \quad (15.3)$$

где — СКП положения пункта из-за влияния погрешностей измерений и погрешностей дирекционных углов сторон, примыкающих к пунктам  $C$  и  $D$ ;



**Рис. 15.2. Схема определения бокового пункта  $a$  прямой угловой засечкой с пунктов полигонометрического хода**

— СКП положения пункта из-за влияния погрешностей исходных пунктов  $C$  и  $D$  (пункта  $D$  относительно  $C$  и пункта  $C$  относительно  $A$  и  $B$ ).

Влияние погрешностей измерений. Значение вычисляют по формуле

$$= \frac{\bar{\alpha}}{\rho} \sqrt{\gamma^2 + \dots} \quad (15.4)$$

где  $\gamma = \frac{\dots + \dots}{\dots + \dots} \approx \dots$

При  $S_C = S_D$   $\gamma \approx \dots$

Среднюю квадратическую погрешность дирекционного угла  $\alpha$  приближенно получим следующим образом:

$$\begin{aligned} \alpha &= \alpha + \dot{\beta} \quad ^\circ \\ \alpha &= \alpha_+ + \dot{\beta} \quad ^\circ \end{aligned}$$

Средние квадратические погрешности дирекционных углов сторон хода с номерами  $i$  и  $i+k$ , примыкающих к пунктам  $C$  и  $D$ ,

$$\alpha = \beta \quad \alpha_+ = + \quad \beta$$

где  $m_\beta$  — СКП измерения угла в полигонометрическом ходе.

Следовательно,

$$\begin{aligned} \alpha &= \beta + \dot{\beta} \\ \alpha &= + \quad \beta + \beta \end{aligned}$$

Примем приближенно

$$\bar{\alpha} = -\left( \alpha + \alpha \right)$$

Тогда при  $\beta = \beta = \beta$

$$\bar{\alpha} = \sqrt{+ \beta + \beta}$$

Влияние погрешностей исходных данных. На положение пункта  $a$  будет влиять также погрешность взаимного положения исходных пунктов  $C$  и  $D$ . Средняя квадратическая погрешность этого влияния может быть определена по формуле

$$= \sqrt{+}$$

Продольный средний квадратический сдвиг конца отрезка  $CD$

$$= \sqrt{\quad} \quad (15.5)$$

где  $k$  — число сторон хода между пунктами  $C$  и  $D$ .

Поперечный сдвиг конца отрезка  $CD$  относительно его начала

$$\approx \frac{1}{\rho} \Delta\beta + \Delta\beta + + \Delta\beta +$$

Тогда

$$\approx \frac{1}{\rho} \beta + + +$$

Известно, что сумма квадратов натурального ряда чисел равна

$$+ + + = \frac{+}{+} +$$

Окончательно

$$\approx \frac{+}{+} + \left( \frac{\beta}{\rho} \right) \quad (15.6)$$

С учетом формул (15.5) и (15.6) СКП конца отрезка  $CD$  относительно его начала

$$= \sqrt{+ \frac{+}{+} + \left( \frac{\beta}{\rho} \right)} \quad (15.7)$$

Влияние погрешностей взаимного положения пунктов  $D$  и  $C$  на положение пункта  $a$  приближенно выразим следующим образом:

$$\text{---} \approx \text{---}$$

Откуда

$$\approx \text{---}$$

Тогда с учетом формулы (15.7) СКП положения пункта  $a$  относительно пункта  $C$

$$\approx \text{---} \approx -\sqrt{\left(\text{---}\right)^2 + \text{---} + \left(\frac{\beta}{\rho}\right)^2}$$

СКП положения пункта  $C$  относительно исходных пунктов  $A$  и  $B$  может быть определена по формуле

$$= \sqrt{\text{---} + \text{---}}$$

где  $\text{---} = -\sqrt{\text{---}} = -\frac{\beta}{\rho} \sqrt{\text{---}}$

Тогда СКП положения пункта  $a$  из-за влияния погрешностей исходных данных

$$= \sqrt{\text{---} + \text{---}} \quad (15.8)$$

Теперь по формуле (15.3) с учетом формул (15.4) и (15.8) можно найти

П р и м е р.  $L = 20$  км,  $S = 500$  м,  $n = 40$ ,  $i = 16$ ,  $S_C = S_D = 3500$  м,  $k = 7$ ,  $m_S = 1$  см,  $m_\beta = 2''$ ,  $\beta = ''$

$$\gamma \approx \text{---} \approx \text{---} - \gamma = 60^\circ.$$

$$\begin{aligned} \bar{\alpha} &= \sqrt{\text{---} + \text{---}} = '' \\ &= \frac{\text{---}}{\sqrt{\text{---}}} = \text{---} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= - \sqrt{\quad} = \\
 &= - \frac{\quad}{\quad} \sqrt{\frac{\quad}{\quad}} = \\
 &= \sqrt{\frac{\quad}{\quad}} = \\
 &= - \sqrt{\left(\frac{\quad}{\quad}\right)^2 + \frac{\quad}{\quad} + \left(\frac{\quad}{\quad}\right)^2} = \\
 &= \sqrt{\frac{\quad}{\quad}} = \\
 &= \sqrt{\frac{\quad}{\quad}} =
 \end{aligned}$$

## 15.6. РАСЧЕТ ПРЕДЕЛЬНОЙ ДЛИНЫ ТЕОДОЛИТНОГО ХОДА

Дальнейшее сгущение геодезической сети может быть выполнено путем проложения теодолитных ходов между боковыми пунктами  $a$  и  $b$  (рис. 15.3). Самым неблагоприятным случаем в отношении точности будет тот, когда ход прокладывают между наиболее слабыми пунктами  $a$  и  $b$ , определенными с разных полигонометрических ходов.

Рассчитаем предельную длину теодолитного хода точности 1 : 2000, прокладываемого между этими пунктами.

Известно, что предельная относительная невязка хода

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta l}{l}$$

где  $\Delta L$  — предельная невязка хода.

Откуда

$$L = \frac{\Delta l}{\Delta L} l \quad (15.9)$$

Доказано, что предельная погрешность  $\Delta_C$  положения среднего пункта вытянутого равностороннего хода

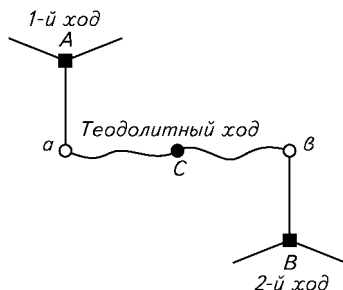


Рис. 15.3. К расчету предельной длины теодолитного хода

после уравнивания в 2,5 раза меньше предельной невязки хода. Следовательно,

$$= \Delta \quad (15.10)$$

Согласно Инструкции по топографической съемке в масштабах 1 : 5000, 1 : 2000, 1 : 1000 и 1 : 500 (М., Недра, 1982) предельные погрешности положения пунктов урванного планового обоснования не должны превышать на открытой территории 0,2 мм в масштабе плана и 0,3 мм на местности, закрытой древесной и кустарниковой растительностью.

Применительно к съемке открытой местности в масштабе 1 : 5000 предельная погрешность пункта в наиболее слабом месте — середине хода  $\Delta_C = 1$  м. Следовательно, предельная невязка теодолитного хода

$$= = \quad (15.11)$$

Тогда с учетом формул (15.3), (15.4) и (15.5) предельная длина теодолитного хода

$$= = =$$

## 15.7. РАСЧЕТ НЕОБХОДИМОЙ ТОЧНОСТИ ПОЛОЖЕНИЯ БОКОВОГО ПУНКТА

Полагая, что между боковыми пунктами  $a$  и  $b$  (см. рис. 15.3) будет проложен теодолитный ход точности 1 : 2000, найдем погрешности положения этих пунктов, которые практически не будут влиять на точность проложенного между ними хода.

Принято считать влияние погрешностей исходных пунктов (в данном случае  $a$  и  $b$ ) на точность хода пренебрегаемо малым в том случае, когда предельная относительная погрешность взаимного положения исходных пунктов составит не более  $1/3$  предельной относительной невязки хода.

Следовательно, предельная относительная погрешность взаимного положения исходных пунктов  $a$  и  $b$  должна быть не более

$$\frac{\Delta}{\text{---}} = \text{---} \quad \text{---} = \text{---}$$

Абсолютная предельная погрешность взаимного положения пунктов  $a$  и  $b$  в этом случае, например для хода  $L_{ab} = 3$  км, составит

$$\Delta = \text{---} =$$

Полагая, что пункты  $a$  и  $b$  определены независимо друг от друга и с одинаковой точностью, предельная погрешность положения каждого из них относительно исходных будет равна

$$\Delta = \Delta = \frac{\Delta}{\sqrt{2}} = \frac{\Delta}{\sqrt{2}} = \frac{\Delta}{\sqrt{2}} =$$

Средняя квадратическая погрешность положения каждого пункта относительно исходных  $A$  и  $B$  не должна превышать

$$M_a = M_b = 0,36 : 2 = 0,18 \text{ м.}$$

Если СКП положения пунктов запроектированной сети в самом слабом месте не будет превышать этого значения, то они практически не повлияют на точность теодолитного хода длиной 3 км, прокладываемого с относительной предельной погрешностью 1 : 2000.

#### Контрольные вопросы и задания

1. Как оценивают точность результатов полевых наблюдений и получают предварительные координаты? 2. Какова методика уравнивания полигонометрических ходов и оценки точности уравненных элементов хода? 3. Как рассчитать точность положения пункта, определяемого полярным способом с пункта полигонометрического хода? 4. Как рассчитать предельную длину теодолитного хода? 5. Как рассчитать необходимую точность положения бокового пункта?

---

## Г л а в а 16

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ТИПОВЫХ ФИГУР ТРИЛАТЕРАЦИИ

●

#### 16.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

В типовых фигурах трилатерации мало избыточно измеренных величин по сравнению с числом необходимых величин, поэтому для уравнивания выгодно применять коррелятный способ. Число независимых условий в фигурах, имеющих не менее двух исходных пунктов, подсчитывают по формуле

$$r = n - 2q,$$

где  $r$  — число условий;  $n$  — число измеренных сторон;  $q$  — число определяемых пунктов.

Если в фигуре имеется только один исходный пункт, то измеренная сторона, примыкающая к исходному пункту, и определяемый пункт на другом конце этой стороны при подсчете числа условий должны считаться исходными, хотя при уравнивании исходная сторона получает поправку. Для получения координат пунктов должен быть известен дирекционный угол этой стороны.

Так, в фигурах на рисунке 16.1 возникает по одному условию и соответственно требуется решить одно нормальное уравнение. При уравнивании параметрическим способом в фигурах  $a$  и  $b$  придется решать по четыре нормальных уравнения, а в фигуре  $в$  — десять.

Методика составления условных уравнений поправок во всех фигурах одна и та же. Рассмотрим ее на примере геодезического четырехугольника трилатерации.

#### 16.2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ГЕОДЕЗИЧЕСКОГО ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКА ТРИЛАТЕРАЦИИ

Геодезический четырехугольник трилатерации выбран в качестве типовой фигуры потому, что в таком построении при минимальном числе измеренных сторон обеспечивается контроль линейных измерений путем вычисления свободного члена для одной из вершин четырехугольника.

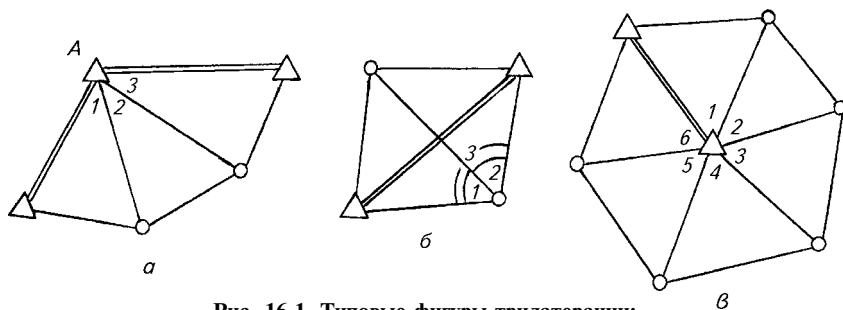


Рис. 16.1. Типовые фигуры трилатерации:

1...6 — номера углов

Математическая обработка геодезического четырехугольника трилатерации включает: вывод формулы условного уравнения поправок; вывод формулы допустимого значения свободного члена условного уравнения; уравнивание геодезического четырехугольника трилатерации коррелятным способом; оценку точности положения определяемых пунктов.

### 16.3. ВЫВОД ФОРМУЛЫ УСЛОВНОГО УРАВНЕНИЯ ПОПРАВК ГЕОДЕЗИЧЕСКОГО ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКА ТРИЛАТЕРАЦИИ

Применительно к углам при вершине *I* (рис. 16.2) обозначим: 1, 2, 3 — углы, вычисленные по измеренным сторонам; — уравниваемые значения углов; (1), (2), (3) — поправки к вычисленным значениям углов.

С учетом этих обозначений запишем условное уравнение связи

$$- + - =$$

Но

$$- = + \quad - = + \quad - = +$$

Тогда

$$1 + (1) + 2 + (2) - \{3 + (3)\} = 0.$$

Далее

$$+ \quad + \quad + \quad =$$

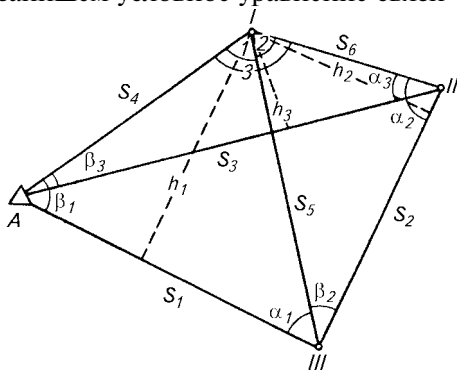


Рис. 16.2. Схема геодезического четырехугольника трилатерации для вывода формулы условного уравнения поправок

Следовательно, условное уравнение поправок геодезического четырехугольника трилатерации будет иметь вид

$$(1) + (2) - (3) + w = 0, \quad (16.1)$$

где  $w$  — свободный член условного уравнения поправок;  $w = 1 + 2 - 3$ .

Чтобы уравнивать четырехугольник по методу наименьших квадратов под условием  $v =$  заменим в уравнениях (16.1) поправки в углы через поправки в стороны. Для установления необходимой связи между поправками в углы и поправками в стороны воспользуемся теоремой косинусов. Применительно к треугольнику, показанному на рисунке 16.3, запишем:

$$\gamma = \alpha + \beta \quad \alpha \quad \beta \quad \gamma \quad (16.2)$$

Продифференцировав правую и левую части равенства (16.2) и приведя подобные члены (с учетом рис. 16.4), получим

$$\gamma \quad \gamma = \frac{\gamma}{\alpha} \frac{\beta}{\beta} \frac{\gamma}{\gamma} + \frac{\gamma}{\beta} \frac{\alpha}{\alpha} \frac{\gamma}{\gamma} + \frac{\Delta}{\gamma} \frac{\beta}{\beta} \frac{\gamma}{\gamma}$$

где  $\Delta$  — площадь треугольника.

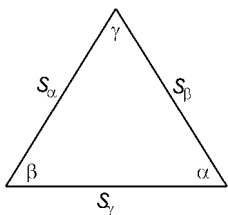
Заменив дифференциалы поправками, получим

$$\gamma \quad \gamma = \gamma \quad \beta \quad \alpha + \gamma \quad \alpha \quad \beta + \Delta \quad \gamma$$

Откуда условное уравнение поправок геодезического четырехугольника трилатерации

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{\gamma \rho}{\Delta} \quad \gamma \quad \beta \quad \alpha \quad \alpha \quad \beta = \\ &= \frac{\rho}{\gamma} \quad \gamma \quad \beta \quad \alpha \quad \alpha \quad \beta \end{aligned} \quad (16.3)$$

На основании уравнения (16.3) применительно к обозначениям углов и сторон на рисунке 16.2 поправки в углы, входящие в условное уравнение (16.1), будут равны



$$\begin{aligned} &= \frac{\rho}{\gamma} \quad \alpha \quad \beta \\ &= \frac{\rho}{\gamma} \quad \alpha \quad \beta \\ &= \frac{\rho}{\gamma} \quad \alpha \quad \beta \end{aligned} \quad (16.4)$$

Рис. 16.3. Иллюстрация связи между элементами треугольника

#### 16.4. ВЫВОД ФОРМУЛЫ ДОПУСТИМОГО ЗНАЧЕНИЯ СВОБОДНОГО ЧЛЕНА УСЛОВНОГО УРАВНЕНИЯ

Получаем из формулы (16.1) свободный член условного уравнения поправок

$$w = (3) - (1) - (2). \quad (16.5)$$

В результате подстановки поправок из формулы (16.4) в формулу (16.5) имеем

$$= p \left\{ \begin{array}{l} - \frac{\alpha}{\beta} - \frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} + \\ + \frac{\beta}{\alpha} - \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} \end{array} \right\} \quad (16.6)$$

Для перехода к средней квадратической погрешности свободного члена рассмотрим условное уравнение связи в нелинейном виде

$$f(L_1, L_2, \dots, L_n) = 0,$$

где  $L_1, L_2, \dots, L_n$  — точные значения измеренных величин. Этому равенству должны удовлетворять уравненные значения измеренных величин  $\bar{\lambda}, \bar{\lambda}, \bar{\lambda}$  т. е.

Подставив в условные уравнения связи вместо точных значений соответствующие результаты измерений  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ , получим

$$f(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n) = w.$$

Приведем функцию  $f(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$  к линейному виду, применив разложение в ряд Тейлора, ограничившись членами первой степени относительно приращений аргументов.

Будем иметь

$$\begin{aligned} &= \lambda \lambda \lambda = +\Delta + \Delta + \Delta = \\ &= + \sum \left( \frac{\partial}{\partial \lambda} \right) \Delta \end{aligned}$$

где  $\left( \frac{\partial}{\partial \lambda} \right)$  — частные производные при аргументах  $L_1, L_2, \dots, L_n$ .

Так как  $f(L_1, L_2, \dots, L_n) = 0$ , то

$$= \sum \left( \frac{\partial}{\partial \lambda} \right) \Delta$$

На основании изложенного, заменив в равенствах (16.6) поправки ( $S_i$ ) на погрешности  $\Delta$  с противоположным знаком, будем иметь

$$= \rho \left( \Delta - \Delta \frac{\alpha}{\beta} \Delta - \Delta \frac{\beta}{\alpha} \Delta - + \Delta \frac{\alpha}{\beta} + \right. \\ \left. + \Delta \frac{\beta}{\alpha} \Delta - + \Delta \frac{\alpha}{\beta} + \Delta \frac{\beta}{\alpha} \right)$$

Полагая, что стороны измерены с одинаковыми погрешностями  $m_s$ , дисперсия свободного члена

$$= \rho \left\{ - + - + - + \left( - \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} \right) + \right. \\ \left. + \left( - \frac{\alpha}{\beta} - \frac{\alpha}{\alpha} \right) + \left( - \frac{\beta}{\alpha} - \frac{\beta}{\beta} \right) \right\}$$

После элементарных преобразований допустимое значение свободного члена условного уравнения поправок

$$= \rho \left[ + \frac{\alpha + \beta}{\alpha + \beta} + \frac{\alpha + \beta}{\alpha + \beta} + \right. \\ \left. + \frac{\alpha + \beta}{\alpha + \beta} + \frac{\alpha \beta}{\alpha \beta} \right] \quad (16.7)$$

Для получения численных значений величин, входящих в формулу (16.7), сначала по формулам (16.1) с использованием численных значений сторон, приведенных на рисунке 16.5, вычисляют внутренние углы треугольников (табл. 16.1)

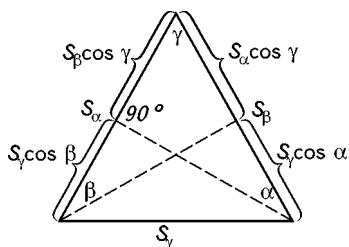


Рис. 16.4. К выводу формулы условного уравнения поправок четырехугольника трилатерации

### 16.1. Результаты вычисления углов по измеренным сторонам

Номер треугольника	Номер угла	Измеренные значения сторон, м	cos A	A
I	11 ( $\beta_3$ )	2118,99	0,9438275	19°17'43"
	3	5040,72	-0,6181530	128 10 53
	4 ( $\alpha_3$ )	3447,71	0,8431737	32 31 24
				180°00'00"
II	10	3441,28	0,7510133	43°01'48"
	5	3789,50	0,8502255	48 42 52
	9	5040,72	0,0304377	88 15 21
				180°00'01"
III	12 ( $\beta_1$ )	3756,21	0,4645163	62°19'16"
	1	3789,50	0,4492362	63 18 19
	8 ( $\alpha_1$ )	3447,71	0,5824974	54 22 25
				180°00'00"
IV	2	3441,28	0,4244571	64°53'01"
	6 ( $\alpha_2$ )	3756,21	0,1524549	81 13 51
	7 ( $\beta_2$ )	2118,99	0,8301532	33 53 08
				180°00'00"

Затем на основании таблицы 16.1 для наглядности составим таблицу 16.2 с необходимыми данными для вычисления  $w_{\text{доп}}$ . При этом значения высот треугольников определяют по формулам:

$$h_1 = S_4 \sin 12; \quad h_2 = S_6 \sin 6; \quad h_3 = S_6 \sin 4. \quad (16.8)$$

### 16.2. Данные для расчета допустимого значения свободного члена $W_{\text{доп}}$

Номер треугольника	Угол и косинус угла	Высота треугольника $h_i$ , км
1	$\alpha_1 = 54^\circ 22'$ , $\cos \alpha_1 = 0,583$ ; $\beta_1 = 62^\circ 19'$ , $\cos \beta_1 = 0,464$	$h_1 = 3,054$
2	$\alpha_2 = 81^\circ 14'$ , $\cos \alpha_2 = 0,152$ ; $\beta_2 = 33^\circ 53'$ , $\cos \beta_2 = 0,830$	$h_2 = 2,094$
3	$\alpha_3 = 32^\circ 31'$ , $\cos \alpha_3 = 0,843$ ; $\beta_3 = 19^\circ 18'$ , $\cos \beta_3 = 0,944$	$h_3 = 1,139$
$S_{\text{ср}} = 3,6 \text{ км};$		$m_s = 8,5 \text{ см}.$

По формуле (16.7) с использованием данных таблицы 16.2 вычисляют допустимое значение свободного члена условного уравнения поправок в виде

$$= \frac{\left[ \begin{array}{c} + \quad + \quad + \quad + \\ + \quad + \quad + \quad + \end{array} \right]}{\sqrt{\quad}} = ' \quad ''$$

Величина  $10^5$  в знаменателе возникает вследствие того, что высоты треугольников  $h_i$  выражены в километрах, а средняя квадратическая погрешность  $m_s$  — в сантиметрах.

## 16.5. УРАВНИВАНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКОГО ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКА ТРИЛАТЕРАЦИИ КОРРЕЛАТНЫМ СПОСОБОМ

В соответствии с формулами (16.5) с учетом углов, сторон и высот треугольников, обозначенных на рисунке 16.4, поправки в углы будут равны

$$\begin{aligned}
&= \frac{\rho}{\rho} \\
&= \frac{\rho}{\rho} \\
&= \frac{\rho}{\rho}
\end{aligned}
\tag{16.9}$$

Подставив значения поправок из формулы (16.9) в равенство (16.1), условное уравнение поправок запишем в виде

$$\frac{\rho}{\omega} + \frac{\rho}{\omega} + \frac{\rho}{\omega} + \frac{\rho}{\omega} = \frac{\rho}{\omega} \quad (16.10)$$

Сгруппировав члены с одинаковыми поправками в измеренные стороны ( $S_i$ ) и расположив по возрастанию номеров поправок, равенство (16.10) запишем

$$+ + + + + \frac{1}{\rho} = \quad (16.11)$$

где  $\dots = \dots = \dots = \dots = \left( \dots + \dots \right)$   
 $\dots = \dots$  — коэффициенты при поправках в измеренные стороны.

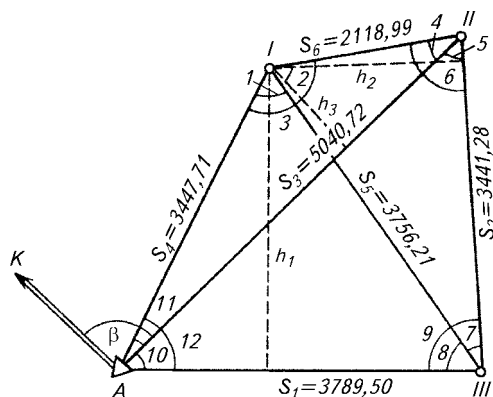


Рис. 16.5. К уравниванию геодезического четырехугольника трилатерации

Условному уравнению поправок (16.11) соответствует одно нормальное уравнение коррелат

$$[aa]K + w = 0.$$

Поправки в измеренные стороны могут быть вычислены по формуле

$$(S_i) = a_i k,$$

где  $k$  — коррелата, вычисляемая по формуле  $k = \frac{w}{\rho}$

Уравнивание геодезического четырехугольника трилатерации (рис. 16.5) выполнено в таблице 16.3.

16.3. Результаты уравнивания геодезического четырехугольника трилатерации

1	63°18'19"	<div> <div>Коррелата</div> <div>= <math>\frac{w}{\rho}</math></div> <div>−5,56</div> </div>	
2	64 53 01		
3	128 10 53		
1 + 2	128 11 20		
$W'''$	+27"	<div> <div>Поправки в стороны, см</div> <div> <div>(S<sub>1</sub>) −1,8</div> <div>(S<sub>2</sub>) −2,7</div> <div>(S<sub>3</sub>) +4,9</div> <div>(S<sub>4</sub>) −3,8</div> <div>(S<sub>5</sub>) +3,3</div> <div>(S<sub>6</sub>) −3,7</div> </div> </div>	
$\overline{\rho''}$	+13,08		
Высоты треугольников, км		<div> <div> <div>32,34</div> <div>[(S)<sup>2</sup>]</div> </div> </div>	
$h_1$	3,054		
$h_2$	2,094		
$h_3$	1,139		

Коэффициенты при по-			
правках в стороны			$= \sqrt{\quad} = \sqrt{\quad} =$
$a_1$	0,327		
$a_2$	0,478		$\quad = \quad$
$a_3$	-0,878		
$a_4$	0,676		Контроль
$a_5$	-0,587		
$a_6$	0,668	$= \frac{\rho}{\quad} \sqrt{\quad} = \quad \sqrt{\quad} = ' \quad ''$	

Согласно формулам (16.9) поправки в вычисленные углы составят

$$\begin{aligned}
 &= \quad + \quad = '' \\
 &= \quad + \quad = '' \\
 &= \quad + \quad = + ''
 \end{aligned}$$

Контроль

$$[-1,1'' - 5,9'' - (+21,0'') + 27''] = -1,0'',$$

т. е. сумма поправок плюс свободный член практически равны нулю.

Введя поправки в измеренные стороны, вычисляют уравненные значения сторон четырехугольника, а по ним уравненные значения углов. Соблюдение условия  $\bar{a}_1 + \bar{a}_2 + \bar{a}_3 + \bar{a}_4 = \bar{a}_1 + \bar{a}_2 + \bar{a}_3 + \bar{a}_4$  является контролем уравнивания. Затем по замкнутому полигонометрическому ходу А—I—II—III—А, используя уравненные значения сторон и углов, вычисляют координаты определяемых пунктов I, II, III.

## 16.6. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ КООРДИНАТ ОПРЕДЕЛЯЕМЫХ ПУНКТОВ

Вычисляют средние квадратические погрешности положения определяемых пунктов I, II и III относительно исходного А.

В рассматриваемом случае функция уравненных элементов бу-

дет иметь следующий общий вид

$$= \frac{\partial}{\partial} + \frac{\partial}{\partial} + \frac{\partial}{\partial} + =$$

$$= + + +$$

где  $f_0$  — постоянная величина.

Получив  $f_1, f_2, \dots, f_6$ , обратный вес функции находят по формуле

$$= =$$

так как имеется одно условное уравнение.

Определение средней квадратической погрешности положения пункта I. Найдем обратный вес абсциссы  $x_1$ . Имеем

$$F = x_1 = x_A + S_4 \cos \alpha_{A-I};$$

$$= \frac{\partial}{\partial} = \frac{\partial \alpha}{\partial} + \alpha$$

и дирекционный угол линии A—I

$$\alpha_{A-I} = \alpha_{A-K} + \beta - \beta_{II} = \alpha_{A-II} - \beta_{II}.$$

При передаче дирекционного угла на сторону A—II угол  $\beta$  был измерен с высокой точностью, поэтому дирекционный угол  $\alpha_{A-II}$  принят в качестве точного значения.

Тогда

$$\frac{\partial \alpha}{\partial} = \frac{\partial \alpha}{\partial \beta} =$$

$$= \alpha \frac{\partial \beta}{\partial} = \alpha \frac{\partial}{\partial} \left( \frac{+}{+} \right) =$$

$$= \alpha \frac{\partial}{\partial \sqrt{\beta}} \left( \frac{+}{+} \right) =$$

$$= \alpha \frac{+}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta} \beta$$

Поэтому

$$= \frac{\alpha}{\beta} \beta + \alpha$$

Аналогично можно найти

$$= \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta} \beta$$

Заметим, что

$$f_1 = 0; f_2 = 0; f_5 = 0.$$

Обратный вес

$$\text{---} = \text{---} = + + \text{---} + + \text{---}$$

а средняя квадратическая погрешность определения  $x_1$

$$= \sqrt{\text{---}}$$

Для ординаты  $y_1$

$$F = y_1 = y_A + S_4 \sin \alpha_{A-1}.$$

Аналогично получают

$$= \frac{\alpha}{\beta} \beta$$

$$= \frac{\alpha}{\beta} \beta + \alpha$$

$$= \frac{\alpha}{\beta}$$

$$f_1 = 0; f_2 = 0; f_5 = 0;$$

$$\text{---} = \text{---} = \sqrt{\text{---}}$$

Средняя квадратическая погрешность положения пункта I

$$= \sqrt{\quad + \quad}$$

Определение средней квадратической погрешности положения пункта II. Найдем обратный вес стороны  $S_3$ . Имеем

$$F = S_3; f_3 = 1;$$

$$f_1 = 0; f_2 = 0; f_4 = 0; f_5 = 0; f_6 = 0;$$

$$\text{---} = \text{---}$$

$$x_{II} = x_A + S_3 \cos \alpha_{A-II};$$

$$y_{II} = y_A + S_3 \sin \alpha_{A-II}.$$

Так как  $\alpha_{A-II}$  принят в качестве твердого значения, то

$$\text{---} = \text{---} \quad \alpha$$

$$\text{---} = \text{---} \quad \alpha$$

$$= \sqrt{\text{---}} = \sqrt{\text{---}}$$

$$= \sqrt{\quad + \quad} =$$

Контроль

$$= \sqrt{\text{---}}$$

Определение средней квадратической погрешности положения пункта III. Для этого найдем обратный вес абсциссы  $x_{III}$ . Имеем

$$F = x_{III} = x_A + S_1 \cos \alpha_{A-III}.$$

Далее

$$= \frac{\partial}{\partial} = \frac{\partial}{\partial} \left( \alpha + \alpha = \frac{\alpha}{\beta} \times \right. \\ \left. \times \frac{+}{-} + \alpha \right)$$

Окончательно

$$= - \frac{\alpha}{\beta} \beta + \alpha$$

Аналогично получают

$$= \frac{\alpha}{\beta} \\ = \frac{\alpha}{\beta} \beta$$

$$f_4 = 0; f_5 = 0; f_6 = 0,$$

тогда

$$= \sqrt{\quad}$$

Для ординаты  $y_{III}$

$$F = y_{III} = y_A + S_I \sin \alpha_{A-III}.$$

Аналогично получают

$$= - \frac{\alpha}{\beta} \beta + \alpha \\ = - \frac{\alpha}{\beta} \\ = - \frac{\alpha}{\beta} \beta$$

$$f_4 = 0; f_5 = 0; f_6 = 0,$$

Средняя квадратическая погрешность положения пункта III

$$= \sqrt{\quad + \quad}$$

В таблице 16.4 приведены средние квадратические погрешности  $M$  положения определяемых пунктов I, II и III относительно исходного  $A$ , вычисленные по вышеприведенным формулам, и результаты контрольной оценки точности положения этих пунктов, вычисленные параметрическим способом. Среднюю квадратическую погрешность единицы веса  $m_s$  примем равной 8,5 см (имеется в виду измерение радиодальномером РДГВ) для средней длины стороны четырехугольника.

**16.4. Результаты оценки точности положения определяемых пунктов**

<i>Оценка точности положения определяемых пунктов коррелятным способом</i>					
$f_3$	-0,779	$f_3$	1	$f_1$	-0,297
$f_4$	1,258	$(F = S_3)$		$f_2$	-0,946
$f_6$	0,924		0,1113	$f_3$	0,624
	1,078		2,9 см		0,861
	8,8 см		0,562		7,8 см
$f_3$	0,733		6,5 см	$f_1$	0,955
$f_4$	0,190			$f_2$	-0,326
$f_6$	-0,871			$f_3$	0,279
	0,820				1,095
	7,7 см				8,9 см
$M_I$	11,8 см	$M_{II}$	7,2 см	$M_{III}$	11,8 см
<i>Контрольная оценка точности положения определяемых пунктов параметрическим способом</i>					
	8,8 см		2,9 см		7,8 см
	7,7 см		6,5 см		8,8 см
$M_I$	11,8 см	$M_{II}$	7,1 см	$M_{III}$	11,8 см

Вычисление средних квадратических погрешностей положения определяемых пунктов I, II, III геодезического четырехугольника трилатерации при уравнивании коррелятным способом приведено в приложении 4.

## 16.7. УРАВНИВАНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКОГО ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКА ТРИЛАТЕРАЦИИ ПАРАМЕТРИЧЕСКИМ СПОСОБОМ

Уравнивают геодезический четырехугольник трилатерации (см. рис. 16.5) параметрическим способом в следующем порядке. По предварительным (рабочим) координатам решают обратные геодезические задачи, в результате получают дирекционные углы и длины сторон и диагоналей четырехугольника (табл. 16.5).

**16.5. Результаты решения обратных геодезических задач**

$Y_k$	56842,7	54747,3	54747,3	55819,8	56842,7	54747,3
$Y_k$	55819,8	56842,7	55819,8	52237,5	52237,5	52237,5
$\Delta Y$	+1022,9	-2095,4	-1072,5	+3582,3	+4605,2	+2509,8
$X_k$	84734,5	85048,3	85048,3	81448,8	84734,5	85048,3
$X_n$	81448,8	84734,5	81448,8	82684,5	82684,5	82684,5
$\Delta X$	+3285,7	+313,8	+3599,5	-1235,7	+2050,0	+2363,8
$\text{tg } \alpha$	+311318	-6,677501	-0,297958	-2,898911	+2,246483	+1,061783
$\alpha$	17°17'32"	278°31'02"	343°24'29"	109°01'56"	66°00'15"	46°42'59"
$\sin \alpha$	+0,297245	-0,988972	-0,285552	+0,945335	+0,913576	+0,727969
$\cos \alpha$	+0,954801	+0,148105	+0,958363	-0,326100	+0,406669	+0,685611
$S_1$	3441,24	2118,76	3755,88	3789,45	5040,86	3447,67
$S_2$	3441,24	2118,77	3756,86	3789,45	5040,86	3447,67
$S^*$	3441,24	2118,77	3756,86	3789,45	5040,86	3447,67

$$= \sqrt{\Delta^2 + \Delta^2}$$

Уравнения поправок для расстояний, соединяющих два определяемых пункта, составляют в соответствии с формулой

$$v = \alpha \xi + \alpha \eta + \alpha \xi + \alpha \eta + \quad (16.12)$$

где — расстояние, вычисленное по предварительным координатам  
 $= \sqrt{\quad + \quad}$ ;  $S_{ki}$  — измеренное расстояние.

Число неизвестных поправок  $\xi$  и  $\eta$  к предварительно выбранным координатам определяемых пунктов равно  $2p$ .

В рассматриваемом случае с учетом зависимости

$$\eta_{II} = \xi_{II} \text{tg } \alpha_{A-II} = \xi_{II} \text{tg } \alpha_{II-A}. \quad (16.13)$$

Обратный вес — определяют по формуле

$$\text{---} = \text{---} =$$

В соответствии с формулами (16.12), (16.13) после подстановки числовых значений коэффициентов при неизвестных  $\xi$  и  $\eta$  и свободного члена / уравнения поправок для сторон будут равны:

$$\begin{aligned} v &= +0,686\xi_I + 0,728\eta_I - 0,4 \\ v &= -0,958\xi_{III} + 0,286\eta_{III} + 0,958\xi_I - 0,286\eta_I - 3,3 \\ v &= +2,073\xi_{II} + 0,148\xi_I - 0,989\eta_I - 2,2 \\ v &= -0,326\xi_{III} + 0,945\eta_{III} - 0,5 \\ v &= 0,955\xi_{III} - 0,297\eta_{III} + 1,622\xi_{II} - 0,4 \\ v &= +2,460\xi_{II} + 1,3 \end{aligned}$$

Получив уравнения поправок, составляют нормальные уравнения, решив которые, находят поправки  $\xi$  и  $\eta$  к предварительным координатам, а затем координаты определяемых пунктов.

