Методическое пособие по информатике

Для студентов 1 курса по направлению 280700, 022000

ЗАДАНИЕ №1. ТАБУЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ

Цель работы: При табулировании и построении графиков функций получить начальные навыки программирования и работы на компьютере.

Задание: Получить таблицы значений шести функций в приложениях: Microsoft Excel, Mathcad и Fortran. По полученным данным построить графики функций. По таблицам значений, полученных в Fortran, построить графики функций в Excel.

Выражение — это формула для получения значения. Выражения образуются из операндов и знаков операций, объединяемых по правилам синтаксиса алгоритмического языка. В качестве операндов выражения используются буквальные и именованные константы, переменные, указатели функций. В зависимости от типа возвращаемого результата выражения подразделяются на арифметические, логические, символьные и производного типа. В первой лабораторной работе рассмотрим правила составления арифметических выражений.

При записи арифметических выражений в Фортране используются следующие арифметические операции и функции (в порядке возрастания приоритета):

– , + — вычитание и сложение;

* , / — умножение и деление;

** — возведение в степень;

COS(x) — cos(x) SIN(x) — sin(x)

TAN(x) — tg(x)   ATAN(x) — arctg(x)

ALOG(x) — ln(x)   ALOG10(x) — lg(x)

EXP(x) — exp   ABS(x) — |x|

SQRT(x) — кореньх   INT(x) — целая часть x.

ASIN(x) – arcsin(x)   ACOS(x) – arcos(x)

SEC(x) – sec(x)

Порядок выполнения операций одного и того же приоритета – слева направо (кроме возведения в степень). Для изменения вышеупомянутого порядка вычислений используются круглые скобки.

Варианты заданий приведены в таблице 1.

№ п/п	1	2	3	4	5	6
1	$y = 2\sin(x/3)$	$y = \lvert x+1\rvert - \lvert x-1\rvert$	$y = 2+\sqrt{4-x^2-6x}$	$y = -2+\frac{2}{3}\sqrt{x^2-9}$	$x = \arcsin(t)$ $y = \mathrm{arctg}(t)$	$\rho = \varphi$
2	$y = 2\sin(3x+\pi)$	$y = 2\lvert x\rvert - x + 1$	$y = -1+\sqrt{2-x^2-5x}$	$y = \frac{x+1}{x+2}$	$x = \cos(t)$ $y = \sin^2(t)$	$\rho = \frac{\pi}{\varphi}$
3	$y = \mathrm{tg}(2x+1)$	$y = x - \lvert x\rvert$	$y = 2-\sqrt{4-x^2-6x}$	$y = -3\cdot\sqrt{(x+1)^2+1}$	$x = \cos(2t)$ $y = \cos^2(t)$	$\rho = e^{\pi/\varphi}$
4	$y = 2\cos(3x+1)$	$y = \ln(\sqrt{x-4})$	$y = \frac{1}{2}-\sqrt{x^2-2y-\frac{1}{4}}$	$y = 1+\frac{7}{3}\sqrt{3+x^2+4x}$	$x = 1$ $y = \sin(t)$	$\rho = 2\varphi$
5	$y = -\sin(\frac{x}{2}-1)$	$y = \sqrt{x^3}$	$y = -1-\sqrt{2-x^2-5x}$	$y = 3-\frac{4}{3}\sqrt{x^2+9}$	$x = \sqrt{\cos(t)}$ $y = \sqrt{\sin(t)}$	$\rho = \sec^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)$
6	$y = 2\lvert\mathrm{tg}(2x)\rvert$	$y = \ln(x^2)$	$y = 1+\frac{3}{4}\sqrt{5-x^2-2x}$	$y = 1-\frac{4}{3}\sqrt{1+x^2+4x}$	$x = \sin(t)$ $y = \ln(\sin(t))$	$\rho^2\cos(2\varphi) = 1$
7	$y = \frac{1}{2}\sin\lvert 2x\rvert$	$y = 2\cdot\ln(x)$	$y = 2-\frac{5}{2}\sqrt{8-x^2+x}$	$y = 1+\frac{2}{3}\sqrt{x^2-x+5}$	$x = \arcsin(t)$ $y = t^2$	$\rho = \frac{2}{1-\cos(\varphi)}$
8	$y = \mathrm{tg}\left\lvert\frac{x}{2}\right\rvert$	$y = \lvert x\rvert - 1$	$y = 1-\frac{2}{3}\sqrt{5-x^2-x}$	$y = 2+\frac{3}{4}\sqrt{x^2-x-6}$	$x = 2^t$ $y = 2^{2t}$	$\rho = \mathrm{tg}(\frac{\varphi}{2})$

Таблица 1. Варианты заданий

№ п/п	1	2	3	4	5	6
9	$y=2\sin(\frac{\pi}{3}-x)$	$y=x+\lvert x\rvert$	$y=1+\frac{1}{7}\sqrt{8-x^2-x}$	$y=2+\frac{2}{5}\sqrt{x^2+25}$	$x=3^t$ $y=9^t-3^t$	$\rho=\mathrm{cosec}^2(\frac{\varphi}{2})$
10	$y=\lvert\cos(3x)\rvert$	$y=2\lvert x-3\rvert+5x$	$y=3+\frac{3}{5}\sqrt{9-x^2+x}$	$y=2-\frac{3}{4}\sqrt{x^2-x-3}$	$x=(t+1/t)/2$ $y=(t-1/t)/2$	$\rho=\varphi^2$
11	$y=\mathrm{tg}(\frac{x}{2}-1)$	$y=-\frac{3}{2}x+1$	$y=1+\frac{1}{2}\sqrt{5-3x^2-x}$	$y=7-\frac{3}{2}\sqrt{x^2-6x+8}$	$x=5^{t+1}$ $y=5^{2t+3}$	$\rho=\sin(\frac{\varphi}{2})$
12	$y=\frac{3}{2}\cos\left(\frac{x}{2}+1\right)$	$y=2\lvert x\rvert+3$	$y=-1+\frac{1}{3}\sqrt{x^2+3x}$	$y=1+\frac{3}{4}\sqrt{x^2+4x+9}$	$x=2^{\sin(t)}$ $y=\sin(t)$	$\rho^2\cos(2\varphi)=9$
13	$y=\frac{2}{3}\sin(3x+1)$	$y=\frac{1}{7}(x+1)-2$	$y=2+\frac{2}{3}\sqrt{4-x^2+x}$	$y=9-2\sqrt{x^2+4x+8}$	$x=\sqrt{t}$ $y=1/t$	$\rho=\frac{1}{2+\cos(\varphi)}$
14	$y=\lvert\mathrm{tg}\lvert 2x\rvert\rvert$	$y=\sqrt{x^2-4x+4}$	$y=3-\frac{3}{5}\sqrt{9+5x^2+x}$	$y=1-\frac{3}{4}\sqrt{x^2+4x+1}$	$x=\cos(t)$ $y=1/\sin(t)$	$\rho=\frac{2}{\cos(\varphi)}$
15	$y=\mathrm{tg}(1-x)$	$y=\sqrt{x^2-6x+9}$	$y=1-\frac{1}{2}\sqrt{6-x^2-2x}$	$y=5-\frac{4}{3}\sqrt{x^2+4x-2}$	$x=\sec(t)$ $y=\cos(t)$	$\rho=\frac{2}{1+\cos(\varphi)}$
16	$y=-\frac{2}{7}\sin(x+1)$	$y=\frac{1}{5}(x-1)+1$	$y=1-\frac{1}{3}\sqrt{-5x^2+3x}$	$y=2+\frac{4}{3}\sqrt{x^2+2x-1}$	$x=\cos(t)$ $y=\cos(2t)$	$\rho=\frac{8}{3-\cos(\varphi)}$
17	$y=-3\sin(5x)$	$y=\frac{1}{5}x-1$	$y=2-\frac{2}{3}\sqrt{9-x^2+x}$	$y=\frac{1}{x}-\frac{1}{2}$	$x=\mathrm{tg}(t)$ $y=\frac{2}{1+\cos(t)}$	$\rho=1+\cos(\varphi)$
18	$y=\lvert\mathrm{ctg}(3x)\rvert$	$y=\sqrt{(x-1)^2+3}$	$y=1+\frac{7}{3}\sqrt{x^2-4x+5}$	$y=2-\frac{4}{3}\sqrt{x^2+2x-8}$	$x=\sin(\frac{\pi}{2}+t)$ $y=\sin(\pi+t)$	$\rho^2=36\cos(\varphi)$
19	$y=1-\cos(3x)$	$y=1+\sqrt{x^2-x+1}$	$y=2-\frac{3}{7}\sqrt{x^2+2x+4}$	$y=\frac{2x}{3-x}$	$x=\cos(t)$ $y=\pi\cdot\sin(t)$	$\rho=1-\cos(\varphi)$
20	$y=\frac{1}{3}\lvert\cos(2x)\rvert$	$y=1+\sqrt{x^2-x+4}$	$y=1+\frac{4}{3}\sqrt{-6x-x^2}$	$x=1+\frac{3}{2}\sqrt{y^2+4y+8}$	$x=1+\mathrm{tg}(t)$ $y=\mathrm{ctg}^2(t)$	$\rho=\cos(2\varphi)$
21	$y=\mathrm{ctg}\lvert 3x-3\rvert$	$y=\lvert x\rvert-\lvert x+2\rvert$	$y=1-\frac{7}{3}\sqrt{x^2-4x+5}$	$y=\frac{-x+4}{x-1}$	$x=\mathrm{cosec}(t)$ $y=\mathrm{tg}^2(t)$	$\rho=\sin^3\varphi$
22	$y=\lvert\mathrm{tg}(x)\rvert+2$	$y=3-\sqrt{x^2-x+1}$	$y=7+\frac{2}{5}\sqrt{6-6x-x^2}$	$y=1-\frac{3}{2}\sqrt{x^2+4x+8}$	$x=\mathrm{cosec}(t)$ $y=\sin(t)$	$\rho=\sin^2(\varphi)$
23	$y=\lvert\sin(x)-1\rvert$	$y=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$	$y=2+\frac{3}{7}\sqrt{x^2+2x+8}$	$y=\frac{x-1}{2x-5}$	$x=\sec(t)$ $y=\ln(\cos(t))$	$\rho=4\sin(\varphi)$
24	$y=\frac{1}{3}\sin\left\lvert\frac{x}{2}\right\rvert$	$y=\ln\lvert x\rvert$	$y=2-\sqrt{-5-6x-x^2}$	$y=2+\frac{2}{3}\sqrt{x^2-x+9}$	$x=\cos(t)$ $y=\lg(\sec(t))$	$\rho=\cos(\varphi)+\varphi$
25	$y=\lvert\mathrm{tg}(3x+2)\rvert$	$y=\lvert\ln(x-1)\rvert$	$y=5+\frac{1}{4}\sqrt{8+2x-x^2}$	$y=\frac{1-x}{1+x}$	$x=t-\sin(t)$ $y=1-\cos(t)$	$\rho=\frac{1}{2}+\sin(\varphi)$
26	$y=\mathrm{ctg}(x/2)-1$	$y=e^{\lvert x\rvert-1}$	$y=5+\sqrt{40-6x-x^2}$	$y=2-\frac{2}{3}\sqrt{x^2-x+8}$	$x=\cos^3(t)$ $y=\sin^3(t)$	$\rho=\sin(\varphi-\frac{\pi}{4})$
27	$y=\mathrm{ctg}(2x-1)$	$y=e^{-x^2}$	$y=3+\sqrt{5-x^2-4x}$	$y=\frac{3x-5}{x-1}$	$x=5\cos^2(t)$ $y=3\sin^2(t)$	$\rho=1+2\cos(\varphi)$
28	$y=\left\lvert\sin\left(\frac{x}{2}-1\right)\right\rvert$	$y=\ln\lvert x+1\rvert$	$y=-5-\sqrt{7-x^2-4x}$	$y=1+\frac{4}{3}\sqrt{4+x^2+4x}$	$x=2\sec^2(t)$ $y=\sin(2t)$	$\rho=1-\sin(\varphi)$
29	$y=\frac{1}{2}\sin\lvert 3x+2\rvert$	$y=1-3^x$	$y=1+\sqrt{12-x^2-4x}$	$y=\frac{x}{1-x/2}$	$x=\cos(t)$ $y=\sin(t)$	$\rho=\frac{8}{3-\cos(\varphi)}$
30	$y=2+\mathrm{tg}(\frac{x}{3}+1)$	$y=\left(\frac{1}{3}\right)^{\lvert x-1\rvert}$	$y=-2+\sqrt{-x^2-10x}$	$x=1-\frac{4}{3}\sqrt{4+4y+y^2}$	$x=t^2/(1+t^2)$ $y=t/(1+t^2)$	$\rho=\cos^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)$

