УДК 621.396.674.1

Л.М. Лобкова, д-р техн. наук, профессор,
В.В. Головин, канд. техн. наук,
Севастопольский национальный технический университет
99053, г. Севастополь, ул. Университетская, 33
E-mail: v_golovin@mail.ru

АНАЛИЗ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛЯ В ФОКАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ ПРИЕМНОЙ АНТЕННЫ

Проведен анализ законов распределения поля в фокальной плоскости приемной антенны в зависимости от размеров апертуры передающей антенны, состояния турбулентной атмосферы и длины трассы.

***Ключевые слова**: статистическая теория антенн, приемная антенна, апертурная антенна.*

Развитие современных наземных и космических систем радиосвязи связано с использованием сантиметровых и миллиметровых радиоволн, включая оптический диапазон. В связи с этим, особого внимания требуют вопросы изучения флуктуационной картины поля в фокальной плоскости приемной антенны. Эффективность работы приемных антенн во многом определяется пространственно-временными характеристиками принимаемого сигнала, что в свою очередь определяет характер распределения поля в фокальной плоскости приемной антенны.

Целью данной работы является анализ закона распределения огибающей поля в фокальной плоскости приемной антенны и оценка вероятности надежности работы данной системы радиосвязи с учетом влияния локальных турбулентных неоднородностей в канале связи.

Решение данной задачи проведем в следующем порядке:

1) исследуется поле электромагнитной волны, создаваемое передающей антенной, с учетом влияния локальных турбулентных неоднородностей;

2) при заданной статистике поля в апертуре приемной антенны с учетом эффектов дифракции проводится анализ поля в фокальной плоскости;

3) на основании полученных результатов проводится анализ законов распределения огибающей поля в фокальной плоскости приемной антенны.

Для определения поля в апертуре приемной антенны представим на рисунке 1 расположение приемной и передающей апертур антенн для трассы протяженностью L. Тогда в приближении Френелевской дифракции можем записать поле $E_M(x,y)$ в виде

$$E_M(x,y)=\frac{\mathrm{j}}{\lambda}(1+\cos\theta)\iint\limits_{S_{\text{прд}}} E_S(x_0,y_0)\frac{\exp(-\mathrm{j}kR)}{R}\exp(\mathrm{j}\Psi(R,t))\,\mathrm{d}S\,, \tag{1}$$

где $R=\sqrt{(x_0-x)^2+(y_0-y)^2+L^2}\approx L-\frac{x_0x+y_0y}{L}+\frac{x_0^2+y_0^2}{2L}$; $S_{\text{прд}}$ — площадь апертуры передающей антенны; $E_S(x_0,y_0)$ — амплитудно-фазовое распределение поля в апертуре передающей антенны; $\Psi(R,t)=\varphi(R,t)-\mathrm{j}\ln\frac{A(R,t)}{A_0}$ — комплексная фаза поля сферической волны, создаваемой элементом Гюйгенса $\mathrm{d}S$ и прошедшее расстояние R через турбулентную атмосферу [1]; $\varphi(R,t)$ и $\chi(R,t)=\ln\frac{A(R,t)}{A_0}$ — случайные флуктуации, которые подчиняются нормальному закону распределения.

На основании (1) можно вычислить необходимые статистические моменты поля $E_M(x,y)$, и в первую очередь $\langle E_M(x,y)\rangle$ и $\left\langle E_M^2(x,y)\right\rangle$, а также:

$$\sigma_{Em}^2=\left\langle E_M(x,y)-\langle E_M(x,y)\rangle^2\right\rangle \text{ и } R_{Em}=\left\langle E_M(x,y)E_M^*(x,y)\right\rangle.$$

При этом главную роль будут играть статистические характеристики флуктуаций фазы $\varphi(R,t)$ и амплитуды $\chi(R,t)$, которые подробно исследованы в [1, 2]. Также важная роль принадлежит дифракии поля на апертуре передающей антенны. В монографиях [1, 2] детально изучен этот вопрос применительно к апертуре приемной антенны. Главную роль в этих исследованиях играет масштаб неоднородности показателя преломления тропосферы l_0 и дисперсия флуктуаций показателя преломления σ_n^2. Однако, влияние размера апертуры передающей антенны с радиусом a существенно при сравнении с масштабами турбулентности l_0. С учетом сказанного, можно установить следующее:

1) если если размер апертуры $2a << l_0$, то случайные комплексные фазы всех лучей, достигающих точки наблюдения $M(x, y)$ будут коррелированы, а, следовательно, сомножитель $\exp(\mathrm{j}\Psi(R,t))$ в формуле (1) можно вынести за знак интеграла и тогда при нормальном законе распределения $\Psi(R,t)$ поле $E_M(x, y)$ будет подчинено логарифмически-нормальному закону;

2) если $2a >> l_0$, то фазы лучей будут некоррелированы и тогда в силу центральной предельной теоремы можем считать, что поле $E_M(x, y)$ в апертуре приемной антенны подчинено нормальному закону распределения.

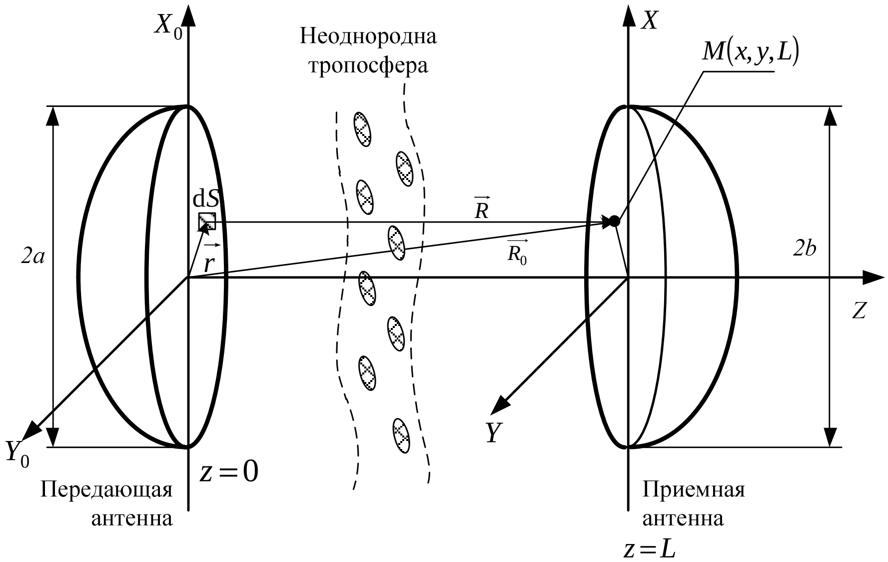

Рисунок 1 — Геометрия расположения апертур передающей и приемной антенн

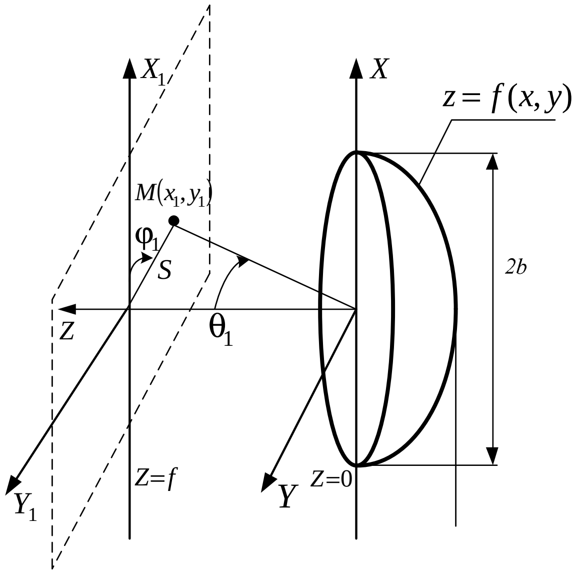

Рисунок 2 — Геометрия расположения апертуры и фокальной плоскости приемной антенны

Таким образом, на линиях связи, использующих рассеяние на турбулентных неоднородностях, могут встретиться два предельных закона распределения: нормальный и логарифмически-нормальный. Определив возможные законы распределения для поля $E_M(x, y)$ в апертуре приемной антенны, перейдем к рассмотрению законов распределения поля в ее фокальной плоскости. Для этого рассмотрим параболическое зеркало с фокусным расстоянием f, входная апертура которого расположена в плоскости $z = 0$ (рисунок 2), а уравнение поверхности зеркала имеет вид

$$z = l - \frac{x^2 + y^2}{2R_0},$$

где $R_0 = 2f$, l — глубина зеркала.