Точность положения определяемых пунктов I, II, III оценивают следующим образом:

сначала вычисляют среднюю квадратическую погрешность единицы веса

$$\mu = \sqrt{\frac{vv}{n}}$$

затем средние квадратические погрешности абсцисс и ординат

$$= \mu \sqrt{\text{---}} \quad \text{и} \quad = \mu \sqrt{\text{---}}$$

и наконец, определяют среднюю квадратическую погрешность положения пунктов относительно исходного A

$$= \sqrt{\text{---} + \text{---}}$$

Распечатка результатов уравнивания геодезического четырехугольника трилатерации параметрическим способом по программе «Сигма» приведена в приложении 5.

Контрольная оценка точности положения определяемых пунктов параметрическим способом приведена в нижней части таблицы 16.4, из которой видно, что средние квадратические погрешности  $M_I$ ,  $M_{II}$  и  $M_{III}$  полностью совпали.

#### **Контрольные вопросы и задания**

1. Изобразите типовые геодезические фигуры трилатерации. 2. Напишите и объясните условное уравнение поправок геодезического четырехугольника трилатерации. 3. Напишите формулу допустимого значения свободного члена условного уравнения геодезического четырехугольника трилатерации. 4. Каков порядок уравнивания геодезического четырехугольника трилатерации коррелятным способом? 5. Как оценивают точность положения определяемых пунктов геодезического четырехугольника трилатерации?

---

## Глава 17

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ПУНКТОВ



#### 17.1. ПЕРЕДАЧА КООРДИНАТ С ВЕРШИНЫ ЗНАКА НА ЗЕМЛЮ

Дополнительные (уединенные) пункты устанавливают для сгущения геодезической сети до необходимой плотности пунктами съемочного обоснования. Плановое положение этих пунктов определяют: передачей координат с вершины знака на землю, прямой, обратной, комбинированной и линейной засечками, лучевыми и полярными системами.

Координаты с вершины знака на землю передают в том случае, когда необходимо привязать полигонометрический (теодолитный) ход к пункту  $A$  существующей сети (рис. 17.1), на котором нельзя встать с прибором (шпиль башни, колокольня церкви и др.). Для привязки хода выбирают вблизи пункта  $A$  на земле пункт  $P$  с таким расчетом, чтобы с него был виден пункт  $A$  и два удаленных исходных пункта  $B$  и  $C$  (один из них для контроля определения координат пункта  $P$ ) и было удобно измерить два базиса для определения недоступного расстояния  $AP$ .

Для решения задачи измеряют базисы  $b$  и  $b'$  и шесть углов  $\beta_1, \beta_2, \beta', \beta'', \delta$  и  $\delta'$  (см. рис. 17.1), причем второй базис и углы при нем используют для контроля определения расстояния  $AP$  и повышения точности его окончательного значения, а угол  $\delta'$  — для контроля правильности произведенных измерений, выписки исходных данных и повышения точности определения координат точки  $P$  (если их получают по результатам решений двух вариантов задачи).

Рассмотрим порядок решения задачи.

Вычисление дирекционных углов  $(AB), (AC)$  и расстояний  $AB = S, AC = S'$ . По координатам исходных пунктов  $A$  и  $B$  вычисляют дирекционный угол

$$= \text{—————}$$

а затем расстояние  $AB = S$

$$= \text{—————} = \text{—————}$$

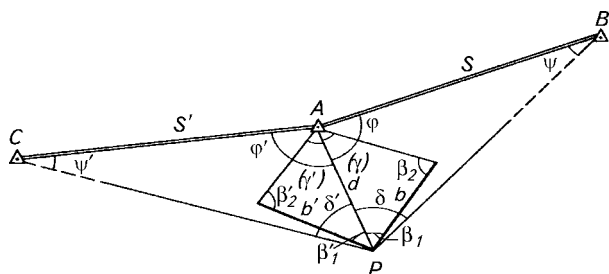


Рис. 17.1. Схема передачи координат с вершины знака на землю

Если полученные значения  $S$  различаются на две единицы последнего знака, то за окончательное принимают среднее арифметическое из них. Если расхождение больше указанного, то, убедившись в правильности вычислений, за окончательное принимают значение, полученное по большему (по абсолютному значению) значению тригонометрической функции (точнее, по значению функции, имеющему большее число значащих цифр).

Расстояние  $S$  может быть вычислено и по формуле

$$= \sqrt{\Delta^2 + \Delta^2}$$

Точно так же определяют дирекционный угол ( $AC$ ) и расстояние  $AC$ . Иногда дирекционные углы ( $AB$ ), ( $AC$ ) и расстояния  $AB$ ,  $AC$  не приходится вычислять, так как они бывают известны из материалов исходной геодезической сети.

Определение недоступного расстояния  $AP = d$ . Из двух вспомогательных треугольников с базами  $b$  и  $b'$  по теореме синусов находят

$$= \frac{\beta}{\gamma} \quad \text{и} \quad = \frac{\beta'}{\gamma'}$$

где  $\gamma = 180^\circ - (\beta_1 + \beta_2)$ ,  $\gamma' = 180^\circ - (\beta'_1 + \beta'_2)$

Разность  $|d_1 - d_2|$  не должна превышать  $2d \cdot 1/T$ , где  $1/T$  — предельная относительная погрешность измерения базисов  $b$  и  $b'$ .

За окончательное значение расстояния  $AP$  принимают среднее арифметическое значение

$$d = (d_1 + d_2)/2.$$

Вычисление дирекционного угла ( $AP$ ). Из треугольников  $ABP$  и  $ACP$  по теореме синусов находят углы

$$\psi = \frac{\delta}{\gamma} \quad \text{и} \quad \psi' = \frac{\delta'}{\gamma'}$$

Затем вычисляют вспомогательные углы

$$\varphi = 180^\circ - (\delta + \psi), \varphi' = 180^\circ - (\delta' + \psi')$$

и по ним определяют два значения дирекционного угла  $(AP)$ :

$$(AP)_1 = (AB) \pm \varphi, (AP)_2 = (AB) \pm \varphi'.$$

Знаки «+» и «-» в этих формулах берут в зависимости от расположения углов  $\varphi$  и  $\varphi'$  относительно направлений  $AB$  и  $AC$ .

Расхождение между значениями  $(AP)_1$  и  $(AP)_2$  должно удовлетворять неравенству

$$w = |(AP)_1 - (AP)_2| < 6m_p,$$

где  $m_p$  — средняя квадратическая погрешность измерения угла.

Вычисление координат точки  $P$ . По расстоянию  $AP = d$  и дирекционному углу  $(AP)$  находят приращения координат:

$$\Delta x_1 = d \cos (AP)_1, \Delta y_1 = d \sin (AP)_1;$$

$$\Delta x_2 = d \cos (AP)_2, \Delta y_2 = d \sin (AP)_2.$$

Затем вычисляют координаты точки  $P$ :

$$x_1 = x_A + \Delta x_1, y_1 = y_A + \Delta y_1;$$

$$x_2 = x_A + \Delta x_2, y_2 = y_A + \Delta y_2.$$

За окончательные значения координат принимают средние арифметические значения

$$x = (x_1 + x_2)/2, y = (y_1 + y_2)/2.$$

Пример решения задачи по передаче координат с вершины знака на землю приведен в таблице 17.1.

#### 17.1. Вычисление координат пункта при его передаче с вершины знака на землю

##### 1. Вычисление $(AB)$ , $(AC)$ , $AB = S$ , $AC = S'$

$x_C$	5216,07	$y_C$	1731,29
$x_B$	7353,48	$y_B$	5858,56
$x_A$	6323,41	$y_A$	3678,30
$x_B - x_A$	+1030,07	$y_B - y_A$	+2180,26
$\text{tg } (AB)$	+2,116613	$(AB)$	64°42'41"
$\cos (AB)$	+0,427178	$\sin (AB)$	+0,904167
$AB = S$	2411,34	$AB = S$	2411,35
$x_C - x_A$	-1107,34	$y_C - y_A$	-1947,01
$\text{tg } (AC)$	+1,758277	$(AC)$	240°22'17"
$\cos (AC)$	-0,494376	$\sin (AC)$	-0,869248
$AC = S'$	2239,87	$AB = S'$	2239,88

2. Вычисление  $AP = d$ 

$\beta_1$	51°12'15"	34°48'22"
$\beta_2$	43 38 30	52 37 08
$\beta_1 + \beta_2$	94°50'45"	87°25'30"
$\gamma$	85°09'15"	92°34'30"
$b$ , м	89,18	77,62
$\sin \beta_2$	0,69015	0,79461
$\sin \gamma$	0,99643	0,99899
$d$ , м	61,77	61,74

Среднее  $d = 61,76$  м

3. Вычисление $AP$			4. Вычисление $x, y$		
$d$ , м	61,76	61,76	$x$	6266,00	6265,99
$\sin \delta$	0,99601	0,99369	$x_A$	6323,41	6323,41
$S$ , м	2411,34	2239,88	$\Delta x$	-57,41	-57,42
$\sin \psi$	0,02551	0,02740	$\cos (AP)$	-0,92958	-0,92954
$\psi$	1°27'42"	1°34'12"	$d$ , м	61,76	61,76
$\delta$	84 52 48	96 26 18	$\sin (AP)$	+0,36862	+0,36845
$\delta + \psi$	86 20 30	98 00 30	$\Delta y$	+22,77	+22,76
$\varphi$	93 39 30	82 00 30	$y_A$	3678,30	3678,30
$(AP)$	158 22 11	158 21 47	$y$	3701,07	3701,06
			Средние: $x = 6266,00$ $y = 3701,06$		

Оценка точности положения точки  $P$ . Средней квадратической погрешностью положения точки называют среднее значение смещения относительно ее точного положения, определяемое в общем случае соотношением

$$= \sqrt{\quad + \quad}$$

В данном случае средняя квадратическая погрешность положения точки  $P$  может быть получена по формуле

$$= \sqrt{\quad + \quad} \alpha \rho$$

$$\text{где } \alpha = \left( + \frac{\delta}{\psi} \right) \delta + \left( \frac{\rho}{\psi} \right)$$

или

$$= \sqrt{\left[ \left( + \frac{\delta}{\psi} \right) \frac{\delta}{\rho} \right] + \quad} \psi \quad (17.1)$$

Пример:  $d = 100$  м,  $S = 1200$  м,  $\delta = 97^\circ$ ,  $\psi = 6^\circ$ ,  $m_d = 5$  см,  $m\delta = 20''$ :

$$= \sqrt{\left[ \left( \frac{d}{S} + \frac{m_d}{S} \right)^2 + \left( \frac{m\delta}{S} \right)^2 \right] + \frac{m_d^2}{S^2}} =$$

Средняя квадратическая погрешность определения недоступного расстояния  $m_d$  может быть предвычислена по формуле

$$= \left( \frac{d}{S} + \frac{m_d}{S} \right)^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \gamma^2 \left( \frac{\delta}{\rho} \right)^2$$

теоретический анализ которой показывает, что оптимальными для решения задачами являются не равносторонние вспомогательные треугольники с базисами  $b$  и  $b'$  (см. рис. 17.1), а прямоугольные с прямыми углами  $\gamma$ . Значение угла  $\beta_2$  для этих треугольников зависит от соотношения точностей угловых и линейных измерений.

Каким должно быть расстояние  $AP$ , чтобы значение  $M$  было по возможности меньше и не выходило за определенные пределы, зависит от многих факторов. В частности, выбор расстояния  $AP$  связан с высотой знака на пункте  $A$ , точностью применяемых приборов, требуемой точностью определения положения точки  $P$ .

При близком расположении точки  $P$  относительно пункта  $A$  неудобно проводить наблюдения из-за большого значения угла наклона  $\nu_A$ . Кроме того, большая разность углов  $\nu_A$  и  $\nu_B$  вызывает дополнительные погрешности в измерении горизонтальных углов из-за отклонения оси вращения прибора от вертикального положения и изменения фокусировки при наблюдениях на близкий и далекий пункты.

## 17.2. ПРЯМАЯ ЗАСЕЧКА

Сущность прямой засечки состоит в определении координат третьего пункта по координатам двух исходных пунктов, двум исходным дирекционным углам (в случае отсутствия видимости между исходными пунктами) и двум измеренным углам при исходных пунктах.

Для контроля правильности определения координат измеряют еще угол при третьем исходном пункте.

Таким образом, для решения задачи с контролем необходимо видеть определяемый пункт с трех исходных и измерить при них три угла. Углы между смежными направлениями на определяемый пункт должны быть не менее  $30^\circ$  и не более  $150^\circ$ .

Существуют различные формулы и схемы для решения задачи прямой засечкой. Рассмотрим некоторые из них.

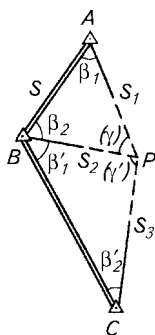


Рис. 17.2. Схемы прямой засечки, выполненные по формулам Юнга

**Формулы Юнга.** Их применяют в том случае, когда между исходными пунктами  $A$  и  $B$  (рис. 17.2) имеется видимость и при них измерены углы  $\beta_1$  и  $\beta_2$ . Пусть  $AB = S$ ,  $AP = S_1$ ,  $\angle APB = \gamma$ .

Из треугольника  $APB$  по теореме синусов найдем

$$= \frac{\beta}{\gamma} \quad (17.2)$$

Приращение абсциссы, соответствующее расстоянию  $S_1$ , будет

$$\Delta x_{AP} = S_1 \cos(AP).$$

Имея в виду формулу (17.2), а также выражения

$$(AP) = (AB) - \beta_1 \text{ и } \gamma = 180^\circ - (\beta_1 + \beta_2),$$

напишем

$$\Delta = \beta \frac{\beta}{\beta + \beta}$$

или

$$\Delta = \frac{\beta}{\beta} \frac{\beta + \beta}{\beta + \beta} \frac{\beta}{\beta} \frac{\beta}{\beta}$$

Так как

$$\Delta x_{AP} = x - x_A,$$

$$S \cos (AB) = x_B - x_A;$$

$$S \sin (AB) = y_B - y_A,$$

то

$$\Delta = \frac{\beta}{\beta} \frac{\beta + \beta}{\beta + \beta} \frac{\beta}{\beta} \frac{\beta}{\beta}$$

Разделив числитель и знаменатель дроби на произведение  $\sin \beta_1 \sin \beta_2$ , получим формулу

$$\Delta = \frac{\beta + \beta}{\beta + \beta} \quad (17.3)$$

Аналогично найдем

$$\Delta = \frac{\beta}{\beta + \beta} \quad (17.4)$$

Равенства (17.3) и (17.4) — формулы Юнга для приращений координат.

Точно так же найдем формулы Юнга для приращений координат, соответствующие расстоянию  $PB = S_2$ .

$$\Delta = \frac{\beta}{\beta + \beta} \quad (17.5)$$

$$\Delta = \frac{\beta}{\beta + \beta} \quad (17.6)$$

После вычисления приращений координат по формулам (17.3)...(17.6) дважды получают координаты пункта  $P$  по формулам:

$$x = x_A + \Delta x_{AP} = x_B + \Delta x_{BP}; \quad y = y_A + \Delta y_{AP} = y_B + \Delta y_{BP}.$$

Расхождение между первыми и вторыми значениями координат может быть только из-за влияния погрешностей округлений (в пределах трех единиц последнего знака).

Перенеся в формулах (17.3), (17.4) координаты  $x_A$  и  $y_B$  в правые части равенства и приведя затем каждую из этих частей к общему знаменателю, получим формулы Юнга для координат

$$\left. \begin{aligned} &= \frac{\beta + \beta}{\beta + \beta} \\ &= \frac{\beta + \beta}{\beta + \beta} \end{aligned} \right\} \quad (17.7)$$

**Контроль вычислений.** В целях контроля правильности вычислений, выполненных по этим формулам (табл. 17.2), можно воспользоваться соотношением

$$= \frac{\gamma + \beta}{\beta + \gamma}$$

или соотношением

$$= \frac{\gamma + \beta}{\beta + \gamma}$$

## 17.2. Вычисление координат пункта прямой засечкой по формулам Юнга

	$\beta_1$ $\beta_2$	$x$	$\frac{\text{ctg } \beta_2}{\text{ctg } \beta_1}$	$y$	$\text{ctg } \gamma + \text{ctg } \beta$
	$(\gamma)$		$\text{ctg } \beta_1 + \text{ctg } \beta_2$		$\frac{\text{ctg } \gamma}{\text{ctg } \beta_2}$
$A$	54°59'34"	11 317,17	+0,255821	8552,42	+1,114229
$B$	75 39 01	9 946,57	+0,700395	7696,97	+0,858408
$P$	(49 21 25)	9 433,08	+0,956216	9415,67	+0,255821
$B(A)$	47°37'10"	9 946,57	+1,202014	7696,97	+2,156216
$C(B)$	39 45 30	7 423,20	+0,912503	8913,89	−0,045798
$P$	(92 37 20)	9 433,14	+2,114517	9415,48	+1,202014
$P$	Средние:	9 433,11		9415,58	

которые представляют также формулы Юнга; здесь исходными являются пункты  $B$  и  $P$ , а определяемым — пункт  $A$ .

Указанный контроль дает возможность проверить только правильность произведенных вычислений, но не отражает допущенных ошибок в результатах измерений и в выписке исходных данных.

**Контроль определения.** Для контроля правильности определения положения пункта  $P$  измеряют еще два угла  $\beta'$  и  $\beta''$  соответственно при пунктах  $B$  и  $C$  (см. рис. 17.2), причем первый из них можно не измерять, а получить из равенства

$$\beta' = \angle \beta$$

где  $\angle B = \angle ABC = (BC) - (BA)$ , но для этого надо по координатам исходных пунктов  $A$ ,  $B$  и  $C$  найти дирекционные углы  $(BC)$  и  $(BA)$ .

Имея координаты пунктов  $B$ ,  $C$  и углы  $\beta'$   $\beta''$  вторично определяют координаты пункта  $P$ . Расхождения между абсциссами и ординатами, полученными при первом и втором решениях, должны удовлетворять неравенству

$$= \sqrt{ \quad ' \quad " \quad + \quad ' \quad " \quad } < \quad (17.8)$$

$$= \sqrt{ \quad + \quad } \quad (17.9)$$

где  $M_1$  и  $M_2$  — средние квадратические погрешности положения пункта  $P$ , определенного по двум исходным пунктам ( $A$  и  $B$ ,  $B$  и  $C$ ) в соответствии с формулами

$$= \frac{\beta}{\rho} \frac{1}{\gamma} \sqrt{ \quad + \quad } = \frac{\beta}{\rho} \frac{1}{\gamma} \sqrt{ \quad + \quad } \quad (17.10)$$

где  $m_\beta$  — средняя квадратическая погрешность измерения угла.

Если расхождения между координатами допустимы, то за окончательные значения координат пункта  $P$  принимают их средние арифметические значения из двух решений.

Пример. Определить среднюю квадратическую погрешность положения пункта из одного решения, если  $S_1 = S_2 = 1000$  м,  $\gamma = 60^\circ$ ,  $m_\beta = 10''$ .

$$= \frac{''}{''} \sqrt{\quad + \quad} =$$

Допустим  $M_2 = 10$  см.

Тогда квадратическая погрешность среднего из двух решений

$$= -\sqrt{\quad + \quad} = -\sqrt{\quad + \quad} =$$

Пример математической обработки результатов измерений по определению координат пункта прямой засечкой по формулам Юнга приведен в таблице 17.2.

**Формулы Гаусса.** Если между исходными пунктами  $A$  и  $B$ , а также  $B$  и  $C$ , по которым определяют положение пункта  $P$ , нет видимости, то для решения задачи получения координат пункта  $P$  прямой засечкой наиболее удобны формулы Гаусса. В этом случае измеряют углы  $\beta_1$  и  $\beta_2$  соответственно на пунктах  $A$  и  $B$ , а для контроля правильности определения координат пункта  $P$  — угол  $\beta_3$  на пункте  $C$  (рис. 17.3) между направлениями на другие пункты исходной сети, на которые имеется видимость.

Дирекционные углы направлений с исходных на определяемый пункт вычисляют по формулам:

$$\alpha_1 = (AP) = (AK) + \beta_1;$$

$$\alpha_2 = (BP) = (BL) + \beta_2;$$

$$\alpha_3 = (CP) = (CN) - \beta_3.$$

Два дирекционных угла необходимы для решения задачи, третий — для контроля правильности определения пункта  $P$  и повышения точности окончательных значений его координат.

Для вывода формул Гаусса напомним известное соотношение

$$\alpha = \text{---}$$

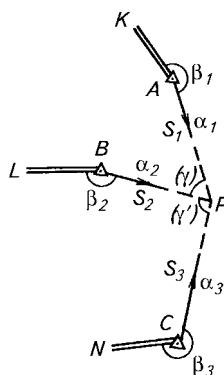


Рис. 17.3. Схема прямой засечки, выполненной по формулам Гаусса

отсюда

$$y - y_A = (x - x_A) \operatorname{tg} \alpha_1. \quad (17.11)$$

Аналогично получим формулу

$$y - y_B = (x - x_B) \operatorname{tg} \alpha_2. \quad (17.12)$$

Последние два равенства представляют систему уравнений с двумя неизвестными  $x$  и  $y$ .

Для исключения  $y$  вычтем из первого уравнения второе:

$$\begin{aligned} y_B - y_A &= x(\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_2) - x_A \operatorname{tg} \alpha_1 + x_B \operatorname{tg} \alpha_2, \\ \text{отсюда} \end{aligned} \quad (17.13)$$

Вычтя из обеих частей равенства  $x_A$  и приведя правую часть к общему знаменателю, будем иметь выражение

$$= \frac{\alpha}{\alpha} \quad \frac{\alpha}{\alpha} \quad + \quad (17.14)$$

Аналогично получим равенство

$$= \frac{\alpha}{\alpha} \quad \frac{\alpha}{\alpha} \quad + \quad (17.15)$$

Равенства (17.14), (17.15) совместно с равенствами (17.11), (17.12) являются *формулами Гаусса для приращений координат*. После вычисления приращений дважды получают значения координат пункта  $P$  по формулам:

$$\left. \begin{aligned} &= + & & = + \\ &= + & & = + \end{aligned} \right\} \quad (17.16)$$

Сходимость двух значений  $x$  и двух значений  $y$  служит признаком правильности произведенных вычислений.

Равенство (17.13) представляет собой формулу Гаусса для непосредственного вычисления абсциссы  $x$ . Значение ординаты вычисляют в этом случае по формулам:

$$\begin{aligned} y &= y_A + (x - x_A) \operatorname{tg} \alpha_1; \\ y &= y_B + (x - x_B) \operatorname{tg} \alpha_2, \end{aligned} \quad (17.17)$$

соответствующим формулам (17.11) и (17.12).

Вычислив  $y$  по формулам (17.17), сравнивают полученные его значения. Расхождение не должно превышать трех единиц последнего знака.

**Контроль вычислений.** Если значение  $\alpha_1$  или  $\alpha_2$  близко к  $90^\circ$  ( $270^\circ$ ), то полученные два значения  $y$  могут сильно различаться между собой (из-за недостаточного числа значащих цифр в приращении абсцисс). В этом случае за окончательное значение  $y$  принимают полученное по меньшему (по абсолютной величине) значению тангенса.

Если один из дирекционных углов  $\alpha_1$  или  $\alpha_2$  близок к  $90^\circ$  ( $270^\circ$ ), но ни один из них не близок к  $0^\circ$  ( $180^\circ$ ,  $360^\circ$ ), то вместо формул (17.13), (17.17) с тангенсами дирекционных углов можно использовать формулы с котангенсами этих углов

$$\left. \begin{aligned} &= \frac{\alpha}{\alpha} + \frac{\alpha}{\alpha} \\ &= + \alpha \\ &= + \alpha \end{aligned} \right\} \quad (17.18)$$

**Контроль определения.** Контроль правильности определения положения пункта  $P$  по формулам Гаусса, включающий контроль правильности результатов измерений и выписки исходных данных, может быть осуществлен различными способами, рассмотрим один из них.

Используя координаты другой пары данных пунктов и соответствующие им дирекционные углы (например, координаты пунктов  $B$ ,  $C$  и дирекционные углы  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ ), второй раз вычисляют координаты пункта  $P$ . Допустимость расхождения между значениями координат, полученными при двух решениях задачи, может быть определена по тем же формулам, что и при решении задачи по формулам Юнга [см. формулы (17.8), (17.19)].

За окончательные координаты пункта  $P$  принимают средние арифметические значения из полученных при двух решениях. Пример математической обработки результатов измерений по определению координат пункта прямой засечкой по формулам Гаусса приведен в таблице 17.3.

**17.3. Вычисление координат пункта, определяемого прямой засечкой по формулам Гаусса**

	$\alpha_1$ $\alpha_2$	$x$	$\operatorname{tg} \alpha_1$ $\operatorname{tg} \alpha_2$	$y$
	$y'$		$\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_2$	
$A$	155°59'29"	11371,17	−0,445409	8552,42
$B$	106 38 04	9946,57	−3,347080	7696,97
$P$	9415,66	9433,08	2,901671	9415,66

	$\alpha_1$ $\alpha_2$	$x$	$\operatorname{tg} \alpha_1$ $\operatorname{tg} \alpha_2$	$y$
	$y'$		$\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_2$	
$B(A)$	$106^\circ 38' 04''$	9946,57	-3,347080	7696,97
$C(B)$	14 00 44	7423,20	+0,249554	8913,89
$P$	9415,48	9433,13	-3,596634	9415,49
$P$	Средние:	9433,10		9415,58

### 17.3. ОБРАТНАЯ ЗАСЕЧКА (ЗАДАЧА ПОТЕНОТА)

Сущность обратной засечки заключается в определении координат четвертого пункта по координатам трех исходных пунктов и двум углам, измеренным при определяемом пункте (рис. 17.4).

Для контроля правильности решения задачи при определяемом пункте измеряют третий угол между направлениями на один из первых трех пунктов и на четвертый пункт исходной сети.

Таким образом, для решения задачи с контролем необходимо видеть из определяемого пункта четыре пункта исходной сети и измерить три угла при определяемом пункте.

Существует много способов решения задачи Потенота. Рассмотрим ее решение по формулам Кнейсса.

**Формулы Кнейсса.** Допустим, что требуется определить координаты пункта  $P(x, y)$  по координатам трех пунктов  $A(x_A, y_A)$ ,  $B(x_B, y_B)$ ,  $C(x_C, y_C)$  исходной сети и по двум измеренным углам  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  при определяемом пункте (см. рис. 17.4). Для контроля измерен третий угол  $\gamma_3$ , одна из сторон которого имеет направление на четвертый пункт  $D(x_D, y_D)$  исходной сети.

Введем обозначения:  $(AP) = \alpha_1$ ,  $(BP) = \alpha_2$ ,  $(CP) = \alpha_3$ ,  $\operatorname{ctg} \gamma_1 = a$ ,  $\operatorname{ctg} \gamma_2 = b$ .

Можно написать

$$\alpha = \alpha + \gamma = \frac{\alpha + \gamma}{\alpha \gamma}$$

так как  $\alpha_2 = \alpha_1 + \gamma_1$  (см. рис. 17.4).

Для упрощения записей перенесем начало координат в точку  $A$ , сохранив направление осей координат.

В новой системе координат:

$$\begin{aligned} & \begin{matrix} ' & ' & ' & ' \\ & ' & ' & ' \end{matrix} \\ & P(x', y'). \end{aligned}$$

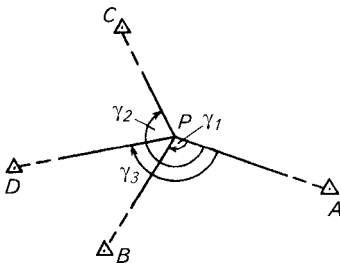


Рис. 17.4. Схема обратной засечки

В последнем равенстве  $\operatorname{tg} \alpha_1$  и  $\operatorname{tg} \alpha_2$  выразим через новые координаты

ты, а  $\gamma = \frac{1}{\gamma}$  выразим через  $1/a$ :

$$\frac{\gamma'}{\gamma} = \frac{\gamma' + \gamma}{\gamma' + \gamma}$$

Так как  $\gamma' = \frac{1}{\gamma}$  и  $\gamma = \frac{1}{\gamma'}$  то после некоторых преобразований получим соотношение

$$\frac{\gamma'}{\gamma} = \frac{\gamma' + \gamma}{\gamma' + \gamma} \text{ или } \gamma' + \gamma = \gamma' + \gamma$$

Раскрыв скобки и заново сгруппировав члены, будем иметь

$$\gamma' + \gamma = \gamma' + \gamma$$

Аналогично получим

$$\gamma' + \gamma = \gamma' + \gamma$$

Обозначив коэффициенты при  $x'$  и  $y'$  в первом из этих двух равенств через  $k_1$  и  $k_2$ , а во втором — через  $k_3$  и  $k_4$ , будем иметь систему двух уравнений с двумя неизвестными в виде

$$\text{I. } k_1 x' - k_2 y' = -x'^2 - y'^2;$$

$$\text{II. } k_3 x' - k_4 y' = -x'^2 - y'^2.$$

Вычтем из первого уравнения второе. Получим

$$(k_1 - k_3)x' - (k_2 - k_4)y' = 0.$$

Откуда следует, что

$$\frac{y'}{x'} = \frac{k_1 - k_3}{k_2 - k_4}$$

Обозначим

$$\frac{y'}{x'} = \frac{k_1 - k_3}{k_2 - k_4}$$

тогда

$$\frac{y'}{x'} = \frac{k_1 - k_3}{k_2 - k_4}$$

откуда

$$x' = cy'.$$

Подставив это выражение для  $x'$  в уравнения I и II, в результате некоторых преобразований получим

$$' = \frac{\quad}{+} = \frac{\quad}{+}$$

Так как  $k_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) выражены через известные величины, то, найдя их, можно вычислить  $c$ , а затем получить значения  $x'$  и  $y'$ . Чтобы иметь формулы в старых координатах, следует в выведенных формулах произвести подстановку

$$' = \quad ' = \quad (i = B, C).$$

Приведем сводку формул Кнейссля:

$$\left. \begin{aligned} &= \gamma \quad = \gamma \\ &' = \quad ' = \\ &' = \quad ' = \\ &= ' \quad ' = ' + ' \\ &= ' \quad ' = ' + ' \\ &= \frac{\quad}{+} = \\ &' \Delta = \frac{\quad}{+} = \frac{\quad}{+} \\ &' = \Delta = \Delta \\ &= + \Delta \quad = + \Delta \\ &= \frac{\quad}{+} \\ &= \gamma \end{aligned} \right\} (17.19)$$

Пример решения обратной засечки по формулам Кнейссля приведен в таблице 17.4.

**Контроль вычислений и определения.** Правильность вычислений контролируют путем решения задачи во «вторую руку» или по другим формулам.

Для контроля определения положения пункта  $P$ , включающего контроль результатов измерений и выписки исходных данных, ис-

#### 17.4. Вычисление координат пункта, определяемого обратной засечкой, по формулам Кнейсса

$\gamma_1$	110°12'36"	$x_B$	5653,41	$y_B$	1264,09				
$a$	−0,368127	'	−740,30	'	−2360,60	$k_1$	+1609,30	$k_2$	−2088,08
$\gamma_2$	228°12'39"	$x_C$	8143,61	$y_C$	1277,59				
$b$	+0,893763	'	+1749,90	'	−2347,10	$k_3$	−3847,65	$k_4$	−783,10
		$x_A$	6393,71	$y_A$	3624,69	$k_1 - k_3$	+5456,95	$k_2 - k_4$	−1304,98
		$\Delta x$	+385,28	$\Delta y$	−1611,09	$c = \text{ctg}(AP)$	−0,239141	$k_2 - ck_1$	−1703,23
		$x$	6778,99	$y$	2013,60	$c^2 + 1$	1,057188	$k_4 - ck_3$	−1703,23
<i>Контроль:</i>									
$\gamma$	153°54'16"	$x_D$	6527,81	$y_D$	893,64			(PA)	103°26'57"
$\gamma$	153 54 36	$x_D - x$	−251,18	$y_D - y$	−1119,96	$\text{tg}(PD)$	+4,45879	(PD)	257 21 33

пользуют третий измеренный угол, заключенный между направлениями на четвертый исходный пункт и на один из первых трех пунктов.

Существует несколько способов контроля. Рассмотрим два из них.

*Способ 1.* Вторично решают задачу, используя другие два измеренных угла, например  $\gamma_1$  и  $\gamma_3$ , и соответственно другую комбинацию трех исходных пунктов.

Как и в случае прямой засечки, для определения допустимости расхождений в значениях координат, полученных из двух решений, должно выполняться условие

$$= \sqrt{ \quad + \quad } < \quad (17.20)$$

где  $\quad = \sqrt{ \quad + \quad } \quad (17.21)$

здесь  $M_1, M_2$  — средние квадратические погрешности положения пункта  $P$ , полученного соответственно при первом и втором решениях, вычисляются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} &= \frac{\beta}{\rho} \frac{\angle}{\angle} + \gamma \sqrt{ \quad + \quad } \\ &= \frac{\beta}{\rho} \frac{\angle}{\angle} + \gamma \sqrt{ \quad + \quad } \end{aligned} \right\} \quad (17.22)$$

Следует отметить, что формула (17.21) является строгой, если результаты первого и второго решений независимы между собой. В рассматриваемом случае эта формула приближенная, так как один из углов ( $\gamma_1$ ) участвует в обоих решениях.

Убедившись в допустимости расхождений, за окончательные значения координат точки  $P$  берут средние арифметические из результатов, полученных по двум вариантам решения.

Средняя квадратическая погрешность положения пункта  $P$ , координаты которого получены как средние арифметические значения из результатов двух решений, для рассматриваемого случая приближенно будет

$$M = M_r/2. \quad (17.23)$$

**Пример.** Вычислить среднюю квадратическую погрешность положения пункта, определенного обратной засечкой, если  $AB = BC = 1000$  м,  $AP = CP = 1235$  м,  $BP = 1400$  м,  $\angle ABC = 120^\circ$ ,  $\gamma = 89^\circ$ ,  $m_\beta = 10''$ .

$$= \frac{\quad}{\quad} \sqrt{ \quad + \quad } =$$

Если средняя квадратическая погрешность из второго определения  $M_2 = 15$  см, то

$$= \sqrt{\quad + \quad} =$$

а средняя квадратическая погрешность среднего из двух определений

$$M = M_r/2 = 28/2 = 14 \text{ см.}$$

**Способ 2.** По найденным координатам пункта  $P$  и координатам пункта  $D$  вычисляют дирекционный угол  $(PD)$ . Затем определяют

$\gamma =$  и сравнивают его с измеренным значением

$\gamma$  должно выполняться неравенство

$$|\gamma - \gamma| < \beta \quad (17.24)$$

где  $m_\beta$  — средняя квадратическая погрешность измерения углов  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  и  $\gamma_3$ .

## 17.4. ЛИНЕЙНАЯ ЗАСЕЧКА

Сущность линейной засечки состоит в определении координат пункта по координатам двух исходных пунктов и по двум расстояниям от определяемого пункта до исходных.

Выведем формулы для определения координат пункта  $P$  по координатам пунктов  $A$  и  $B$  и расстояниям  $AP = S_1$  и  $BP = S_2$  (рис. 17.5). Для контроля определения положения пункта  $P$  должны быть известны координаты третьего пункта  $C$  и расстояние  $CP = S_3$ .

Для треугольника  $ABP$  имеет место соотношение

$$= +$$

где  $q$  — проекция стороны  $AP$  на сторону  $AB$ , откуда  $= +$

Из прямоугольного треугольника  $APD$

$$= \pm \sqrt{\quad}$$

Знак «плюс» или «минус» выбирают перед радикалом соответственно направлению следования вершин  $A$ ,  $P$ ,  $B$  по или против часовой стрелки.

Напишем далее формулу  $\Delta x = S_1 \cos (AP)$ .