Рассмотрим пример.

Дана функция $y = 0.5\sin(3x+2)$. Областью определения является вся числовая ось от − ∞ до + ∞. Но вследствие периодичности функции синус достаточно построить график в интервале $-\frac{2}{3} \le x \le \frac{2(\pi-1)}{3}$. Областью изменения функции является интервал $-0.5 \le y \le 0.5$.

Каждая пара значений x и y должна быть записана в таблицу результатов счета. Запишем алгоритм решения первой задачи.

1. Зададим тип и значение неизменяемому параметру π.
2. Опишем тип используемых в программе переменных.
3. Откроем файл для записи значений x и y.
4. Определим начальное a и конечное b значения переменной x.
5. Введем количество строк n для табулирования функции.
6. Вычислим шаг h цикла для изменения переменной x.
7. Организуем цикл с управляющей переменной i целого типа.
8. В цикле вычислим значения переменных x и y.
9. Напечатаем на дисплей значения x и y.
10. Повторим печать значений x и y в файл.
11. Закончим цикл.

В соответствии с алгоритмом составим Фортран-программу:

```
PROGRAM LAB1
REAL, PARAMETER :: PI=3.141593
REAL A, B, H, X, Y
INTEGER I, N
OPEN(1, FILE='LAB1.TXT')
A=-2./3.; B=2.*(PI-1.)/3.
PRINT *, ' N=?'; READ *, N
H=(B-A)/N
DO I=0,N
X=A+H*I
```

```
Y=0.5*SIN(3.*X+2.)
PRINT 2, X,Y; WRITE(1, 2) X,Y
END DO
2 FORMAT (' X=',F8.4,3X,'Y=',F8.4)
END PROGRAM LAB1
```

Прокомментируем работу программы:

– вначале после ключевого слова PROGRAM объявляется имя программы, которое обязательно должно начинаться с буквы латинского алфавита или символа $ (в общем случае ключевое слово PROGRAM с именем программы может отсутствовать);

– первый оператор задает тип и значение именованной константе PI;

– затем идут два оператора, описывающие тип используемых в программе переменных;

– оператор OPEN назначает логический номер 1 файлу «LAB1.TXT». Указанный файл создается в папке проекта либо предварительно, либо в процессе работы программы в момент выполнения оператора OPEN;

– в следующей строке через точку с запятой записаны два оператора, которые вычисляют значения переменных A и B (обратите внимание на десятичные точки в неименованных константах вещественного типа);

– оператор PRINT выводит на дисплей в свободном формате символьную константу, которая заключена в апострофы. Эта последовательность символов является подсказкой для пользователя;

– оператор READ требует ввода с клавиатуры значения целой переменной N. После нажатия клавиши [Enter] переменной N будет присвоено набранное значение;

– следующий оператор вычисляет значение переменной H;

– оператор цикла DO организует повторение вычислений в теле цикла необходимое число раз при изменении управляющей переменной I от 0 до N с шагом 1 (шаг равен 1 по умолчанию, т.к. его значение не указано);

– операторы в следующих двух строках обеспечивают вычисление арифметических выражений, записанных справа от знака равенства. Результаты присваиваются переменным X и Y;

– оператор PRINT работает под управлением оператора FORMAT с меткой 2. Он выводит на экран сначала символьную константу X=, которая в программе заключена в апострофы, затем числовое значение переменной X по дескриптору F8.4. Далее через три позиции выводится символьная константа Y=, и значение Y также по дескриптору F8.4 , где 8 – общее число позиций для выводимого числа, а 4 – количество позиций для цифр после десятичной точки. В общее число позиций включается знак отрицательного числа «–» и десятичная точка (ноль перед десятичной точкой, как правило, не печатается);

– оператор WRITE повторяет печать значений X и Y в файл «LAB1.TXT» с логическим номером 1 под управлением оператора FORMAT с меткой 2;

– предпоследний оператор END DO ограничивает тело цикла;

– последний оператор END PROGRAM LAB1 ограничивает программный модуль, заканчивая его (LAB1 или PROGRAM LAB1 могут быть опущены). Если имя программы не объявлено, то оно не может присутствовать и в операторе END.

Задание №2. Программирование ветвящихся вычислительных процессов

Цель работы: Получить навыки программирования ветвящихся вычислительных процессов. Изучить условные операторы, переменные логического типа, логические отношения и операции.

Задание: Пусть на плоскости x, y задана область D. Требуется определить «попадает» ли точка с координатами (x, y) в область D или нет. Если попадает, то необходимо вычислить функцию f1 и переменной M, значение которой является признаком «попадания» или «непопадания», присвоить значение M=1. В противном случае вычислить f2 и положить M=2.

В каждом варианте задания область D можно разбить на две подобласти: D1, D2. Подобласть D1 ограничена прямыми линиями, уравнения которых нужно составить. При этом удобно использовать уравнение прямой в отрезках на осях: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$. Подобласть D2 ограничена кривой второго порядка, уравнение которой указано в задании. Варианты заданий приведены в таблице 2.

Пояснение задачи

1. Для заданного варианта из таблицы нарисовать область D и выписать функции f1(x,y) и f2(x,y) . Записать уравнения, определяющие границы области, и подготовить исходные данные (координаты точек) так, чтобы часть точек находилась внутри области D , а часть — вне ее (см. рис. 1). При этом для каждой четверти координатной плоскости рекомендуется выбрать по две точки.

2. Создать на компьютере проект для решения поставленной задачи, составить и отладить программу.

3. Для выбранных точек получить и записать результаты счета.