Напряженность электрического поля в плоскости $z = 0$ будет определяться формулой (1) для $E_M(x, y)$, которое затем отражается от поверхности зеркала и представляется в виде

$$E_{\text{отр}}(x, y, 0) = E_M(x, y)\exp(2\,\mathrm{j}kz). \tag{2}$$

Для определения поля в фокальной плоскости X_1Y_1 воспользуемся представлением слоя пространства между апертурой приемной антенны и фокальной плоскостью в виде четырехполюсника с импульсной характеристикой $H(x, y, f)$. Тогда, используя формулу Дюамеля, можно записать выражение для поля в фокальной плоскости в виде

$$E_{\text{фп}}(x_1, y_1, f) = A \iint_{S_{\text{прд}}} E_M(\xi, \eta, 0) \exp[-\mathrm{j}(u_1\xi + u_2\eta)] \mathrm{d}\xi \, \mathrm{d}\eta , \tag{3}$$

где $A = \frac{k}{2\pi \mathrm{j} f} \exp(\mathrm{j}kf) \exp(2\mathrm{j}kf) \exp\left(\frac{\mathrm{j}k\left(x_1^2 + y_1^2\right)}{2f} \right)$; $u_1 = \frac{kx_1}{f} = k \sin\theta_1 \sin\varphi_1$; $u_2 = \frac{ky_1}{f} = k \sin\theta_1 \cos\varphi_1$ — пространственные частоты; ξ, η — координаты в плоскости апертуры приемной антенны.

На основании (3) проведем анализ закона распределения поля в фокальной плоскости. При этом определяющую роль играют статистические характеристики $E_M(\xi, \eta, 0)$, которые зависят от соотношения радиуса апертуры передающей антенны a и масштаба неоднородностей тропосферы l_0. В этом случае статистические характеристики $E_{\text{фп}}(x_1, y_1, f)$ будут определяться радиусом корреляции поля $E_M(\xi, \eta, 0)$, который обозначим через r_0, и его соотношением с радиусом апертуры приемной антенны b. Анализ формулы (3) позволяет установить следующие законы распределения:

1) если размер апертуры приемной антенны $2b << r_0$, то при условии малых размеров апертуры передающей антенны, когда $2a << l_0$, поле $E_{\text{фп}}(x_1, y_1, f)$ будет подчинено логарифмически-нормальному закону распределения;

2) если $2b >> r_0$, то, как при $2a << l_0$, так и при $2a >> l_0$, поле $E_{\text{фп}}(x_1, y_1, f)$ будет подчинено нормальному закону распределения;

3) если $2b << r_0$ и $2a >> l_0$, то поле $E_{\text{фп}}(x_1, y_1, f)$ будет подчинено нормальному закону распределения.

Таким образом, закон распределения поля $E_{\text{фп}}(x_1, y_1, f)$ зависит как от размеров апертуры передающей антенны $2a$ и масштаба l_0, так и от размеров апертуры приемной антенны $2b$ и масштаба пространственной корреляции r_0 для поля $E_M(\xi, \eta, 0)$. Зная закон распределения поля $E_{\text{фп}}(x_1, y_1, f)$, можно установить закон распределения принимаемого сигнала, если рассмотреть $E_{\text{фп}}(x_1, y_1, f)$ в виде двухкомпонентного вектора, составляющие которого обозначим через переменные x и y, а их средние значения $\langle x \rangle \neq 0$, $\langle y \rangle \neq 0$. Пусть переменные x и y подчинены нормальному закону распределения, тогда для огибающей поля в фокальной плоскости можно записать выражение

$$\rho = \left| E_{\text{фп}}(x_1, y_1, f) \right|$$

и установить законы распределения для ρ на основе анализа корреляционной матрицы принимаемого сигнала. На реальных линиях радиосвязи могут встречаться следующие случаи.