Так как  $(AP) = (AB) - \beta$ , то

$$\begin{aligned} \Delta x &= S_1 \cos [(AB) - \beta] = \\ &= S_1 \cos (AB) \cos \beta + S_1 \sin (AB) \sin \beta, \end{aligned}$$

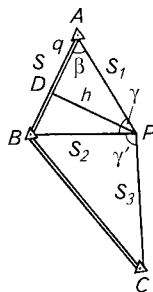


Рис. 17.5. Схема линейной засечки

или

$$\Delta = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots}$$

При численном решении удобнее использовать формулы

$$\Delta x' = -\frac{h'}{q'} = \frac{h'}{q'} + \dots \quad (17.25)$$

$$\Delta y' = -\frac{h'}{q'} = \sqrt{\frac{h'^2}{q'^2} + \dots}$$

где  $\dots = \dots$   $\dots = \dots$

Тогда

$$\Delta x = q'(x_B - x_A) + h'(y_B - y_A). \quad (17.26)$$

Аналогично найдем

$$\Delta y = q'(y_B - y_A) - h'(x_B - x_A). \quad (17.27)$$

После этого получим координаты пункта

$$x = x_A + \Delta x, \quad y = y_A + \Delta y. \quad (17.28)$$

Контроль вычислений. Вычисляют  $\dots$  по формуле

$$\dots = \sqrt{\frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots}} \quad (17.29)$$

и сравнивают полученное значение с

Расхождение  $\left| \dots \right|$  не должно превышать трех единиц

последнего знака

**Контроль определения.** Правильность определения положения пункта  $P$  проверяют с помощью расстояния  $S_3$  от определяемого пункта до третьего пункта  $C$  с известными координатами. Этот контроль может быть осуществлен: путем вычисления длины отрезка  $S_3$  по координатам его концов и сравнения полученного значения с измеренным; путем решения задачи по расстояниям от пункта  $P$  до другой пары исходных пунктов, например  $B$  и  $C$ , и сравнения полученных результатов с результатами первого решения.

Расхождения при этом контроле считают допустимыми, если при первом способе

$$\begin{aligned} &= \sqrt{\quad + \quad} \\ &\quad \quad \quad | \quad \quad \quad | < \end{aligned} \tag{17.30}$$

где  $m_5$  — средняя квадратическая погрешность измерения расстояния  $S_3$ .

При втором способе должны выполняться условия

$$\begin{aligned} &= \sqrt{\quad ' \quad " \quad + \quad ' \quad " \quad} < \\ &= \sqrt{\quad + \quad} \end{aligned}$$

где  $M_1, M_2$  — средние квадратические погрешности положения пункта  $P$ , полученного соответственно при первом и втором решениях.

$$\begin{aligned} &= \frac{\sqrt{\quad + \quad}}{\gamma} \qquad = \frac{\sqrt{\quad + \quad}}{\gamma'} \end{aligned} \tag{17.31}$$

За окончательные значения координат принимают средние арифметические из значений, полученных по двум вариантам решения. Средняя квадратическая погрешность  $M$  среднего положения пункта  $P$  приближенно будет

$$M = M_r/2. \tag{17.32}$$

Пример вычисления координат пункта  $P$  приведен в таблице 17.5. Исползованы формулы (17.25)...(17.29).

**17.5. Вычисление координат пункта, определяемого линейной засечкой**

$S$	1661,71	$x_B$	9946,57	$y_B$	7696,97
$S_1$	2121,64	$x_A$	11371,17	$y_A$	8552,42
$S_2$	1793,76	$x_B - x_A$	−1424,60	$y_B - y_A$	−855,45
$r$	1,27678	$q'$	0,732461	$h'$	1,045787
$t$	1,07947	$\Delta x$	−1938,08	$\Delta y$	+863,24
		$x$	9433,09	$y$	9415,66
<i>Контроль</i>					
	1793,75	$x - x_B$	−513,48	$y - y_B$	+1718,69
	2071,58	$x_C$	7423,20	$y_C$	8913,89
	2071,58	$x - x_C$	+2009,89	$y - y_C$	+501,77

## 17.5. ЛУЧЕВОЙ МЕТОД

Лучевой метод определения положения точек с применением электромагнитных дальномеров разработан Ю. Г. Батраковым.

Сущность этого метода заключается в определении положения точек полярным способом с двух пунктов (рис. 17.6): основного (исходного)  $A_1$  и дополнительного  $A_2$ , выбираемого рядом с основным (на расстоянии 5...20 м от него). Координаты дополнительного пункта получают путем передачи их с основного пункта полярным способом.

Этим методом рекомендуют определять координаты точек в открытой всхолмленной местности, когда непосредственно с центров пунктов триангуляции, расположенных на вершинах холмов, имеется видимость по многим направлениям.

Для планового определения выбранных точек с обоих исходных пунктов (основного и дополнительного) наблюдают направления оптическим теодолитом и измеряют расстояния свето- или радиодальномерами. Таким образом, каждую точку определяют дважды. Контролем измерений служит сходимость координат точек. В качестве окончательных принимают их средние значения.

Например, координаты пункта  $I$ , определенные с основного пункта, будут

$$\begin{aligned} x' &= x_1 + \Delta x_1 = x_1 + \Delta x_1' \\ y' &= y_1 + \Delta y_1 = y_1 + \Delta y_1' \end{aligned}$$

Аналогично находят координаты " " пункта  $I$  с дополнительного пункта  $A_2$ .

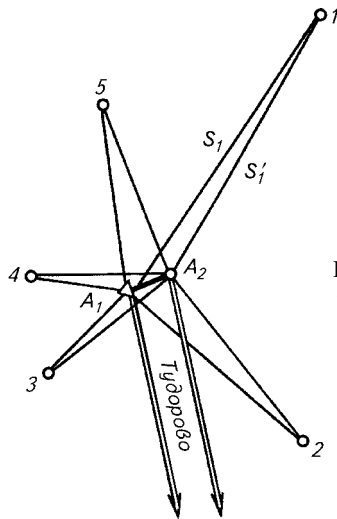


Рис. 17.6. Схема лучевого метода

Средние значения координат пункта *I* будут

$$= \frac{'}{+} \frac{''}{=} = \frac{'}{+} \frac{''}{=}$$

Пример вычисления координат пунктов приведен в таблице 17.6.

### 17.6. Вычисление координат пунктов, определяемых лучевым методом

#### Исходные данные

		<i>x</i>	<i>y</i>
<i>A</i> <sub>1</sub>	133°02'26"	52478,40	60743,81
<i>A</i> <sub>2</sub>	133 03 38	52481,35	60748,06

#### Вычисление координат пунктов

Оп- реде- ляе- мый пункт	Левый угол при исход- ных пунктах <i>A</i> <sub>1</sub> и <i>A</i> <sub>2</sub>	С пунктов <i>A</i> <sub>1</sub> и <i>A</i> <sub>2</sub>		Приращения координат		Координаты	
		дирекцион- ный угол	расстоя- ние	Δ <i>x</i>	Δ <i>y</i>	<i>x</i>	<i>y</i>
1	264°00'13"	37°02'39"	6737,50	+5377,68	+4058,87	57856,08	64802,68
	263 58 17	37 01 55	6732,57	+5374,61	+4054,76	57855,96	64802,82
					Среднее	57856,02	64802,75
2	352 11 14	125 13 40	4450,10	−2566,94	+3635,13	49911,46	64378,94
	352 13 49	125 17 27	4448,36	−2569,94	+3630,88	49911,41	64378,94
					Среднее	49911,44	64378,94
3	55 55 16	188 57 42	2204,78	−2177,87	−343,45	50300,53	60400,36
	55 59 56	189 03 34	2208,34	−2180,79	−347,72	50300,56	60400,34
					Среднее	50300,54	60400,35
4	104 08 41	237 11 07	1415,09	−766,87	−1189,28	51711,53	59554,53
	104 07 01	237 10 39	1420,16	−769,78	−1193,44	51711,57	59554,62
					Среднее	51711,55	59554,58
5	180 58 20	314 00 46	4076,66	+2832,54	−2931,87	55310,94	57811,94
	180 52 50	313 56 28	4077,69	+2829,59	−2936,15	55310,94	57811,91
					Среднее	55310,94	57811,92

Средняя квадратическая погрешность положения пункта из од-  
ного определения может быть получена по формуле

$$= \sqrt{\quad + \left( \frac{\beta}{\rho} \right)}$$

а среднего значения из двух определений — по формуле

$$= \sqrt{\quad}$$

**П р и м е р.** Вычислить среднюю квадратическую погрешность положения пункта, определенного лучевым методом, если  $S = 2000$  м,  $m_S = 5$  см,  $m_\beta = 10''$ .

$$= \sqrt{\quad + \quad} =$$

$$= \sqrt{\quad} =$$

### Контрольные вопросы и задания

1. Каков порядок передачи координат с вершины знака на землю (определение недоступного расстояния и его дирекционного угла, вычисление координат и оценка точности положения пункта)? 2. Какова сущность прямой засечки (формулы Гаусса, формулы Юнга)? Каковы исходные данные, измеряемые величины, контроль определения, оценка точности положения пункта? 3. Расскажите об обратной засечке (задача Потенота). Каковы исходные данные, измеряемые величины, контроль определения, оценка точности положения пункта? 4. Что такое линейная засечка? Каковы исходные данные, измеряемые величины, контроль определения, оценка точности положения пункта? 5. Изложите сущность лучевого метода. Каковы исходные данные, измеряемые величины, контроль определения, оценка точности положения пункта?

# Глава 18

## УРАВНИВАНИЕ СИСТЕМ ХОДОВ СЪЕМОЧНОЙ СЕТИ



### 18.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Съемочные сети (съемочное обоснование) создают в целях сгущения государственных геодезических сетей и геодезических сетей сгущения до плотности, обеспечивающей выполнение топографических съемок и решение различных инженерных задач в землеустройстве (привязка границ землепользований, перенесение проектов в натуру и др.).

Пункты съемочных сетей определяют построением триангуляции, теодолитными, мензульными ходами, прямыми и комбинированным засечками, лучевым и полярным методами.

Высоты пунктов съемочных сетей определяют геометрическим или тригонометрическим нивелированием.

Рассмотрим уравнивание несвободных сетей ходов некоторыми способами.

### 18.2. СПОСОБ СРЕДНЕГО ВЕСОВОГО

Способ среднего весового применяют при уравнивании небольших несвободных систем ходов (нивелирных, теодолитных или тахеометрических). Этот способ иногда называют способом узловых точек.

**Уравнивание системы нивелирных ходов с одной узловой точкой.** Требуется уравнивать систему нивелирных ходов с одной узловой точкой (рис. 18.1), опирающихся на пункты нивелирования ранее построенной сети более высокого класса, если известны: высоты исходных пунктов  $H_A, H_B, H_C, H_D$ , суммы измеренных повышений по ходам  $[h_i]$ , длины ходов  $L_i$  или число станций по каждому ходу  $n_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ).

Вначале вычисляют значения высоты узловой точки  $Q$  по каждому ходу

$$= + = \quad (18.1)$$

где  $= H_B, H_C, H_D$ .

Для проверки качества измерений определяют невязки в суммах превышений по ходам между исходными пунктами, используя

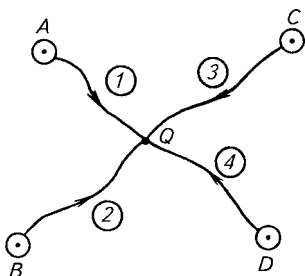


Рис. 18.1. Схема системы нивелирных ходов с одной узловой точкой

значения высоты узловой точки, вычисленные по формуле (18.1),

$$+ = \quad (i = 1, 2, 3, 4; i \neq k).$$

При этом следует взять столько комбинаций ходов, чтобы были включены в проверку все измеренные превышения. Наименьшее число таких комбинаций на единицу меньше числа исходных пунктов. Из всех составных ходов выбирают более короткие (или с меньшим числом станций).

При допустимости невязок вычисляют веса полученных значений высоты узловой точки (18.1) по формуле

$$p_i = k/L_i,$$

или

$$p_i = c/n_i.$$

Последнюю формулу применяют в тех случаях, когда число станций на 1 км хода значительно колеблется по отдельным ходам (чаще всего это наблюдают в сильно пересеченной местности).

Находят среднее весовое значение высоты узловой точки (окончательное)

$$= \frac{+ \quad + \quad +}{+ \quad + \quad +} = \text{---}$$

или

$$= \quad + \quad \frac{\varepsilon}{\quad}$$

где  $H_0$  — приближенное (чаще всего наименьшее) значение высоты узловой точки;

$$\varepsilon = H_i - H_0 \quad (i = 1, 2, 3, 4).$$

Затем вычисляют невязки по ходам.

Согласно определению

$$= \quad \left( \quad \right)$$

Перегруппируем члены

$$= \quad +$$

но

$$+ \quad =$$

поэтому

$$= \quad (18.2)$$

Так как значения  $H_i$  уже известны при вычислении  $\mu$  то проще вычислять невязки по формуле (18.2). Полученные невязки с противоположным знаком распределяют на превышения в соответствующих ходах по правилам уравнивания одиночного хода и вычисляют высоты точек, расположенных внутри ходов.

Из формулы (18.2) следует, что

$$= v$$

т. е. невязка с противоположным знаком равна поправке в значение высоты, полученной по соответствующему ходу. Поэтому согласно формуле (9.53) имеет место равенство  $[pf] = 0$ , выполнение которого является контролем правильности вычисления окончательного значения  $H$  и невязок  $v_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ).

Вследствие округления значения  $H$  это равенство может выполняться лишь приближенно.

Средняя квадратическая погрешность единицы веса

$$\mu = \sqrt{\frac{[vv]}{N}}$$

где  $N$  — число ходов.

При небольшом числе ходов  $N$  эта оценка мало надежна. Если при вычислении  $\mu$  веса определены по формуле  $p_i = k/L_i$ , то  $\mu$  является также средней квадратической погрешностью нивелирования хода длиной  $k$  км. В этом случае средняя квадратическая погрешность нивелирования хода длиной 1 км будет

$$= \frac{\mu}{\sqrt{k}}$$

В частном случае, когда  $k = 1$ ,

$$m_{\text{км}} = \mu,$$

что можно записать также в виде формулы

$$= \sqrt{\frac{[vv]}{N}}$$

Если при вычислении  $\mu$  веса были определены по формуле  $p_i = c/n_i$ , то

$$= \mu \sqrt{\frac{1}{n_i}}$$

Среднюю квадратическую погрешность окончательного значения высоты узловой точки вычисляют по формуле

$$= \frac{\mu}{\sqrt{n}}$$

### Уравнивание системы теодолитных ходов с одной узловой точкой.

Требуется уравнять систему теодолитных ходов с одной узловой точкой  $Q$  (рис. 18.2), опирающихся на пункты и стороны ранее построенной сети более высокого класса, если известны: координаты пунктов  $B, D, F$ , дирекционные углы сторон  $AB, CD, EF$  исходной сети и измеренные значения углов и длин сторон теодолитных ходов уравниваемой системы.

Теодолитные ходы уравнивают упрощенно: сначала уравнивают углы, затем вычисляют и уравнивают приращения координат, считая их независимыми (с весами, определяемыми по формуле  $p_i = k/L_i$ ). Такой способ называют способом *раздельного уравнивания*.

Уравнивание углов начинают с выбора узловой линии, в качестве которой может быть принята любая сторона хода, примыкающая к узловой точке  $Q$ .

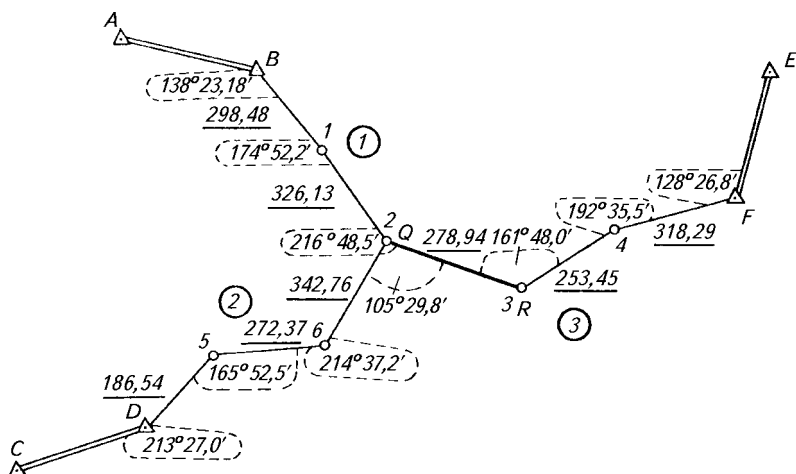


Рис. 18.2. Схема системы теодолитных ходов с одной узловой точкой

В данном случае за узловую линию примем сторону  $QR$ . Находят значения дирекционных углов этой линии по каждому ходу

$$\alpha = \alpha + \beta$$

где  $\alpha = \alpha_{CD}$ ,  $\alpha_{EF}$ ,  $n_i$  — число углов, входящих в сумму  $[\beta]_i$ .

По значениям  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  находят угловые невязки по ходам, заключенным между исходными дирекционными углами, выбрав два хода с наименьшим числом углов,

$$\beta + \alpha = \alpha$$

$$\beta + \alpha = \alpha$$

Убедившись в допустимости полученных невязок, определяют веса значений  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  по формуле

$$p_i = k/n_i.$$

Находят среднее весовое значение дирекционного угла узловой линии

$$\alpha = \frac{\alpha}{\epsilon} = \alpha + \frac{\epsilon}{\epsilon}$$

где  $\epsilon_i$  — остаток, вычисленный по формуле

$$\epsilon_i = \gamma_i - \alpha_0 \quad (i = 1, 2, 3).$$

После этого вычисляют угловые невязки по всем трем ходам. Эти невязки легко вычислить по значениям дирекционного угла узловой линии. Приведем вывод соответствующей формулы.

По определению

$$f_\beta = [\beta]_{\text{пр}} - [\beta]_m,$$

где  $[\beta]_m = \alpha_n + 180^\circ n - \alpha_k$ .

Для данной задачи

$$\beta = \beta - \alpha + \alpha$$

Перегруппируем члены

$$\beta = \alpha - \alpha + \beta$$

Так как стоящее в скобках выражение равно  $\alpha_i$ , можем написать

$$\beta = \alpha - \alpha = \quad (18.3)$$

По формуле (18.3) вычисляют невязки в суммах правых по ходу углов.

В случае левых по ходу углов

$$\lambda = \alpha - \alpha = \alpha - \alpha \quad (18.4)$$

Формулы (18.3) и (18.4) легко получить и на основании простых рассуждений. При отсутствии невязки в сумме углов  $i$ -го хода должно выполняться равенство  $\alpha = \alpha_i$ , где  $\alpha$  — окончательное значение дирекционного угла узловой линии. Наличие невязки в сумме углов  $i$ -го хода вызывает такую же по абсолютному значению невязку в дирекционном угле  $\alpha_i$ . Так как при вычислении  $\alpha_i$  правые углы вычитают, то положительная невязка в сумме этих углов вызывает такую же по абсолютному значению, но отрицательную невязку в  $\alpha_i$ , и наоборот. Таким образом, имеет место соотношение

$$\beta = \alpha - \alpha = \alpha - \alpha$$

При вычислении  $\alpha_i$  по левым углам их сумма прибавляется. Поэтому абсолютные значения и знаки невязок  $\lambda$  и  $\alpha$  будут совпадать, т. е.

$$\lambda = \alpha = \alpha - \alpha$$

Правильность вычисления дирекционного угла  $\alpha$  и невязок  $\beta$  можно проконтролировать по формуле

$$[pf_\beta] = 0, \text{ или } [pf_\lambda] = 0.$$

Выяснив, что все невязки допустимы, их распределяют с противоположным знаком в соответствующих ходах поровну на каждый угол и вычисляют дирекционные углы сторон.

Средняя квадратическая погрешность измерения угла может быть вычислена по формуле

$$\beta = \frac{\mu}{\sqrt{n}}$$

где  $\mu = \sqrt{\frac{\beta}{n}}$  — средняя квадратическая погрешность единицы веса.

По вычисленным дирекционным углам и длинам сторон вычисляют приращения координат и их суммы по ходам.

*Уравнивание приращений координат* проводят так же, как и уравнивание углов.

По каждому ходу вычисляют координаты узловой точки

$$x_i = x_0 + \Delta x_i \quad y_i = y_0 + \Delta y_i \quad (i = 1, 2, 3).$$

Для проверки доброкачественности линейных измерений вычисляют невязки по двум наиболее коротким ходам

$$\begin{aligned} + &= & + &= \\ + &= \sqrt{+ + + + +} & + &= \\ + &= & + &= \sqrt{+ + + + +} + + \end{aligned}$$

Выяснив, что невязки допустимы, вычисляют веса координат узловой точки

$$= -$$

После этого находят среднее весовое (окончательное) значение координат узловой точки

$$= - = + \frac{\epsilon}{-} = - = + \frac{\epsilon}{-}$$

По этим координатам вычисляют невязки в приращениях по каждому ходу

$$= =$$

Правильность вычисления среднего весового значения координат узловой точки и невязок в приращениях по ходам контролируют по формулам:

$$[pf_x] = 0; [pf_y] = 0.$$

Полученные невязки с противоположным знаком распределяют в приращения пропорционально длинам сторон и вычисляют координаты точек теодолитных ходов.

Оценивают точность планового положения узловой точки в следующем порядке:

вычисляют средние квадратические погрешности единицы веса

$$\mu = \sqrt{-} \quad \mu = \sqrt{-}$$

вычисляют средние квадратические погрешности абсцисс и ординат

$$= \frac{\mu}{\sqrt{\quad}} = \frac{\mu}{\sqrt{\quad}}$$

вычисляют среднюю квадратическую погрешность планового положения узловой точки

$$= \sqrt{\quad + \quad}$$

Следует иметь в виду, что из-за ограниченного числа ходов ( $N = 3$ ) эта оценка недостаточно надежна.

Пример уравнивания системы теодолитных ходов с одной узловой точкой (см. рис. 18.2) приведен в таблицах 18.1...18.3.

### 18.1. Вычисление окончательного значения дирекционного угла узловой линии

	$\alpha$	$\varepsilon$	$n$	$p = k/n, k = 12$	$p\varepsilon$	$f_\beta$	
1	102°43,8′	+2,1′	3	4	+8,4′	-1,2′	$\beta_+ = \alpha \quad \alpha = \quad ,$ $\quad = \quad ,$
2	42,2	+0,5	4	3	+1,5	+0,4	$\beta = \sqrt{\quad + \quad} = \sqrt{\quad} = \quad ,$
3	41,7	0	3	4	0	+0,9	$\beta_+ = \alpha \quad \alpha = \quad ,$ $\quad = \quad ,$
$\alpha_0 = 102^\circ 41,7'$			11	+9,9			
$\alpha = 102^\circ 41,7' + 9,9'/11 = 102^\circ 42,6'$							$\beta = \sqrt{\quad + \quad} = \sqrt{\quad} = \quad ,$
$[p] = 0$							

### 18.2. Вычисление окончательного значения координат узловой точки

Номер хода	$x, \text{ м}$	$\varepsilon_x, \text{ см}$	$p\varepsilon_x, \text{ см}$	$f_x$	$L, \text{ км}$	$p = k/L, k = 1$	$f_y, \text{ см}$	$p\varepsilon_y, \text{ см}$	$\varepsilon_y, \text{ см}$	$y, \text{ м}$
1	25,43	+19	30,4	-1	0,62	16	+17	+52,8	+33	770,57
2	25,65	+41	49,2	+21	0,80	1,2	-16	0	0	770,24
3	25,24	0	0	-20	0,85	1,2	-5	+13,2	+11	770,35
$x_0 = 25,24$			79,6			4,0			s66,0	

$y_0 = 770,24$

$$x = 25,24 + 0,796/4,0 = 25,44 \text{ м}, \quad y = 770,24 + 0,66/4,0 = 770,40 \text{ м}.$$

Проверка допустимости невязок:

$$\begin{aligned} &= \quad = \\ &= \quad = + \\ &= \sqrt{\quad + \quad} = \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ccccccc}
 + & = & & = & & = & + \\
 = & & = & & = & \sqrt{\quad + \quad} & = \\
 & & + & = & = & & 
 \end{array}$$

### 18.3. Вычисление координат точек ходов

				$\Delta x$	$\Delta y$	$x$	$y$
$1-\ddot{u} \ xod$							
$A$		$92^{\circ}48,3'$					
$B$	$138^{\circ}23,8^{+4}$					$482,35$	$345,62$
		$134\ 24,1$	$298,48$	$-208,84$	$+213,2\bar{5}^8$		
$1$	$174\ 52,2^{+4}$					$273,51$	$558,79$
		$139\ 31,5$	$326,13$	$-248,08^{+1}$	$+211,7\bar{0}^9$		
$2$	$216\ 48,5^{+4}$					$25,44$	$770,40$
		$102\ 42,6$					
$3$							
$[\beta]_n$	$530^{\circ}04,5'$		$624,61$	$-456,92$	$+424,95$		
$[\beta]_m$	$530\ 05,7$			$-456,91$	$+424,78$		
$f_{\beta}$	$-1,2'$			$f_x = -0,01;$	$f_y = +0,17$		
$\beta$	$1,7$			$= \sqrt{\quad + \quad} =$			
				$f_L/L = 1/3\ 700$			

Вначале с чертежа сети выписывают в координатную ведомость (см. табл. 18.3) по каждому ходу отдельно исходные данные — дирекционные углы и координаты, измеренные значения углов и горизонтальные проложения сторон. Подсчитывают по ходам суммы измеренных углов. Затем вычисляют по каждому ходу значения дирекционного угла  $\alpha_i$  узловой линии  $QR$  и подсчитывают число углов  $n_i$ , а результаты записывают в таблицу 18.1.

Находят невязки по ходам  $1 + 2$  и  $2 + 3$ , в которых число углов меньше, чем в ходе  $1 + 3$ , и сравнивают их с соответствующими допусками.

После проверки допустимости невязок приступают к уравниванию. Выбрав приближенное значение  $\alpha_0$ , находят остатки  $\varepsilon_i = \alpha_i - \alpha_0$ ; вычисляют веса  $p_i = k/n_i$  значений  $\alpha_i$ ; подсчитывают  $[p]$ ,  $p\varepsilon_i$  и  $[p\varepsilon]$ . Затем находят окончательное значение дирекционного угла  $\alpha$  узловой линии  $QR$  и угловые невязки по ходам. Контроль вычислений проводят по формуле  $[p f_\beta] = 0$ .

Окончательное значение дирекционного угла узловой линии записывают в координатную ведомость (см. табл. 18.3). По каждому ходу подсчитывают теоретическую сумму углов и вычисляют (вторично) для контроля невязки по формуле  $f_\beta = [\beta]_n - [\beta]_T$ . Вычисляют поправки в углы, уравненные углы и дирекционные углы сторон.

После этого вычисляют приращения координат для всех сторон ходов. Порядок уравнивания приращений аналогичен рассмотренному для углов и не требует особых пояснений. Применяемые при этом формулы и правила приведены ранее. Вычисление координат узловой точки приведено в таблице 18.2.

Уравнивают координаты в той же последовательности, что и углов, используя в основном формулы, приведенные при уравнивании приращений координат в системе теодолитных ходов с одной узловой точкой.

Системы тахеометрических ходов в плановом отношении уравнивают так же, как системы теодолитных ходов, а в высотном — как системы нивелирных ходов. Отличие может быть только в определении весов координат и высот узловых точек (или приращений и превышений по ходам). Так, если длины сторон ходов определялись по нитяному дальномеру, то веса координат вычисляются по формуле

$$p_i = k/[S^2]_i,$$

где  $[S^2]_i$  — сумма квадратов длин сторон хода.

По этой же формуле находят и веса высот.

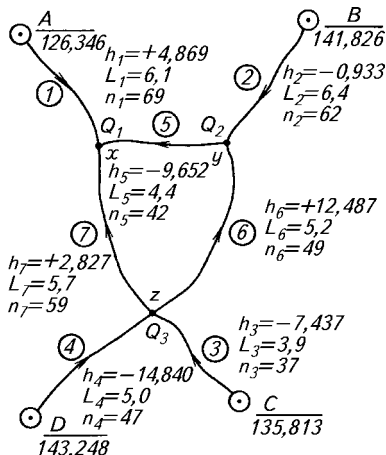
### 18.3. СПОСОБ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ

Этот способ чаще всего применяют в тех случаях, когда система ходов имеет большое число узловых точек или когда число полигонов (вместе с дополнительными) больше числа узловых точек.

Неизвестные величины, непосредственно связанные с узловыми точками или узловыми линиями (высоты, координаты узловых точек или дирекционные углы узловых линий), получают последовательными приближениями.

Рассмотрим этот способ на примере нивелирной сети.

**Уравнивание системы нивелирных ходов.** Пусть требуется уравнивать систему нивелирных ходов (рис. 18.3) с исходными высотами



**Рис. 18.3. Схема уравнивания нивелирной сети способом последовательных приближений**

$H_A, H_B, H_C, H_D$ , измеренными превышениями по ходам  $h_i$ , с длинами ходов  $L_i$  и числом станций  $n_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 7$ ). Надо найти высоты  $x, y$  и  $z$  узловых точек  $Q_1, Q_2, Q_3$ .

Согласно параметрическому способу метода наименьших квадратов можно составить систему уравнений с неизвестными высотами  $x, y, z$  и привести их к виду

$$\left. \begin{aligned} &= \frac{\begin{array}{cccccc} + & & + & + & & + & + \end{array}}{\begin{array}{cccccc} & & & + & + & & \end{array}} \\ &= \frac{\begin{array}{cccccc} + & & + & & + & + \end{array}}{\begin{array}{cccccc} & & & + & + & & \end{array}} \\ &= \frac{\begin{array}{cccccc} + & & + & & + & & + \end{array}}{\begin{array}{cccccc} & & & + & + & + & \end{array}} \end{aligned} \right\} \quad (18.5)$$

где  $\frac{\quad}{\quad}$  (или  $p_i = k/L_i$ ) — вес измеренного превышения  $h_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 7$ ).

Нетрудно видеть, что эти равенства имеют вид формулы среднего весового. Поэтому их легко написать без вывода.

Написанные равенства являются исходными для получения приближений неизвестных, кроме нулевых.

В качестве нулевых приближений, являющихся начальными, могут быть приняты произвольно выбранные числа. Но для того чтобы процесс решения был более коротким, их получают путем передачи высот на узловые точки от ближайших исходных пунктов или по ходам от исходных пунктов с меньшим числом станций, например:

$$\left. \begin{aligned} &= + \\ &= + \\ &= + \end{aligned} \right\} \quad (18.6)$$

Так как равенства (18.6) используют для определения последовательных приближений несколько раз, то для сокращения вычислительной работы их приводят к виду

$$\left. \begin{aligned} &= + \quad ' + \quad + \quad ' + \quad + \quad ' \\ &= + \quad '' + \quad '' + \quad + \quad '' \\ &= + \quad ''' + \quad + \quad ''' + \quad + \quad ''' \end{aligned} \right\} \quad (18.7)$$

где  $' = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

Величины  $x', y', z'$  называют приведенными весами. Их сумма для каждой узловой точки равна единице. Это свойство приведенных весов используют для контроля правильности их вычислений.

Первое приближение  $x'$  получают из первого равенства (18.7), подставив в него вместо  $y$  и  $z$  их нулевые приближения  $y^{(0)}$  и  $z^{(0)}$ , т. е.

$$x' = \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} \quad (18.8)$$

В результате подстановки во второе равенство вместо  $x$  и  $y$  их приближений  $x'$  и  $y^{(0)}$  получают первое приближение  $y'$ , т. е.

$$y' = \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} \quad (18.9)$$

Первое приближение  $z'$  находят, подставив в третьей равенство вместо  $x$  и  $y$  их первые приближения  $x'$  и  $y'$ , т. е.

$$z' = \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n}$$

На основании равенства (18.7) так же находят вторые приближения  $x'', y'', z''$ , затем третьи —  $x''', y''', z'''$  и т. д., используя каждый раз при подстановке в правые части равенств вместо неизвестных их самые последние приближения.

Таким образом,  $k$ -е приближения определяют по формулам:

$$\begin{aligned} x^{(k)} &= \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} \\ y^{(k)} &= \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} \\ z^{(k)} &= \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} \end{aligned} \quad (18.10)$$

Процесс приближений заканчивают, когда два следующих друг за другом приближения для всех неизвестных будут одинаковыми. Эти приближения и будут окончательными (уравненными) значениями неизвестных  $x, y, z$ .

Полученные значения высот узловых точек принимают за исходные, и сеть распадается на ряд изолированных ходов, каждый из которых уравнивают отдельно по правилу, принятому для одиночного хода.

Пример уравнивания нивелирной сети (см. рис. 18.3) приведен в таблице 18.4.

### 18.4. Уравнивание нивелирной сети способом приближений

$H_A = 126,346$  м;  $H_B = 141,826$  м;  $H_C = 135,813$  м;  $H_D = 143,248$  м.

Пункт		$h$ , м	$L$ , км	Веса		Приближения высот					$v$	$pv$	$pv^2$
определяемый	исходный			$p = k/L$ , $k = 10$	$p'/p''/p'''$	0/1	II	III	IV	V			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$Q_1$	$A$	+4,869	6,1	1,64	0,29	131, <u>215</u>	215	215	215	215	+7	+11,5	80
	$Q_2$	−9,652	4,4	2,27	0,40	241	224	228	228	229	−7	−15,9	111
	$Q_3$	+2,827	5,7	1,75	0,31	203	218	218	219	219	+3	+5,2	16
				5,66	1,00	222	220	221	221	222		+0,8	
$Q_2$	$B$	−0,933	6,4	1,56	0,28	140, <u>893</u>	893	893	893	893	−12	−18,7	224
	$Q_1$	+9,652	4,4	2,27	0,39	874	872	873	873	874	+7	+15,9	—
	$Q_3$	+12,487	5,2	1,92	0,33	863	878	878	879	879	+2	+3,8	8
				5,75	1,00	876	880	880	881	881		+1,0	
$Q_3$	$C$	−7,437	3,9	2,56	0,31	128, <u>376</u>	376	376	376	376	+16	+41,0	656
	$D$	−14,840	5,0	2,00	0,24	408	408	498	408	408	−16	−32,0	512
	$Q_1$	−2,827	5,7	1,75	0,21	395	393	394	394	395	−3	−5,2	—
	$Q_2$	−12,487	5,2	1,92	0,24	389	393	393	394	394	−2	−3,8	—
		−18,341	36,7	8,23	1,00	391	391	392	392	392		0	1607

$$\mu = \sqrt{\frac{v}{\mu}} = \sqrt{\frac{\mu}{\mu}} = \frac{\mu}{\sqrt{\mu}} = \sqrt{\mu}$$

В графе 1 таблицы 18.4 записывают номера определяемых (узловых) пунктов, во второй — номера исходных пунктов, с которыми непосредственно связан каждый определяемый пункт. В графе 3 — превышения по ходам-звеньям от исходных пунктов к определяемому, а в графах 4, 5, 6 — соответственно число станций в ходе (или его длину), веса превышений и приведенные веса. Для контроля правильности выписки превышений подсчитывают их сумму в графе 3. Она должна быть равна сумме превышений по ходам, начинающимся от пунктов исходной сети.

Затем приступают к вычислению приближений высот узловых точек. Начинают с вычисления нулевых приближений по формулам (18.6), т. е. для каждой точки нулевое приближение высоты получают путем передачи с исходного пункта по ходу с меньшим числом станций (или меньшей длины).

Полученные нулевые приближения записывают в соответствующих строках и подчеркивают. При записи последующих приближений повторяющиеся целые их части опускают.

Первые, а затем и последующие приближения получают как средние весовые значения из высот, получаемых по всем сходящимся к определяемой точке ходам, беря за исходные самые последние приближения высот соседних пунктов и используя при этом приведенные веса. Получаемые приближения — средние весовые значения — записывают в соответствующей графе в нижней части блока, соответствующего определяемому пункту. Вычисление приближений заканчивают, когда два следующих один за другим приближения высот будут одинаковыми для всех определяемых пунктов. Последние приближения являются искомыми высотами.

Далее контролируют вычисления и оценивают точность измерений. Для этого вычисляют поправки  $v_i$ , получаемые вычитанием результатов, записанных в графе 14 приближений, из соответствующих окончательных значений высот. Находят произведения  $p_i v_i$  и их сумму  $[pv]$  для каждого пункта. Теоретически эта сумма должна быть равна нулю  $[pv] = 0$ , но вследствие погрешностей округлений может несколько отличаться от нуля. Считают, что вычисления проведены верно, если  $[pv] < [p]$ . Оценивают точность результатов нивелирования по формулам:

$$\mu = \sqrt{\frac{v}{N}} = \mu \sqrt{\quad} = \text{---}$$

где  $N$  — число ходов-звеньев;  $t$  — число узловых точек;  $m_{\text{км}}$  — средняя квадратическая погрешность нивелирования хода длиной 1 км;  $L_i$  — длина  $i$ -хода.

В сумму  $[pv^2]$  поправки  $v_i$  должны входить один раз (см. табл. 18.4).

Следует иметь в виду, что при малом числе  $N-t$  полученное значение  $m_{\text{км}}$  малонадежно.

#### Контрольные вопросы и задания

1. Каковы назначение и способы построения съёмочных сетей? 2. Какие случаи уравнивания съёмочных сетей по способу среднего весового (узловых точек) вы знаете? 3. Как уравнивают нивелирные ходы с одной узловой точкой (вычисление среднего весового значения высоты узловой точки, вычисление невязок по ходам, оценка точности высоты узловой точки)? 4. Как уравнивают теодолитные ходы с одной узловой точкой, углы (вычисление среднего весового значения дирекционного угла, вычисление невязок по ходам, оценка точности измерения угла), приращения координат (вычисление среднего весового значения координат узловой точки, вычисление невязок в приращениях координат, вычисление приращений координат, оценка точности положения узловой точки)? 5. Как уравнивают нивелирные ходы способом последовательных приближений (получение высот узловых точек в первом, втором и последующих приближениях, получение окончательных высот и оценка точности результатов уравнивания)?