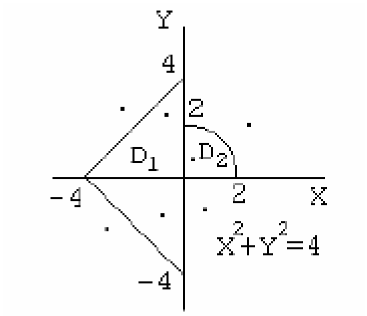


Рис. 1. Область на плоскости

Пусть область D имеет вид, показанный на рисунке 1, а функции f1 и f2 заданы как $f_1(x,y)=\ln(|x+y|+1)$; $f_2(x,y)=e^{\frac{1}{|x|+|y|}}$.

Прямой x = 0 разобьем область D на две подобласти: D1 и D2 . Уравнения прямых, ограничивающих подобласть D1 , будут: во второй четверти $y = x + 4$; в третьей $y = -x - 4$.

Уравнение окружности с центром в начале координат, ограничивающей подобласть D2 при x >0 и y >0 , имеет вид $x^2 + y^2 = 4$.

Теперь можно записать, что некоторая точка (x, y) «попадает» в область D, если она «попадает» в область D1 или D2 , то есть если x ≤0 и y ≤x +4 и y≥−x−4 или x >0 и y ≥0 и $x^2 + y^2 \le 4$.

Точка (x, y) «не попадает» в область D, если x ≤0 и y >x +4 или x ≤0 и y <−x −4 или x >0 и y < 0или x >0 и $x^2 + y^2 > 4$.

При выполнении задания можно проводить анализ как «попадания», так и «непопадания» точки в область D.

При составлении программы на Фортране для анализа «попадания» или «непопадания» точки в область D можно составить только одно логическое выражение с использованием следующих логических отношений и операций:

отношения: (в свободном и фиксированном форматах)	операции (в порядке убывания приоритета)
< — .LT. — меньше,	
<= — .LE. — меньше или равно, .	NOT. — отрицание,
> — .GT. — больше, .	AND. — коньюнкция («и»),
>= — .GE. — больше или равно,	.OR. — дизьюнкция («или»),
== — .EQ. — равно, .	EQV. — эквивалентность,
/= — .NE. — не равно.	.NEQV. — неэквивалентность.

Результатом вычисления отношений является одно из двух логических значений .TRUE. —истина или .FALSE. — ложь. С помощью логических операций можно создавать сложные логические выражения, которые также могут принимать только два значения .TRUE. или .FALSE.

Например, точка (x, y) «попадает» в область D (см. рис. 1), если логическое выражение

X<=0..AND.Y<=X+4..AND.Y>=-X-

4..OR.X>0..AND.Y>=0..AND.X**2+Y**2<=4. принимает значение .TRUE. — истина.

Ветвящиеся вычислительные процессы в Фортране можно запрограммировать с помощью следующих условных операторов IF.

Логический оператор IF имеет вид

IF(L) S

Здесь: L – логическое выражение, S – исполняемый оператор.

Если логическое выражение L истинно, то выполняется оператор S , если оно ложно, то выполнится следующий за IF оператор, а S не выполняется.

Блочный оператор IF имеет вид

IF(L) THEN

< блок операторов 1 >

ELSE

< блок операторов 2 >

END IF

Правило выполнения: если логическое выражение L истинно, то выполняется < блок операторов 1 >, а если оно ложно, то выполняется < блок операторов 2 >. При отсутствии альтернативы < блок операторов 2 > вместе с ELSE опускается.

Приведем пример Фортран-программы, в которой для анализа «попадания» или «непопадания» точки используется логическая переменная C. Этой переменной присваивается значение логического выражения. Если C=.TRUE., тов блочном операторе IF (C) THEN выполняется первый блок операторов, а если C=.FALSE. , то второй блок (стоящий после ELSE).

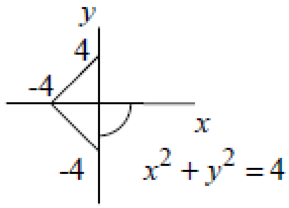
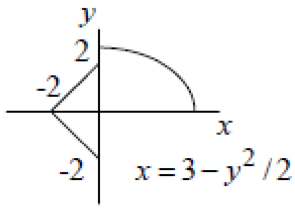
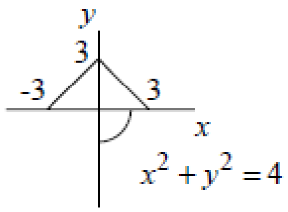
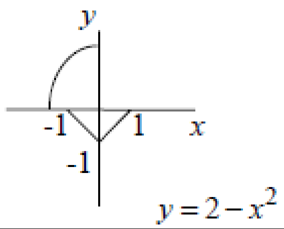
```
PROGRAM LAB2
LOGICAL C
REAL X, Y, Z
INTEGER I, M
DO I=1,8
```

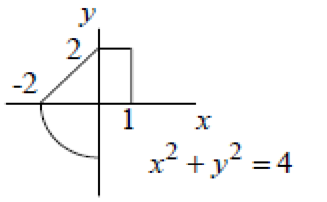
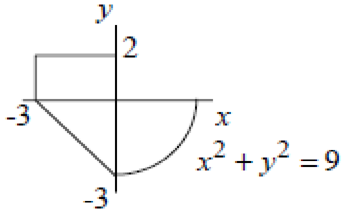
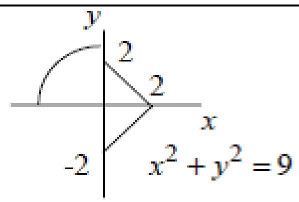
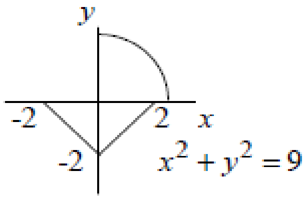
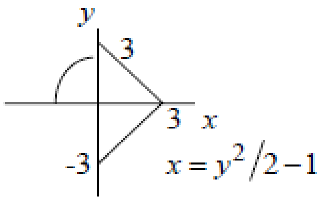
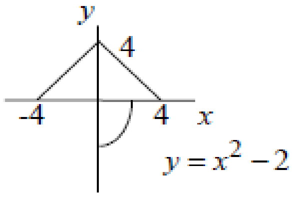
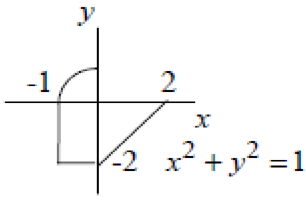
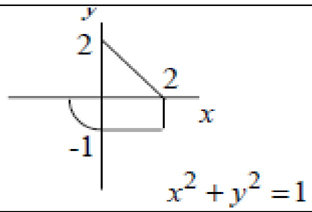
```
PRINT *, ' X=?, Y=? '; READ '(2F7.3)', X,Y
C=X<=0..AND.Y<=X+4..AND.Y>=-X-4..OR.&
&X>0..AND.Y>=0..AND.X**2+Y**2<=4.
IF(C) THEN
PRINT *, ' YES '
Z=F1(X,Y); M=1
ELSE
PRINT *, ' NO '
Z=F2(X,Y); M=2
END IF
PRINT 2, X,Y,Z,C,M
END DO
2 FORMAT (' X=',F7.3,3X,'Y=',F7.3,3X,'Z=',E11.4,3X,'C=',
L2,3X,'M=',I2/)
END PROGRAM LAB2
FUNCTION F1(X,Y)
F1=ALOG(ABS(X+Y)+1.)
END FUNCTION F1
FUNCTION F2(X,Y)
F2=EXP(1./(ABS(X)+ABS(Y)))
END FUNCTION F2
```

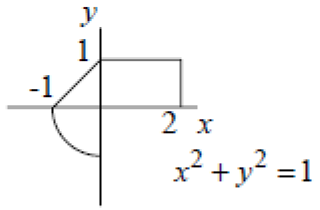
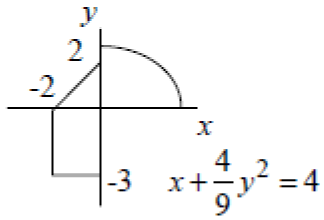
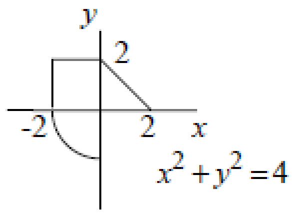
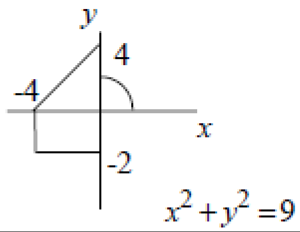
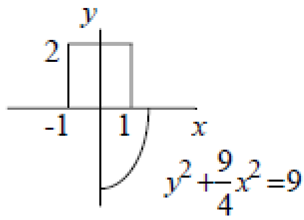
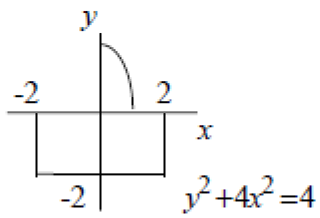
После окончания программы описаны внутренние процедуры-функции F1 и F2. Эта программа для своего завершения требует ввести координаты 8 точек.