Если $\langle x \rangle = 0$ и $\langle y \rangle = 0$, т.е. отсутствует постоянная составляющая сигнала, а корреляционная матрица K_1 представляется в виде

$$K_1 = \begin{vmatrix} \sigma_x^2 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 \end{vmatrix},$$

при этом пусть $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma^2$ и $R_{xy} = 0$ (отсутствует взаимная корреляция), то и для ρ будет справедлив закон распределения Релея

$$W_1(\rho) = \frac{\rho}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{\rho^2}{2\sigma^2} \right). \tag{4}$$

Если $\langle x \rangle \neq 0$ и $\langle y \rangle \neq 0$, также отсутствует корреляция между компонентами x и y, т.е. $R_{xy} = 0$, а корреляционная матрица принимает вид

$$K_2 = \begin{vmatrix} \sigma^2 & 0 \\ 0 & \sigma^2 \end{vmatrix},$$

то имеет место обобщенный закон Релея

$$W_2(\rho) = \frac{\rho}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{\left(\rho^2 + \alpha^2\right)}{2\sigma^2} \right) I_0\left(\frac{\alpha\rho}{\sigma^2} \right), \tag{5}$$

где I_0 — функция Бесселя от мнимого аргумента; $\alpha^2 = \langle x \rangle^2 + \langle y \rangle^2$.

Если $\langle x\rangle \neq 0$, $\langle y\rangle \neq 0$, $R_{xy}=0$ и

$$K_3=\begin{vmatrix}\sigma_x^2 & 0\\ 0 & \sigma_y^2\end{vmatrix},$$

то закон распределения учитывает различие дисперсий σ_x^2 и σ_y^2, которые наблюдаются в зависимости от угла прихода рассеянных волн. Закон распределения принимает при этом вид

$$W_3(\rho)=\frac{\rho}{\sigma_x\sigma_y}\exp\left(-\frac{\rho^2}{4}\left(\frac{1}{\sigma_x^2}+\frac{1}{\sigma_y^2}\right)\right)\exp\left(-\frac{1}{4}\left(\frac{\langle x\rangle^2}{\sigma_x^2}+\frac{\langle y\rangle^2}{\sigma_y^2}\right)\right)\times$$

$$\times I_0\left(\frac{\rho^2}{4}\left(\frac{1}{\sigma_x^2}-\frac{1}{\sigma_y^2}\right)\right)I_0\left(\rho\sqrt{\frac{\langle x\rangle^2}{\sigma_x^4}+\frac{\langle y\rangle^2}{\sigma_y^4}}\right). \quad (6)$$

Если $\langle x\rangle \neq 0$ и $\langle y\rangle \neq 0$, $R_{xy}\neq 0$, а корреляционная матрица принимает вид

$$K_4=\begin{vmatrix}\sigma_x^2 & R_{xy}\\ R_{xy} & \sigma_y^2\end{vmatrix},$$

то ни один из вышеприведенных законов $W(\rho)$ применять нельзя. Исследование $W_4(\rho)$ проводилось в работе [3], а также в [4]. Однако, полученные там результаты настолько сложны, что затруднительно их использовать для анализа законов распределения принимаемого сигнала. В данной статье предлагается новый подход к анализу $W_4(\rho)$, который справедлив для любого вида корреляционной матрицы K_4.

Согласно методике, изложенной в [5], случайный вектор поля $E_{фп}(x_1, y_1, f)$ с матрицей K_4 заменим случайным вектором $\vec{q}$ с некоррелированными составляющими q_1 и q_2. При этом q_1 и q_2 определим с помощью соотношений:

$$q_1 = x-\langle x\rangle; \quad (7)$$

$$q_2+a_0q_1 = y-\langle y\rangle, \quad (8)$$

где a_0 — константа.