---

## Глава 19

# ГЛОБАЛЬНАЯ СПУТНИКОВАЯ НАВИГАЦИОННАЯ СИСТЕМА ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ



### 19.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ. ИСТОРИЧЕСКАЯ СПРАВКА. ПРИНЦИП РАБОТЫ СИСТЕМЫ И ЕЕ ДОСТОИНСТВА

В конце XX века в геодезии нашли распространение принципиально новые методы и средства измерений, базирующиеся на использовании искусственных спутников Земли (ИСЗ), получивших название *спутниковое позиционирование*.

Спутниковое позиционирование — определение местоположения (координат пункта или движущегося объекта) при помощи спутниковых навигационно-геодезических систем (СНГС). Это направление получило широкое применение в различных областях человеческой деятельности.

Координаты пунктов (объектов) нужны не только геодезистам, но и морякам, авиаторам, военным, участникам различных экспедиций и многим другим потребителям. Если раньше для создания геодезической основы приходилось строить дорогостоящие сети различных конфигураций, закрепляемые на местности специальными центрами с наружными знаками (пирамидами, сигналами) для обеспечения взаимной видимости между пунктами, то появление спутниковых систем сделало эти работы ненужными. С помощью только одного спутникового приемника возможно определить координаты объекта с метровой точностью, что достаточно не только для навигационных, но и в ряде случаев для земельно-кадастровых, геологических, мелиоративных и других работ. Применяя два приемника, можно получить сантиметровую и даже миллиметровую точность взаимного положения пунктов, что обеспечивает решение практически всех геодезических задач.

Спутниковое позиционирование базируется на электронных методах геодезических измерений, в первую очередь на электронной дальнометрии, которые широко применяют в наземной геодезии. В случае спутниковых измерений эти методы претерпели существенные изменения, обусловленные спецификой прохождения сигналов на космических трассах.

К первому поколению спутниковых систем позиционирования до 70-х годов можно отнести Транзит (США) и Цикада (СССР). В 1984—1993 гг. в России с помощью системы Транзит создана доплеровская геодезическая сеть (ДГС).

Все эти системы обеспечивали точность получения координат 50...100 м и отличались малой оперативностью: для достижения высокой точности требовались несколько проходов ИСЗ в «поле зрения» приемника, при этом перерывы между прохождением спутников, например в системе «Транзит», составляли полтора часа. Это послужило основанием для разработки систем второго поколения — *глобальных спутниковых систем*.

Применяя глобальные системы, получают координаты в любой точке Земли в любой момент времени с сантиметровой точностью. Это стало возможным благодаря увеличению высот орбит спутников до 20 тыс. км и числа самих спутников до 24. Приемники спутниковых сигналов созданы с применением высоких технологий, поэтому они малы по размерам и сравнительно недороги. Все это позволяет рассматривать глобальные системы как новое достояние цивилизации.

В мире существуют две глобальные системы: американская — GPS и российская — ГЛОНАСС.

GPS (Global Positioning System — Глобальную Систему Позиционирования) первоначально называли NAVSTAR (1973). Система находится в ведении Министерства обороны США. Запуск спутников первого блока осуществлен в 1978 г. Эксплуатируется с 1995 г. До недавнего времени система была открыта для гражданского пользования только в режиме пониженной точности; для режима высокой точности требовался санкционированный доступ. В 2000 г. это ограничение снято, и сейчас GPS открыта для всех и в режиме высокой точности.

ГЛОНАСС — Глобальная навигационная спутниковая система. Ее разработки начаты в 1970 г. В 1982 г. выведены на орбиты первые ее спутники серии КОСМОС. В 1993 г. система официально принята в эксплуатацию Министерством обороны РФ. В 1996 г. ГЛОНАСС развернута полностью. В ней навигационный режим повышенной точности оставлен для санкционированных пользователей (военных), а режим пониженной («стандартной») точности доступен гражданским пользователям. Уже работают приемные устройства, одновременно использующие и GPS и ГЛОНАСС.

В 1989 г. начали создание Европейской системы координат EUREF, которая базируется на методе GPS и опирается на основные спутниковые станции, задающие всемирную систему координат ITRF. На территории 15 стран было заложено 92 пункта с таким расчетом, чтобы в каждой стране было не менее трех пунктов сгущения. Расстояния между пунктами составили 300...500 км. По результатам уравнивания точность системы оценена на уровне 3...4 см.

В 1999 г. Европейский парламент поддержал решение Европейского космического агентства ESA о создании нового поколения спутниковой системы GALILEO, которая будет включать 30 спутников (из них 3 резервных), расположенных на высоте 23 200 км и

вращающихся в трех орбитальных плоскостях, наклоненных на  $56^\circ$  к плоскости экватора. Таким образом, с учетом спутников GPS и ГЛОНАСС в распоряжении пользователей будет 80 космических аппаратов (КА), покрывающих весь земной шар.

*Принцип работы глобальной системы* состоит в том, что приемники GPS-сигналов на Земле используют спутники в качестве исходных (опорных) пунктов для определения своего местоположения. Это известная в геодезии пространственная обратная линейная засечка, когда на пересечении трех сферических поверхностей (рис. 19.1) определяют координаты искомого пункта. Измеряя время прохождения сигнала от спутника до приемника, можно определить расстояние до спутника. По трем измеренным дальностям  $D_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) координаты определяемой точки  $x, y, z$  получают из решения трех уравнений (уравнений сферы) вида

$$D_i = [(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2]^{1/2}, \quad (19.1)$$

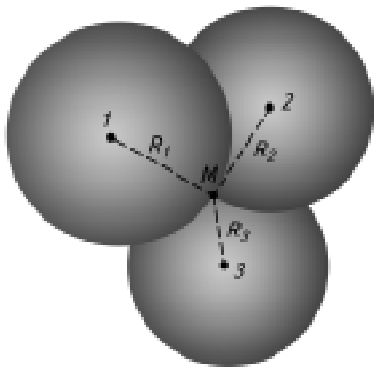
где  $x_i, y_i, z_i$  — известные координаты точек, от которых измеряли расстояние (центры сфер).

При применении изложенного геометрического принципа определения местоположения к глобальным спутниковым системам возникают две особенности. Одна из них состоит в том, что исходными пунктами (пунктами с известными координатами) являются *движущиеся спутники*, а определяемыми (неподвижными или движущимися) — пункты (спутниковые приемники), находящиеся на Земле. Другая особенность работы системы состоит в том, что вследствие несинхронности хода часов на спутнике и в приемнике

(об этом будет сказано далее) измеряемые дальности получаются искаженными, поэтому их называют *псевдодальностями*. Для правильного вычисления координат приемника по измеренным псевдодальностям их надо измерять не до трех, а минимум до четырех спутников. Для получения избыточных измерений, которые могут повысить качество окончательного результата и оценить его точность, обычно используют большее число спутников.

Рассмотрим систему GPS (рис. 19.2) как получившую более широкое применение в геодезии.

Глобальная спутниковая система позиционирования, которую в



**Рис. 19.1. Линейная пространственная засечка:**

$M$  — точка пересечения сфер с центрами 1, 2, 3 и радиусами  $R_1, R_2, R_3$

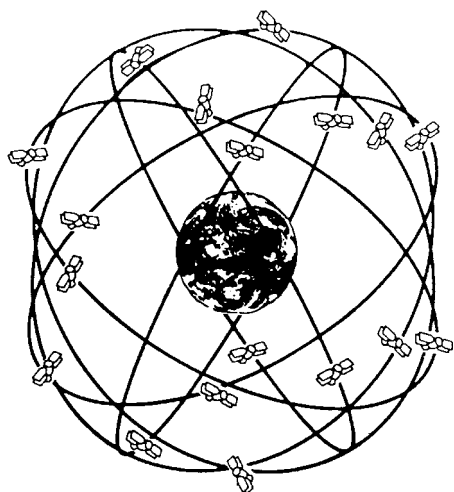


Рис. 19.2. Созвездие спутников GPS (показано 18 спутников)

дальнейшем для краткости будем называть «глобальная система», принципиально изменяет существующую технологию геодезических работ. По сравнению с последней она имеет следующие преимущества:

- результаты получаются в системе общего земного эллипсоида;
- обеспечивается полная автоматизация измерений и обработки результатов;

- исключается необходимость располагать пункты под условием обеспечения взаимной видимости между ними;

- представляется возможным выполнять наблюдения в любую погоду, как в дневное, так и в ночное время;

- выбирать пункты можно, исходя из требований съемки, в непосредственной близости к району работ, без учета конфигурации геодезической сети;

- выполнять полевые работы можно с помощью аппаратуры, не требующей персонала высокой квалификации;

- время наблюдений на пункте, как правило, не превышает 1...2 ч, а когда не требуется высокая точность измерений, может быть уменьшено до 1...2 мин;

- представляется возможность высокоточного определения координат центров проектирования при аэро- и космической съемке;

- одновременная видимость нескольких спутников позволяет исключать основные источники погрешностей в спутниковых наблюдениях, в результате чего достижима точность определения относительных координат  $1 \cdot 10^{-6}$  и более, что означает возможность конкуренции с наземными методами измерений.

## 19.2. ПРИНЦИП ИЗМЕРЕНИЯ РАССТОЯНИЯ ОТ ПРИЕМНИКА ДО СПУТНИКА. ПСЕВДОДАЛЬНОСТЬ

Принцип измерения расстояния от приемника до спутника аналогичен принципу измерения линий наземными свето- и радиодальномерами, изложенному в главе 13. Основной измеряемой величиной в этих дальномерах является время  $\tau$ , затрачиваемое сигналом на прохождение удвоенного расстояния (в прямом и обратном направлениях). Если скорость распространения такого сигнала  $c$  известна, то измеряемое расстояние определяют по формуле

$$= \frac{\tau}{2} \quad (19.2)$$

В этом методе, называемом *двусторонним*, время излучения и приема сигнала регистрируют по одним и тем же часам, поэтому проблемы синхронизации часов не возникает.

В спутниковых технологиях находят применение *односторонние* (беззапросные) методы дальномерных измерений, основная особенность которых состоит в том, что передающее устройство размещают на спутнике, а приемное — на наземном пункте. При этом сигнал проходит измеряемое расстояние только в одном направлении — от спутника до приемника. Если в этом случае момент излучения и момент приема сигнала зафиксированы точно синхронизированными часами, расположенными на спутнике и на наземном пункте, то измеряемое расстояние может быть определено по формуле, аналогичной (19.2),

$$\rho = c\tau, \quad (19.3)$$

где  $\tau$  — время прохождения сигналом расстояния от приемника до спутника.

Вследствие несинхронности хода часов на спутнике и в приемнике формула (19.3) нуждается в уточнении. Пусть спутник излучил сигнал в момент  $t_0$ , а на приемник этот сигнал пришел в момент  $t_0 + \tau$ . Для определения интервала времени  $\tau$  необходимо, чтобы моменты излучения и приема сигналов были зафиксированы *точно синхронизированными часами*, установленными на спутнике и в приемнике. Тогда задача может быть решена следующим образом. Сигнал спутника каждые несколько секунд передает *временную метку*, в которой записан момент ее ухода со спутника, определенный по часам спутника. Приемник *захватывает* сигнал спутника, считывает временную метку и фиксирует момент ее прихода по своим часам. Разность между моментами ухода метки со спутника и прихода ее на антенну приемника (т. е. сдвиг

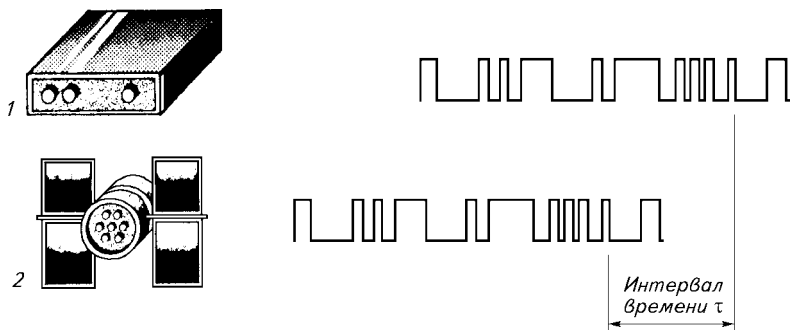


Рис. 19.3. Сдвиг кода спутника относительно кода приемника:

1 — приемник; 2 — спутник

кода спутника относительно кода приемника) представляет собой искомый интервал времени  $\tau$  (рис. 19.3), подлежащий измерению (более подробно эта процедура описана в разделе «Кодовые измерения»).

Еще раз подчеркнем, что для этой цели часы на спутнике и в приемнике должны идти абсолютно синхронно. На самом деле этого не наблюдается. Поэтому между показаниями этих часов в каждый момент времени имеет место ненулевая разность —  $\Delta t_q$ . Эта величина искажает результаты определения дальности. По этой причине полученную изложенным методом дальность, как уже упоминалось ранее, называют *псевдодальностью*.

Для установления связи псевдодальности  $P$  с геометрической дальностью  $\rho$  обратимся к формуле (19.3). Подставив в нее вместо истинного времени  $\tau$  фактически измеряемое  $\tau + \Delta t_q$ , получим выражение для псевдодальности

$$P = c(\tau + \Delta t_q) = \rho + c\Delta t_q, \quad (19.4)$$

где  $c$  — скорость распространения сигнала в вакууме;  $\rho = c\tau$  — геометрическая дальность;  $c\Delta t_q$  — некоторая линейная величина, отличающая истинную дальность от псевдодальности.

Вследствие того что сигнал от спутника проходит путь не в вакууме, а в атмосфере, возникает *задержка сигнала в атмосфере*  $\Delta t_{\text{атм}} = \tau - \tau_{\text{вак}}$  (здесь  $\tau_{\text{вак}}$  — время распространения сигнала в вакууме) и, как следствие, атмосферная поправка  $c\Delta t_{\text{атм}}$ .

С учетом атмосферной поправки  $c\Delta t_{\text{атм}}$  и величины  $c\Delta t_q$  окончательно выражение для псевдодальности будет иметь вид

$$P = \rho + c\Delta t_{\text{атм}} + c\Delta t_q. \quad (19.5)$$

### 19.3. СОСТАВ ГЛОБАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ. РЕЖИМ РАБОТЫ СИСТЕМЫ

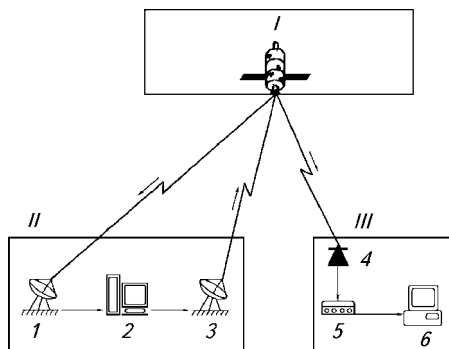
Глобальная система состоит из трех секторов: космического, наземного контроля и управления и потребителя (рис. 19.4).

**Космический сектор.** Он представляет собой созвездие из 24 спутников, обращающихся вокруг Земли в шести орбитальных плоскостях (по четыре спутника на каждой орбите (см. рис. 19.2). Такое число спутников обеспечивает видимость над горизонтом по меньшей мере четырех спутников (минимально необходимое число для определения координат наземного приемника) в любой точке Земли в любое время суток.

Точки пересечения орбиты с небесным экватором размещены равномерно по экватору, т. е. отстоят друг от друга на  $60^\circ$ . Орбиты наклонены относительно плоскости экватора на  $55^\circ$ . Период обращения спутника вокруг Земли равен примерно 12 ч, следовательно, спутники делают два оборота вокруг Земли в сутки. Такой период обращения обеспечивает прохождение каждого спутника над областью, контролируемой наземными системами управления США, по крайней мере раз в сутки. Постоянный контроль орбит спутников с Земли обеспечивает необходимую точность системы. Любое замеченное отклонение движения спутника от теоретической орбиты измеряется и передается на борт ИСЗ в память компьютера.

Процедура определения координат пунктов основана на использовании кодовой информации и высокоточных временных сигналов, передаваемых спутниками. Каждый спутник GPS передает сигналы на двух несущих частотах:  $L_1 = 1575,42$  МГц (длина волны 19 см) и  $L_2 = 1227,60$  МГц (длина волны 24 см).

Спутниковые сигналы названных несущих частот  $L$ -диапазона модулированы двумя кодами: точным P-кодом с частотой 10,23 МГц (длина волны 30 м) и грубым C/A-кодом с частотой 1,023 МГц (длина волны 300 м), а также навигационным сообще-



**Рис. 19.4. Общая структура глобальных спутниковых систем:**

*I* — космический сектор; *II* — сектор управления и контроля; *III* — сектор пользователя; 1 — станция слежения; 2 — центр управления; 3 — станция загрузки; 4 — приемная антенна; 5 — спутниковый приемник; 6 — комплекс обработки измерений

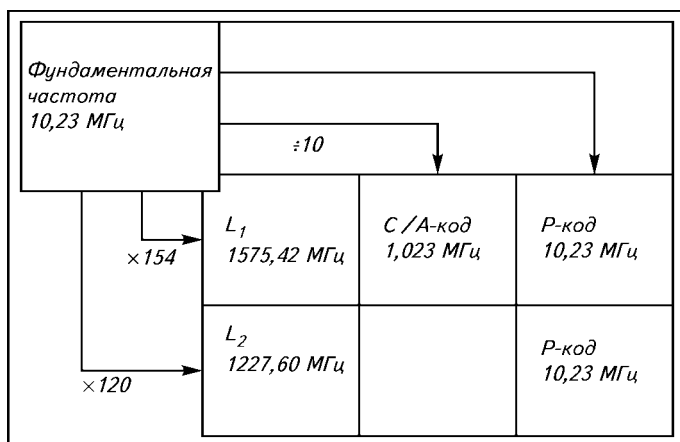


Рис. 19.5. Принцип формирования спутниковых сигналов

нием, содержащим среди другой информации координаты спутников как функции времени — «Бортовые эфемериды». Более подробно об этом сказано в разделах 19.4...19.6. Структура спутниковых сигналов показана на рисунке 19.5.

Точный Р-код обеспечивает выполнение спутниковых определений с дециметровой точностью, а грубый С/А-код — с метровой точностью.

Наибольшую точность получают при определении относительных координат между двумя и более приемниками *дифференциальным методом*. Трехмерный вектор между двумя станциями, на которых были организованы одновременные сбор и обработка данных GPS этим методом, называют *базовой линией* или просто *базой*.

Все спутниковые системы обеспечивают определение координат приемника (базы между парой приемников) в общеземной геоцентрической системе координат. Для того чтобы связать определяемые при помощи GPS координаты с местной системой координат, должны быть установлены параметры преобразования одной системы в другую. Подробно это рассмотрено далее.

Сектор контроля и управления. Основная функция сектора — проведение наблюдений ИСЗ с автоматических станций в целях уточнения орбит, прогноза движения ИСЗ на определенный интервал времени и закладки данных прогноза в виде эфемерид в бортовую память ИСЗ для последующего распространения эфемеридной информации среди пользователей системы в составе навигационных сообщений.

Сектор пользователя. Он состоит из приемника и вычислительного блока. Приемник принимает сигналы, поступа-

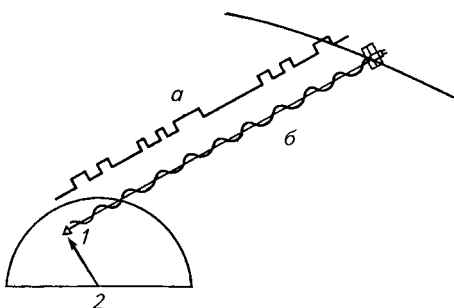


Рис. 19.6. К понятиям кодовые (псевдодальномерные) (а) и фазовые (геодезические) (б) измерения:

1 — пункт; 2 — геоцентр

ющие от спутника, и передает их в вычислительный блок. Вычислительный блок обрабатывает данные измерений и навигационных сообщений, поступивших из приемника, т. е. выполняет так называемую постобработку.

Режим работы систем. Глобальные системы могут работать в двух основных режимах, получивших название *кодовых* и *фазовых измерений* (рис. 19.6). При кодовых измерениях измеряют время распространения

кодowo-модулированного сигнала от спутника до приемника, а при фазовых — сдвиг фазы колебаний несущей частоты за время распространения. Режим кодовых измерений называют *навигационным*, *абсолютными определениями*, а режим фазовых измерений — *геодезическим*, *относительными определениями*. Такую терминологию используют потому, что кодовые измерения дают меньшую точность, приемлемую главным образом для решения задач навигации, и при этом обеспечивают непосредственное получение самих координат (абсолютных значений). Фазовые же измерения позволяют получить не сами координаты, а *разности* (приращения) одноименных координат двух (или более) точек, в которых установлены одновременно работающие приемники.

Иногда выделяют третий режим — *интегральный доплеровский* счет, который позволяет получить скорость изменения расстояния до спутника и фиксировать моменты последовательных положений спутника.

## 19.4. СТРУКТУРА СИГНАЛА СПУТНИКА

*Спутниковый сигнал* представляет собой электромагнитные колебания на двух несущих частотах  $L_1$  и  $L_2$ , подвергнутых особому виду фазовой модуляции — фазовой манипуляции, суть которой состоит в изменении фазу несущей на  $180^\circ$  в определенные моменты. Эти моменты задаются так называемыми дальномерными кодами — определенными последовательностями нулей и единиц. Переброска фазы происходит в моменты смены в кодах 0 на 1 или 1 на 0 (рис. 19.7).

Используют два кода: один для «грубых», другой для «точных» измерений. Грубым кодом модулируют несущую  $L_1$ , а точным —

обе несущих  $L_1$  и  $L_2$ . Грубый код называют С/А-кодом (Coarse Acquisition — легко обнаруживаемый, общедоступный), а точный — Р-кодом (Precision — точный). С/А-код предназначен для всех пользователей. Р-код вначале предназначался в основном для американских военных. Сейчас, однако, доступ к нему имеют практически все пользователи приемников.

С помощью кодов измеряют расстояния временным методом путем корреляционной обработки сигнала, о чем будет сказано в разделе. Помимо измерения расстояний с помощью кодов передают со спутника другую информацию: метки времени, данные об эфемеридах<sup>1</sup> спутника, различные поправки, альманах (данные о местоположении каждого спутника и состоянии его «здоровья») и др. Вся эта информация, образующая *навигационное сообщение*, также преобразуется в *двоичный код* (последовательность нулей и единиц), которым дополнительно модулируются обе несущие частоты. Таким образом, сигнал каждого спутника состоит из двух несущих колебаний различных частот, модулированных по фазе как дальномерными кодами, так и навигационным сообщением. Частота следования символов навигационного сообщения составляет 50 Гц, т. е. 50 бит/с (один символ — 0 или 1 — содержит один бит информации).

Принцип формирования спутникового сигнала показан на рисунке 19.5. Высокостабильный опорный кварцевый генератор, стабилизированный при помощи атомных эталонов частоты, генерирует колебания с частотой 10,23 МГц, из которых образуются все остальные частоты — несущие, частоты следования символов С/А- и Р-кодов (тактовые частоты) и символов навигационного сообщения.

*Дальномерным кодом* называют последовательность сигналов, которые могут находиться в двух различных состояниях, условно им приписывая значения (символы) 0 и 1. Эти состояния принудительно чередуются таким образом, что в их смене невозможно

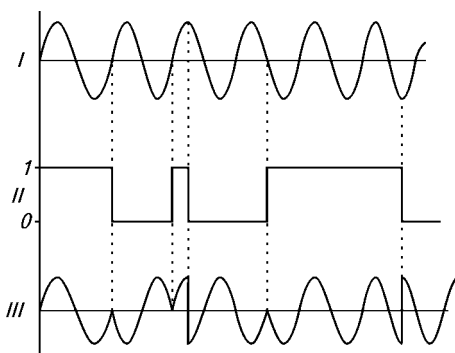


Рис. 19.7. Фазовая манипуляция под действием кодового сигнала:

*I* — немодулированная несущая; *II* — кодовый сигнал; *III* — фазоманипулированная несущая

<sup>1</sup>Эфемериды — набор координат, определяющих положение спутников на орбите в различные моменты времени.

заметить какой-либо закономерности, т. е. чередование выглядит случайным, но через определенные интервалы времени оно периодически повторяется с точностью до каждого символа. Подобные последовательности называют *псевдослучайными* и образуют *псевдослучайные коды*. На спутнике и в приемнике генерируются совершенно одинаковые коды, которые сдвинуты по времени. Период повторения псевдослучайных последовательностей (длительность кода) существенно различен для «грубого» и «точного» кодов. Так, С/А-код повторяется каждую миллисекунду, а длительность Р-кода составляет 266,4 сут. Короткая длительность С/А-кода позволяет легко захватить сигнал спутника на частоте  $L_1$ . Значительно труднее захватить спутниковый сигнал на несущей  $L_2$ , которая модулирована только Р-кодом. Его большая длительность выбрана разработчиками специально, с целью затруднить доступ к нему для несанкционированных пользователей. Общая длительность Р-кода разбита на недельные отрезки, распределенные по всем спутникам системы, т. е. Р-код каждого спутника меняется через неделю. Разработчиками GPS было предусмотрено введение режима *избирательного доступа* (SA), при котором в целях снижения точности намеренно вносят искажения в дальномерный код и загроуляют эфемеридную информацию в навигационном сообщении (в настоящее время режим SA отменен).

*Принцип построения генератора дальномерного кода* состоит в формировании так называемых сдвиговых регистров с обратными связями, представляющих собой набор последовательно соединенных бинарных ячеек — элементов с двумя устойчивыми состояниями. Одному из этих состояний приписывают символ 0, другому — 1.

Подачей электрического импульса на ячейку эти состояния можно переключать, а подачей импульса на общей для всех ячеек шине — передавать символ на следующую ячейку, т. е. продвигать его на один разряд к выходу. Введя с выхода последней ячейки на вход первой цепь обратной связи с включенным в нее сумматором, получим генератор псевдослучайной последовательности (ПСР).

Поясним сказанное на простом примере трехразрядного регистра (т. е. содержащего три ячейки), схема которого показана на рисунке 19.8. Предположим, что в начальном состоянии во всех трех разрядах записаны единицы. По общей шине подаются тактовые импульсы с частотой  $f_{\text{имп}}$ . На первом такте, т. е. при поступлении первого тактового импульса, на сумматор подается единица с выхода первого разряда и единица с выхода третьего разряда. Сумматор осуществляет сложение по модулю 2:

$$\begin{aligned} 1 + 1 &= 0 \\ 1 + 0 &= 1 \\ 0 + 1 &= 1 \\ 0 + 0 &= 0. \end{aligned}$$

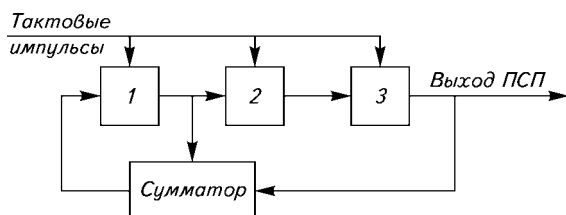


Рис. 19.8. Трехразрядный сдвиговый регистр с обратной связью

Следовательно, сложение двух единиц даст 0, который запишется в первый разряд. Одновременно единица, находящаяся в первом разряде, подвинется во второй, единица из второго разряда — в третий, а единица из третьего разряда — на выход. Аналогично будет происходить процесс при поступлении 2-го, 3-го и т. д. тактовых импульсов (табл. 19.1)

19.1. Формирование псевдослучайной последовательности

0	1	1	1	
1	0	1	1	1
2	1	0	1	11
3	0	1	0	111
4	0	0	1	0111
5	1	0	0	10111
6	1	1	0	010111
7	1	1	1	0010111

На седьмом такте во всех разрядах регистра окажутся те же числа, что и на нулевом такте, и далее полученная кодовая последовательность 0010111 будет периодически повторяться с периодом  $T_{\text{ПСП}}$  (рис. 19.9).

Если на рисунке 19.8 подключить сумматор к выходу не первого, а второго разряда, то последовательность чередования нулей и единиц изменится, но число символов в длительности кода останется прежним (семь). Оно зависит только от числа разрядов.

Как уже отмечалось, каждый спутник имеет свой С/А-код. Они различаются только порядком чередования нулей и единиц при

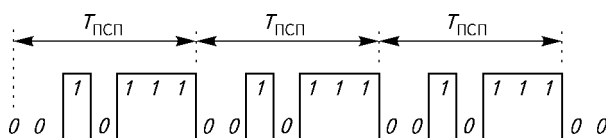


Рис. 19.9. Кодовая последовательность из 7 символов

сохранении общей длительности. Это достигнуто тем, что на сумматор подаются сигналы от различных пар ячеек регистра.

Генератор Р-кода устроен сложнее — в нем вместо двух используется четыре 10-разрядных регистра. Особенностью работы по Р-коду длительностью 7 сут является то, что для вхождения в синхронизм (для захвата спутника) требуется знать точное время по часам приемника, что дает возможность приблизительно предсказать сдвиг местной (генерируемой в приемнике) ПСП относительно ПСП, приходящей от спутника.

*Навигационное сообщение* содержит 1500 бит и занимает 30 с. Оно разделено на 5 субкадров по 300 бит, каждый из которых передается в течение 6 с. Субкадр состоит из 10 слов по 30 бит.

Каждый субкадр начинается с телеметрического слова TLM, содержащего сообщение о состоянии спутника. Вторым словом каждого субкадра является ключевое слово NOW, содержащее метку времени, записанную в виде 29-разрядного числа в двоичном коде.

Остальная информация распределяется по субкадрам следующим образом.

*Субкадр 1* содержит данные о поправке часов спутника относительно системного времени GPST и коэффициенты, заложенные в модель задержки радиосигнала при прохождении его через ионосферу. Информация об ионосфере предназначена для абонентов, использующих только одночастотные приемники (принимающие только частоту  $L_1$ ).

*Субкадры 2 и 3* содержат эфемериды транслирующего спутника, полученные по данным наземных станций слежения. Они корректируются каждый час и позволяют вычислить текущие координаты спутника на момент измерения псевдодалности. Эфемериды включают в себя элементы кеплеровской орбиты на опорный момент и поправки к ним, позволяющие прогнозировать элементы орбиты внутри периода действия эфемерид.

*Субкадр 4* зарезервирован для передачи служебной информации.

*Субкадр 5* содержит альманах, т. е. приближенные эфемериды всех спутников системы и данные об их работоспособности. Альманах используют для планирования измерений.

## 19.5. КODOBЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

При кодовых измерениях, как уже отмечалось ранее, измеряемой величиной является время распространения сигнала  $\tau$  от спутника до приемника, в которое входит как задержка в атмосфере, так и совокупное отклонение часов спутника и приемника от системного времени. Это время измеряют путем корреляционной обработки кодовых сигналов.

Сущность корреляционной обработки. Понятие «корреляционная обработка» относится главным образом к *широкополосным сигналам*, т. е. сигналам, обладающим широким спектром. К таким сигналам относятся, в частности, и синусоидальный сигнал несущей, модулированный кодовой (псевдослучайной) последовательностью, и сам кодовый модулирующий сигнал, представляющий собой последовательность прямоугольных импульсов различной длины.

Если имеется два одинаковых, но сдвинутых по времени на некоторую величину  $\tau$  широкополосного сигнала  $S_1(t)$  и  $S_2(t + \tau)$ , то вводят понятие корреляционной функции этих сигналов

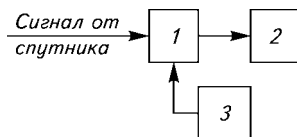
$$K_{1,2} = \langle S_1(t) S_2(t + \tau) \rangle,$$

где угловые скобки означают усреднение за большой период времени — такой, который больше периода самой низкочастотной составляющей спектра сигналов  $S_1$  и  $S_2$ . Эта корреляционная функция имеет один резко выраженный максимум при  $\tau = 0$ . Следовательно, если изменять задержку  $\tau$  до получения максимума корреляционной функции, то тем самым можно измерить эту задержку.

Этот принцип положен в основу кодовых измерений времени распространения. В приемнике формируется точно такой же псевдослучайный код. Этот код (называемый местным) и приходящий от спутника сигнал подаются на коррелятор (рис. 19.10), обеспечивающий переворот фазы приходящего несущего колебания на  $180^\circ$  в моменты смены символов местного кода. Тогда при измерении задержки местного кода относительно кода, содержащегося в спутниковом сигнале, до момента, когда эта задержка станет равной нулю, на выходе коррелятора возникает немодулированное колебание несущей частоты, так как при совпадении кодов к  $180^\circ$ -ным сдвигам фазы несущей от спутникового кода будут в те же моменты добавляться  $180^\circ$ -ные сдвиги от местного кода, а значит, общий сдвиг фазы несущей составит  $360^\circ$  (нулевой), т. е. фазовая манипуляция снимается. При этом мощность сигнала на выходе фильтра резко возрастает (что соответствует максимуму корреляционной функции). Таким образом, *появление немодулированного колебания служит индикатором совпадения спутниковой и местной кодовых последовательностей, которые были сдвинуты во времени*. Эту временную задержку и измеряют при сдвиге местного кода относительно спутникового до их совпадения. В результате корреляционная обработка позволяет при большой длительности интервала осреднения выделить полезный сигнал из шумов, превышающих его по мощности в сотни раз. Следует, однако, иметь в виду, что при обработке по грубому C/A-коду можно изменить

Рис. 19.10. К принципу кодовых измерений с корреляционной обработкой сигнала:

1 — коррелятор; 2 — фильтр; 3 — местный генератор ПСП



задержку только в пределах временной длительности этого кода (его периода повторения  $T_{\text{ПСП}}$ ), которая составляет 1 мс. Полное же время распространения сигнала  $\tau$  значительно больше одной миллисекунды. Его можно представить в виде

$$\tau = N \cdot 1 \text{ мс} + \Delta\tau,$$

где  $N$  — неизвестное число миллисекунд во времени  $\tau$ ;  $\Delta\tau$  — доля временного интервала, которую можно измерить ( $0 < \Delta\tau < T_{\text{СПС}} = 1 \text{ мс}$ ).

То есть возникает проблема *разрешения неоднозначности*, как и при фазовых измерениях. Но здесь ее решают без особых затруднений. Дело в том, что за 1 мс радиоволна проходит 300 км. Число миллисекунд во времени распространения сигнала равно числу 300-километровых отрезков в расстоянии до спутника, которое равно примерно 20 000 км. Для верного определения числа  $N$  расстояние до спутника надо знать с ошибкой не более 150 км. Его нетрудно вычислить по координатам спутника и *приближенным* координатам наземной станции. В результате можно получить  $N$ , а затем найти полное время  $\tau$ .

Определив  $\tau$  и умножив его на скорость света в вакууме, получают последовательность, описываемую формулой (19.5),

$$P = \rho + c\Delta t_{\text{атм}} + c\Delta t_{\text{ч}}.$$

Задержку сигнала в атмосфере  $\Delta t_{\text{атм}}$  обычно подразделяют на задержку в тропосфере и задержку в ионосфере.

Определение координат из кодовых измерений. Запишем полученную из кодовых измерений псевдодальность в виде

$$P = \rho + \Delta_{\text{т}} + \Delta_{\text{и}} + c\Delta t_{\text{ч}}, \quad (19.6)$$

где  $\Delta_{\text{т}}$  и  $\Delta_{\text{и}}$  — суммарные «вклады» тропосферы и ионосферы, выраженные в линейной мере, обусловленные как задержками, так и рефракционным удлинением траектории. Эти величины могут быть определены по известным формулам, основанным на использовании стандартных моделей (при использовании двухчастотных приемников величина  $\Delta_{\text{и}}$  может быть практически исключена). Поэтому эти величины в формуле (19.6) можно считать известными. Неизвестными остаются  $\rho$  и  $\Delta t_{\text{ч}}$ .

Дальность  $\rho$  связана с геоцентрическими координатами приемника  $X, Y, Z$  и спутника  $X_S, Y_S, Z_S$  известным из аналитической геометрии соотношением

$$\rho = [(X_S - X)^2 + (Y_S - Y)^2 + (Z_S - Z)^2]^{1/2}, \quad (19.7)$$

аналогичным формуле (19.1).

Координаты спутника  $X_S, Y_S, Z_S$  получаются по эфемеридным данным, которые с помощью сектора управления и контроля закладывают в навигационное сообщение, транслируемое со спутника в приемник, т. е.  $X_S, Y_S, Z_S$  являются известными величинами.

ми. Поэтому уравнение (19.6) фактически содержит четыре неизвестных: три координаты приемника (определяемого пункта)  $X, Y, Z$  и разность показаний часов  $\Delta\tau_c$ . Если *одновременно* измерить псевдодалности до четырех спутников, то получим систему четырех уравнений вида (19.6) с четырьмя неизвестными, из решения которой и находят искомые координаты пункта  $X, Y, Z^1$ .