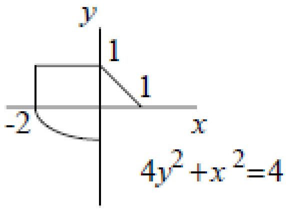
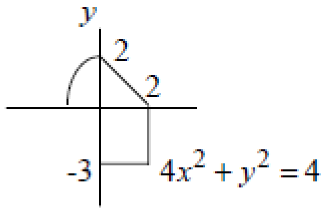
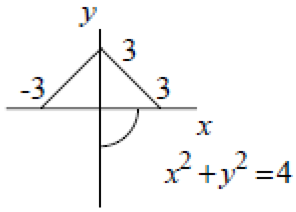
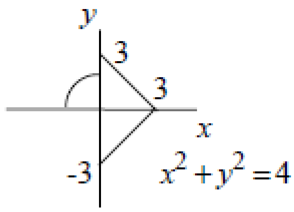
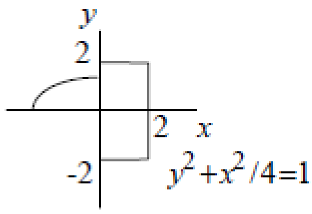
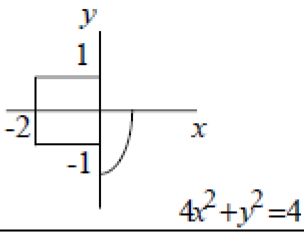
Варианты заданий приведены в таблице 2.

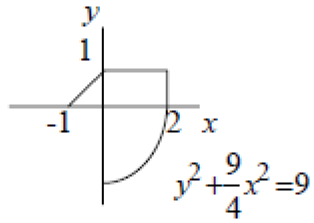
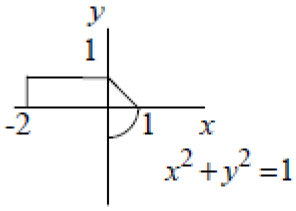
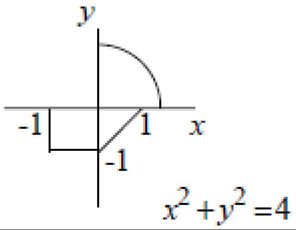
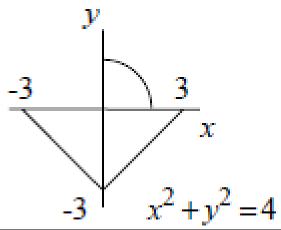
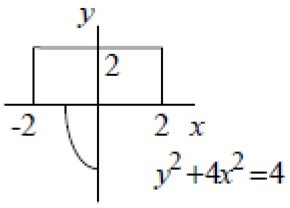
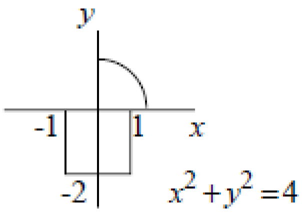
Таблица 2. Исходные данные

№ п/п	$f_1(x,y)$	$f_2(x,y)$	Область
1	$\mathrm{tg}(x)+\ln(y^2)$	$e^{\sin^2(x)+\cos^2(y)}$	
2	$\dfrac{\sin(x)}{1-\cos(y)}$	$e^{\mathrm{arctg}(x^2+y^2)}$	
3	$x^2+\mathrm{tg}^2(y)$	$\ln\left(\sqrt{x^4+2y^2}\right)$	
4	$\sqrt{\lvert x\sin(y)\rvert}$	$\ln\left(\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{y^2}\right)$	

№ п/п	$f_1(x,y)$	$f_2(x,y)$	Область
5	$e^{2\sin(x)+\cos(y)}$	$e^{\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)}$	
6	$x+\sin(y)$	$\mathrm{tg}(x^2+y^2)$	
7	$2x+\mathrm{arctg}(y)$	$\mathrm{arctg}\left\{\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}\right\}$	
8	$\ln\left\|x^2+18y\right\|$	$\sqrt{\sin^2(x)+\cos^2(y)}$	
9	$x+\mathrm{tg}(y)$	$\ln\left\|x^3+3xy\right\|$	
10	$\mathrm{tg}\left(\frac{y}{\sin^2(x)}\right)$	$\sqrt{\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}}$	
11	$\frac{1}{\sin(x)}+\ln\left\|y\right\|$	$x^3+x^2y+y^3$	
12	$\sqrt{x^2+y^2}$	$x^2-10\sin(xy)$	

№ п/п	$f_1(x,y)$	$f_2(x,y)$	Область
13	$\sqrt{\lvert x^2+10y \rvert}$	$\sqrt{x^2+e^y}$	
14	$e^{\cos(y)+x}$	$\sqrt{\lvert \sin(x)+\ln\lvert y \rvert \rvert}$	
15	$2\sin(x)\cos(y)$	$\sqrt{\lvert x^2+xy+y^2 \rvert}$	
16	$\dfrac{\mathrm{tg}(x)}{e^y}$	$\sqrt[3]{\sin^2(2x+3y)}$	
17	$e^{5x}+18\cos(y)$	$\dfrac{\sin(x^2+y^2)}{x^2+y^2}$	
18	$\ln\left(\dfrac{y}{\sin^2(x)}\right)$	$3\ln(x^2)+5y$	

№ п/п	$f_1(x,y)$	$f_2(x,y)$	Область
19	$(\sin(x)+\mathrm{tg}(y))^3$	$\sqrt{e^{1/x^2+1/y^2}}$	
20	$\dfrac{\mathrm{tg}(y)}{1-\cos^2(x)}$	$\dfrac{\sin(x)}{\sqrt{\lvert xy\rvert}}$	
21	$\sin^2(x)+\ln\lvert y\rvert$	$\dfrac{x+\sin(y)}{\cos(xy)}$	
22	$\ln\lvert y-3\sin(x)\rvert$	$\mathrm{arctg}(e^x+y^2)$	
23	$\sqrt{\lvert y\rvert}-\cos^2(x)$	$\mathrm{arctg}(e^y+x^2)$	
24	$\dfrac{\sin(x)\cos(y)}{1-\sin^2(x)}$	$\dfrac{\sin^2(x)+\cos^2(y)}{\sqrt{x^2+y^2}}$	

№ п/п	$f_1(x,y)$	$f_2(x,y)$	Область
25	$e^{x+\text{tg}(y)}$	$\sqrt{e^{x+\sin(y)}}$	
26	$\cos\left(\frac{\lvert x\rvert+\lvert y\rvert}{xy}\right)$	$\frac{\cos^2(x)}{\sin(2x+3y)}$	
27	$\ln\lvert\text{arctg}(y/x)\rvert$	$\text{arctg}\left(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}\right)$	
28	$e^{(5x+8y)/xy}$	$\sqrt{\lvert\ln\lvert(x)+y\rvert\rvert}$	
29	$\sqrt{\text{arctg}(y/x)}$	$\sqrt{\sqrt{x^2+y^2}+y^2}$	
30	$\ln\lvert y\rvert+e^{\sin(x)}$	$\sqrt{e^{x^2+y^2}}$	

ЗАДАНИЕ №3. ПРОГРАММИРОВАНИЕ ЦИКЛИЧЕСКИХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ

Цель работы: Получить навыки программирования циклических вычислительных процессов. Изучить циклы с шагом и циклы с условием

Задание.

1. Записать расчетные формулы для вычисления, слагаемого и конечной суммы ряда $S = \sum a_n(x)$. Варианты заданий приведены в таблице 3.
2. Составить алгоритм вычисления с заданной точностью суммы конечного числа членов ряда в указанном диапазоне изменения параметра x с заданным шагом. Для получения шага диапазон изменения x разделить на 10.
3. Составить программу решения задачи. В программе для каждого значения x предусмотреть вычисление как приближенной, так и точной суммы соответствующего ряда y по приведенной в таблице 3 формуле.
4. Отладить и просчитать программу. Результат получить в виде таблицы, содержащей для каждого x из указанного диапазона приближенное и точное значения суммы ряда, а также количество просуммированных членов.

Пояснение задачи

Работа содержит задачи, которые сводятся к нахождению конечной суммы ряда $S = \sum a_n(x)$ при различных значениях x. Каждое слагаемое a_n зависит от величины x и номера n, определяющего место этого слагаемого в сумме. Ряды подобраны таким образом, чтобы при бесконечно большом числе членов ряда их сумма в указанном диапазоне изменения величины x была конечным числом, зависящим только от x, т.е. ряды являются сходящимися.

Например,

$$S=\sum_{n=0}^{\infty}a_n(x)=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n+1}/(2n+1)!=\sin(x).$$

Первый член этого ряда при n =0 равен x , второй член при n =1 равен $(-x^3)/3!$, третий член равен $(-x^5)/5!$ и т.д. В сумме при бесконечно большом числе членов они дают функцию sin(x) . Видно, что при ограниченных значениях x, сравнимых по модулю с единицей, каждый последующий член этого знакопеременного ряда существенно меньше предыдущего, поэтому ряд быстро сходится и для вычисления суммы ряда с необходимой точностью достаточно просуммировать относительно небольшое число членов ряда. Например, суммирование можно прекратить, когда текущий член ряда станет по абсолютной величине меньше заданного малого положительного числа ε , определяющего погрешность вычисления суммы ряда.