На основании (8) можем получить следующее выражение

$$\langle q_1^2\rangle=\sigma_x^2=\langle x^2\rangle-\langle x\rangle^2.$$

Используя выражения (7) и (8), можно определить следующую величину

$$R_{xy}=a_0\sigma_x^2+R_{q_1q_2}.$$

Так как $R_{q_1q_2}\equiv 0$, то

$$a_0=\frac{R_{xy}}{\sigma_x^2}.$$

Далее, на основании (8) можем записать:

$$\sigma_y^2=|a_0|^2\sigma_x^2+\sigma_{q_2}^2;$$

$$\sigma_{q_2}^2=\sigma_y^2-|a_0|^2\sigma_x^2=\sigma_y^2-\frac{R_{xy}^2}{\sigma_x^2};$$

$$\sigma_{q_1}^2=\sigma_x^2.$$

Тогда матрица K_4 с учетом того, что $\langle q_1\rangle=\langle q_2\rangle=0$, примет вид

$$K_4=\begin{vmatrix}\sigma_{q_1}^2 & 0\\ 0 & \sigma_{q_2}^2\end{vmatrix}.$$

В этом случае закон распределения можно представить в следующем виде

$$W_4(\rho)=\frac{\rho}{\sigma_q^2\sqrt{1-\alpha_q^2}}\exp\left(-\frac{\rho^2}{2\sigma_q^2\left(1-\alpha_q^2\right)}\right)I_0\left(\frac{\alpha_q\rho^2}{2\sigma_q^2\left(1-\alpha_q^2\right)}\right), \qquad (9)$$

где $\sigma_q^2=\frac{1}{2}\left(\sigma_{q_1}^2+\sigma_{q_2}^2\right)$; $\alpha_q=\frac{\sigma_{q_1}^2-\sigma_{q_2}^2}{\sigma_{q_1}^2+\sigma_{q_2}^2}$.

Полученное распределение огибающей поля в фокальной плоскости приемной антенны можно назвать модифицированным законом распределения Релея. Анализ $W_4(\rho)$ в зависимости от параметра α_q позволяет установить предельные распределения $W_4(\rho)$. Если α_q изменяется от 1 до 0, то закон распределения $W_4(\rho)$ меняется от одностороннего нормального распределения до Релеевского, описываемого функцией $W_1(\rho)$.

На основании проведенного исследования удалось установить следующее.

1. Определена зависимость законов распределения поля в апертуре приемной антенны от размера апертуры передающей антенны и его соотношения с масштабом турбулентности показателя преломления атмосферы.
2. Показано, что законы распределения поля в апертуре приемной антенны зависят от пространственной когерентности принимаемого поля и соотношения его с размером апертуры приемной антенны. При этом законы распределения поля в фокальной плоскости приемной антенны меняются от нормального до логарифмически-нормального распределения.
3. Выведены законы распределения для огибающей поля в фокальной плоскости приемной антенны, которые позволят определить статистические характеристики принимаемых сигналов и оценить глубину замираний сигнала на данной линии радиосвязи.
4. Дальнейшие исследования позволят для реального протяженного канала связи подобрать размеры апертур передающей и приемной антенн для обеспечения минимального влияния турбулентных неоднородностей атмосферы на распределение поля в фокальной плоскости приемной антенны, а также позволит разработать оптимальную для данной линии связи облучающую систему.

Библиографический список использованной литературы

1. Татарский В.И. Распространение радиоволн в турбулентной атмосфере / В.И. Татарский. — М.: Наука, 1967. — 548 с.

2. Лобкова Л.М. Статистическая теория антенн сверхвысоких и оптических частот / Л.М. Лобкова. — М.: Связь, 1975. — 298 с.

3. Beckman P. Rayleigh distribution and its ceneralizations / P. Beckman // Radio Science J. Res. Nat. Bur. Standarts. — L., 1962. — 231 p.

4. Пугачев В.Н. Теория случайных функций / В.Н. Пугачев. — М.: Матгиз, 1964. — 650 с.

Поступила в редакцию 17.11.2011 г.

Лобкова Л.М., Головін В.В. Аналіз законів розподілу поля у фокальній площині приймальної антени

Проведено аналіз законів розподілу поля у фокальній площині приймальної антени в залежності від розмірів апертури передавальної антени, стану турбулентної атмосфери та довжини трасі.

Ключові слова: статистична теорія антен, приймальна антена, апертурна антена.

Lobkova L.M., Golovin V.V. The analysis of laws of the field distribution in the focal plane of the receiving antenna

The analysis of laws of the field distribution in the focal plane of the receiving antenna depending on the sizes of the transmitting antenna aperture, on the state of turbulent atmosphere and length of the radio frequency line is carried out.

Keywords: the statistical theory of antennas, the receiving antenna, the aperture antenna.