**Дифференциальный способ кодовых измерений.** В дифференциальном способе в отличие от автономного измерения одновременно выполняют двумя приемниками. Один приемник — неподвижный (Referenc), ставят на пункте с известными координатами, т. е. на базовой станции или опорной. Другой приемник — мобильный (Rover), размещают над определяемым пунктом. Поскольку координаты базовой станции известны, то их можно использовать для сравнения с определяемыми и находить на этой основе поправки для мобильной станции. Существует несколько способов коррекции. При кодовых способах *поправки вводят как в псевдодалности, так и в координаты*.

В одном случае измеренные на базовой станции псевдодалности сравнивают с расстояниями, вычисленными по известным координатам спутника и станции, и определяют их разности. Эти разности, называемые *дифференциальными поправками*, передают на мобильную станцию при помощи дополнительной радиосвязи (радиомодема). Мобильная станция, получив дифференциальные поправки, исправляет свои измеренные псевдодалности и по ним вычисляет координаты.

В другом случае базовая станция вычисляет разности между известными координатами и определенными в *автономном режиме*, и ими исправляют координаты на мобильной станции. При этом важно, чтобы оба приемника измеряли псевдодалности до одних и тех же спутников. Поправки можно вводить и в режиме *постобработки* — обработке после измерений.

Дифференциальный метод позволяет повысить точность кодовых измерений в диапазоне от нескольких метров до нескольких дециметров. В разных странах существует целая сеть базовых станций, передающих дифференциальные поправки для заинтересованных пользователей (бесплатно или на коммерческой основе).

Первая в России сеть базовых станций, названная «Спутниковая система межевания земель (ССМЗ)», создана в 2003 г. для Москвы и Московской области (см. подробно в разд. 19.14).

## 19.6. ФАЗОВЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

Рассмотрим теперь фазовый режим измерений на несущей частоте, применяемый в геодезических работах. В этом случае измеряют не время распространения сигнала от спутника до приемни-

---

<sup>1</sup> Процедура исключения разности показаний углов  $\Delta\tau_c$  будет рассмотрена далее.

ка, а сдвиг фазы колебаний несущей частоты (излучаемой спутником) за этот промежуток времени. Однако здесь, так же как и в наземных фазовых дальнометрах, возникает проблема разрешения неоднозначности, обусловленная тем, что приемником измеряют не полный сдвиг  $\phi$ , связанный с расстоянием от спутника до приемника, а лишь его дробную часть  $\Delta\phi$ , меньшую  $2\pi$ . Измеряемый сдвиг фаз реализуется в приемнике как *разность фаз между сигналом, принятым от спутника, и опорным сигналом, генерируемым в приемнике*. Здесь, кроме того, возникают проблемы, связанные с разночастотностью сигналов из-за движения спутника (эффект Доплера) и трудностью согласования начальных фаз (синфазирования) спутникового и опорного сигнала, но в данный момент эти проблемы не рассматривают. Допустим, что для какого-то фиксированного момента времени измерена дробная часть фазового сигнала  $\Delta\phi$ . Но для определения расстояния нужен полный фазовый сдвиг:

$$\phi = 2\pi N + \Delta\phi = \omega\tau = 2\pi f(P/c), \quad (19.8)$$

где  $N$  — неизвестное целое число;  $\omega$  — циклическая частота;  $\omega = 2\pi f$  ( $f$  — несущая частота);  $P$  — псевдодальность, содержащая геометрическое расстояние  $\rho$ . Из формулы (19.8), имея в виду, что  $c/f = \lambda$  (длина волны в вакууме):

$$P = \lambda N + \lambda(\Delta\phi/2\pi). \quad (19.9)$$

Это почти та же псевдодальность, что и при кодовых измерениях, которую можно представить выражением вида (19.6), но с двумя отличиями: первое, ионосферный член  $\Delta_i$  будет иметь другой знак, а второе, величина  $\Delta t_q$ , фигурирующая в формуле (19.6), будет иметь несколько другую трактовку. При кодовых измерениях она отражает *несинхронность* хода часов спутника и приемника. При фазовых же измерениях она является причиной *несинфазности* (несовпадения *начальных фаз*) колебаний опорных генераторов спутника и приемника, которую обозначают через  $\delta\phi$ . Именно наличие величины  $\delta\phi$  приводит к тому, что из фазовых измерений получаем псевдодальность. Значения  $\Delta t_q$  и  $\delta\phi$  жестко связаны друг с другом ( $\delta\phi = 2\pi f\Delta t_q$ ), поскольку вследствие единства эталона времени и частоты «часы» — это и есть генераторы колебаний.

В литературе часто употребляют выражения «кодовая псевдодальность» и «фазовая псевдодальность», записывая их с соответствующими индексами «к» и «ф» в виде:

$$P_k = \rho + \Delta_T + \Delta_i + c\Delta t_q; \quad (19.10)$$

$$P_\phi = \rho + \Delta_T - \Delta_i + c(\delta\phi/2\pi f). \quad (19.11)$$

Приравнивая формулы (19.10) и (19.11), определяют значение  $\Delta\phi/2\pi$ , обозначив его через  $\Delta\Phi$  (измеренная величина разности фаз, выраженная в долях цикла; в наземной фазовой дальномет-

рии ее обозначают  $\Delta N$ ):

$$\Delta\Phi = (\rho/\lambda) + (\Delta_T/\lambda) - (\Delta_M/\lambda) + (\delta\varphi/2\pi). \quad (19.12)$$

Как уже упоминалось, наличие целого числа  $N$  приводит к проблеме разрешения неоднозначности.

Если каким-то способом определить число  $N$ , то можно получить измеренное значение фазовой псевдодальности  $P_\Phi$ . Однако она содержит неизвестную величину  $\delta\varphi$ . Фазовые измерения с двумя приемниками позволяют исключить эту величину, используя метод *фазовых разностей*.

**Метод фазовых разностей.** Для рассмотрения этого метода преобразуем формулу (19.12), исключив из нее члены  $\Delta_T/\lambda$  и  $\Delta_M/\lambda$ , из-за влияния тропосферы и ионосферы как не имеющих прямого отношения к рассматриваемому методу. В результате получим формулу, связывающую дальность до спутника  $\rho$  с измеренной разностью фаз,

$$\rho = - \left[ \frac{\Delta\varphi + \delta\varphi}{\pi} \right] \quad (19.13)$$

где  $N$  — целое число фазовых циклов;  $\Delta\varphi$  — измеренное значение разности фаз;  $\delta\varphi_S$  — начальная фаза колебаний генератора спутника;  $\delta\varphi_R$  — начальная фаза колебаний генератора приемника.

Таким образом, если при кодовых измерениях имеет значение несинхронность показания часов спутника и приемника, то при фазовых измерениях — несинфазность колебаний опорных генераторов спутника и приемника. Аппаратурно, т. е. путем организации каких-то дополнительных каналов связи между приемником и спутником, эти параметры определить невозможно. Поэтому несинхронность определяют путем корреляционной обработки сигнала, изложенной в разделе 19.5, а несинфазность исключают из результатов обработки путем формирования «разностей измерений», описываемых далее.

Если в наземных системах счет идет медленно (единицы циклов в секунду или минуту), то в спутниковой системе приемник считает тысячи циклов в секунду. В целом многозначность разрешают способом, во многом аналогичным способу радиолога и фазового зонда, используемому в наземных системах. Отличие заключается в том, что расстояние до спутника в начальный момент измерений с достаточной точностью неизвестно. Сюда примешиваются проблемы, связанные с неопределенностью начальных фаз. Если непосредственно использовать уравнение (19.13), то нет основания округлять приблизительно определенное значение  $N$  до ближайшего целого числа, как это делают в дальномерах. Проблемы этим не ограничиваются. Следует иметь в виду, что GPS создавалась как навигационная кодовая система, изначально не пред-

назначенная для фазовых измерений. В ней нет стройной сетки частот, специально предназначенной для разрешения многозначности — самая большая проблема в спутниковых наблюдениях, решить которую удастся путем формирования разности фаз измерений.

Как уже отмечалось, в геодезических фазовых измерениях участвуют минимум два приемника, каждый из которых принимает и регистрирует сигналы группы из нескольких спутников. Рассмотрим два элементарных случая: один приемник одновременно принимает и регистрирует сигналы двух спутников (рис. 19.11, а); два приемника одновременно принимают и регистрируют сигнал одного спутника (рис. 19.11, б). В первом случае программное обеспечение формирует разность фаз сигналов от двух спутников на одном приемнике. Во втором случае — от одного спутника на двух приемниках. Эту разность фаз называют *первой разностью* спутник—спутник и приемник—приемник.

Если сформировать разность выражений вида (19.12) для варианта спутник—спутник, то в разности исключается начальная фаза  $\delta\varphi_P$  колебаний приемника. Если сформировать разность выражений того же вида для варианта приемник—приемник, то в разности исключается начальная фаза  $\delta\varphi_S$  колебаний спутника. Чтобы исключить одновременно обе начальные фазы, необходимо сформировать *вторую разность*, которую получают из одновременных наблюдений двух спутников двумя приемниками (рис. 19.12, а). Другими словами: вторая разность — это разность двух первых разностей. При формировании разностей фазовых измерений система превращается из дальномерной в разностно-дальномерную, в результате чего «геометрия созвездия» становится менее благоприятной. Следует подчеркнуть, что при формиро-

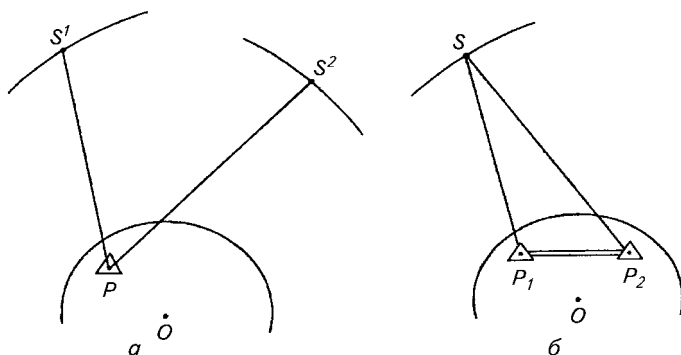


Рис. 19.11. К понятию первая разность:

а — спутник—спутник; б — приемник—приемник

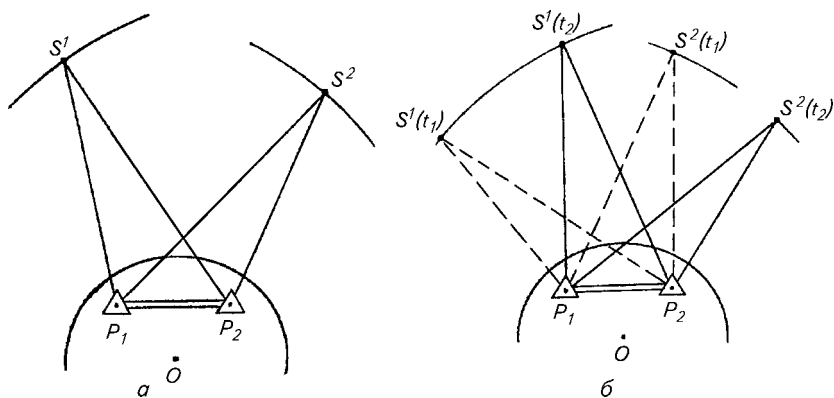


Рис. 19.12. К понятию вторая разность (а) и третья разность (б)

вании разностей выражений (19.13) образуются и разности  $N$ . Первая разность содержит разность целых уложений длин волн в расстояниях до спутника. Вторая разность содержит разность целых уложений длин волн, содержащихся в первых разностях.

Учитывая, что во второй разности исключаются начальные фазы колебаний спутника и приемника, теоретически число уложений длин волн во второй разности действительно является целым.

Поэтому при обработке измерений округляют число уложений длин волн до целого числа. Вторые разности — основа обработки измерений, так как на базе их получают окончательные результаты геодезических измерений. Вместе с тем нерешенной остается проблема разрешения неоднозначности, т. е. определения целого цикла фазовых циклов  $N$ . По этой причине возникает необходимость в использовании не только вторых, но и *третьих разностей*, геометрия которых показана на рисунке 19.12, б. При образовании третьих разностей фиксируются не абсолютные значения расстояний от приемников до спутников, а их приращения при перемещении последних по своей орбите за время  $\Delta t = t_2 - t_1$ . Такие приращения могут быть определены по показаниям фазометрического устройства при условии непрерывного отслеживания принимаемых от спутника радиосигналов. Следовательно, третьи разности позволяют решить неоднозначность путем нахождения полных значений  $N$  по их приращениям  $\Delta N$ . Однако следует иметь в виду, что такая процедура неизбежно связана с понижением точности, так как ухудшается геометрия наблюдений из-за того, что изоповерхности (см. рис. 19.1) пересекаются под острыми углами. В результате чего ошибка определения вектора базы достигает 1...3 м, что неприемлемо для геодезии. Вместе с тем приближенные значения координат вектора базы, полученные по третьим разностям,

впоследствии используют при окончательном решении по вторым разностям.

Заметим, что математические соотношения, характеризующие фазовые разности спутниковых сигналов, рассмотрены в литературе.

Задачу решают параметрическим способом по методу наименьших квадратов, базирующемуся на составлении и решении системы линейных уравнений. При этом разрешение многозначности сводится к вычислению числа целых уложений длин волн  $N_0$  во второй разности для каждой пары пунктов и для каждой пары спутников в начальный момент регистрации результатов. В уравнениях в качестве неизвестных участвуют помимо координат вектора базы еще и параметры многозначности  $N_0$ . Отсюда видна разница в разрешении многозначности наземных и спутниковых измерений.

Если при работе с наземным дальномером число уложений длин волн  $N$  определяют *непосредственно в процессе наблюдений*, то при работе со спутниковой аппаратурой *многозначность разрешают только после постобработки в камеральных условиях*. Разрешение многозначности выполняют с помощью программного обеспечения в следующем порядке.

Используя эфемеридную информацию и приближенные координаты вектора базы, вычисляют параметры многозначности, которые содержат ошибки и не являются целыми числами, как это должно быть. Окружают параметры многозначности до ближайших целых чисел, получая тем самым набор параметров многозначности  $N_0$ , которые пока не являются вероятнейшими. Получение вероятнейших значений обеспечивает дальнейшая процедура. Используя набор целочисленных параметров многозначности, вычисляют новые координаты вектора базы. Они также ошибочны, так как ошибочны значения параметров многозначности. Однако на этом этапе достигается соответствие между параметрами многозначности (полученными разностями координат) и каталожными координатами исходных пунктов. Далее наступает этап сканирования, в результате которого компьютер последовательно изменяет (увеличивает или уменьшает) на 1, 2, ... значения параметров многозначности, получая каждый раз новые решения для вектора базы. Число комбинаций и решений огромно. Одновременно на основе статистического анализа компьютер оценивает вероятность  $v$  каждого из полученных решений. Он выстраивает решения в ряд по вероятности: наиболее вероятному решению приписывает вероятность  $v_1$ , наиболее вероятному из оставшихся — вероятность  $v_2$  и т.д. Завершающий этап — вычисление отношения —  $\text{ratio} = v_1/v_2$ . Если  $\text{ratio}$  близко к единице, т.е. решения примерно равновероятны, то многозначность не разрешилась и наблюдения на данной базе следует повторить при более благоприятной геометрии наблюдений и большей длительности сессии.

При благоприятных условиях наблюдений случается, что  $\text{ratio}$  близко к сотне. В этом случае операторы уверены в успехе наблюдений, хотя окончательное решение принимают, проанализировав невязки замкнутых фигур, в соответствии с равенствами:

$$\Sigma \Delta X = 0; \Sigma \Delta Y = 0; \Sigma \Delta Z = 0.$$

## 19.7. ОСНОВНЫЕ ИСТОЧНИКИ ОШИБОК СПУТНИКОВЫХ НАБЛЮДЕНИЙ

*Ошибки исходных данных*, т. е. координат спутников, обусловлены неточностью знания эфемерид спутников на момент наблюдений. Эта неточность эфемерид вызвана, в свою очередь, ошибками измерения параметров орбит спутников на станциях наземного комплекса управления и ошибками прогноза движения спутников из-за невозможности точного и полного учета всех возмущающих сил (гравитационного поля Земли, масс Луны и Солнца и др.). При использовании доступных для всех эфемерид ошибку координат спутника оценивают величиной порядка 10...20 м. Так как координаты спутника являются исходными для вычисления координат наземных пунктов, то при абсолютном методе определения последние не могут быть получены с меньшей ошибкой. При относительных же методах (геодезическом режиме) ошибки в координатах спутника практически не скажутся на точности определения разности координат наземных пунктов. Это объясняется тем, что при небольшом расстоянии между приемниками по сравнению с расстоянием от земной поверхности до спутника неточность координат спутника «внесет» в координаты обоих приемников практически одинаковую ошибку, которая будет исключена в разности координат.

**Задержки сигнала в атмосфере.** Атмосферу разделяют на три области: тропосферу, стратосферу и ионосферу. К *тропосфере* относится нижний слой от поверхности Земли до 10...15 км. *Стратосфера* — это слой в интервале от 10...15 до 50...60 км. Выше лежит *ионосфера*, верхняя граница которой простирается до 1000...10 000 км.

Тропосфера и стратосфера — это неионизированные слои воздуха, поэтому закономерности распространения радиоволн в этих слоях считают одинаковыми, а задержку сигнала в них просто называют *тропосферной задержкой*.

В ионосфере газ ионизирован и содержит большое количество свободных электронов, поэтому для радиоволн она является *диспергирующей средой* — в ней показатель преломления  $n$  (а следовательно, и скорость распространения  $v = c/n$ ) зависит от частоты сигнала.

Обе задержки сигнала в атмосфере (в тропосфере и ионосфере) вычисляют по формуле

$$\Delta = - \int \quad (19.14)$$

где  $c$  — скорость света в вакууме;  $L$  — толщина слоя атмосферы;  $n$  — показатель преломления (берется соответственно для тропосферы или ионосферы);  $n = n(x)$ .

**Задержка в тропосфере.** В тропосфере вместо показателя преломления  $n$  используют индекс преломления  $N$ , связанный с показателем соотношением  $N = (n - 1)10^6$ . Так, если  $n = 1,000\,295$ , то  $N = 295$ . С использованием индекса преломления формула (19.14) применительно к тропосфере получает вид

$$\Delta = \int$$

где  $L_1$  — верхняя граница тропосферы.

Функция  $N(x)$  под знаком интеграла — это закон распределения индекса преломления вдоль трассы, который аппроксимируют *моделью тропосферы*, т. е. зависимостью индекса преломления от высоты слоя тропосферы.

Для учета наклона трассы используют выведенные теоретические зависимости индекса  $N(x)$  для зенитного расстояния  $z$  наблюдаемого объекта. В GPS, в частности, применяют модель Хопфилда.

Тропосферная задержка, выраженная в линейной размерности (т. е. величина  $c\Delta t_{\text{троп}}$ ), лежит в диапазоне от примерно 2,4 м при  $z = 0$  (спутник в зените) до 10 м и более при  $z = 80^\circ$ . При  $z > 80^\circ$ , т. е. когда угол возвышения над горизонтом меньше  $10^\circ$ , наблюдения не проводят. Существующие тропосферные модели позволяют наиболее полно учесть задержки сигнала в атмосфере при дифференциальных и относительных измерениях при длине базы до 10...15 км. В этом случае атмосферные условия для сигналов, приходящих от спутника на оба приемника, считают практически одинаковыми и остаточное влияние тропосферы дает погрешность в несколько сантиметров.

**Задержка в ионосфере.** Так как ионосфера для радиоволн является диспергирующей средой, в таких средах скорость распространения сигнала теряет свою однозначность, а поэтому возникает необходимость различать две скорости: *фазовую* и *групповую*.

При амплитудной модуляции гармонического колебания частоты  $f$  возникает спектр шириной  $\Delta f = 2F$ , где  $F$  — частота модуля-

ции. При этом можно считать, что в среде с дисперсией несущее колебание частоты  $f$  распространяется с фазовой скоростью, а огибающая, воспроизводящая форму модулирующего сигнала, распространяется с групповой скоростью. Такая картина имеет место и в случае распространения спутникового сигнала в ионосфере. При фазовых измерениях мы имеем дело с несущими гармоническими колебаниями (на частотах  $L_1$  и  $L_2$ ), распространяющимися с фазовыми скоростями, а поэтому при расчете задержки в ионосфере в этом случае должен иметь место фазовый показатель преломления. При кодовых измерениях участвуют кодовые сигналы, которые *модулируют* несущие колебания, а значит, характеризуются групповой скоростью распространения. Поэтому в этом случае следует использовать групповой показатель преломления.

Для расчета задержек сигнала в ионосфере применяют следующие формулы:

при фазовых измерениях

$$\Delta = \int$$

при кодовых измерениях

$$\Delta = \int$$

где  $L_1$  и  $L_2$  — нижняя и верхняя границы ионосферы;  $N_e$  — индекс преломления, определяемый по измерениям метеозаписей (температуры, давления и влажности воздуха).

Индекс преломления связан с показателем преломления соотношением

$$N_e = (n - 1)10^6.$$

Индекс преломления показывает, на сколько миллионных долей (единиц шестого знака) показатель преломления воздуха больше единицы. Так, если  $n = 1,000\,315$ , то  $N = 315$ .

Из приведенных интегралов видно, что задержки в ионосфере одинаковы по значению, но различны по знаку. Это означает, что при кодовых измерениях время распространения сигнала в ионосфере увеличивается, а при фазовых уменьшается по сравнению с вакуумом.

Вычисление интегралов — сложная, а главное не поддающаяся точному решению задача. Для ее решения предложено несколько моделей, из которых наибольшее распространение получила модель Клобучара. Рассчитанные по этой модели поправки к псевдодальностям в линейной размерности составляют 5...50 м. Поэтому модельный способ учета поправок ионосферы применяют в ос-

новном в навигации при абсолютном методе определения координат, а в геодезии — на базах длиной до 10 км, когда ионосферные условия для радиоволн, приходящих на оба приемника, практически одинаковы. В этом случае даже измерения только на частоте  $L_1$  (с одночастотными приемниками) с использованием модельного учета дают приемлемые результаты. При точных геодезических измерениях применяют метод, базирующийся на использовании двух несущих частот  $L_1$  и  $L_2$ , измерения на которых позволяют получить расстояние, свободное от влияния ионосферы. Для этой цели в спутниковом сигнале предусмотрена вторая несущая  $L_2$ , и все высокочастотные приемники являются двухчастотными.

**Отражение радиоволн.** На антенну спутникового приемника может приходить не только прямой сигнал, но и отраженный от земной или водной поверхности и окружающих предметов (зданий, сооружений, заборов и т. п.). Прямой и отраженный сигналы проходят разные пути (рис. 19.13, а). В точке приема возникает их интерференция, приводящая к искажению прямого сигнала, а следовательно, к ошибкам измерений.

Для того чтобы отсеять лучи, отраженные от земной поверхности, в геодезических антеннах устанавливают специальные металлические экраны (рис. 19.3, б). Такой экран защищает только от «нижних» отраженных лучей и не снимает проблему отражений от близко расположенных высоких препятствий, когда отраженный сигнал приходит «сверху».

**Геометрический фактор.** От геометрии расположения созвездия наблюдаемых спутников зависит точность линейной засечки, определяемая понятием «геометрический фактор» (ГФ). В международной терминологии его обозначают аббревиатурой DOP (Dilution of Precision — падение точности). Если система характеризуется средней квадратической погрешностью измерения расстояния  $m_{\text{изм}}$ , то погрешность определения местоположения

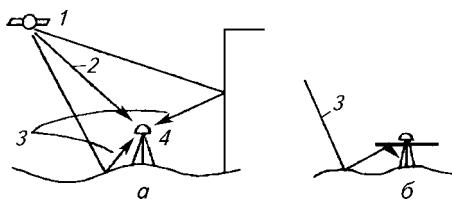
$$M = \text{DOP} \cdot m_{\text{изм}}$$

DOP не может быть меньше 1, но чем он меньше, тем лучше. Различают несколько видов DOP, характеризующих уменьшение точности в разных аспектах:

HDOP — снижение точности в плане (Horizontal DOP);

**Рис. 19.13. Многопутность:**

а — прямой и отраженные сигналы; б — использование экрана; 1 — спутник; 2 — прямой сигнал; 3 — отраженные сигналы; 4 — антенна



VDOP — снижение точности по высоте (Vertical DOP);

PDOP — снижение точности пространственного положения (Position DOP);

TDOP — снижение точности определения поправки часов (Time DOP);

GDOP — общее снижение точности позиционирования (Geometrical DOP).

Геометрический фактор GDOP — наиболее универсальная характеристика, так как показывает понижение точности трехмерного позиционирования. Однако большинство пользователей предпочитает оценивать геометрию наблюдений величиной PDOP. Конфигурацию спутников считают хорошей, если PDOP не превышает 3, и удовлетворительной, если PDOP не больше 7.

Идеальная для спутниковых определений — конфигурация спутникового созвездия: один из спутников находится в зените, а остальные равномерно распределены по окружности с центром в определяемой точке так, что их возвышение над горизонтом составляет  $20^\circ$ . Ситуация, когда спутники сгруппированы в небольшой части неба («сбились в кучу»), является неблагоприятной.

## 19.8. СИСТЕМА ОТСЧЕТА

Под системой отсчета подразумевают систему координат для определения места, где произошло событие, вместе со связанными с этой системой часами для фиксации момента времени, когда это событие произошло. При решении геодезических задач, связанных с наблюдениями ИСЗ, приходится пользоваться различными системами координат, отличающимися расположением начала, ориентировкой основной и начальной плоскостей, а также видом координатных систем.

Наиболее часто при обработке результатов наблюдений ИСЗ пользуются системами прямоугольных и эллипсоидальных координат. Среди прямоугольных координат можно выделить две основные группы: инерциальные координаты (невращающиеся), связанные с положением неподвижных звезд, и системы координат, жестко связанные с землей (вращающиеся системы координат).

Ориентировка инерциальных систем задается каталожными координатами звезд, получаемыми по астрономическим наблюдениям методами фундаментальной астронометрии.

Системы координат, связанные с Землей (общеземные, референсные и др.), фиксируются координатами пунктов глобальных геодезических сетей на земной поверхности.

Связь между вращающимися и инерциальными системами координат устанавливается по данным различных специальных служб по наблюдениям звезд, радиоисточников и ИСЗ.

В соответствии с рекомендациями Международного астрономического союза и Международного союза геодезии и геофизики

Международная служба вращения Земли (МСВЗ) определяет и ежегодно публикует данные и стандарты инерциальной и земной систем координат. Более подробно эти вопросы рассмотрены в учебниках по высшей и космической геодезии.

Рассмотрим некоторые системы координат.

**Общеземная система координат.** Эта система может быть прямоугольной декартовой или эллипсоидальной.

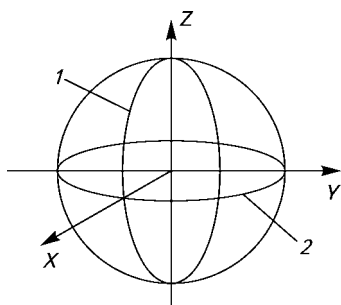
В прямоугольной системе начало координат совпадает с центром масс Земли (рис. 19.14). Ось  $Z$  совпадает с направлением из центра масс Земли в средний северный полюс [так называемое «Международное условное начало» (МУН)]. Ось  $X$  направлена в точку пересечения земного экватора и Гринвичского среднего меридиана. Ось  $Y$  дополняет систему до правой (направлена на восток).

Прямоугольные пространственные координаты удобны для решения задач, связанных с обработкой наблюдений спутников при построении глобальных геодезических систем. При решении геодезических задач, связанных с определением положения точек земной поверхности, более наглядное представление дают геодезические эллипсоидальные координаты:  $B$  — геодезическая широта;  $L$  — геодезическая долгота;  $H$  — геодезическая высота.

Прямоугольные координаты связаны с эллипсоидальными координатами следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} X &= (N + H) \cos B \cos L, \\ Y &= (N + H) \cos B \sin L, \\ Z &= [(N(1 - e^2) + H) \sin B, \end{aligned}$$

где  $N$  — радиус кривизны нормального сечения земного эллипсоида плоскостью первого вертикала;  $e$  — эксцентриситет земного эллипсоида.



**Рис. 19.14. Прямоугольная земная система координат:**

1 — гринвичский меридиан; 2 — экватор

В процессе наблюдений при работе с GPS-приемником определяются  $B$ ,  $L$ ,  $H$  координаты в системе WGS-84, которую можно считать общеземной.

**Референцная система координат.** Близость поверхности эллипсоида к поверхности геоида (квазигеоида) оценивается по значениям уклонений геоида от эллипсоида. В качестве критерия принимают минимум суммы квадратов уклонений, т. е. аномалий высоты квазигеоида,  $[\xi^2] = \min$ .

Если параметры эллипсоида определяют с привлечением пунктов глобальной геодезической сети, то получают общеземной эллипсоид, например эллипсоид WGS-84.

Если параметры эллипсоида подбирают для ограниченной территории (с использованием пунктов геодезической сети отдельно взятой страны), то получают так называемый референц-эллипсоид. В СССР в 1943 г. получен эллипсоид Ф. Н. Красовского, параметры которого используют и до настоящего времени. В общем геодезическая система координат определяется принятым эллипсоидом и характеризуется параметрами: большой полуосью эллипсоида  $a$ ; геоцентрической гравитационной постоянной  $\mu = fM_+$  ( $f$  — универсальная гравитационная постоянная;  $M_+$  — масса Земли); коэффициентом второй зональной гармоники геопотенциала  $I_2$ ; угловой скоростью вращения Земли  $\omega_0$ .

Совокупность этих величин определяют полярное сжатие эллипсоида и соответственно размер его малой полуоси.

Таким образом, при задании систем координат устанавливают не только геометрические размеры земного эллипсоида, но и параметры гравитационного поля, а также астрономические постоянные.

Любая система координат, связанная с Землей, реализуется на практике значениями координат геодезических пунктов, которые принимают в качестве опорных при выполнении геодезических работ на местности.

Остановимся подробнее на особенностях геодезических работ, связанных с использованием современной GPS-аппаратуры.

Приступая к работе, геодезист располагает координатами геодезических пунктов, имеющихся на данном объекте. Именно этот набор координат практически должен реализовать исходную референционную систему координат. Однако процесс создания любой геодезической сети на такой огромной, как Государственная геодезическая сеть б. СССР, неизбежно сопровождается систематическими ошибками. Любой участок сети (локальная или региональная ее часть) имеет в этом смысле свои особенности, которые при современной точности измерений необходимо учитывать. Поэтому на каждом объекте приходится работать не в единой для всей страны референционной системе, а, по существу, в локальной или региональной системе, отличной от единой референционной системы координат.

Другая особенность применения GPS-аппаратуры — тот факт, что в ряде случаев точность измерений относительным методом точнее опорной геодезической сети. Например, вполне реальной становится ситуация, когда для получения координат пунктов GPS-сети, имеющей сантиметровую и даже миллиметровую точность, приходится использовать исходные пункты, координаты которых содержат дециметровые ошибки. Эти вопросы подлежат решению, единого правила для которого пока не установлено.

Преобразование геодезических координат. GPS-наблюдения позволяют получать результаты в WGS-84 системе координат. Геодезиста — потребителя продукции, как прави-

ло, интересуют данные в локальной (региональной) системе координат, фиксированной координатами опорных пунктов, расположенных на участке работ. В этой связи возникает проблема перехода от системы координат WGS-84 к локальной (региональной) системе координат. В этом состоит проблема преобразования или трансформирования координат.

Как правило, начала рассматриваемых систем координат не совпадают, имеет место различие в ориентировке осей систем координат, существует разница в масштабах осей, созданных наземными и спутниковыми методами.

Если воспользоваться углами Кардано для фиксации взаимной ориентировки координатных осей, то связь между ними определится выражением

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \beta_0 \begin{pmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_y & \varepsilon_z \\ +\varepsilon_x & & \varepsilon_y \\ \varepsilon_x & +\varepsilon_y & \varepsilon_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix} \quad (19.15)$$

где  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$  — углы Кардано;  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  — координаты начала референционной системы координат в WGS-системе;  $\beta_0$  — масштабный коэффициент.

Таким образом, чтобы выполнить трехмерное преобразование координат, необходимо знать семь параметров: три параметра сдвига, три параметра поворота, один масштабный коэффициент. Параметры связи некоторых координатных систем приведены в таблице 19.2. Для этого необходимо иметь не менее семи уравнений типа (19.15), включающих семь неизвестных параметров трансформирования. Четыре пункта с известными в референционной системе координатами образуют три независимые базы, порождающие девять уравнений. Два уравнения являются избыточными. Это означает, что необходимо выполнить спутниковые наблюдения на четырех пунктах, координаты которых известны в региональной или локальной системах координат. Такое трехмерное трансформирование используют в больших сетях, размеры которых исчисляются тысячами километров.

**19.2. Параметры связи некоторых координатных систем**

$\Delta x, \text{ м}$	+25	0	+25	0
$\Delta y, \text{ м}$	−141	0	−141	0
$\Delta z, \text{ м}$	−80	+4,5	−78,5	+1,5
$\beta_0 \cdot 10^{-6}$	0	+0,227	0	0
$\varepsilon_x$	0	0	0	0
$\varepsilon_y$	−0,35"	0	−0,350"	0
$\varepsilon_z$	−0,66	−0,554"	−0,736	−0,076"

Объяснения параметров преобразования приведены на с. 546.

Систему параметрических уравнений для решения задачи по определению параметров преобразования координат можно записать в виде

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon \\ \varepsilon \\ \varepsilon \\ \beta \\ \Delta \\ \Delta \\ \Delta \end{pmatrix} \quad (19.16)$$

В геодезических сетях меньших размеров применяют двумерное трансформирование. Именно двумерное трансформирование наиболее часто встречается на практике. Первоначально трехмерный вектор базы редуцируют на плоскость геодезической проекции, например на плоскость проекции Гаусса—Крюгера. В этом случае имеем четыре параметра трансформирования: два параметра сдвига начала координат, один угловой параметр вращения и масштабный фактор. Четыре пункта с известными в референционной системе координатами образуют три независимых базы, порождающие четыре уравнения с четырьмя неизвестными параметрами трансформирования.

На практике редко определяют угловой параметр вращения и масштабный фактор. Определяют только два параметра сдвига начала координат. Один из трех исходных пунктов выбирают в качестве главного, фиксирующего региональную или локальную систему координат. Как правило, такой пункт расположен близко к центру геодезической сети. Остальные два исходных пункта нужны для того, чтобы проконтролировать точность координат главного исходного пункта.

В *эллипсоидальных геодезических системах координат* используется *Н*-геодезическая высота. По определению *Н* есть расстояние пункта до эллипсоида, измеряемое по нормали, проведенной от пункта к поверхности эллипсоида. Геодезическая высота *Н* состоит из двух частей:  $H = \gamma + \xi$  при этом первая составная часть  $\gamma$  получается из геометрического нивелирования и быстро изменяется в зависимости от рельефа местности. Вторая составная часть  $\xi$  — аномалия высоты, т. е. высота отсчетной для нивелирования поверхности над поверхностью эллипсоида. Это так называемая геоидальная часть геодезической высоты; она плавно изменяется и зависит от аномалий гравитационного поля.

Нивелирные высоты могут различаться в зависимости от правил учета в них гравиметрических поправок.

Различают *систему нормальных нивелирных высот*, обозначаемых  $H^N$ . Это высота пункта над отсчетной поверхностью, так называемой поверхностью квазигеоида, который строго определяет-ся по измерениям на физической поверхности Земли.

Система нормальных высот используется в РФ, странах СНГ и некоторых странах Восточной и Западной Европы. На отечественных картах указаны нормальные высоты.

*Система ортометрических высот* также широко используется во всем мире. Обозначаются ортометрические нивелирные высоты  $H^O$ . Высота  $H^O$  — это высота пункта над поверхностью геоида. Геоид не может быть определен строго по измерениям на поверхности Земли. Для определения фигуры геоида необходимо знать плотность масс, расположенных между геоидом и физической поверхностью Земли, что практически является трудноразрешимой задачей, поэтому точное определение фигуры геоида невозможно.

Поверхности геоида и квазигеоида на морях и океанах совпадают, а в равнинной местности расходятся в пределах 2...3 см. В горных районах расстояния между ними могут достигать 2...3 м. Более подробно этот вопрос рассматривают в курсах высшей геодезии.

**Р а в н о д е н с т в е н н ы е ( з в е з д н ы е ) с и с т е м ы к о о р д и н а т.** Положение внешней точки пространства (например, ИСЗ) относительно Земли удобно задавать в *геоцентрической равноденственной прямоугольной системе координат*. Начало системы координат совмещают с центром масс Земли, ось  $Z$  направлена вдоль оси вращения Земли (в полюс Мира), ось  $X$  — в точку весеннего равноденствия  $\gamma$ , ось  $Y$  дополняет систему до правой тройки векторов.