Формула общего члена суммы принадлежит к одному из следующих типов:

а) $x^n/n!;\ (-1)^n x^{2n-1}/(2n-1)!;\ \ x^{2n}/(2n)!;$

б) $\cos(nx)/n;\ \sin((2n-1)x)/(2n-1);\cos(2nx)/(4n^2-1);$

в) $x^{4n+1}/(4n+1);\ (-1)^n\cos(nx)/n^2;(x/2)^2(n^2+1)/n!.$

В случае (а) для вычисления члена суммы целесообразно использовать рекуррентные соотношения, т.е. выражать последующий член суммы через предыдущий, например, если

$$a_n=x^n/n!,\ a_{n+1}=x^{n+1}/(n+1)!=(x^n/n!)(x/(n+1))=a_n x/(n+1).$$

В случае (б) каждый член суммы вычисляется согласно общей формуле, которую и нужно запрограммировать.

В случае (в) член суммы целесообразно представить в виде двух сомножителей, один из которых вычисляется по рекуррентному соотношению, а другой – непосредственно, например, если

$a_n = x^{4n+1}/(4n+1),\ a_n = b_n c_n$, где $b_n = 1/(4n+1),\ c_n = x^4 c_{n+1}$

Пусть требуется составить программу для вычисления суммы ряда $S = -(2x)^2/2 + (2x)^4/24 + \ldots + (-1)^n (2x)^{2n}/(2n)! + \ldots$ и функции $y = 2(\cos^2(x) - 1)$ для $0.1 \le x \le 1.0$. Суммирование следует выполнять до тех пор, пока текущий член ряда по абсолютной величине не станет меньше заданного малого положительного числа ε.

Запишем ряд в виде

$S = \sum a_n$,

где $a_n = (-1)^n (2x)^{2n}/(2n)! = c_n b_n$, здесь $c_n = (-1)^n;\ b_n (2x)^{2n}/(2n)!$.

Общий член ряда относится к типу (а), т.е. для вычисления члена суммы целесообразно использовать рекуррентные соотношения, выражая каждый последующий член суммы через предыдущий. Суммирование начинается с n=1, при этом начальные значения c =−1, b =1.

Для каждого значения x, задаваемого во внешнем цикле, вычисление суммы ряда выполняется во внутреннем цикле, при прохождении которого номер члена ряда увеличивается на 1, а сумма изменяется по формуле S =S +a, где a вычисляется как произведение c и b. Начальное значение суммы в данном примере равно нулю S=0. Суммирование в глухом цикле DO необходимо продолжать до тех пор, пока величина a не станет по абсолютной величине меньше ε. Вычисление постоянной по модулю знакопеременной величины cn можно организовать в цикле по формуле c =−c. Для вычисления величины (2n)! в знаменателе необходимо во внутреннем цикле, где n каждый раз увеличивается на 1, число 2n умножать на число $(2n-1)$, так как факториал – это, по определению, произведение последовательных натуральных чисел.

```
PROGRAM LAB3
REAL A, B, C, EPS, H, S, X, X0, XK, Y
INTEGER I, N
OPEN (1, FILE='LAB3.TXT')
X0=0.1; XK=1.; EPS=0.0001
H=(XK-X0)/10.
DO I=0,10
X=X0+H*I
N=1; C=-1.; B=1.; S=0.
DO
B=B*(2.*X)**2/(2.*N*(2.*N-1.)); A=C*B
N=N+1; S=S+A; C=-C;
IF (ABS(A) < EPS) EXIT
END DO
Y=2.*(COS(X)**2-1.)
PRINT 2, X,S,Y,N; WRITE (1,2) X,S,Y,N
END DO
2 FORMAT (' X=',F6.3,3X,'S=',E10.3,3X,'Y=',E10.3,3X,'N=',I5)
END PROGRAM LAB3
```

Результаты счета выводятся не только на дисплей, но в файл LAB3.TXT. Вывод осуществляется под управлением оператора FORMAT с меткой 2, который формирует таблицу, содержащую для каждого x из указанного диапазона приближенное и точное значения суммы ряда, а также количество просуммированных членов.

Варианты заданий приведены в таблице 3.

Таблица 3. Варианты заданий.

№ п/п	Формула ряда	$x0 \le x \le xk$ $x0$	 xk	Точное значение суммы ряда y
1	$S = 1 + x(\ln 3)/1 + x^2(\ln^2 3)/2! + \ldots$ $+ x^n(\ln^n 3)/n! + \ldots$	0.1	1.0	3^x
2	$S = \cos x + (\cos 2x)/2 + \ldots$ $+ (\cos nx)/n + \ldots$	π/5	9π/5	$-\ln(2\sin(x/2))$
3	$S = x - x^3/3! + \ldots$ $+(-1)^n x^{2n+1}/(2n+1)! + \ldots$	0.1	1.0	$\sin x$
4	$S = \sin x - (\sin 2x)/2 + \ldots$ $+(-1)^{n+1}(\sin nx)/n + \ldots$	π/5	4π/5	$x/2$
5	$S = 1 + x/1 + x^2/2! + \ldots + x^n/n! + \ldots$	1.0	2.0	e^x
6	$S = 1 + x\cos(\pi/4) + \ldots$ $+ x^n \cos(n\pi/4)/n! + \ldots$	0.1	1.0	$\cos(x\sin(\pi/4))*$ $e^{x\cos(\pi/4)}$
7	$= 1 - x^2/2! + \ldots + (-1)^n x^{2n}/(2n)! + \ldots$	0.1	1.0	$\cos x$
8	$S = x\sin(\pi/4) + \ldots$ $+ x^n \sin(n\pi/4) + \ldots$	0.1	0.8	$\dfrac{x\sin(\pi/4)}{1 - 2x\cos(\pi/4) + x^2}$
9	$S = x + x^5/5 + \ldots$ $+ x^{4n+1}/(4n+1) + \ldots$	0.1	0.8	$\dfrac{1}{4}\ln\dfrac{1+x}{1-x} + \dfrac{1}{2}\operatorname{arctg} x$
10	$S = 1 + \cos x + \ldots + \cos(nx)/n! + \ldots$	0.1	1.0	$\cos(\sin x)e^{\cos x}$
11	$S = 1 + 3x^2 + \ldots + (2n+1)x^{2n}/n! + \ldots$	0.1	1.0	$(1 + 2x^2)e^{x^2}$
12	$S = x\cos(\pi/3) + x^2\cos(2\pi/3)/2 + \ldots$ $+ x^n \cos(n\pi/3)/n + \ldots$	0.1	0.8	$\dfrac{-\ln\left(x^2 - 2x\cos(\pi/3) + 1\right)}{2}$

№ п/п	Формула ряда	$x0 \le x \le xk$ $x0$	xk	Точное значение суммы ряда y
13	$S = \frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{3}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^3 + \ldots + \frac{1}{2n+1}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^{2n+1} + \ldots$	0.2	1.0	$\frac{\ln x}{2}$
14	$S = -\cos x + \frac{\cos 2x}{4} + \ldots + (-1)^n \frac{\cos nx}{n^2} + \ldots$	π/5	π	$\frac{1}{4}\left(x^2 - \pi^2/3\right)$
15	$S = x^3/3 - x^5/15 + \ldots + (-1)^{n+1} x^{2n+1}/\left(4n^2 - 1\right) + \ldots$	0.1	1.0	$\frac{1+x^2}{2} \operatorname{arctg} x - \frac{x}{2}$
16	$S = \sin x + \frac{1}{3}\sin 3x + \ldots + \frac{1}{2n-1}\sin\left((2n-1)x\right) + \ldots$	π/10	9π/10	$\pi/4$
17	$S = 1 + x^2/2! + \ldots + x^{2n}/(2n)! + \ldots$	0.1	1.0	$\frac{1}{2}\left(e^x + e^{-x}\right)$
18	$S = \frac{1}{3}\cos 2x + \frac{1}{15}\cos 4x + \ldots + \frac{1}{4n^2 - 1}\cos(2nx) + \ldots$	0.1	0.8	$\frac{1}{2} - \frac{\pi}{4}\lvert\sin x\rvert$
19	$S = 1 + 2x + \ldots + (2x)^n / n! + \ldots$	0.1	1.0	e^{2x}
20	$S = 1 + 2\frac{x}{2} + \ldots + \frac{n^2+1}{n!}\left(\frac{x}{2}\right)^n + \ldots$	0.1	1.0	$\left(1 + x/2 + x^2/4\right)e^{x/2}$
21	$S = x - x^3/3 + \ldots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \ldots$	0.1	0.5	$\operatorname{arctg} x$