Наряду с геоцентрической системой координат используют также *топоцентрическую равноденственную систему*, отличающуюся от геоцентрической системы только положением начала, которое располагается в точке земной поверхности; оси топоцентрической системы параллельны соответствующим осям геоцентрической системы координат.

Равноденственные системы координат, определенные ранее, не являются инерциальными, поскольку ориентировка оси вращения Земли (оси Мира) и положение точки весеннего равноденствия с течением времени меняется вследствие гравитационного воздействия на Землю со стороны Луны, Солнца и планет Солнечной системы. Выделяют истинные и средние равноденственные координатные системы. Переход от истинных к средним равноденственным координатам связан с учетом астрономических явлений прецессии и нутации. Подробно с этими вопросами можно ознакомиться в курсе сферической астрономии.

Орбитальная система координат. Спутники вращаются вокруг Земли по эллиптическим орбитам, близким к окружностям, но форма эллипса и его ориентация в пространстве с течением времени меняются. Мгновенную орбиту (орбиту в некоторый момент времени) называют *оскулирующей*.

С орбитой связана *орбитальная система координат*, представляющая собой плоскую прямоугольную декартовую систему, показанную на рисунке 19.15. Начало 0 орбитальной системы координат совпадает с центром масс Земли. Оси  $x_0$  и  $y_0$  лежат в плоскости орбиты. Большая полуось  $a$  и малая полуось  $b$  эллиптической орбиты характеризуют ее размеры и форму. Практически используют большую полуось  $a$  и эксцентриситет

$$= \sqrt{\quad + \quad}$$

Плоскость орбиты пересекается с плоскостью экватора по линии  $\zeta\eta$ , которую называют линией узлов. Точку  $\zeta$ , в которой спутник пересекает плоскость экватора, переходя из Южного полушария в Северное, называют восходящим узлом орбиты. Противоположная точка  $\eta$  — нисходящий узел. Ось  $x_0$  проходит через восходящий узел. Ось  $y_0$  перпендикулярна оси  $x_0$  и лежит в плоскости орбиты.

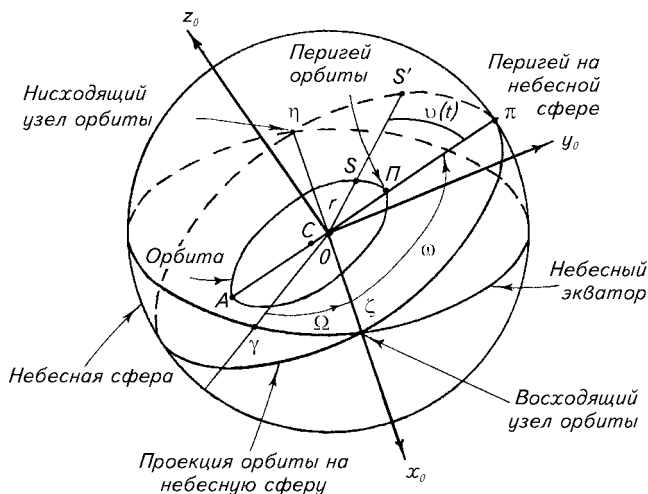


Рис. 19.15. Кеплеровы элементы орбиты:

$S$  — искусственный спутник Земли (ИСЗ);  $S'$  — проекция ИСЗ на небесную сферу;  $v = v(t)$  — истинная аномалия ИСЗ в момент  $t$ ;  $r$  — радиус-вектор ИСЗ;  $C$  — центр орбиты;  $\Omega$  — долгота восходящего узла;  $\omega$  — аргумент Перигея

Определим остальные параметры, характеризующие ориентировку орбиты в пространстве и положение спутника на орбите. Плоскость орбиты образует с плоскостью экватора угол  $i$  — угол наклона орбиты. Второй угловой параметр, задающий ориентацию орбиты в экваториальной системе координат,  $\Omega$  — угол между направлением в точку весеннего равноденствия и осью  $x_0$  — долготы восходящего узла орбиты. И третий угловой параметр  $\omega$  — аргумент перигея. Перигей — ближайшая к центру масс Земли точка орбиты. Положение спутника на орбите в некоторый момент  $t$  характеризуют истинной аномалией  $v$ . Сумму аргумента перигея и истинную аномалию называют аргументом широты:  $u = \omega + v$ . Используют и другие параметры, характеризующие орбиту и положение спутника на ней. Элементы, характеризующие орбитальное движение спутника на исходную эпоху, в совокупности с параметрами, определяющими изменения этих элементов с течением времени, являются основой для составления эфемерид спутника. Пользуясь эфемеридами спутника, можно вычислить орбитальные координаты  $x_0$  и  $y_0$  по формулам:

$$x_0 = r \cos u; \quad y_0 = r \sin u,$$

где  $r$  — расстояние от центра масс Земли до мгновенного положения спутника на орбите.

Каждый спутник GPS транслирует данные для получения эфемерид в составе навигационного спутникового сообщения. Эфемеридами любого космического объекта (звезды, ИСЗ) называют таблицы, в которых на определенные, обычно равноотстоящие, моменты даны координаты этого объекта.

**Шкалы времени.** Все способы измерения дальностей (псевдодальностей) основаны на определении времени прохождения радиоволн от спутника до приемника. На каждом спутнике системы GPS установлено по несколько атомных стандартов частоты, одновременно являющихся генераторами шкал времени. С их помощью генерируются электромагнитные колебания с относительной нестабильностью за сутки около  $10^{-13}$ . Передаваемые радиосигналы несут метки времени, по которым на Земле на станциях службы времени сверяют временные шкалы системы GPS с государственными эталонами времени и частоты.

В основе измерений физического времени лежит атомное время АТ. Существует Международное атомное время ТAI. Единицей атомного времени является атомная секунда — интервал времени близкий к  $1/86\,400$  части суток. Шкала атомного времени обладает высокой равномерностью ( $10^{-13}$ ). Она постепенно расходится со шкалой Всемирного астрономического времени UT (Universal Time), соответствующей шкале среднего солнечного времени Гринвичского меридиана, которая задается суточным вращением Земли. Различают три системы всемирного времени:

УТО — всемирное время, непосредственно получаемое из астрономических наблюдений суточных движений звезд, т. е. время на мгновенном гринвичском меридиане, положение которого определено мгновенными положениями полюсов Земли;

UT1 — всемирное время среднего гринвичского меридиана, определяемого средними положениями полюсов Земли; его получают исправлением УТО поправкой за движением мгновенного полюса Земли относительно Международного условного начала (МУН).

UT2 — всемирное время среднего гринвичского меридиана, исправленное поправками за сезонные вариации угловой скорости вращения Земли.

Поскольку шкалы АТ и УТ автономны и между собой не согласуются, введена промежуточная шкала так называемого Всемирного координированного времени UTC. В России UTC соответствует Государственному эталону частоты и времени РФ. Это атомное (физическое) время, которое смещается на 1 с, когда показания часов UTC отличаются от UT1 более чем на 0,7 с. Коррекцию его выполняют по мере надобности либо в полдень после последней секунды полугодия 30 июня или в конце 31 декабря. Так, в результате коррекции в 1996 г. расхождение между UTC и UT1 уменьшилось до 1 мс.

Время GPS (GPST) было установлено в полночь с 5-го на 6-е января 1980 г. и составило на 19 с меньше времени ТАИ. В ноябре 1985 г. GPST = UTC + 4 с. В июне 1993 г. GPST опережало UTC на 9 с, в июле 1994 г. — на 10 с.

В спутниковых сигналах GPS время передается в форме номера недели и поправки времени для каждой «GPS недели». Номера недель исчисляются от 0 до 1023. Неделя с номером 0 была начата 6 января 1980 г. Неделя с номером 1023 закончилась 21 августа 1999 г. После этого номер недели был переведен на 0 и счет начался сначала.

В приемнике пользователя атомных стандартов частоты нет. Устанавливать их там было бы слишком дорого, поэтому сдвиг шкалы времени кварцевых часов в спутниковом приемнике может быть на несколько порядков больше, чем атомных часов на спутнике. Однако этот сдвиг практически одинаков по отношению к измерениям псевдодальностей до всех наблюдаемых в данный момент спутников. Это почти постоянная систематическая погрешность. Ее можно исключить, если измерять псевдодальности как минимум с 4 спутников. Четыре измерения позволяют вычислить четыре параметра — три координаты, определяющие положение приемника в земном пространстве, и сдвиг шкалы времени в приемнике при условии его постоянства.

Если наблюдение ИСЗ растянуто во времени, то относительный сдвиг шкал времени (шкала GPS и шкала приемника) будет

меняться. Отсюда возникают требования к стабильности временной шкалы приемника, которая должна обеспечивать минимальное изменение сдвига шкал за интервал наблюдений ИСЗ.

## 19.9. АППАРАТУРА ПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ

**Комплект аппаратуры.** Комплектация и технические характеристики аппаратуры пользователей зависят от решаемых задач. В простейшем случае — это миниатюрный приемник по размерам не больше наручных часов. Чем точнее работы, тем сложнее аппаратура. Наиболее совершенные приемники применяют в геодезических целях. Комплект аппаратуры для геодезических целей включает антенну, приемник, контроллер (управляющее устройство), блок питания (для зарядки аккумуляторов и работы от сети), аккумуляторы или батареи, кабели, штативы, вежу для установки антенны, рулетку или специальное приспособление для измерения высоты антенны, станковый рюкзак для приемника, упаковочные сумки, чехлы и прочее оснащение. Для обработки измерений обязателен персональный компьютер с программным обеспечением. Антенну можно встроить в приемник или использовать в виде выносного модуля, соединяемого с ним специальным кабелем. Общий вид геодезического приемника Trimble 4600 показан на рисунке 19.16.

Все приемники являются многоканальными с числом каналов от 6 и более. Каждый канал следит за своим спутником. Поскольку при измерениях серьезной проблемой является срыв сигналов в



**Рис. 19.16. Геодезический приемник Trimble:**

1 — приемник; 2 — штатив; 3 — источник питания

тени зданий и других объектов, то эти трудности легче преодолеть, если выполнять измерения многоканальными приемниками: чем больше каналов, тем легче найти необходимое число видимых спутников и избежать срывов.

Приемники можно разделить:

- на односистемные, принимающие сигналы только GPS;

- двухсистемные, принимающие сигналы как ГЛОНАСС, так и GPS.

По видам принимаемых и обрабатываемых сигналов приемники делят:

- на кодовые одночастотные, работающие по C/A-коду;

- кодовые двухчастотные, ориентированные прежде всего на P-код;

- кодowo-фазовые одночастотные, применяющие дальномерный C/A-код и фазовые измерения только на частоте  $L_1$ ;

- кодowo-фазовые двухчастотные, использующие дальномерные коды и фазовые измерения на частотах  $L_1$  и  $L_2$ .

Максимальную точность обеспечивают двухчастотные приемники (погрешность измерений составляет сантиметры и даже миллиметры). Вместе с тем и одночастотные приемники благодаря применению относительного метода измерений и совершенной методики обработки позволяют получить высокую точность.

*Кодовые приемники* (рис. 19.17) легки, компактны, умещаются на ладони. В одном корпусе совмещены все блоки (антенна, сам приемник, питание). Кроме определения трехмерного положения, как правило, вычисляют скорость и направление движения. Выдают координаты в разных форматах (широта, долгота, высота, плоские координаты в разных проекциях и др.). После снятия режима SA (селективного доступа) кодовые приемники стали основными приборами для определения места в различных географических, геологических и других работах.

*Кодowo-фазовые приемники* малогабаритны, обычно оснащены отдельной антенной, имеют мощные накопители данных. В некоторых конструкциях внутренняя память до 100 Мб и более, а число каналов достигает 40.

Все они снабжены портами для интеграции с другой аппаратурой, питаются в основном от аккумуляторов. Нередко клавиатура с дисплеем установлена на вспомогательном устройстве — контроллере, которое пользователь держит в руке, при измерениях вводит необходимые команды (имя точки, высота антенны и др.).



Рис. 19.17. Кодовый приемник Meridian

Кодово-фазовые приемники выполняют следующие основные функции:

- генерирование местных эталонных колебаний, несущих частот и дальномерных кодов;

- поиск, захват, усиление и разделение сигналов от разных спутников;

- регистрацию сигналов;

- фильтрацию сигналов для ослабления помех;

- детектирование сигналов для выделения меток времени, кодовых посылок, навигационного сообщения и несущих колебаний;

- слежение за частотой, фазой, кодовыми сигналами, измерение времени и разности фаз при кодовых и фазовых измерениях.

При включении питания в приемнике устанавливают стартовое меню, позволяющее пользователю выбрать нужный режим измерений. При поступлении сигнала от спутника и наличии альманаха, хранящегося в памяти приемника, производится идентификация спутника, и приемник начинает захват сигнала. Захват сигнала — это вхождение в синхронизм по фазе псевдослучайного кода, т. е. совпадение местной ПСП с поступающей от спутника. В дальнейшем приемник поддерживает режим отслеживания захваченных сигналов и позволяет периодически брать отсчеты, фиксирующие вычисленные псевдодальности и точное время.

Приемник обладает системой *автоматизированного управления*, которая позволяет обрабатывать поток получаемой информации, производить вычислительные операции, показывать на дисплее интересующие оператора данные, выполнять самодиагностику работы приемника и др. Все это возможно благодаря соответствующему *программному обеспечению*, которое имеет исключительно важное значение в любом спутниковом приемнике. При этом наблюдается тенденция к уменьшению массы и габаритов приемника, конструктивному объединению отдельных частей комплекта аппаратуры и максимальному упрощению органов управления. Такие приемники образуют новое поколение, получившее название приемники класса «все в одном».

В мире производством спутниковых приемников заняты более 400 фирм. В России получили распространение приемники фирм Ashtek, Trimble, Magellan (США), Leica (Швейцария), Z-Max, ProMark (Франция), Geotronics AB (Швеция), Torcon (Япония) и др.

При участии фирмы Ashtek в России разработан 12-канальный одночастотный приемник «Землемер».

Появились совмещенные GPS/ГЛОНАСС приемники: Trimble 4000 SGL, Ashtek GG-24, JGG 20 и др.

В результате объединения компании JPS (Javad Positioning System) с японской корпорацией Torcon создается новая компания TPS (Torcon Positioning System), которая начинает выпускать приемники нового поколения с усовершенствованной технологией.

Начали создавать *интегрированные системы*, одной из составных частей которых является спутниковый приемник. Так, шведская фирма Spectra Precision выпустила модульную геодезическую систему Geodimeter Integrated Surveying System, объединяющую тахеометр, спутниковый приемник и полевой пен-компьютер (компьютер, в котором клавиатуру заменяет «световое перо», позволяющее рисовать и чертить от руки прямо на экране).

## 19.10. СПОСОБЫ И РЕЖИМЫ НАБЛЮДЕНИЙ

Способы наблюдений разделяют на *абсолютные* и *относительные* (см. раздел 19.3). При абсолютных способах определяют координаты пунктов, а при относительных — приращения (разности) координат или вектор базы между двумя пунктами.

*Абсолютные способы* делят на автономные (когда измерения производят одним приемником) и дифференциальные [с использованием базовой станции, передающей на «рабочий» (мобильный) приемник дифференциальные поправки]. При абсолютных способах выполняют кодовые измерения, а при относительных — фазовые (кодовые в этом случае выполняют вспомогательные функции для нахождения приближенных значений координат и разрешения неоднозначности).

*Относительные способы* — наиболее точные, и применяют их для геодезических целей.

Существует несколько геодезических режимов, все их делят на две группы: статические и кинематические. В обоих режимах один из приемников находится на *исходном пункте*, а другой — на *определяемом*, но в статике оба приемника неподвижны, а в кинематике «определяющийся» (мобильный) приемник перемещается (непрерывно или с остановками).

**Статика.** Статический режим — наиболее точный и требующий больших (не менее 1,5 ч) затрат времени на наблюдения. Его используют для создания точных геодезических сетей. Значительная продолжительность наблюдений необходима для уверенного разрешения неоднозначности и получения результатов измерений с сантиметровой и даже миллиметровой точностью. При этом дополнительное время (не менее получаса на каждый пункт) необходимо на обработку результатов измерений в камеральных условиях — *постобработку*.

**Быстрая статика** — статический режим, при котором время наблюдений на пункте сокращается до 10...15 мин. Платой за экономию времени является риск столкнуться с трудностями разрешения неоднозначности на этапе постобработки.

**Кинематика.** Классический вариант кинематического режима — режим stop and go («стой и иди»), при котором движущийся приемник — ровер (rover — скиталец) перемещают с пункта на

пункт, делая на этих пунктах остановки. Однако, чтобы реализовать такой режим, работу начинают со статического варианта, выполнив — *инициализацию* — наблюдения длительностью 1...1,5 ч для определения вектора базы и разрешения неоднозначности. При этом *референцный* (неподвижный) приемник устанавливают на исходном пункте, а *роверный* — на первом из определяемых пунктов (эти пункты и образуют базу). После выполнения инициализации оператор роверного приемника переключает его в *режим движения* и начинает движение к следующему пункту. При этом двигаться нужно так, чтобы на антенну поступали сигналы не менее чем от четырех одних и тех же спутников. В случае срыва сигнала возвращаются на предыдущий пункт. Если срыва не происходит, то, прибыв на очередной пункт, устанавливают антенну над ним и переключают приемник в статический режим, который продолжается меньше 1 мин; за это время измеряют высоту антенны и вводят ее в приемник (а также вводят название пункта). На этом работа на пункте заканчивается, оператор переключает приемник в роверный режим и движется к следующему пункту. Короткое время наблюдений на пункте обусловлено тем, что не требуется разрешать неоднозначность на каждом пункте, так как, определив число  $N_0$  при инициализации на базе, приемник при перемещении непрерывно отслеживает его изменения *счетом фазовых циклов*, если только не потерял сигнал от спутника из числа четырех необходимых.

**Кинематика «в полете»** (on the fly — OTF). Это вариант кинематического режима, не требующий инициализации. Его используют в том случае, когда есть уверенность, что прием сигналов достаточного числа спутников не прервется в течение 20...30 мин. За это время при непрерывной работе приемника он накопит достаточно информации для того, чтобы программное обеспечение при постобработке смогло разрешить неоднозначность.

Общий недостаток всех перечисленных способов наблюдений — необходимость постобработки в камеральных условиях.

**Кинематика в реальном времени** (Real Time Kinematics — RTK). Этот метод является дальнейшим развитием кинематического режима. Сущность его состоит в том, что измерения и обработка производятся одновременно. Для этой цели между референцным (опорным) и роверным (мобильным) приемниками организуется *цифровой радиоканал* (в оба приемника вводятся соответствующие радиомодемы), по которому роверный приемник получает от референсного всю необходимую информацию, чтобы тут же ее обработать совместно с результатами своих фазовых измерений и определить свои координаты с сантиметровой точностью. При этом не требуется никакой постобработки.

## 19.11. ПЛАНИРОВАНИЕ НАБЛЮДЕНИЙ

Цель планирования наблюдений — определение оптимального интервала времени для наблюдений на данном объекте — оптимального в том смысле, что в этом интервале в зоне радиовидимости приемника будет находиться достаточное число спутников и их конфигурация обеспечит PDOP, близкий к единице.

Особенность такого планирования заключается в том, что оно включает не только сбор традиционной информации из разных источников (картографические материалы, данные рекогносцировки о характере местности, препятствиях и т. п.), но и получение альманаха созвездия спутников (число спутников, значения PDOP для данного интервала времени и др.) при помощи программного обеспечения спутникового приемника. В качестве примера в таблице 19.3 приведен фрагмент альманаха спутников.

19.3. Фрагмент альманаха спутников на 29.07.2003

10 <sup>m</sup> 40 <sup>h</sup>	6	1,26	2,69	3 16 17 20 22 24
11 00	6	1,26	2,26	3 16 17 20 22 24
12 20	5	1,46	2,56	3 16 17 20 22
11 40	4	2,20	5,49	3 16 17 22
12 00	6	1,28	2,16	3 16 17 22 23 26
12 20	6	1,37	2,13	3 16 17 22 23 26
12 40	7	1,20	2,15	3 16 17 22 23 26 28
13 00	6	1,46	2,86	3 17 22 23 26 28
13 20	7	1,33	2,43	3 17 21 22 23 26 28
13 40	6	1,42	2,87	3 17 21 23 26 28

Кроме того, может быть составлена диаграмма видимых положений спутников на небесной сфере в некоторый задаваемый интервал времени (рис. 19.18).

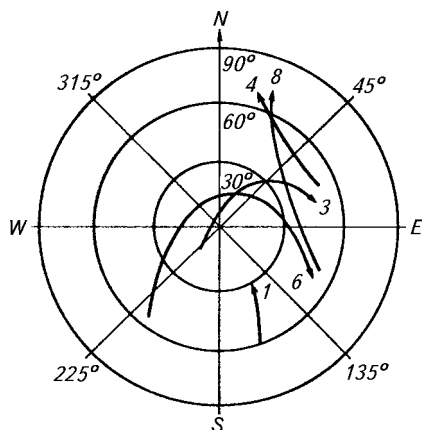


Рис. 19.18. Пример диаграммы видимых положений и траекторий движения спутников на небесной сфере (цифрами обозначены номера спутников)

## 19.12. УСТРОЙСТВО И ОПЕРАЦИИ С ПРИЕМНИКОМ TRIMBLE 4700

Приемник Trimble 4700 (США), комплект которого специально разработан для выполнения геодезических работ, показан на рисунке 19.19.

Управляют им одной кнопкой, функционирование контролируют по пяти светодиодам. Приемник отслеживает спутники по частотам  $L_1$  и  $L_2$ . Для вычисления координат приемник записывает данные во внутреннюю память и предоставляет как измерения, так и результаты вычислений через порты RS-232.

С помощью приемника 4700 можно выполнять съемку с постобработкой в режимах статики, быстрой статики и кинематики. Данные регистрируют во внутреннюю память, а затем перекачивают в компьютер. Для получения конечных результатов — координат пунктов собранные данные обрабатывают с помощью программного обеспечения. В режиме реального времени RTK приемник 4700 обеспечивает точность определения координат пунктов на уровне 1 см.

Комплект приемника включает: ручной контроллер TSCI с программой; микроцентрированную антенну и радиоустройство.

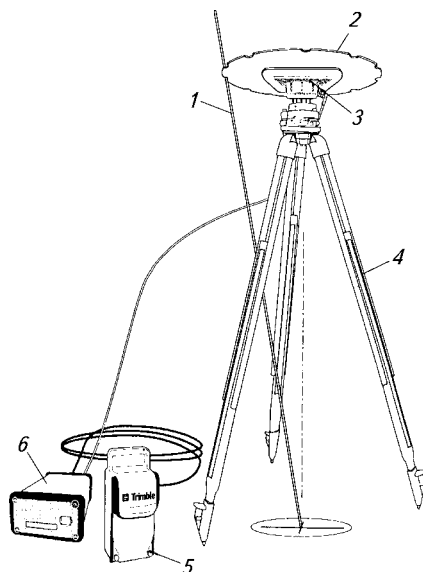
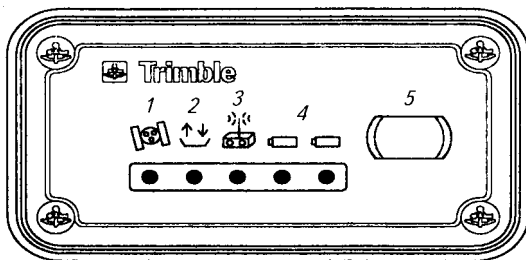


Рис. 19.19. Комплект аппаратуры Trimble 4700 на базовой станции для съемки в режимах «статика» и «быстрая статика»:

1 — измерительный стержень; 2 — защитная пластина; 3 — микроцентрированная антенна; 4 — татив; 5 — аккумулятор; 6 — приемник 4700

**Рис. 19.20. Панель управления приемника 4700:**

1 — светодиод отслеживания спутников (красный); 2 — светодиод регистрации (память) (желтый); 3 — светодиод приема передачи пакета данных; 4 — светодиод контроля питания; 5 — кнопка включения (выключения), питания



Панель управления приемника 4700 показана на рисунке 19.20. Задняя панель приемника с портами (рис. 19.21), включает:

порт 1 для подсоединения контроллера TSCI;

порт 2 для подсоединения внешнего источника питания или компьютера;

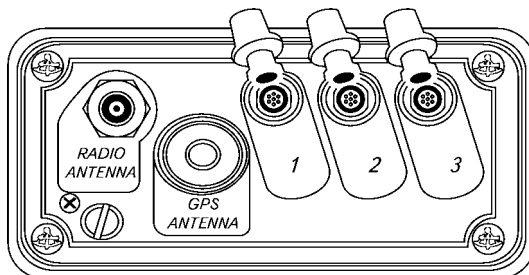
порт 3 для подсоединения внешнего радиомодема для RTK измерений или для подключения вторичного источника питания.

Управление потоком данных выполняет только порт 3. Приемник комплектуется микроцентрированной антенной для отслеживания GPS спутников. Приемник питается от источника постоянного тока напряжением 11...24 В, подаваемого на порты 2 и 3. Наиболее часто с приемником используют внешние источники питания: универсальное устройство OSM IV, внешний аккумулятор 6 А/ч (подключают к базовой станции) и камкодерные аккумуляторы (подключают к роверу).

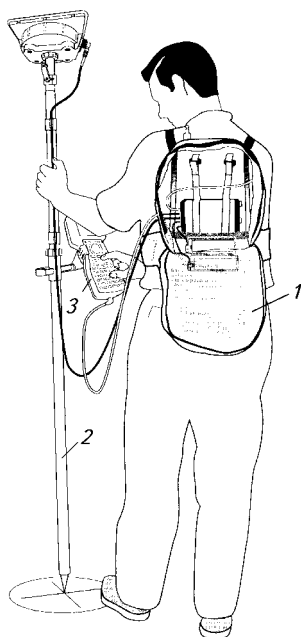
После завершения наблюдений полевые данные загружают в компьютер, на который установлена последняя версия программного обеспечения GPSurvey.

Высоту антенны, являющуюся необходимой составной частью результатов GPS наблюдений, измеряют с помощью измерительного стержня от верхней кромки антенны до центра геодезического пункта (см. рис. 19.19). Ее вводят в компьютерную обработку для приведения координат к центру пункта.

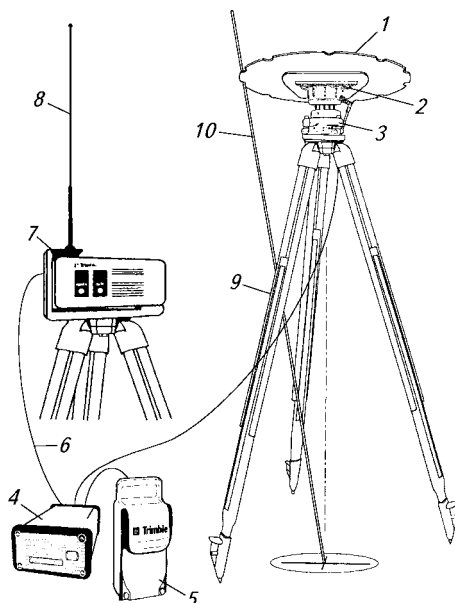
Для выполнения кинематической съемки в реальном времени или с постобработкой на базе приемника 4700 необходим контроллер TSCI с программным обеспечением Survey Controller.



**Рис. 19.21. Задняя панель приемника с портами 1...3**



**Рис. 19.22.** Съёмка в режиме «кинематика» приемником 4700 в комплекте с рюкзаком (1), вехой (2) и контроллером (3)



**Рис. 19.23.** Комплект аппаратуры на базовой станции для съёмки в режиме RTK:

1 — защитная пластина; 2 — микроцентрированная антенна; 3 — трепер; 4 — приемник 4700; 5 — аккумулятор; 6 — кабель; 7 — радиомодем; 8 — радиоантенна; 9 — штатив; 10 — измерительный стержень

При выполнении съёмки в режиме «кинематика» с постобработкой используют комплект приемника 4700 с рюкзаком, вехой и контроллером (рис. 19.22). Для выполнения RTK съёмки каждый базовый приемник и ровер оснащают радиомодемом и антенной для поддержания связи между базой и ровером. Комплект оборудования для базовой станции в режиме RTK съёмки показан на рисунке 19.23.

Методика спутниковых наблюдений и обработки базовой линии приведена в приложении 6.

### **19.13. СОЗДАНИЕ ОПОРНЫХ МЕЖЕВЫХ СЕТЕЙ С ПРИМЕНЕНИЕМ СПУТНИКОВОЙ АППАРАТУРЫ**

Как уже отмечалось в разделе 10.6, опорные межевые сети создают для межевания земель, ведения Государственного земельного кадастра и мониторинга земель, землеустройства, установления

и уточнения административно-территориальных границ и решения других задач.

Геодезической основой для создания ОМС являются пункты государственной геодезической сети всех классов, пункты системы координат 1963 г. и местных систем координат, обеспечивающие построение ОМС с заданной точностью.

Опорную межевую сеть создают с помощью спутниковых технологий и наземных методов (полигонометрия, триангуляция, трилатерация и др.).

При проектировании опорных межевых сетей с применением спутниковой технологии руководствуются уже упомянутыми Основными положениями и Инструкцией. Основой для проектирования должны служить: сбор и анализ сведений и материалов обо всех ранее выполненных геодезических работах на объекте предстоящих работ по имеющимся картам наиболее крупного масштаба и литературным источникам; обследование и инструментальный поиск геодезических знаков ранее выполненных работ; выбор наиболее целесообразного варианта спутниковых построений.

Графическую часть проекта создания ОМС составляют на картах масштабов 1:10 000—1:25 000.

Геодезическая основа, используемая для создания ОМС, должна удовлетворять требованиям по беспрепятственному и помехоустойчивому прохождению радиосигналов. В качестве исходных пунктов, на базе которых развивается ОМС, следует использовать все пункты ГГС, находящиеся в пределах объекта и ближайшие к нему, но не менее 4 пунктов с известными координатами и 5 с известными высотами, так, чтобы обеспечить приведение пунктов ОМС в систему координат и высот пунктов ГГС.

При создании ОМС в зависимости от назначения земельно-кадастровых работ следует применять апробированные в производственных условиях схемы, приведенные в приложении 7.

Рабочая программа полевых работ по созданию опорных межевых сетей должна включать следующие основные данные: перечень используемой аппаратуры и программного обеспечения, методы спутниковых определений, продолжительность приема сигналов, интервал регистрации наблюдений, порядок ведения полевых работ.

При проектировании вычислительной обработки результатов наблюдений спутников предусматривают применение IBM — совместных ЭВМ и использование программных пакетов, входящих в комплексы спутниковой аппаратуры.

Рекогносцировку и закрепление пунктов ОМС на местности выполняют в соответствии с указаниями Основных положений и Инструкции.

При обследовании пунктов ГГС устанавливают их фактическую пригодность для выполнения наблюдений спутников. Не-

пригодные для наблюдений пункты должны быть отбракованы. При ограниченности числа пригодных для наблюдения пунктов геодезической основы принимают меры по вовлечению забракованных в процесс наблюдений (подъем антенны с определением элементов приведения).

Проверяют возможность выполнения спутниковых определений на пунктах ОМС с позиций выявления зон возможных препятствий, искажений и радиопомех. При необходимости корректируют ранее запланированную расстановку пунктов.

Вычислительную обработку (постобработку) наблюдений выполняют в таком порядке:

предварительная обработка — разрешение неоднозначностей фазовых псевдодальностей до наблюдаемых спутников, получение координат определяемых пунктов в системе координат глобальной спутниковой системы и оценка точности результатов наблюдений;

трансформация координат в принятую систему координат; уравнивание геодезической сети и оценка точности результатов.

#### **19.14. СПУТНИКОВАЯ СИСТЕМА МЕЖЕВАНИЯ ЗЕМЕЛЬ**

В результате соглашения между Правительством Российской Федерации и Правительством Швейцарии, одобренного постановлением Правительства РФ, совместными усилиями Федеральной службы земельного кадастра России (Росземкадастра), института «Госземкадастрсъемка—ВИСХАГИ» и швейцарской фирмы GRUNDER INGENIEURE AG создана спутниковая система межевания земель (ССМЗ) Москвы и Московской области, схема которой показана на рисунке 19.24. Основное назначение системы — создание координатной основы Государственного земельного кадастра и кадастра объектов недвижимости.

Принцип функционирования ССМЗ состоит в следующем. Используемая в настоящее время в России технология определения координат пунктов с помощью спутниковых приемников состоит в применении относительного метода, когда пользователь работает как минимум с двумя приемниками, один из которых устанавливают на определяемом объекте, а второй — на геодезическом пункте с известными координатами. Выполняют одновременные наблюдения, а затем в камеральных условиях в процессе постобработки вычисляют координаты объекта относительно исходного геодезического пункта. В ССМЗ применяется «сетевое решение». Сеть стационарных постоянно действующих референчных станций (РС) принимает измерительную информацию со спутников космических навигационных систем. Далее по каналам связи она передается в вычислительный центр (ВЦ), который вычисляет

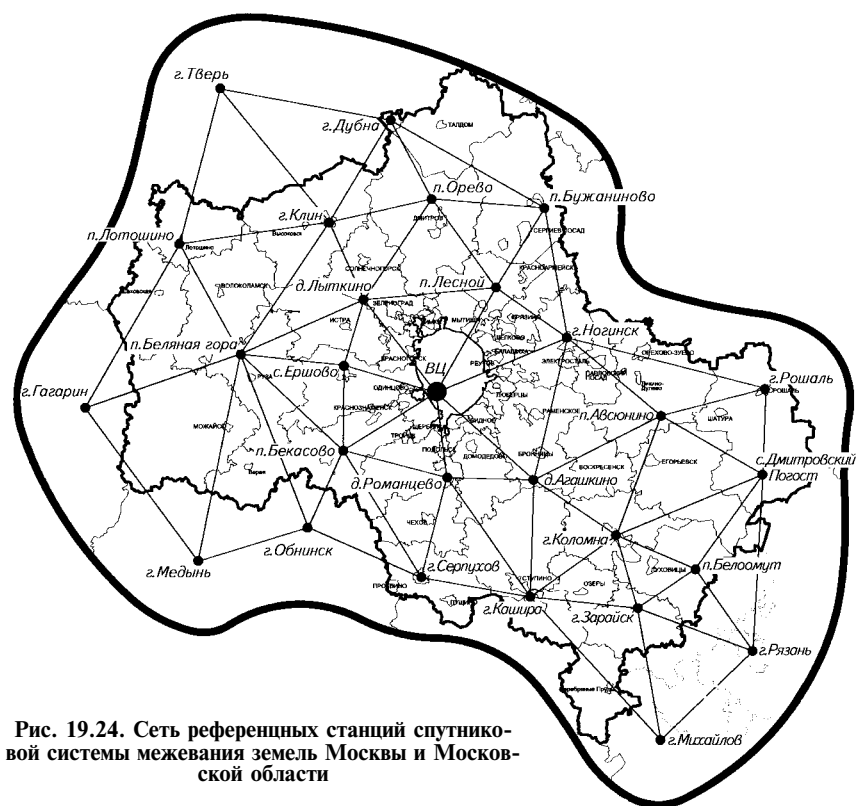
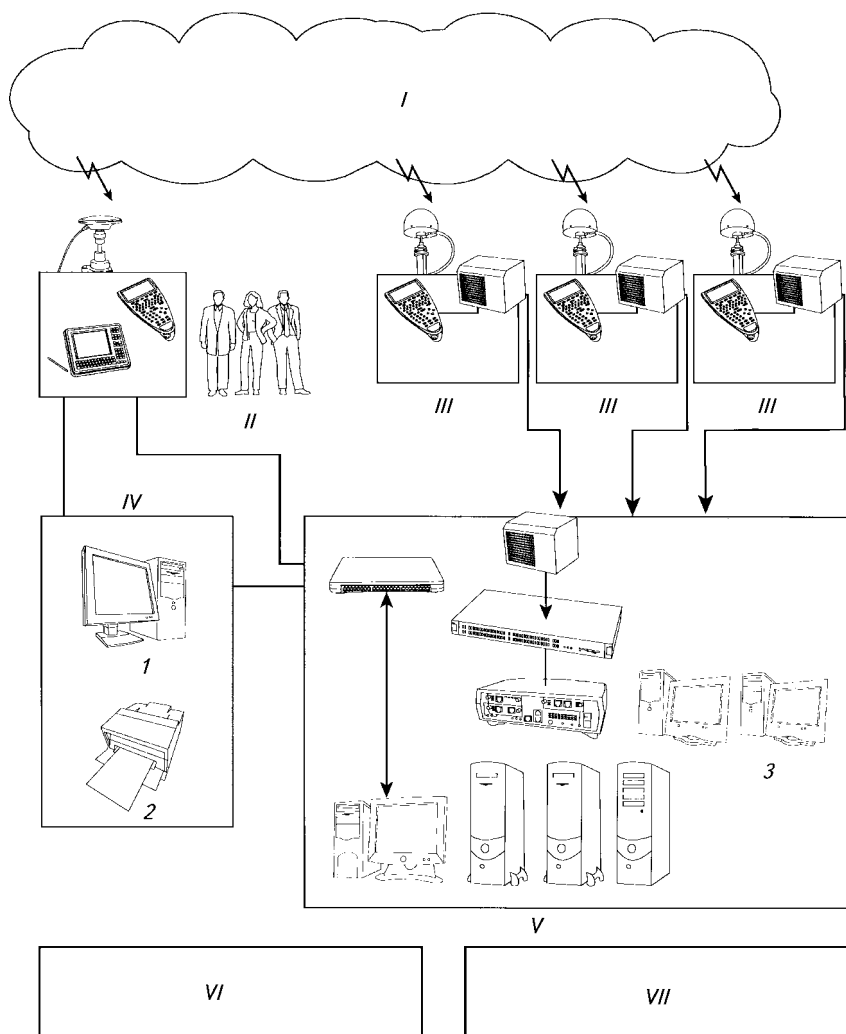


Рис. 19.24. Сеть референсных станций спутниковой системы межевания земель Москвы и Московской области

корректирующие данные и передает их пользователям. Пользователь на определяемом объекте выполняет спутниковые измерения с использованием переносимого (мобильного) приемника. Из совместной обработки измерений этого приемника и корректирующих данных пользователь вычисляет координаты объекта с погрешностью 1...2 см.

Реализуются два режима: реального времени и постобработки. В режиме реального времени координаты объектов пользователь получает непосредственно в спутниковом приемнике с ежесекундным обновлением. В режиме постобработки координаты объектов вычисляют в камеральных условиях.

При «сетевом решении» пользователю для определения координат объекта нужен только один приемник. Роль опоры здесь выполняет сеть референсных станций, которые установлены на территории Московской области и в ближайших к Москве районах соседних областей. Среднее расстояние между РС — 80 км, площадь обслуживаемой территории — 70 тыс. км<sup>2</sup>.



**Рис. 19.25. Состав спутниковой системы межевания земель Москвы и Московской области:**

*I* — космические навигационные системы ГЛОНАСС, GPS; *II* — пользователи; *III* — референ-  
 цная станция; *IV* — районный офис; *V* — вычислительный центр; *VI* — приборный пул; *VII* —  
 учебный класс; *I* — офисный ПК; 2 — принтер; 3 — рабочие станции для постобработки

Основные элементы спутниковой системы межевания земель (ССМЗ): космические навигационные системы, референчные станции, вычислительный центр, каналы связи, районные офисы, приборный пул, учебный класс и пользователи. Схема ССМЗ показана на рисунке 19.24, учебный класс и пользователи — на рисунке 19.25.

Вычислительный центр выполняет сбор и математическую обработку спутниковой измерительной информации, поступающей от референчных станций, обслуживает потребителей. В состав ВЦ входят аппаратно-программные средства, обеспечивающие: связь с референчными станциями; сетевое решение задачи в режиме реального времени и расчет корректирующих данных; мобильную связь с пользователями в режиме реального времени; телефонную связь с пользователями для обмена данными через Internet и постобработку.

Информация от референчных станций в ВЦ передается по высокоскоростным радиорелейным и оптико-волоконным линиям связи. Связь ВЦ с пользователями, работающими в режиме реального времени, осуществляется по мобильной связи (GSM). Связь ВЦ с пользователями, работающими в режиме постобработки, происходит по выделенному каналу с использованием Internet через районные офисы ССМЗ или офисы пользователей.

Районные офисы собирают спутниковую информацию от пользователей и передают ее в ВЦ, который обрабатывает ее и передает пользователям. Офисы располагают в районных земельных комитетах или земельных кадастровых палатах, оборудованных компьютерами и модемами связи.

### Контрольные вопросы и задания

1. Как работает спутниковая система и каковы ее достоинства? 2. Что такое псевдодальность? 3. Как измеряют расстояния от приемника до спутника? 4. Перечислите состав глобальной системы и расскажите о режиме работы ее секторов. 5. Каков принцип формирования спутниковых сигналов? 6. Какова структура спутниковых сигналов (несущие частоты  $L_1$ ,  $L_2$ ; дальномерные коды: грубый C/A и точный P; эфемериды спутника, альманах и др.)? 7. Как формируют спутниковый сигнал? 8. Как построить генератор дальномерного кода? 9. Расскажите о корреляционной обработке кодового сигнала. 10. Как определяют координаты из кодовых измерений? 11. Что такое дифференциальный способ кодовых измерений? 12. Что такое фазовый режим измерений на несущей частоте? 13. Раскройте метод фазовых разностей. 14. Расскажите об основных источниках ошибок спутниковых наблюдений. 15. Каков состав комплекта спутниковой аппаратуры для геодезических сетей? 16. Какие способы и режимы спутниковых наблюдений вы знаете?

## ПРИЛОЖЕНИЯ

### Приложение 1

#### Способы компенсации углов наклона. Принцип действия компенсатора нивелира НЗК

Для уяснения принципа работы компенсатора предположим, что точка  $N$  рейки, находящейся на некотором расстоянии от нивелира, оптический центр объектива  $O$  и перекрестие сетки  $z$  находятся на одной горизонтальной линии, совпадающей с визирной осью нивелира. В этом случае изображение точки  $N$  будет совмещено с перекрестием сетки  $z$  (рис. 1,  $a$ ) и отсчет по рейке будет правильным.

При наклоне трубы нивелира относительно оптического центра  $O$  на небольшой угол  $\epsilon$  (рис. 1,  $b$ ) перекрестие сетки сместится с горизонтального положения на

$$z_0 z = f \sin \epsilon \approx f \epsilon,$$

где  $f$  — фокусное расстояние объектива зрительной трубы, и отсчет по рейке изменится — будет ошибочным.

Компенсатор дает возможность при наклонном положении трубы совместить изображение точки  $N$  с перекрестием сетки  $z$ , т. е. позволяет получить правильный отсчет по рейке, соответствующий горизонтальной визирной оси.

Для совмещения изображения точки  $N$  с перекрестием сетки  $z$  имеется три пути: 1 — с помощью рычага длиной  $S$  можно переместить сетку нитей из отклоненного положения  $z$  в положение  $z_0$ , соответствующее горизонтальному лучу, на расстояние  $z_0 z = f \epsilon$  (рис. 1,  $b$ ); 2 — можно в точке полюса  $P$  изменить ход визирного луча на такой угол  $\epsilon'$ , при котором луч прошел бы через перекрестие сетки  $z$  (рис. 1,  $в$ ); 3 — переместить направление горизонтального луча визирования параллельно своему первоначальному направлению так, чтобы он прошел через смещенную от наклона трубы сетку  $Z$  (рис. 1,  $д$ ).

Исходя из этого, все компенсаторы можно разделить на три типа: компенсаторы с подвижной сеткой, компенсаторы с поворотом визир-

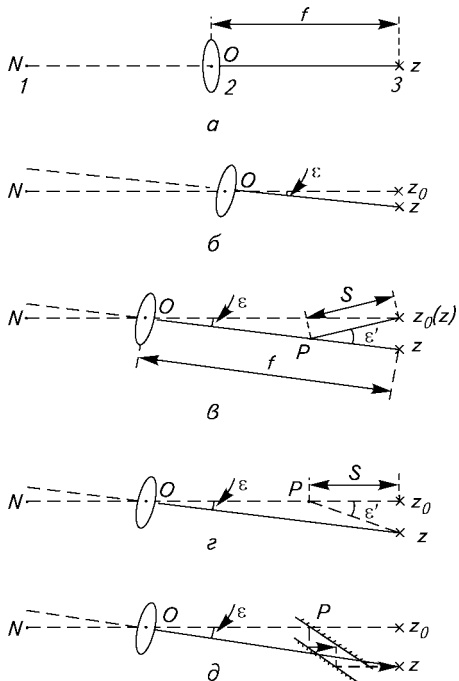


Рис. 1. Способы компенсации углов наклона:

1 — рейка; 2 — объектив; 3 — сетка нитей

ного луча и компенсаторы с параллельным переносом визирного луча. Как видно из рисунка 1,  $\theta$ ,  $\varepsilon$ , рычаг или оптическая система, установленные в точке  $P$  для компенсации углов наклона, должны для первого и второго типов удовлетворять условию

$$f\varepsilon = S\varepsilon',$$

где  $\varepsilon'$  — угол отклонения луча компенсатором,

для третьего типа (рис. 1,  $\partial$ )

$$f\varepsilon = kS\varepsilon \text{ или } f = kS,$$

где  $k$  — коэффициент, зависящий от коэффициента компенсации, числа отражений визирного луча в системе компенсатора и расстояния между компенсатором и сеткой нитей,  $k = \varepsilon'/\varepsilon$ , эту величину называют коэффициентом компенсации;  $S$  — расстояние от компенсатора до сетки нитей или длина хода луча визирования от точки падения его на зеркало или призму компенсатора до сетки нитей.

Изменить ход визирного луча, сместить его параллельно своему направлению или переместить сетку нитей из одного положения в другое можно оптическим, механическим или оптико-механическим путем. Поэтому различают компенсаторы оптические, механические и оптико-механические. В нивелире НЗК применен оптико-механический компенсатор, принцип действия которого следующий.

**Устройство и принцип действия компенсатора нивелира НЗК.** Компенсатором называют устройство, с помощью которого визирная ось автоматически приводится в горизонтальное положение.

Компенсатор (рис. 2) расположен в сходящемся пучке лучей между сеткой нитей 4 и фокусирующей линзой 2 и состоит из двух прямоугольных призм 3 и 5. Призма 3 наглухо скреплена с корпусом компенсатора 1 и служит для передачи изображения в плоскость сетки нитей 4. Нижняя призма 5 подвешена к верхней части корпуса компенсатора на двух парах скрещивающихся стальных нитей 6. Система подвески умножительная; отношение верхней и нижней сторон трапеции, образованной нитями подвески, равно  $1/3$ . Для предохранения нитей от обрыва подвеска компенсатора имеет специальные ограничительные штифты.

Останавливают колебания маятника компенсатора воздушным поршневым демпфером 8. Отличительная особенность компенсатора — совмещение с серединой отражающей грани призмы 5 и с центром тяжести подвески в точке  $A$  мгновенного полюса вращения призмы 5, лежащего на пересечении нитей 7. Такое устройство компенсатора обеспечивает постоянство фокусировки и повышение

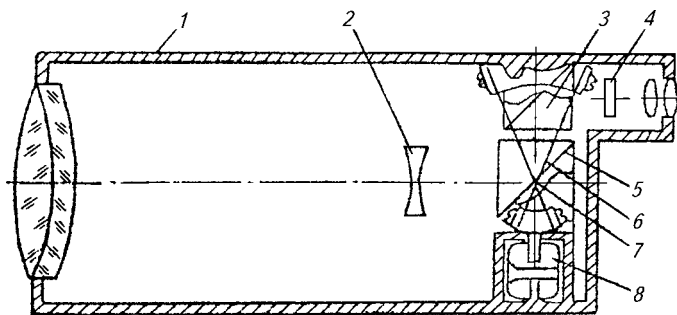
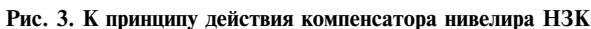


Рис. 2. Устройство компенсаторов нивелира НЗК


$$d = f \sin \varepsilon \approx f \varepsilon,$$

Неподвижная призма  $II$  вместе с трубой наклонится на тот же угол  $\epsilon$  и образует между параллельными гранями подвешенной и неподвижной призм угол  $k\epsilon + \epsilon$ . Из геометрической оптики известно, что две зеркальные грани призм, расположенных под углом  $\beta$  друг к другу, отклоняют падающий луч от своего первоначального направления на двойной угол  $2\beta$ . Следовательно, падающий луч отразится от зеркальной грани неподвижной призмы под углом  $2\epsilon/(k+1)$  к своему горизонтальному направлению. Таким образом, общее смещение горизонтального луча на участке от первого зеркала компенсатора до сетки нитей составит

$$d = d_1 + d_2 = l \sin 2k\varepsilon + m \sin 2\varepsilon(k+1)$$

или по малости угла  $\epsilon$

$$d = 2\epsilon [lk + m(k + 1)].$$

Компенсация углов наклона будет иметь место только в том случае, если соблюдается основное условие компенсации

$$f\epsilon = S\epsilon'. \quad (1)$$

Для нивелира НЗК это условие выражается равенством  $f\epsilon = d$ . Поэтому

$$f\epsilon = 2\epsilon [lk + m(k + 1)]$$

или

$$f = 2 [lk + m(k + 1)]. \quad (2)$$

Из формулы (2) после элементарных преобразований имеем

$$= \frac{\quad}{\quad + \quad}$$

Для нивелира НЗК при  $f = 250$  мм,  $l = 16$  мм,  $m = 20$  мм коэффициент компенсации

$$= \frac{\quad}{\quad + \quad} = \approx$$

Таким образом, при наклоне нивелира на угол  $\epsilon$  отсчет по рейке остается неизменным только в том случае, когда геометрические параметры нивелира связаны соотношением (2).

Если, например, на некотором расстоянии от нивелира поместить рейку и взять отсчет  $n_1$ , приведя пузырек круглого уровня на середину, а затем наклонить нивелир на угол  $\epsilon$ , то на сетке нитей будет получен тот же самый отсчет  $n_1$ .

## Приложение 2

### Схема триангуляции и распечатка результатов уравнивания параметрическим способом по программе «Сигма»

#### Исходные данные

		x	y		
$\frac{Q}{O}$	4	7563,81	11684,52	329°47'28"	2507,18
$\frac{O}{O}$	4				

Средняя квадратическая погрешность измерения угла  $\sigma = \sqrt{\quad} = \quad "$

#### Таблица невязок полигона

$P_1-O-P_2-P_1$	3	+4"	10"
$P_2-O-P_3-P_2$	3	-6	10
$P_3-O-P_4-P_3$	3	+2	10
$P_4-O-Q-P_4$	3	-6	10
$O-P_1-Q-O$	3	+5	10

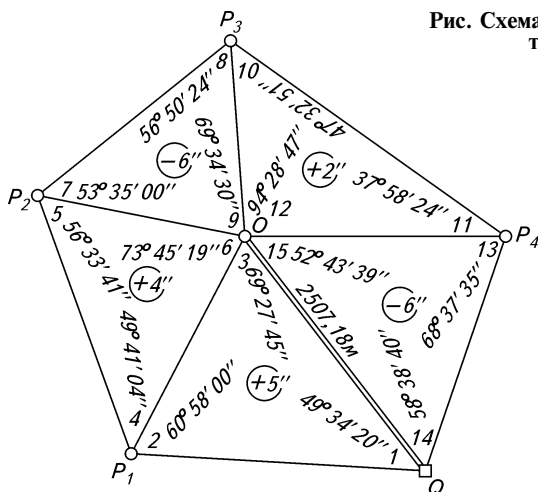


Рис. Схема центральной системы триангуляции

#### Оценка точности уравненных элементов и координат определяемых пунктов

				$m_s, \text{ м}$	$m_\alpha$
	$m_x$	$m_y$	$M$		
$P_1$	0,030	0,026	0,040	0,032	3"
$P_2$	0,038	0,040	0,055		
$P_3$	0,039	0,038	0,054	0,033	2
$P_4$	0,025	0,023	0,034		
$Q$	0,018	0,019	0,026		

#### Техническая характеристика сети планового обоснования

Число измеренных элементов	22
В том числе:	
направлений	20
длин линий	1
дирекционных углов	1
Число избыточных измерений	6
Из них выявлено и проконтролировано невязками геометрических условий:	
угловых	5
базисных и полюсных	1
Наибольшая угловая невязка полигона	6"
Допустимая невязка на этот полигон	10"
Наибольшая относительная невязка базисного или полюсного условия	1:70500

Допустимая невязка в этом условии	1:11900
Наибольшая поправка:	
в измеренную линию, м	0
измеренное направление	2"
измеренный дирекционный угол	0
Средняя квадратическая ошибка единицы веса	
(измеренного направления):	
заданная	2,0
из уравнивания	1,7
Число определенных пунктов	5

Уравнивание выполнено строгим параметрическим методом по направлениям.

### Ведомость измеренных и уравненных значений элементов сети

<i>Измеренные направления</i>				
$Q-O$	0°00'00"	2"	0°00"	0°0'00"
$-P_4$	58 38 40	2	+2"	58 38 42
$-P_1$	310 25 40	2	+2	310 25 42
$O-Q$	0 00 00	2	0	0 00 00
$-P_1$	69 27 45	2	-2	69 27 43
$-P_2$	143 13 04	2	-3	143 13 01
$-P_3$	212 47 34	2	-1	212 47 33
$-P_4$	307 16 21	2	-2	307 16 19
$P_1-O$	0 00 00	2	0	0 00 00
$-Q$	60 58 00	2	-1	60 57 59
$-P_2$	310 18 56	2	0	310 18 56
$P_2-P_3$	0 00 00	2	0	0 00 00
$-O$	53 35 00	2	+3	53 35 03
$-P_1$	110 08 41	2	0	110 08 41
$P_3-P_4$	0 00 00	2	0	0 00 00
$-O$	47 32 51	2	0	47 32 51
$-P_2$	104 23 15	2	+1	104 23 16
$P_4-Q$	0 00 00	2	0	0 00 00
$-O$	68 37 35	2	+2	68 37 37
$-P_3$	106 35 59	2	+1	106 36 00
<i>Измеренные дирекционные углы</i>				
$O-Q$	140°47'28"	0°02"	0°00"	140°47'28"
<i>Измеренные линии</i>				
$O-Q$	2507,180	0,020	0,000	2507,180

### Каталог координат и высот пунктов

$O$	+9506,489	88°03'47"	2299,151	$P_4$
	+10099,607	140 47 28	2507,180	$Q$
		210 15 11	2182,814	$P_1$
		284 00 29	1994,534	$P_2$
		353 35 01	1917,291	$P_3$
$P_1$	+7620,957	30 15 11	2182,814	$O$
	+8999,860	91 13 10	2685,268	$Q$
		340 34 07	2511,369	$P_2$
$P_2$	+9989,282	50 25 26	2232,748	$P_3$
	+8164,388	104 00 29	1994,534	$O$
		160 34 07	2511,369	$P_1$
$P_3$	+11411,770	126 02 10	3106,551	$P_4$
	+9885,344	173 35 01	1917,291	$O$
		230 25 26	2232,748	$P_2$
$P_4$	+9584,202	199 26 10	2142,486	$Q$
	+12397,445	268 03 47	2299,151	$O$
		306 02 10	3106,551	$P_3$
$Q$	+7563,810	19 26 10	2142,486	$P_4$
	+11684,520	271 13 10	2685,268	$P_1$
		320 47 28	2507,180	$O$

### Приложение 3

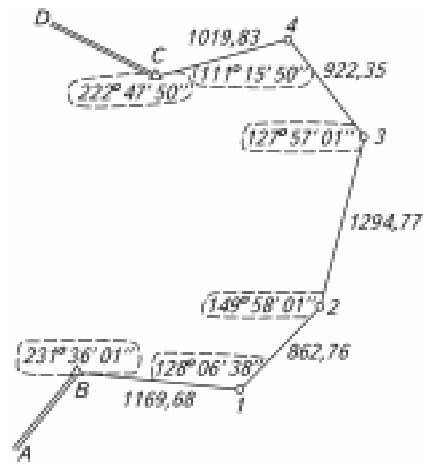
#### Схема полигонометрического хода и распечатка результатов уравнивания параметрическим способом по программе «Сигма»

##### Исходные данные

		$x$	$y$
$B$	223°25'04"	6610000,00	5345000,00
$A$		6606868,48	5342036,82
$C$	296°06'33"	6612206,89	5345537,58
$D$		6614942,89	5339954,98

$$m_{\beta} = 5'', \quad m_S = 2 \text{ см}$$

Рис. Схема полигонометрического  
хода



1. Параметры хода, угловые и линейные невязки

					$f_x$	$f_y$	$f_s$	
B—C	5,27	5	8"	24'	+0,261	−0,436	0,509	1:10400

2. Оценка точности уравненных элементов и координат определяемых пунктов

				$m_s$ , мм	
	$m_x$	$m_y$	$M$		
1	0,018	0,019	0,027	0,019	3"
2	0,026	0,021	0,034		
3	0,028	0,021	0,035	0,019	4"
4	0,018	0,020	0,027		

Технические характеристики сети планового обоснования

Число измеренных элементов	17
В том числе:	
направлений	12
длин линий	5
Число избыточных измерений	3
Из них выявлено и проконтролировано невязками геометрических условий:	
угловых	1
координатных	2

Наибольшая угловая невязка полигона	8"
Допустимая невязка на этот полигон	24"
Наибольшая координатная невязка полигона:	
абсолютная, м	0,509
относительная	1:10400
Наибольшая поправка:	
в измеренную линию, м	0,044
в измеренное направление	12"
Средняя квадратическая ошибка единицы веса	3,5"
(измеренного направления) заданная	
Число определяемых пунктов	4

### 3. Ведомость измеренных и урвненных значений элементов сети

<i>Направления</i>				
В—А	0°00'00"	4"	0"	0°00'00"
—1	231 36 01	4	+3	231 36 24
С—D	0 00 00	4	0	0 00 00
—4	137 12 10	4	+2	137 12 12
1—В	0 00 00	4	0	0 00 00
—2	129 06 38	4	+13	129 06 51
2—1	0 00 00	4	0	0 00 00
—3	149 58 01	4	+2	149 58 03
3—2	0 00 00	4	0	0 00 00
—4	127 57 01	4	—13	127 56 48
4—3	0 00 00	4	0	0 00 00
—C	111 15 50	4	—15	111 15 35
<i>Линии</i>				
В—1	1169,680	0,020 м	+0,034	1169,714
1—2	862,760	0,020	—0,002	862,758
2—3	1294,770	0,020	—0,024	1294,746
3—4	922,350	0,020	—0,044	922,306
4—C	1019,830	0,020	—0,020	1019,810

### 4. Каталог координат пунктов

1	+6609897,551	44°08'20"	862,758	2
	+5346165,218	275 01 29	1169,714	В
2	+6610516,714	14 06 22	1294,746	3
	+5346766,043	224 08 20	862,758	1
3	+6611772,418	194 06 22	1294,746	2
	+5347081,599	322 03 10	922,306	4

4	+6612499,727	142 03 10	922,306	3
	+5346514,441	253 18 46	1019,810	C
A	+6606868,480	43 25 04	4311,247	B
	+5342036,820			
B	+6610000,000	95 01 29	1169,714	1
	+5345000,000	223 25 04	4311,247	A
C	+6612206,890	73 18 46	1019,810	4
	+5345537,580	296 06 33	6217,002	D
D	+6614942,890	116 06 33	6217,002	C
	+5339954,980			

**Вычисление средних квадратических погрешностей положения определяемых пунктов I, II, III геодезического четырехугольника трилатерации при уравнивании коррелятным способом**

## Пункт I

$$\begin{aligned}
 F &= x_1 = x_A + S_4 \cos \alpha_{A-I}; \\
 &= \frac{\alpha}{\beta} \quad \beta = \quad = \\
 &= \frac{\alpha}{\beta} \quad \beta + \quad \alpha = \\
 &= \quad + \quad = \quad + \quad = \\
 &= \frac{\alpha}{\beta} = \quad = \\
 &= \quad = \left( \quad + \quad + \quad \right) \frac{\quad + \quad + \quad}{\quad} = \\
 &= \quad + \quad + \quad \frac{\quad + \quad + \quad}{\quad} = \\
 &= \quad = \quad = \\
 &= \sqrt{\quad} = \sqrt{\quad} = \\
 F &= y_1 = y_A + S_4 \sin \alpha_{A-I};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\alpha}{\beta} \quad \beta = \quad = \\
 &= \frac{\alpha}{\beta} \quad \beta + \alpha = \\
 &= \quad + \quad = \quad + \quad = \\
 &= \frac{\alpha}{\beta} = \quad = \\
 &\quad = \quad = \quad + \quad + \\
 &\quad + \quad + \quad = \\
 &= \quad = \\
 &= \sqrt{\quad} = \sqrt{\quad} = \\
 &= \sqrt{\quad + \quad} = \sqrt{\quad + \quad} =
 \end{aligned}$$

## Пункт II

$$F = S_3; \quad = \frac{\partial}{\partial} =$$

$$\begin{aligned}
 &\quad = \quad = \quad = \quad = \\
 &\quad = \quad \alpha \quad = \quad = \\
 &\quad = \quad \alpha \quad = \quad = \\
 &= \sqrt{\quad} = \quad = \sqrt{\quad} = \\
 &= \sqrt{\quad + \quad} =
 \end{aligned}$$

## Контроль

$$= \sqrt{\quad} = \sqrt{\quad} =$$

### Пункт III

$$F = x_{III} = x_A + S_1 \cos \alpha_{A-III};$$

$$= \frac{\alpha}{\beta} \quad \beta + \quad \alpha \quad = \quad \quad + \quad =$$

$$= \frac{\alpha}{\beta} = \quad =$$

$$= \frac{\alpha}{\beta} \quad \beta = \quad =$$

$$\quad = \quad + \quad +$$

$$\quad + \quad + \quad =$$

$$= \sqrt{\quad} =$$

$$F = y_{III} = y_A + S_1 \sin \alpha_{A-III};$$

$$= \frac{\alpha}{\beta} \quad \beta + \quad \alpha \quad = \quad + \quad =$$

$$= \frac{\alpha}{\beta} = \quad =$$

$$= \frac{\alpha}{\beta} \quad \beta = \quad =$$

$$\quad = \quad + \quad +$$

$$\quad + \quad + \quad =$$

$$= \sqrt{\quad} =$$

$$= \sqrt{\quad + \quad} =$$

**Распечатка результатов уравнивания геодезического четырехугольника  
трилатерации параметрическим способом по программе «Сигма»**

**5.1. Оценка точности уравненных элементов и координат определяемых пунктов**

				$m_S, \text{ M}$	
	$m_x$	$m_y$	$M$		
<i>I</i>	0,088	0,077	0,118	0,085	11"
<i>II</i>	0,029	0,065	0,071		
<i>III</i>	0,078	0,088	0,118		

**2. Ведомость измеренных и уравненных значений элементов сети**

<i>Дирекционные углы</i>				
<i>A—II</i>	66°00'00"	7"	0'00"	66°00'00"
<i>Линии</i>				
<i>A—I</i>	3447,710	0,085	—0,038 м	3447,672
<i>I—II</i>	2118,990	0,085	—0,038	2118,952
<i>II—III</i>	3441,280	0,085	—0,027	3441,253
<i>III—A</i>	3789,500	0,085	—0,019	3789,481
<i>A—II</i>	5040,720	0,085	+0,050	5040,770
<i>I—III</i>	3756,210	0,085	+0,033	3756,243

**3. Каталог координат пунктов**

<i>A</i>	+10000,000	46°42'24"	3447,672	<i>I</i>
	+10000,000	66 00 00	5040,770	<i>II</i>
		109 01 44	3789,481	<i>III</i>
<i>I</i>	+12364,180	98 31 10	2118,952	<i>II</i>
	+12509,401	163 24 07	3756,243	<i>III</i>
		226 42 24	3447,672	<i>A</i>
<i>II</i>	+12050,266	197 17 12	3441,253	<i>III</i>
	+14604,972	246 00 00	5040,770	<i>A</i>
		278 31 10	2118,952	<i>I</i>
<i>III</i>	+8764,452	17 17 12	3441,253	<i>II</i>
	+13582,400	289 01 44	3789,481	<i>A</i>
		343 24 07	3756,243	<i>I</i>

### Методика спутниковых наблюдений и обработки базовых линий

Обработку результатов спутниковых наблюдений выполняют с помощью пакета программ, входящего в комплект приемника, включающего три основных модуля: обработки базовых линий, уравнивания сетей и вспомогательного модуля планирования наблюдений, результаты работы которого можно выводить на принтер.

Модуль обработки базовых линий обеспечивает вычисление приращений координат с относительной ошибкой  $1 \cdot 10^{-6}$  и меньше в зависимости от точности эфемерид.

Обработку фазовых измерений выполняют в три этапа:

решение по третьим разностям дает первую оценку компонентов базовой линии и позволяет зафиксировать срывы цикла; приращения координат, полученные на этом этапе, используются в дальнейших вычислениях;

плавающее решение позволяет обрабатывать коррелированные вторые разности фаз. Срывы циклов, которые не были разрешены по третьим разностям, разрешаются по дополнительным дугам орбит спутников; это решение дает компоненты базовых линий и плавающие неоднозначности;

фиксированное решение по вторым разностям позволяет с помощью алгоритма временной оптимизации разрешить оптимальную фазовую неоднозначность из плавающего решения по методу наименьших квадратов. Для проверки правильности разрешения неоднозначности используются статистические тесты  $\chi$ -квадрат и Фишера с доверительной вероятностью 95 и 99 % соответственно.

Процедура наблюдений и обработки базовых линий рассмотрена на примере эталонной линейно-угловой сети геодезического полигона (рис.).

Измерения выполнены по классической методике с установкой одного из приемников на пункте сети, выбранном в качестве базового и включенного на весь день работы с интервалом записи 10 с, и перемещением другого (мобильного)

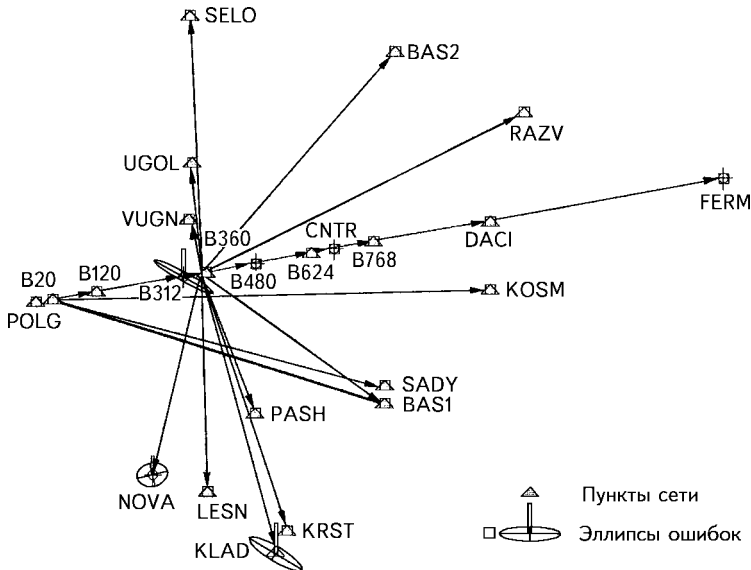


Рис. Схема базовых линий (исходные пункты B20, B360)

приемника от одного пункта к другому. Время записи ограничено 15 мин сознательно в целях исследования точностных возможностей комплекта за этот сравнительно короткий промежуток времени.

В первый день работы в качестве базового был выбран пункт В20, во второй — В360 (см. рис.) на открытых участках базиса. Обмен данными с компьютером, контроль ежедневных результатов проводили вечером; общую обработку, уравнивание и трансформацию координат пунктов сети — в конце полевых работ.

#### Фрагмент файла с результатом обработки наблюдений базовой линии В20—В624

<i>Пункт В20 (базовый)</i>										
Геоцентрические координаты $X, Y, Z$ , м	2 821 260,612			2 211 019,720			5 258 137,912			
Смещение координат и высота приемника $N, E, H$ , м	0			0			1,453			
Неделя, день года, дата	1016			184			3 июля 2003			
Начало, конец интервала (в секундах с начала недели)	539 600,0			565 560,0			10,0			
Номер спутника PRN	3	6	7	8	9	10	13	14	17	
Число наблюдений за все время	1710	911	126	786	599	581	449	383	1631	
Номер спутника PRN	21	22	23	24	25	26	29	30	31	
Число наблюдений за все время	1956	1211	1920	41	413	1019	1296	251	1562	
<i>Пункт В624</i>										
Геоцентрические координаты $X, Y, Z$ , м	2 820 771,001			2 211 440,786			5 258 142,364			
Смещение координат и высота приемника $N, E, H$ , м	0			0			1,496			
Неделя, день года, дата	1016			184			3 июля 2003			
Начало, конец интервала (в секундах с начала недели)	548 170,0			549 110,0			10,0			
Номер спутника PRN	3	6	17	21	22	23	26	31		
Число наблюдений за все время	95	43	95	95	95	95	95	95	71	

#### 1. Сводная характеристика фазовых наблюдений с интервалом 10 с

3	95	45°	51°	41	48
6	43	10	13	32	39
17	95	59	67	41	49
21	95	26	34	40	46
22	95	25	31	39	45
23	95	59	65	42	49
26	95	26	26	38	43

## 2. Решение для каждого спутника относительно исходного пункта

	1		1	
22	9,077	0,092	9,000	0
26	−92,994	0,043	−93,000	0
3	−33,995	0,072	−34,000	0
23	−30,967	0,034	−31,000	0
6	111,121	0,040	111,000	0
21	−106,879	0,076	−107,000	0

<sup>1</sup> Длина волны частоты  $L_1$  от положения, вычисленного по третьим разностям.

## 3. Анализ сходимости результатов разрешения неоднозначности

Номер спутника	Ошибка, мм	Ошибка, мм/с	Число наблюдений	$\chi^2$
22	1,1	0,0020	95	0,324
26	1,3	0,0023	95	0,422
3	0,8	0,0014	95	0,153
23	1,0	0,0018	95	0,244
6	1,9	0,0030	42	0,417
21	1,1	0,0020	95	0,319

Примечание. Число дуг (линий) — 1. Результаты статистических тестов:  $\chi^2$  — 95 %, по Фишеру — 99 %; вероятность — 100 %; СКО фазовых наблюдений 9,5 мм.

## 4. Плавающее решение базовой линии B20—B624

$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta z$	$S_X$	$S_Y$	$S_Z$	
<i>По третьим разностям</i>						
−449,634	397,599	66,183	214,8	255,5	189,8	4,4
<i>По вторым разностям</i>						
−449,640	397,592	66,169	13,2	11,0	7,9	4,5

Примечание. Геометрические факторы понижения точности min/max = 2,20; PDOP = 2,60; RDOP = 0,81.

## 5. Сводная статистика наблюдений

22	95	5,5	32
26	95	6,2	27
3	95	3,8	52
23	95	4,8	66
6	42	6,3	13
21	95	5,4	34

После обработки базовых линий и получения векторов выполнено уравнивание сети как свободной с фиксированием в одном исходном пункте, в качестве которого принят ближе расположенный к геометрическому центру участка пункт В360 (см. рис.). Координаты его даны в прямоугольной геоцентрической системе WGS-84. Уравненная сеть характеризуется следующим числом параметров: неизвестных — 69, наблюдений — 111, определяемых пунктов — 23, исходный — 1. Выполнено приближений — 2, задействованная память — 49 960 бит.

В результате уравнивания сети получены координаты пунктов в прямоугольной геоцентрической WGS-84 и геодезической WGS-84 системах координат, а также параметры эллипсов ошибок (табл. 6). По уклонениям координат вычислены ошибки планового положения пунктов (табл. 7). Прямоугольные геоцентрические координаты приняты исходными для перевычисления в местную систему координат.