№ п/п	Формула ряда	$x0 \le x \le xk$ $x0$	xk	Точное значение суммы ряда y
22	$S = 1 - \frac{3}{2}x^2 + \ldots$ $+(-1)^n \frac{2n^2+1}{(2n)!}x^{2n} + \ldots$	0.1	1.0	$\left(1 - \frac{x^2}{2}\right)\cos x - \frac{x}{2}\sin x$
23	$S = -\frac{(2x)^2}{2} + \frac{(2x)^4}{24} + \ldots$ $+(-1)^n \frac{(2x)^{2n}}{(2n)!} + \ldots$	0.1	1.0	$2\left(\cos^2(x) - 1\right)$
24	$S = -(1+x)^2 + \frac{(1+x)^4}{2} + \ldots$ $+(-1)^n \frac{(1+x)^{2n}}{n} + \ldots$	-2.0	-1.0	$\ln \frac{1}{2+2x+x^2}$
25	$S = x + \frac{x^3}{3!} + \ldots + \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \ldots$	0.1	1.0	$\frac{1}{2}\left(e^x - e^{-x}\right)$
26	$S = x/3! + 4x^2/5! + \ldots$ $+n^2 x^n /(2n+1)! + \ldots$	0.2	0.8	$\frac{1}{4}\left(\frac{x+1}{\sqrt{x}}\mathrm{sh}(\sqrt{x}) - \mathrm{ch}(\sqrt{x})\right)$
27	$S = x\cos(\pi/4) + x^2\cos(2\pi/4) + \ldots$ $+x^n\cos(n\pi/4) + \ldots$	0.1	0.8	$\frac{x\cos(\pi/4) - x^2}{1 - 2x\cos(\pi/4) + x^2}$
28	$S = 3x + 8x^2 + \ldots + n(n+2)x^n + \ldots$	0.1	0.8	$x(3-x)/(1-x)^3$
29	$S = \cos x + \frac{\cos(3x)}{9} + \ldots$ $+\frac{\cos((2n-1)x)}{(2n-1)^2} + \ldots$	π/5	π	$\pi^2/8 - (\pi/4)\lvert x \rvert$
30	$S = x^2/2 - x^4/12 + \ldots$ $+(-1)^{n+1}\frac{x^{2n}}{2n(2n-1)} + \ldots$	0.1	0.8	$x\,\mathrm{arctg}\,x - \ln\sqrt{1+x^2}$

ЗАДАНИЕ №4. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАССИВОВ

Цель работы. Изучить особенности описания и использования массивов в программе.

Задание. Разработать алгоритм решения выбранной по номеру варианта задачи, составить, отладить и просчитать программу с использованием массивов.

Пояснение задачи

Наряду с простыми переменными в алгоритмических языках используются переменные с индексами, называемые массивами. Массив – это упорядоченная последовательность величин, обозначаемая одним именем. Величины, из которых состоит массив, называются элементами массива. Элемент массива обозначается с помощью имени массива и индексов, следующих в круглых скобках за именем массива. Индексы отделяются друг от друга запятыми и указывают положение элемента в массиве. Индексов может быть 1, 2 и т.д. вплоть до 7. Соответственно массивы бывают одномерные, двумерные и т.д.

Все массивы, используемые в программе, должны быть описаны, так как для хранения элементов массива в определенной последовательности отводится необходимый объем памяти. При описании указываются имя массива и затем в круглых скобках через запятую граничные пары, т.е. разделенные двоеточием минимальные и максимальные значения соответствующего индекса. При отсутствии двоеточия минимальное значение соответствующего индекса в Фортране по умолчанию равно единице. Для описания массивов в Фортране используются операторы описания типа переменных (REAL, INTEGER, COMPLEX, LOGICAL, CHARACTER, DOUBLE PRECISION), а также атрибут и оператор DIMENSION.

Рассмотрим несколько примеров описания массивов. Значения граничных пар можно задавать с использованием именованных констант и константных выражений.

INTEGER, PARAMETER :: N=4

REAL, DIMENSION :: A(N,N), B(N), K(N+1,N+1), C(0:N)

В этом примере оператор REAL с атрибутом DIMENSION описывает двумерный вещественный массив A, содержащий 16 элементов; одномерный вещественный массив B, содержащий 4 элемента; двумерный вещественный массив K, содержащий 25 элементов, и одномерный вещественный массив C, содержащий 5 элементов.

Объекты с общими атрибутами можно группировать в единый список, например, следующий оператор описывает два двумерных вещественных массива D и E, каждый из которых имеет 3 строки и 4 столбца.

REAL, DIMENSION (3,4) :: D, E

Операторы описания типа могут использоваться для описания массивов и без атрибутов, но с указанием граничных пар, например,

INTEGER MIN(2,2), MAX(10)

REAL Q(5), SUMMA(3,3)

Здесь: MIN и MAX – целые массивы, содержащие 4 и 10 элементов соответственно; Q и SUMMA – вещественные массивы, содержащие 5 и 9 элементов.

Оператор DIMENSION также может использоваться для описания массивов, например, для описания одномерного вещественного массива F из 10 элементов

REAL F

DIMENSION F(-2:7)

Использование оператора DIMENSION без операторов описания типа, когда тип массива определяется по умолчанию возможно, но нежелательно. Операторы, описывающие массивы, необходимо располагать в начале программы перед первым исполняемым оператором.

В Фортране список операторов ввода READ и вывода PRINT или WRITE может содержать как имена простых переменных и элементов массива, так и имена массивов. В последнем случае вводу-выводу подлежат все элементы массива в «естественной последовательности» (т.е. сначала растет первый индекс, затем второй и т.д.). Так, если в программе описан массив A(2,2) и имеется оператор ввода READ *, A, то численные значения необходимо задавать в следующей последовательности: A(1,1), A(2,1), A(1,2), A(2,2), т.е. любая матрица вводится по столбцам. Для изменения порядка ввода-вывода или если требуется передать только часть элементов массива можно использовать неявную форму оператора цикла. Например, ввод матрицы A(2,2) по строкам осуществляет оператор READ *, ((A(I,J), J=1,2), I=1,2).

Не следует забывать, что в Фортране функции «что вводить (выводить)» и «как вводить (выводить)» распределены между операторами ввода-вывода и оператором FORMAT.

Если в программе предусмотрен ввод исходных данных с клавиатуры, то в процессе отладки приходится задавать одни и те же численные значения много раз. Поэтому, когда исходных данных достаточно много, удобнее записать их перед счетом программы в файл данных, а в программе предусмотреть оператор, считывающий данные из файла данных. Кроме того, результаты также имеет смысл выводить в файл данных, чтобы иметь возможность получить распечатку результатов счета. Обращение к файлу данных производится по его логическому номеру N, указанному в операторах READ (N,…) или WRITE (N,…). С помощью оператора OPEN можно как назначать логические номера уже имеющимся файлам, так и создавать новые файлы с указанием соответствующего логического номера, например, OPEN (1, FILE=’LAB4.TXT’). После выполнения этого оператора файлу LAB4.TXT будет соответствовать логический номер 1. Файл LAB4.TXT создается в папке проекта либо предварительно до запуска программы на счет, либо в процессе работы программы в момент выполнения оператора OPEN. Для завершения доступа к файлу используется оператор CLOSE.

Отличительной особенностью Фортрана является развитая система операций с массивами. Операции над массивами и сечениями массивов задают параллелизм действий над компонентами массивов (или массива). Такие средства, с одной стороны, позволяют пользователю лаконично и сжато описать алгоритм обработки массивов и, с другой стороны, дают возможность компилятору генерировать более эффективный код с учетом особенностей конкретного компьютера. Очевидно, что наиболее эффективно использование этих возможностей для вычислительных систем, имеющих аппаратные средства для векторной обработки.

В Фортран встроено большое число функций, позволяющих:

- выполнять вычисления в массивах, например, суммировать элементы массива или находить его максимальный элемент;
- преобразовывать массивы, например, можно получать из одномерного массива двумерный;
- получать справочные данные о массиве (размер, форма и значения границ каждого измерения).

1. Ввод одномерного массива B(8) можно осуществить несколькими способами:

а) READ (1,*) B

Численные значения (8 значений) перед запуском программы на счет записываются через запятую или пробел в файл данных, соответствующий логическому номеру 1. Этот способ наиболее предпочтителен.

б) PRINT 1

1 FORMAT (‘ INPUT VECTOR B(8)’)

READ *, B

После появления на экране монитора текста INPUT VECTOR B(8) численные значения элементов массива вводятся с клавиатуры (8 значений через запятую или пробел).

в) PRINT 1

FORMAT (‘ INPUT VECTOR B’)

```
DO I=1,8
PRINT 2, I
READ *, B(I)
END DO
FORMAT (' B(',I2,')=')
```

Массив вводится с клавиатуры поэлементно по одному значению в строку после появления на экране соответствующей подсказки.

2. Ввод двумерного массива A(4,4)

а) из файла данных построчно с использованием неявной формы цикла

```
READ (1,*) ((A(I,J), J=1,4), I=1,4)
```

Перед выполнением программы численные значения записываются в файл данных, соответствующий логическому номеру 1, в четыре строки по четыре элемента в строку через запятую или пробел.

б) из файла данных построчно с использованием сечения массива (простейшей формы индексного триплета)

```
READ (1,*) (A(I,:),I=1,4)
```

Файл данных такой же, как и в случае а).