#### 6. Параметры эллипсов ошибок

	<i>a</i> , мм	<i>b</i> , мм	
B120	1,9	1,5	–62,1°
B312	1986,7	139,7	–29,1
B360	2,7	1,7	13,2
B480	2,6	1,9	–10,4
B624	2,7	1,7	–28,7
B768	4,5	3,1	–33,5
BAS1	4,9	4,4	9,3
BAS2	5,7	3,9	–17,3
CNTR	86,3	42,8	71,1
DACI	6,4	3,4	7,0
FERM	110,4	89,7	79,0
KLAD	252,1	50,2	–62,6
KOSM	3,2	2,2	–37,0
KRST	197,8	56,3	–73,6
LESN	98,6	93,4	38,8
NOVA	110,1	85,3	77,1
PASH	3,8	3,4	13,9
POLG	99,7	73,1	41,4
RAZV	5,3	3,3	–31,3
SADY	5,4	3,1	–47,2
SELO	49,5	37,3	–84,1
UGOL	60,5	31,0	–81,8
VUGN	4,2	3,7	–31,7
B20	0	0	0

**Примечание.** Графическое отображение наибольших эллипсов ошибок пунктов B312, NOVA и KLAD показано на рисунке.

# **7. Уклонения координат и ошибки положения пунктов в прямоугольной геоцентрической системе WGS-84**

				$=\sqrt{\quad + \quad + \quad}$	
	$S_X$	$S_Y$	$S_Z$		
B120	2,0	2,6	3,3	5	Чистое поле
B312	1471,9	2372,6	769,1	2895	Просека
B360	2,8	2,6	4,3	6	Чистое поле
B480	3,3	3,2	4,0	6	То же
B624	3,0	3,3	3,8	6	»
B768	4,5	4,4	7,1	10	Металлические пирамиды
BAS1	4,9	5,9	8,9	12	То же
BAS2	6,5	7,0	8,4	13	»
CNTR	74,8	62,9	44,4	107	»
DACI	3,6	4,7	12,8	14	»
FERM	111,3	116,0	59,8	172	Деревья, металлические пирамиды
KLAD	113,2	289,0	215,5	378	То же
KOSM	4,2	5,1	6,2	9	Чистое поле
KRST	89,3	197,6	85,2	233	Лес, металлические пирамиды
LESN	139,0	127,3	91,3	209	То же
NOVA	109,1	112,1	57,0	166	»
PASH	3,9	4,9	6,6	9	Чистое поле
POLG	104,8	71,0	46,1	135	Бетонный забор
RAZV	4,8	5,5	7,2	10	Металлические пирамиды
SADY	2,9	6,3	7,2	10	То же
SELO	46,3	50,7	25,2	73	Деревья, металлические пирамиды
UGOL	44,4	55,1	25,9	75	То же
VUGN	4,8	5,6	6,6	10	Металлические пирамиды
B20	0	0	0		Базовая станция

Средние квадратические ошибки положения пунктов, полученные по результатам уравнивания сети, составили:

для пунктов эталонного базиса, закрепленного только центрами, расположенными на открытых участках местности, где обеспечивается благоприятное прохождение сигнала, до 1 см, что соответствует паспортным данным приемника;

случаев, когда на концах базисных линий установлены металлические пирамиды на открытых участках местности, до 1,5 см;

мобильных пунктов на концах базисных линий, закрепленных металлическими пирамидами вблизи бетонных заборов, кирпичных зданий и других одноэтажных строений, 8...13 см;

мобильных пунктов, расположенных среди отдельно стоящих деревьев, 17...23 см;

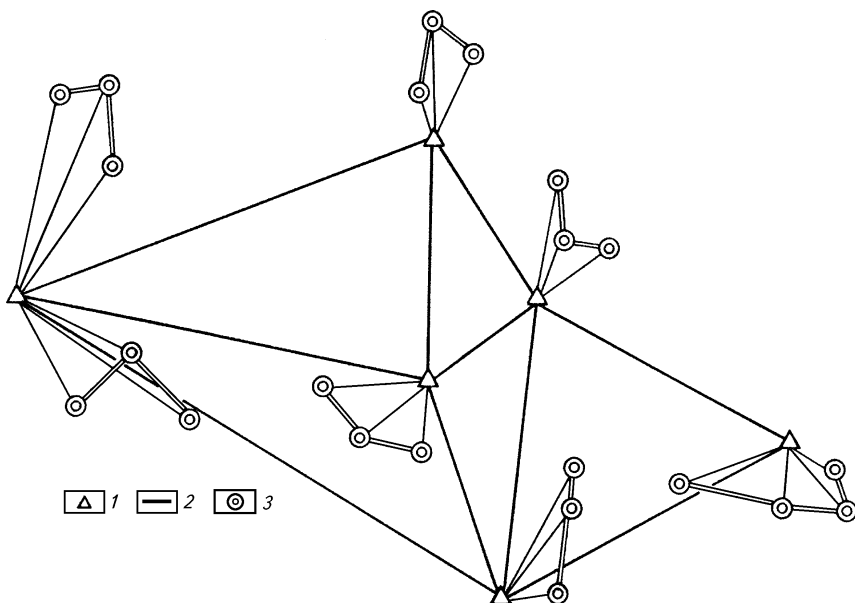
пункта базиса B312, расположенного на просеке среди деревьев смешанного леса, 2,9 м.

Далее исследовали точность GPS-измерений путем трансформирования полученных в местной системе координат пунктов по методу Гельмерта с использованием различного числа исходных пунктов сети. Этот метод трансформирования базируется на перемещении всего геометрического построения (сети) без его локальных искажений в новое положение, заданное некоторым числом исходных пунктов.

Выполнено пять трансформирований сети с 2, 4, 6, 10 и 20 исходными пунктами. Измеренные плановые координаты соответствуют исходным с точностью не менее 3 см, а высоты — не менее 4 см. Эти оценки с некоторой степенью достоверности являются характеристикой совокупного влияния ошибок GPS-наблюдений, центрирования аппаратуры, влияния ошибок исходных данных и др.

## Приложение 7

### Схемы опорных межевых сетей с применением спутниковой технологии



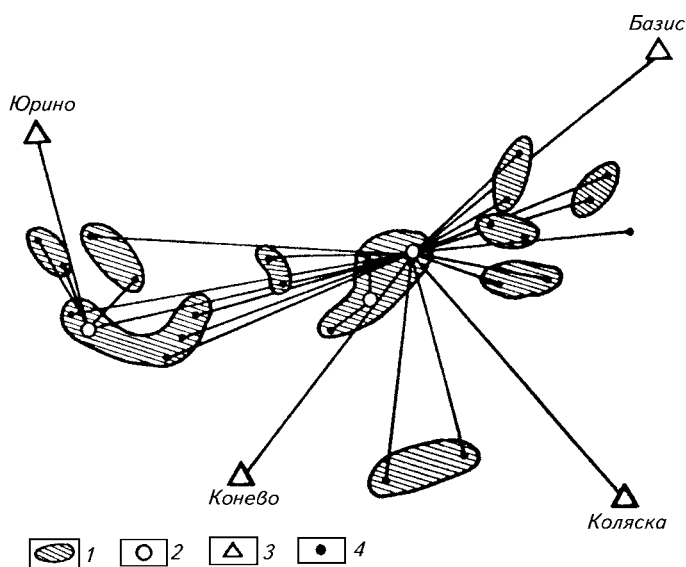
**Рис. 1.** Для привязки границ сельскохозяйственных предприятий и населенных пунктов:

1 — пункты ГГС (базовые станции); 2 — базовые стороны; 3 — пункты опорной межевой сети (мобильные станции)



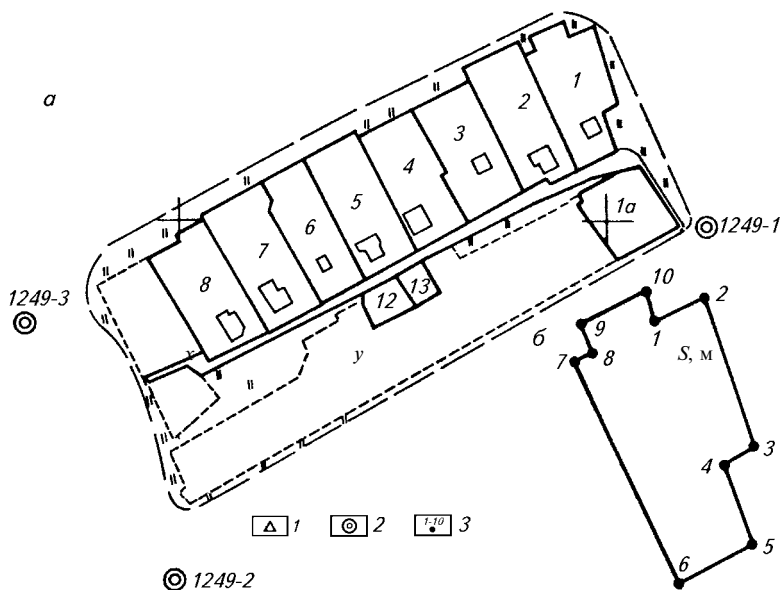
**Рис. 3.** Для создания кадастровых планов поселков и отдельных земельных участков:

1 — пункт ГГС (базовая станция); 2 — пункты опорной межевой сети (мобильные станции); 3 — межевые знаки и их номера



**Рис. 2. Для инвентаризации земель сельских поселений и других земельно-кадастровых работ:**

1 — населенные пункты; 2 — базовые станции; 3 — пункты ГГС; 4 — пункты опорной межевой сети



**Геодезические данные по границе земельного участка, входящего в поселок**

				$S$ , м
	$x$	$y$		
1	6204085,08	3219981,57		
2	6204090,23	3219993,81	67°08,5′	13,27
3	6204055,22	3220005,06	162 11,1	36,77
4	6204051,22	3219997,62	241 41,7	8,44
5	6204032,56	3220004,11	160 48,7	19,75
6	6204023,73	3219985,90	244 7,2	20,24
7	6204076,54	3219961,65	335 19,8	58,12
8	6204078,35	3219966,18	68 15,5	4,88
9	6204085,28	3219963,47	338 37,1	7,44
10	6204092,53	3219979,54	65 44,5	17,63
11	6204085,08	3219981,57	164 45,2	7,72

---

## ЛИТЕРАТУРА

●

- Батраков Ю. Г.* Геодезические сети специального назначения. — М.: Картгеоцентр-Геодезиздат, 1999.
- Большаков В. Д., Маркузе Ю. И.* Практикум по теории математической обработки геодезических измерений. — М.: Недра, 1984.
- Генике А. А., Афанасьев А. М.* Геодезические свето- и радиодальномеры. — М.: Недра, 1988.
- Генике А. А., Побединский Г. Г.* Глобальная спутниковая система определения местоположения GPS и ее применение в геодезии. — М.: Картгеоцентр-Геодезиздат, 1999.
- Глушков В. В., Насрединов К. К., Шаравин А. А.* Космическая геодезия. — М.: Национальная картографическая корпорация, 2002.
- Голубев А. Н.* Глобальные спутниковые навигационно-геодезические системы. — М.: МГУГ и К, 2003.
- Инструкция по развитию съемочного обоснования и съемки ситуации и рельефа с применением глобальных навигационных спутниковых систем ГЛОНАСС и GPS.* — М.: ЦНИИГАиК, 2002.
- Инструкция по нивелированию I, II, III и IV классов.* — М.: Недра, 1990.
- Инструкция по топографической съемке в масштабах 1:5000, 1:2000, 1:1000 и 1:500.* — М.: Недра, 1982.
- Инструкция по межеванию земель.* — М.: Роскомзем, 1996.
- Космическая геодезия* /В. Н. Баранов, Е. Г. Бойко и др. — М.: Недра, 1986.
- Кузнецов П. Н.* Геодезия. — М.: Недра, 2003.
- Маслов А. В., Юнусов А. Г., Горохов Г. И.* Геодезические работы при землеустройстве. — М.: Недра, 1990.
- Методические рекомендации по проведению межевания объектов землеустройства.* — М.: Росземкадастр, 2003.
- Неумывакин Ю. К., Смирнов А. С.* Практикум по геодезии. — М.: Недра, 1985.
- Основные положения о государственной геодезической сети России.* — М.: Роскартография, Топографическая служба ВС РФ, 1997.
- Основные положения об опорной межевой сети.* — М.: Росземкадастр, 2002.
- Селиханович В. Г., Козлов В. П., Логинова Г. П.* Практикум по геодезии. — М.: Недра, 1978.
- Серпинас Б. Б.* Глобальные системы позиционирования. — М.: ИКФ «Каталог», 2002.
- Спутниковая система межевая земель. Проспект.* — М.: Госземкадастрсъемка, 2003.
- Шануров Г. А., Мельников С. Р.* Геотроника. — М.: МИИГАиК, НПП «Геокомос», 2001.
- Hofman-Wellenhof, Lichtenegger H., Collins J.* Global Positioning System. Theorie and Praxis. Springer, Wien, New York, 1993.
- Trimble Surveying System 4700. Operation Manual.* — USA, 1998.

---

## ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ



Абрис 51, 52, 108, 109  
Азимут:  
    географический 36, 47  
    магнитный 36, 48, 88  
    обратный 40  
    прямой 40  
Алидада 61, 65, 79, 86  
Альманах спутников 555  
Аппаратура пользователей 550

Базис 106  
Башмак 170  
Бергштрих 29  
Блок вычислительный 526  
Буссоль 36, 43, 197

Веса измерений 294  
    » функций измеренных величин 296  
Вешение 83, 101, 102  
Вилка мензурная 197  
Винт:  
    закрепительный 78  
    исправительный 65, 70  
    наводящий 77, 206  
    подъемный 62  
    становой 62, 63  
    элевационный 163, 165

Время:  
    всемирное астрономическое 550  
    международное атомное 550

Вынос пикетов на кривую 173

Высота:  
    знака 208  
    кипрегеля 208  
    местности 42  
    нивелира 158  
    прибора 208  
    сечения рельефа 29  
    точки 18, 42

Геодезия 3  
Геоид 11  
Гиротеодолит 35  
Горизонт нивелира 159  
Горизонталь 29

Дальномер:  
    нитяный 94  
    оптический 51  
    электромагнитный 51, 369  
Дальность геометрическая 523  
Долгота 40, 41  
Домер 179

Единицы измерений 13

Журнал измерений 51, 85

Задача:  
    обратная геодезическая 46  
    прямая геодезическая 45

Задержка сигнала: 539  
    в атмосфере 540  
    в ионосфере 540  
    в тропосфере 540

Засечка:  
    боковая 210, 212, 213  
    линейная 111, 497  
    обратная 214  
    обратная линейная пространствен-  
        ная 520  
    обратная угловая 492  
    прямая 210  
    угловая 111

Землеустройство 4, 9, 10  
Земля 3, 4, 10, 19

Знак:  
    межевой 50  
    нивелирный 161  
Зоны шестиградусные, трехградусные 329

Измерения:  
  горизонтального угла 61, 85  
  кодовые 526, 530  
  линий местности 99, 103  
  на карте (плане) 23, 43  
  на местности 15, 49, 157  
Искажение площадей 336

Карта 3, 19, 25  
Кипрегель 195, 198  
Код точный 527  
  » грубый 527  
  » дальномерный 528  
Компарирование 100  
Координаты:  
  географические 40  
  полярные 111  
  прямоугольные 41  
Коэффициент дальномера 95, 241  
Кремальера 70, 77

Лимб 61  
Линза эквивалентная 72  
Линия визирования 159  
Лощина 27

Манипуляция фазовая 527  
Масштаб:  
  изображения 331  
  крупный 22  
  линейный 22  
  мелкий 22  
  поперечный 23  
  численный 21, 22  
Мензула 194  
Меридиан:  
  географический 34  
  гринвичский 40  
  магнитный 35  
  осевой 38  
  сближение меридианов 37  
Место нуля 89  
Метка временная 522  
Метод:  
  дифференциальный 525  
  измерения низкочастотный 372  
  » расстояния фазовый 374  
  импульсно-фазовый 379  
  лучевой 500  
Микрометр оптический 345, 346  
Микроскоп шкаловый 349

Невязка:  
  в периметре полигона (хода) 121  
  в превышениях 190  
  в приращениях координат 120  
  допустимая 117  
  относительная 121  
  угловая 117  
Нивелир 157, 163  
Нивелирование:  
  геометрическое 157  
  техническое 172  
  тригонометрическое 203  
Номенклатура топографических карт 340  
Нормаль 16  
Нуль Кронштадтского футштока 18  
Нуль-пункт уровня 66

Обоснование объемное 250  
Обработка сигнала корреляционная 531  
Объектив 70  
Ожидание математическое 277  
Окуляр 70  
Ось:  
  визирная 70, 157  
  вращения (вертикальная ось) теодолита 61, 82, 86  
  географических координат 40  
  горизонтальная 82, 86  
  земная 11, 41  
  полярная (малая) 11  
  прямоугольных координат 41  
  уровня 66  
Отклонение среднее квадратическое 278  
Отражатель 386  
Отражение радиоволн 542  
Оценка точности:  
  измерений линейных 303  
  » неравноточных 301  
  » полигонометрических ходов 453  
  » углов и превышений 305  
Ошибка коллимационная 81

Палетка 147  
Параллакс 72  
Перекрытие зон 337  
Планиметр полярный 149  
Планирование наблюдений 555  
Планшет 194  
Плоскость:  
  вертикальная 17, 61  
  горизонтальная 16, 61  
  коллимационная 81

- Поверхность:
  - геоида 11
  - Земли 3
  - Мирового океана 11
  - уровенная 11
  - эллипсоида 11, 12
- Погрешности измерений:
  - внешние 273
  - грубые 272
  - личные 273
  - расстояний электромагнитными дальномерами 404
  - систематические 272
  - случайные 272
- Погрешность:
  - абсолютная 53
  - относительная 53
  - средняя квадратическая 53, 282, 284, 288, 290, 292, 297, 299, 302
  - циклическая 403
- Позиционирование спутниковое 518
- Поле зрения 77
- Полигонометрия 310
- Поправка:
  - в превышения 176
  - в приращения координат 121
  - в углы 117, 118
  - дифференциальная 553
  - за компарирование 101
  - за кривизну Земли 205
  - за рефракцию 205
  - светодальномера постоянная 396
- Постобработка 554
- Преобразование геодезических координат 546
- Приемники спутниковые 551
- Проекция Гаусса—Крюгера 329
  - » картографическая 329
- Профиль 3, 19, 21
- Псевдодальность 520
- Пункт исходный (опорный) 520
- Разности фазовые (первая, вторая, третья) 536, 537
- Разрешение неоднозначности 375, 538
- Редуктирование линий 334
- Режим:
  - навигационный повышенной точности 519
  - стандартной пониженной точности 519
- Рельеф 26
- Рен отсчетной системы 354
- Сближение меридианов 337
- Сдвиг кода спутника 523
- Сектор:
  - контроля и управления 525
  - космический 524
  - пользователя 525
- Сети разрядные геодезические 322
- Сеть геодезическая 309
  - » государственная 310
  - » опорная межевая 375
- Сигнал опорный 534
  - » спутниковый 524
- Система глобальная спутниковая 518
- Система координат:
  - геоцентрическая 526
  - европейская 519
  - общеземная 544
  - орбитальная 549
  - равноденственная 548
  - референсная 544
  - сферическая прямоугольная 331
  - эллипсоидальная 547
- Скорость электромагнитных волн (света) 369
- Сообщение навигационное 530
- Способ уравнивания:
  - коррелятный 416
  - параметрический 419
  - последовательных приближений 512
  - среднего весового 503
- Среднее арифметическое 287
- Столик картографический 253
- Сущность уравнивания 409
- Схема:
  - измерительно-фазового дальномера 380
  - обобщенная функциональная тахеометра структурная 259
  - теодолита оптическая 350
  - фазового светодальномера 383
- Съемка:
  - мензульная 58, 194
  - местности 58
  - ситуации и рельефа 233, 251
  - теодолитная 58, 60
  - электронная тахеометрическая 261, 267
- Тахеометр номограммный 246, 249
  - » электронный 254
- Теодолит 60, 77
- Теория вероятностей 274
- Точность:
  - визирования 74

измерений 53  
масштаба 24  
положения пункта 445, 457  
Триангуляция 310  
Трилатерация 310  
Угол:  
горизонтальный 16  
дирекционный 37  
наклона 16  
поворота трассы 177  
примычный 107  
промежуточный 411  
Уклон линии 31  
Уравнение плоской волны 371  
Уравнения условные:  
горизонта 426  
дирекционных углов 443  
координат 444  
полюса 427  
сторон (базисов) 445  
сумм углов 438, 465  
фигур 425  
Уровень:  
круглый 66  
цилиндрический 65  
Фаза колебания текущая 371  
Фазовые разности (первая, вторая, третья) 536, 537  
Фактор геометрический 542

Формы рельефа 26

Ход:

буссольный 231  
висячий 107  
диагональный 60, 107  
мензульный 220, 229  
нивелирный 171  
теодолитный 99, 107, 114

Цена деления:

лимба 64  
планиметра 151  
уровня 68

Цифры значащие 54

Частота:

масштабная 370  
несущая 370, 524  
фундаментальная 525

Частость 274

Широта 40

Эккер 109, 110

Эксцентриситет алидады 356

Элементы:

кривой 179  
центрировок и редукций 364  
эллипсоид 11

Эфемериды спутника 527

---

## ОГЛАВЛЕНИЕ



<b>Глава 1. Общие сведения по геодезии (А. В. Маслов)</b> .....	3
1.1. Предмет и задачи геодезии .....	3
1.2. Исторические сведения .....	5
1.3. Понятие о форме и размерах Земли .....	10
1.4. Единицы и способы измерений, применяемые в геодезии .....	13
1.5. Элементы измерений на местности (горизонтальные проложения линий, горизонтальные углы, углы наклона) .....	15
1.6. Высоты точек местности и превышения между ними .....	18
1.7. Карта, план, профиль .....	19
1.8. Масштабы планов. Точность масштаба .....	21
1.9. Условные знаки объектов местности .....	26
1.10. Основные формы рельефа местности .....	26
1.11. Способы изображения рельефа на планах и картах. Способ горизонталей .....	28
1.12. Угол линии. Определение высот точек, лежащих между горизонталями .....	31
1.13. Ориентирование линий местности. Азимуты .....	34
1.14. Дирекционные углы. Сближение меридианов. Румбы .....	37
1.15. Системы географических и прямоугольных координат .....	40
1.16. Ориентирование карты по буссоли. Определение азимутов и дирекционных углов для линий на карте .....	42
1.17. Приращения координат. Прямая и обратная геодезические задачи .....	44
1.18. Привязка точки и линии к геодезическим пунктам .....	47
1.19. Понятие о геодезических измерениях и их точности. Правила составления технических документов .....	49
1.20. Правила действия с приближенными числами .....	54
1.21. Понятие о съемках местности .....	58
<b>Глава 2. Теодолитная съемка (А. В. Маслов)</b> .....	60
2.1. Сущность теодолитной съемки. Применяемые приборы .....	60
2.2. Теодолиты .....	61
2.3. Отсчетные устройства. Понятие об эксцентриситете алидады .....	64
2.4. Уровни. Приведение плоскости алидады в горизонтальное положение .....	65
2.5. Определение цены деления уровня .....	68
2.6. Зрительные трубы. Визирная ось. Параллакс сетки нитей .....	70

2.7. Фокусные расстояния объектива и эквивалентной линзы (трубы с внутренней фокусировкой) .....	72
2.8. Увеличение зрительной трубы. Точность визирования .....	74
2.9. Исследования и поверки теодолита .....	77
2.10. Измерение горизонтального угла теодолитом полным приемом и способом «от нуля». Журнал измерений .....	85
2.11. Измерение углов наклона. Место нуля .....	89
2.12. Приведение места нуля к нулю .....	93
2.13. Нитяной дальномер. Определение расстояний нитяным дальномером. Точность определения расстояний .....	94
2.14. Определение горизонтальных проложений линий по нитяному дальномеру (при наклонном положении визирной оси) .....	97
2.15. Измерение линий в теодолитных ходах (полигонах) .....	99
2.16. Проложение теодолитных ходов и полигонов .....	107
2.17. Способы съемки контуров ситуации .....	108
<b>Глава 3. Вычислительная обработка теодолитных ходов (А. В. Маслов) .....</b>	<b>114</b>
3.1. Задачи вычислений и подготовительные работы .....	114
3.2. Вычислительная обработка теодолитного полигона .....	116
3.3. Способы обнаружения грубых ошибок вычислений и измерений по недопустимой невязке .....	122
3.4. Особенности вычислительной обработки теодолитного хода, проложенного между двумя пунктами геодезической сети .....	123
<b>Глава 4. Построение планов (А. В. Маслов) .....</b>	<b>129</b>
4.1. Чертежные приборы. Построение плана полигона (хода) по румбам и горизонтальным проложениям линий .....	129
4.2. Расчеты для размещения плана симметрично относительно краев листа .....	132
4.3. Построение прямоугольной координатной сетки .....	134
4.4. Нанесение точек на план по координатам .....	137
4.5. Нанесение ситуации на план .....	139
4.6. Оформление плана .....	140
<b>Глава 5. Определение площадей (А. В. Маслов) .....</b>	<b>142</b>
5.1. Способы определения площадей .....	142
5.2. Вычисление площади полигона по координатам его вершин .....	144
5.3. Определение площадей палетками .....	147
5.4. Планиметры .....	149
5.5. Геометрическое значение цены деления планиметра и ее определение .....	151
5.6. Зависимость между ценой деления планиметра, масштабом плана и длиной обводного рычага .....	153
5.7. Определение и увязка площадей контуров ситуации. Экспликация угодий .....	154
<b>Глава 6. Геометрическое нивелирование (А. В. Маслов) .....</b>	<b>157</b>
6.1. Виды нивелирования .....	157
6.2. Способы геометрического нивелирования. Качание рейки .....	157
6.3. Нивелирные знаки .....	161
6.4. Нивелиры. Нивелирные рейки .....	163
6.5. Поверки нивелиров и реек .....	166
6.6. Виды нивелирных работ. Передача высоты. Контроль на станции .....	169
6.7. Трассирование линейных сооружений. Разбивка пикетажа .....	176

6.8. Разбивка кривой в главных точках. Вынос пикетов на кривую .....	178
6.9. Продольное и поперечное нивелирование трассы. Связующие, промежуточные, икс-овые точки .....	181
6.10. Вычислительная обработка журнала нивелирования трассы .....	182
6.11. Построение профиля трассы .....	183
6.12. Вычисление и нанесение на профиль отметок точек проектной линии .....	185
6.13. Нивелирование поверхности по квадратам. Вычислительная обработка журнала-схемы нивелирования .....	187
6.14. Составление плана нивелирования поверхности. Интерполирование и проведение горизонталей .....	190
<b>Глава 7. Мензульная съемка (А. В. Маслов) .....</b>	<b>194</b>
7.1. Сущность мензульной съемки. Применяемые приборы .....	194
7.2. Поверки мензулы, вилки, буссоли .....	197
7.3. Поверки кипрегеля .....	198
7.4. Влияние погрешностей центрирования и прикладывания ребра линейки кипрегеля к точкам на ориентирование планшета .....	200
7.5. Нивелирование наклонной визирной осью (тригонометрическое нивелирование) .....	203
7.6. Измерение угла наклона вертикальным кругом кипрегеля КН .....	206
7.7. Определение высот прибора и знака .....	208
7.8. Графическое решение задач по определению положения точек прямой и боковой засечками .....	210
7.9. Графическое решение задачи по определению положения точки обратной засечкой (задача Потенота) .....	214
7.10. Понятие о геодезических сетях для мензульной съемки. Геометрические сети .....	220
7.11. Мензульные ходы и их увязка .....	229
7.12. Съемка ситуации и рельефа .....	233
7.13. Приемы определения высот пикетов. Определение высот пикетов кипрегелем КН .....	236
7.14. Составление калек контуров и высот. Контроль съемки .....	242
<b>Глава 8. Тахеометрическая съемка (Ю. Г. Батраков) .....</b>	<b>245</b>
8.1. Сущность тахеометрической съемки. Применяемые приборы .....	245
8.2. Номограммные тахеометры .....	246
8.3. Съёмочное обоснование тахеометрической съемки. Тахеометрические ходы .....	250
8.4. Съемка ситуации и рельефа .....	251
8.5. Обработка результатов тахеометрической съемки. Составление плана .....	253
8.6. Применение картографического столика при тахеометрической съемке .....	253
8.7. Электронные тахеометры .....	255
8.8. Электронный тахеометр ЗТа5 .....	256
8.9. Электронная тахеометрическая съемка .....	261
8.10. Электронная тахеометрическая съемка по методу свободного выбора станций .....	267
<b>Глава 9. Теория погрешностей измерений (А. В. Гордеев) .....</b>	<b>271</b>
9.1. Сущность и виды измерений .....	271
9.2. Погрешности измерений .....	271

9.3. Предмет и задачи теории погрешностей измерений .....	273
9.4. Некоторые сведения из теории вероятностей .....	274
9.5. Равноточные измерения. Свойства случайных погрешностей измерений .....	278
9.6. Числовые характеристики точности результатов равноточных измерений .....	281
9.7. Средняя квадратическая погрешность функции измеренных величин .....	284
9.8. Математическая обработка результатов равноточных измерений одной и той же величины. Среднее арифметическое значение и его свойства .....	287
9.9. Средняя квадратическая погрешность среднего арифметического .....	288
9.10. Поправки равноточных измерений одной и той же величины и их свойства .....	289
9.11. Определение средних квадратических погрешностей одного измерения и среднего арифметического по поправкам к результатам измерений .....	290
9.12. Средняя квадратическая погрешность одного измерения, определяемая по разностям двойных равноточных измерений .....	292
9.13. Неравноточные измерения. Веса измерений и их свойства .....	294
9.14. Веса функций измеренных величин .....	296
9.15. Средняя квадратическая погрешность единицы веса .....	297
9.16. Математическая обработка результатов неравноточных измерений одной и той же величины. Среднее весовое .....	298
9.17. Вес и средняя квадратическая погрешность среднего весового .....	299
9.18. Поправки неравноточных измерений одной и той же величины и их свойства .....	300
9.19. Оценка точности неравноточных измерений и среднего весового по поправкам .....	301
9.20. Средняя квадратическая погрешность единицы веса, определяемая по разностям двойных неравноточных измерений .....	302
9.21. Оценка точности линейных измерений по разностям двойных измерений линий .....	303
9.22. Оценка точности измерений углов и превышений по невязкам в полигонах и ходах .....	305
9.23. Назначение технических допусков для расхождений и невязок в геодезических измерениях .....	306
<b>Глава 10. Общие сведения о построении геодезической сети при съемке на большой территории (Ю. Г. Батраков и А. В. Гордеев) .....</b>	<b>309</b>
10.1. Понятие о геодезической сети .....	309
10.2. Государственная геодезическая сеть .....	310
10.3. Современное состояние государственной геодезической сети. Новая единая государственная система координат СК—95 .....	316
10.4. Новая структура государственной геодезической сети .....	318
10.5. Разрядные геодезические сети сгущения и съемочные сети .....	322
10.6. Опорные межевые сети .....	325
10.7. Привязка пунктов геодезических сетей и способы их отыскания .....	327
<b>Глава 11. Плоские прямоугольные координаты Гаусса—Крюгера. Номенклатура листов топографических карт (А. В. Гордеев) .....</b>	<b>329</b>
11.1. Понятие о картографических проекциях. Равноугольная проекция Гаусса—Крюгера. Шестиградусные и трехградусные зоны .....	329

11.2. Масштаб изображения и искажения длин линий в проекции Гаусса—Крюгера. Изображение координат Гаусса—Крюгера через сферические прямоугольные координаты .....	331
11.3. Редуцирование линий на плоскость в проекции Гаусса—Крюгера .....	334
11.4. Искажение площадей в проекции Гаусса—Крюгера .....	336
11.5. Сближение меридианов. Переход от азимута к дирекционному углу .....	337
11.6. Перекрывтие зон .....	339
11.7. Номенклатура листов топографических карт и планов .....	340
<b>Глава 12. Измерение горизонтальных углов в разрядных геодезических сетях сгущения (Ю. Г. Батраков)</b> .....	344
12.1. Теодолиты, применяемые при построении разрядных геодезических сетей сгущения .....	344
12.2. Поверки и основные исследования теодолитов .....	352
12.3. Способы измерения горизонтальных углов и направлений .....	360
12.4. Определение элементов приведения направлений к центрам пунктов .....	364
<b>Глава 13. Электромагнитные дальномеры (Ю. Г. Батраков)</b> .....	369
13.1. Принцип действия электромагнитного дальномера .....	369
13.2. Некоторые сведения из теории колебаний. Несущие и масштабные частоты .....	370
13.3. Низкочастотный метод фазовых измерений .....	372
13.4. Фазовый метод измерения расстояния .....	374
13.5. Разрешение неоднозначности в фазовых дальномерах .....	375
13.6. Импульсно-фазовый гетеродинный способ .....	379
13.7. Обобщенная функциональная схема светодальномера .....	382
13.8. Светодальномер СТ5 .....	385
13.9. Светодальномер 2СТ10 .....	393
13.10. Светодальномер «Топаз» СП2 .....	394
13.11. Сущность и способы определения постоянной поправки светодальномера .....	396
13.12. Определение постоянной поправки светодальномера из измерений нескольких линий одного створа в разных комбинациях .....	397
13.13. Определение средней квадратической погрешности измерения расстояния светодальномером .....	401
13.14. Определение циклической погрешности светодальномера .....	403
13.15. Погрешности измерения расстояний электромагнитными дальномерами .....	404
<b>Глава 14. Математическая обработка типовых фигур триангуляции (Ю. Г. Батраков и А. В. Гордеев)</b> .....	409
14.1. Сущность уравнивания геодезических сетей .....	409
14.2. Предварительные вычисления .....	409
14.3. Окончательные вычисления .....	415
14.4. Упрощенное уравнивание типовых фигур триангуляции 2-го разряда .....	425
<b>Глава 15. Математическая обработка полигонометрии (Ю. Г. Батраков)</b> .....	449
15.1. Оценка точности результатов полевых наблюдений. Получение предварительных координат пунктов .....	449

15.2. Уравнивание полигонометрических ходов .....	451
15.3. Оценка точности уравненных элементов хода и полученных координат пунктов .....	453
15.4. Расчет точности положения пункта, определяемого полярным способом с пункта полигонометрического хода .....	455
15.5. Расчет точности положения бокового пункта, определяемого прямой угловой засечкой с пунктов полигонометрического хода, с учетом влияния погрешностей исходных данных .....	457
15.6. Расчет предельной длины теодолитного хода .....	461
15.7. Расчет необходимой точности положения бокового пункта .....	462
<b>Глава 16. Математическая обработка типовых фигур трилатерации</b> <b>(Ю. Г. Батраков)</b> .....	464
16.1. Общие сведения .....	464
16.2. Математическая обработка геодезического четырехугольника трилатерации .....	464
16.3. Вывод формулы условного уравнения поправок геодезического четырёхугольника трилатерации .....	465
16.4. Вывод формулы допустимого значения свободного члена услов- ного уравнения .....	467
16.5. Уравнивание геодезического четырехугольника трилатерации коррелятным способом .....	470
16.6. Оценка точности координат определяемых пунктов .....	472
16.7. Уравнивание геодезического четырехугольника трилатерации параметрическим способом .....	478
<b>Глава 17. Определение дополнительных пунктов (Ю. Г. Батраков</b> <b>и А. В. Гордеев)</b> .....	481
17.1. Передача координат с вершины знака на землю .....	481
17.2. Прямая засечка .....	485
17.3. Обратная засечка (задача Потенота) .....	492
17.4. Линейная засечка .....	497
17.5. Лучевой метод .....	500
<b>Глава 18. Уравнивание систем ходов съёмочной сети (А. В. Гордеев)</b> .....	503
18.1. Общие сведения .....	503
18.2. Способы среднего весового .....	503
18.3. Способ последовательных приближений .....	512
<b>Глава 19. Глобальная спутниковая навигационная система позициони-</b> <b>рования (Ю. Г. Батраков)</b> .....	518
19.1. Общие сведения. Историческая справка. Принцип работы системы и ее достоинства .....	518
19.2. Принцип измерения расстояния от приемника до спутника. Псевдодалность .....	522
19.3. Состав глобальной системы. Режим работы системы .....	524
19.4. Структура сигнала спутника .....	526
19.5. Кодовые измерения .....	530
19.6. Фазовые измерения .....	533
19.7. Основные источники ошибок спутниковых наблюдений .....	539
19.8. Система отсчета .....	543
19.9. Аппаратура пользователей .....	552
	597

19.10. Способы и режимы наблюдений .....	555
19.11. Планирование наблюдений .....	557
19.12. Устройство и операции с приемником Trimble 4700 .....	558
19.13. Создание опорных межевых сетей с применением спутнико- вой аппаратуры .....	560
19.14. Спутниковая система межевания земель .....	562
Приложения (Ю. Г. Батраков) .....	566
Приложение 1. Способы компенсации углов наклона. Принцип действия компенсатора нивелира НЗК .....	566
Приложение 2. Схема триангуляции и распечатка результатов уравнивания параметрическим способом по программе «Сигма» .....	569
Приложение 3. Схема полигонометрического хода и распечатка резуль- татов уравнивания параметрическим способом по программе «Сигма» .....	572
Приложение 4. Вычисление средних квадратических погрешностей положения определяемых пунктов I, II, III геодезического четырех- угольника трилатерации при уравнивании коррелятным способом .....	575
Приложение 5. Распечатка результатов уравнивания геодезического четырёхугольника трилатерации параметрическим способом по программе «Сигма» .....	578
Приложение 6. Методика спутниковых наблюдений и обработка базовых линий .....	579
Приложение 7. Схемы опорных межевых сетей с применением спутниковой технологии .....	584
Литература .....	587
Предметный указатель .....	588

Учебное издание

**Маслов Алексей Васильевич,**

**Гордеев Александр Васильевич,**

**Батраков Юрий Григорьевич**

## **ГЕОДЕЗИЯ**

**6-е издание, переработанное  
и дополненное**

Учебник для вузов

Художественный редактор *В. А. Чуракова*  
Компьютерная верстка *Т. Я. Белобородовой*  
Компьютерная графика *С. В. Иванова, А. Е. Зубкова*  
Корректор *И. Н. Волкова*

Подписано в печать 18.06.08. Формат 60 × 88 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага офсетная.  
Гарнитура Ньютон. Печать офсетная. Усл. печ. л. 36,75. Изд. № 06.  
Тираж 30 000 экз. (4-й завод: 6001—7500 экз.). Заказ №

ООО «Издательство «КолосС», 101000, Москва, ул. Мясницкая, д. 17.  
Почтовый адрес: 129090, Москва, Астраханский пер., д. 8.  
Тел./факс (495) 680-14-63, e-mail: sales@koloss.ru,  
наш сайт: [www.koloss.ru](http://www.koloss.ru)

Отпечатано с готовых диапозитивов  
в ОАО «Марийский полиграфическо-издательский комбинат»,  
424002, г. Йошкар-Ола, ул. Комсомольская, 112