в) с клавиатуры построчно через запятую или пробел

```
READ *, (A(I,:),I=1,4)
```

3. Вывод одномерного массива B(4) на экран.

```
PRINT 5, B
5 FORMAT (' VECTOR B'/4F10.4)
```

При выводе в файл данных оператор PRINT заменяется на оператор WRITE, например, при выводе двумерного массива A(4,4)

```
WRITE (1,10) (A(I,:), I=1,4)
10 FORMAT (' MATRICA A'/4(4F10.4/))
```

4. Суммирование элементов одномерного массива B(10) $S = \sum_{i=1}^{10} b_i$

а) с использованием встроенной функции SUM

```
S=SUM(B)
```

б) по следующему алгоритму: начальное значение суммы принимается равным нулю S = 0, затем в цикле по i от 1 до 10 накапливается сумма $S = S + b_i$

```
S=0.
DO I=1,10
S=S+B(I)
END DO
```

5. Произведение элементов одномерного массива B(10) $P = \prod_{i=1}^{10} b_i$.

а) целесообразно использовать встроенную функцию PRODUCT

```
P=PRODUCT(B)
```

б) можно составить алгоритм, аналогичный алгоритму сложения элементов массива, в котором начальное значение произведения необходимо положить равным единице, а операцию сложения заменить произведением

```
P=1.
DO I=1,10
P=P*B(I)
END DO
```

6. Пусть требуется определить максимальный элемент массива B из N элементов и его номер K.

а) Определение максимального (или минимального) элемента одномерного массива S =max (b1,b2,…,bn) и номера k этого элемента выполняется по следующему алгоритму: сначала за максимальный принимается первый элемент массива S = b1 и, следовательно, номером k максимального элемента будет единица k =1. Затем в цикле по i от 2 до N текущее значение максимального S сравнивается с bi . Если условие S <bi не выполняется, то цикл повторяется. Если условие S <bi выполняется, то текущему значению максимального S присваивается значение bi , а его номеру – значение i .

```
INTEGER, PARAMETER :: N=10
```

```
REAL B(N) /1.,2.,3.,4.,5.,6.,5.,4.,3.,2./
S=B(1); K=1
DO I=2,N
IF (S.LT.B(I)) THEN
S=B(I); K=I
END IF
END DO
PRINT *, ' S=', S, ' K=', K
END
```

б) Определение максимального (или минимального) элемента одномерного массива S =max (b1,b2,…,bn) и номера k этого элемента можно выполнить с использованием встроенных функций MAXVAL и MAXLOC.

```
INTEGER, PARAMETER :: N=10
REAL B(N) /1.,2.,3.,4.,5.,6.,5.,4.,3.,2./
S=MAXVAL(B); K=MAXLOC(B)
PRINT *, ' S=', S, ' K=', K
END
```

7. Пусть требуется расположить элементы одномерного массива B(10) в порядке невозрастания, т.е. так чтобы для всех элементов массива выполнялось условие: $b_i \geq b_{i+1}$ при $i = 1,9$. Рассмотрим один из способов решения этой задачи.

Сначала из всех элементов b_i при $i = 1,10$ найти максимальный (его величину S и номер k), затем переставить первый и максимальный элементы. Из оставшихся девяти элементов b_i при $i = 2,10$ найти максимальный и поменять его местами со вторым и т.д. Перестановка двух элементов массива с номерами k и j выполняется следующим образом: элемент b_k равен S , поэтому сначала следует заменить b_k на b_j, а затем b_j присваивается значение S. Программа упорядочения элементов массива будет иметь следующий вид:

```
DO J=1,9
```

```
S=B(J); K=J
DO I=J+1,10
IF (S.LT.B(I)) THEN
S=B(I); K=I
END IF
END DO
B(K)=B(J); B(J)=S
END DO
```

Внешний цикл по j изменяет номер элемента, с которого начинается поиск.

8. Пусть требуется составить одномерный массив C(4) из максимальных элементов строк матрицы A(4,4). Программа строится по схеме двойного цикла. Параметром внешнего цикла является номер строки i . Во внутреннем цикле по j определяется максимальный элемент строки:

```
DO I=1,4
C(I)=A(I,1)
DO J=2,4
IF (C(I).LT.A(I,J)) C(I)=A(I,J)
END DO
END DO
```

9. Пусть требуется умножить матрицу A(4,4) на вектор B(4). Результатом умножения матрицы A(4,4) на вектор B(4) является вектор C(4), элементы которого определяются по формуле $C_i = \sum_{j=1}^{4} a_{ij} b_j$.

а) используем встроенную функцию MATMUL, которая выполняет матричное умножение операндов

```
C=MATMUL(A,B)
```

б) алгоритм строится по схеме двойного цикла: внешний цикл по параметру i, во внутреннем цикле по параметру j производится суммирование:

```
DO I=1,4
C(I)=0.
DO J=1,4
C(I)=C(I)+A(I,J)*B(J)
END DO
END DO
```

10. Пусть требуется найти произведение D матрицы A на матрицу F, где A(4,4), F(4,4) и D(4,4). Умножение матрицы на матрицу осуществляется по схеме тройного цикла в соответствии с формулой $d_{ij} = \sum_{k=1}^{4} a_{ik} f_{kj}$, где i=1,4 и j=1,4.

а) используем схему тройного цикла с суммированием во внутреннем цикле

```
DO I=1,4
DO J=1,4
D(I,J)=0.
DO K=1,4
D(I,J)=D(I,J)+A(I,K)*F(K,J)
END DO
END DO
END DO
```

б) используем схему двойного цикла со встроенной функцией суммирования

```
DO I=1,4
DO J=1,4
D(I,J)=SUM(A(I,:)*F(:,J))
END DO
END DO
```

11. Пусть требуется вычислить элементы матрицы D(4,4) по формулам:

$$d_{ij} = \begin{cases} (b_i + b_j)^2, & b_i + b_j < -1 \\ 2(b_i + b_j), & -1 \le b_i + b_j \le 1 \\ \sqrt{(b_i + b_j)}, & (b_i + b_j) > 1 \end{cases}$$

Программа, использующая блочный оператор IF, имеет следующий вид

```
DO I=1,4
DO J=1,4
IF ((B(I)+B(J)).LT.-1.) THEN
D(I,J)=(B(I)+B(J))**2
ELSE IF ((B(I)+B(J)).GT.1.) THEN
D(I,J)=SQRT(B(I)+B(J))
ELSE
D(I,J)=2.*(B(I)+B(J))
END IF
END DO
END DO
```

Варианты заданий

В вариантах заданий в качестве исходных данных используются следующие массивы

$$A = \begin{pmatrix} -1.06 & 3.29 & -2.93 & 0.46 \\ 1.85 & -4.05 & 1.96 & -2.17 \\ 0.36 & 2.85 & -3.02 & 1.57 \\ 2.87 & -1.83 & 2.89 & -0.93 \end{pmatrix}; \ B = \begin{pmatrix} 1.07 \\ -2.36 \\ 1.98 \\ 0.76 \end{pmatrix}.$$

1. Заданы массивы A(4,4), B(4). Вычислить элементы массивов C(4), D(4,4), F(4,4) в соответствии с формулами:

$$c_i = \begin{cases} tg(0.1i + 1), & i = 1,2 \\ ctg(0.2i + 1), & i = 3,4 \end{cases}, \ d_{ij} = c_i + b_j, \ f_{ij} = a_{ij} + d_{ij}.$$

Вывести на печать массивы C, D, F.

2. Заданы массивы A(4,4), B(4). Вычислить элементы массива по формуле:

$$c_i = \begin{cases} \sqrt{b_i}, & b_i > 0 \\ b_i^2, & b_i \le 0 \end{cases}$$

Найти максимальный элемент массива P=C+B. Преобразовать матрицу A, разделив все ее элементы на найденный максимум. Печатать A, B, C, P.

3. Заданы массивы A(4,4), B(4). Из 1-й строки A вычесть 3-ю и в полученной матрице найти максимальный элемент. Из всех элементов массива B вычесть найденный максимум. Печатать A, B.

4. Задан массив B(4). Вычислить элементы массива C(4) по формулам

$$c_i = \begin{cases} b_i^2, & b_i < -1 \\ 1 + b_i, & -1 \le b_i \le 1 \\ \sqrt{b_i}, & b_i > 1 \end{cases}$$

Вычислить элементы матрицы D(4,4) по формуле $d_{ij} = b_i c_j$. Найти $S = \sum_{i=1}^{4} b_i c_i$. Из всех элементов массива B вычесть S. Печатать B, C, D, S.

5. Задан массив A(4,4). Составить вектор C(4) из минимальных элементов в столбцах A. Из каждой строки A вычесть C. Печатать A, C.

6. Задан массив A(4,4). Составить вектор C(4) из максимальных модулей элементов в строках A. Элементы вектора C разделить на максимальный элемент C. Из диагональных элементов A вычесть C. Печатать A, C.

7. Заданы массивы A(4,4), B(4). Найти C=AB. Максимальный элемент C и его номер k . Из k-й строки матрицы A вычесть C. Печатать A, B, C, k.

8. Заданы массивы A(4,4), B(4). Найти максимальные элементы массивов A и B и поменять их местами. Печатать A, B.

9. Задан массив B(4). Вычислить элементы массива C(4) по формулам

$$c_i = \begin{cases} 1+\sqrt{b_i}, & b_i > 0 \\ 2b_i^2, & b_i \le 0 \end{cases}$$

Вычислить элементы матриц D(4,4) $d_{ij} = b_i + c_j$ и F(4,4) $f_{ij} = b_i c_j$. Найти Q=DF. Печатать C, D, F, Q.

10. Заданы массивы A(4,4), B(4). Составить вектор C(4) из максимальных элементов в строках A. Вычислить P=BC. Из диагональных элементов A вычесть P. Печатать A, B, C, P.

11. Задан массив A(4,4). Вычислить элементы массива по формулам

$$d_{ij} = \begin{cases} \sqrt{a_{ij}}, & a_{ij_i} > 0 \\ a_{ij}^2 - 1, & a_{ij} \le 0 \end{cases}$$

Найти F=AD. Печатать A, D, F.

12. Заданы массивы A(4,4), B(4). Найти максимальный элемент B и его номер k, минимальный элемент B и его номер l . В матрице A элемент akl заменить на найденный максимум, alk – на минимум. В векторе B поменять местами максимальный и минимальный элементы. Вычислить C=AB. Печатать A, B, C.

13. Заданы массивы A(4,4), B(4). Упорядочить B в порядке не убывания. Из каждой строки A вычесть B. Печатать A, B.

14. Заданы массивы A(4,4), B(4). Вычислить C=AB. Упорядочить C в порядке не возрастания. Из столбцов A вычесть C. Печатать A, B, C.

15. Задан массив B(4). Вычислить C(4) по формулам:

$c_1 = \max(b_i),\ c_2 = \min(b_i),\ c_3 = c_1 + c_2,\ c_4 = c_1 - c_2$.

Вычислить элементы D(4,4) по формулам

$$d_{ij} = \begin{cases} b_i - c_j, & b_i > 0 \\ b_i + c_j, & b_i \le 0 \end{cases}.$$ Печатать B, C, D.

16. Заданы массивы A(4,4), B(4). Упорядочить строки A по не убыванию значений первых элементов строк. Вычислить элементы вектора C(4) по формуле $c_i = a_{ii} - b_i$. Печатать A, B, C.

17. Задан массив B(4). Вычислить элементы матрицы D(4,4) по формулам

$$d_{ij} = \begin{cases} \sin(b_i + b_j), & 0 \le |b_i + b_j| < \pi \\ \cos(b_i + b_j), & \pi \le |b_i + b_j| < 2\pi \\ \sin(b_i - b_j), & 2\pi \le |b_i + b_j| \end{cases}$$

Найти максимальные элементы D и B, поменять их местами. Печатать B, D.

18. Задан массив B(4). Вычислить элементы матрицы D(4,4) по формулам

$$d_{ij} = \begin{cases} 2(b_i + b_j)^2, & b_i + b_j < -2 \\ 4(b_i + b_j), & -2 \le b_i + b_j \le 2 \\ \sqrt{b_i + b_j}, & b_i + b_j > 2 \end{cases}$$

Из всех элементов D вычесть максимальный элемент B. Вычислить C=DB. Печатать B, C, D.

19. Задан массив A(4,4). Вычислить элементы вектора C(4) по формулам:

$$c_1 = \max(a_{ij}),\ c_2 = (\max(a_{ij}) + \min(a_{ij}))/2,$$
$$c_3 = (\max(a_{ij}) - \min(a_{ij}))/2,\ c_4 = c_1 - c_2,\ c_4 = \min(a_{ij}).$$

Вычислить P=AC. Из диагональных элементов A вычесть вектор P. Печатать A, C, P.

20. Заданы массивы A(4,4), B(4). В матрице A найти минимальный и максимальный элементы, поменять их местами. Вычислить C=AB. Печатать A, B, C.

21. Заданы массивы A(4,4), B(4). В массиве B найти максимальный и минимальный элементы, поменять их местами. Вычислить C=AB. Из диагональных элементов A вычесть вектор C. Печатать A, B, C.

22. Задан массив A(4,4). Из диагональных элементов A вычесть максимальный элемент A. Вычислить вектор C(4) как сумму 1-й и 3-й строк A. Вычислить P=AC. Печатать A, C, P.

23. Заданы массивы A(4,4), B(4). Вычислить C=AB. Упорядочить C в порядке не убывания. Из диагональных элементов A вычесть вектор C. Печатать A, B, C.

24. Заданы массивы A(4,4), B(4). Вычислить элементы массива C(4) как сумму элементов в соответствующих строках A. Из диагональных элементов A вычесть C. Вычислить P=AC. Печатать A, C, P.

25. Задан массив A(4,4). Вычислить элементы массива D(4,4) по формулам

$$d_{ij} = \begin{cases} a_{ij}/2, & i < j \\ 2a_{ij}^2, & i \ge j \end{cases}.$$

Вычислить F=AD. Печатать A, D, F.

26. Задан массив B(4). Вычислить элементы массива C(4) по формуле $c_k = \sum_{i=1}^{k} b_i$. Вычислить элементы массива D(4,4) по формуле $d_{ij} = b_i c_j$. Печатать

B, C, D.

27. Задан массив B(4). Вычислить элементы массива C(4) по формуле $c_k = \prod_{i=1}^{k} b_i$. Вычислить элементы массива D(4,4) по формуле $d_{ij} = (b_i + c_j)^2$. Печатать B, C, D.

28. Заданы массивы A(4,4), B(4). Вычислить C=AB. Из первой строки A вычесть B, из второй строки A вычесть вектор C. Печатать A, B, C.

29. Заданы массивы A(4,4), B(4). Найти максимальный и минимальный элементы B и поменять их местами. Вычислить C=AB. Печатать A, B, C.

30. Задан массив B(4). Вычислить элементы массива C(4) по формуле: $c_i = i - \sin(0.4i + 1)$. Найти и поменять местами максимальные элементы B и C. $d_{ij} = \sqrt{|b_i + c_j|}$. Печатать B, C, D.

ЗАДАНИЕ №5. РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Задание: Используя методы половинного деления и Ньютона, найти корни нелинейных уравнений f1(x)=0.

Решение нелинейных (трансцендентных или алгебраических) уравнений вида f(x)=0 заключается в отыскании одного или нескольких корней, т.е. таких значений аргумента x, для которых функция f(x) обращается в нуль. В общем случае функции f(x) не имеют аналитических формул для своих корней, поэтому приходится использовать приближенные методы.

Решение нелинейных уравнений обычно состоит из двух этапов:

1) Отделение, или локализация корней, т.е. отыскание таких отрезков [a,b] (одного или нескольких), внутри которых имеется только один корень нелинейного уравнения.

2) Уточнение приближенного значения корня до некоторой заданной

степени точности. Отделить корни в некоторых случаях можно графически. Так, если уравнение имеет вид cos(x)-x=0, то переписав его в виде cos(x)=x и построив графики функций y1=cos(x) и y2=x, найдем приближенное значение корня как точку пересечения функций y1 и y2.

Локализовать корень уравнения можно также программно, вычисляя функцию f(x) для значений x, изменяющихся с некоторым заданным шагом h. При этом отыскиваются два таких соседних значения x, для которых f(x) имеет противоположные знаки. Алгоритм отделения корня удобно оформить в виде подпрограммы. В качестве параметров подпрограммы можно выбрать следующие: F,XL,XR,H,A,B,IER.

Входные параметры:

F - имя внешней функции f(x);

XL,XR - соответственно левая и правая границы отрезка оси x, на котором отделяется корень уравнения;

H - шаг перебора аргумента функции.

Выходные параметры:

A,B - соответственно левая и правая границы отрезка [a,b], содержащего первый, считая от точки XL вправо, корень нелинейного уравнения;

IER - код ошибки. IER=0, если на участке от XL до XR с шагом H найден отрезок [A,B], содержащий корень уравнения; IER=1, если корень не локализован.

Алгоритм отделения корня нелинейного уравнения может быть следующим:

1) Зададим IER=1, т.е. предполагаем, что на отрезке от XL до XR корней нет. В дальнейшем проверим, так ли это.

2) Зададим начальное значение аргумента функции X=XL.

3) Вычислим значение функции в точке X: Y=F(X).

4) Изменим значение аргумента функции на величину шага : X=X+H .

5) Проверим, лежит ли X внутри [XL,XR]: если X>XR , то

возвращаемся в вызывающую программу. В этом случае отрезок [A,B] не найден,IER=1.

6) Вычислим значение функции в новой точке X: Z=F(X).

7) Проверим, изменила ли функция знак при последнем изменении аргумента. Если не

изменила, то опять меняем X : если Y*Z>0 идти на 4.

8) В противном случае определим границы отрезка [A,B] по формулам A=X-H, B=X,

изменим код ошибки IER=0 и вернемся в вызывающую программу.

Для уточнения корня нелинейного уравнения до заданной точности можно воспользоваться методами половинного деления, Ньютона, простых итераций и другими.

МЕТОД ПОЛОВИННОГО ДЕЛЕНИЯ состоит в построении последовательности вложенных отрезков, на концах которых функция принимает значения разных знаков. Каждый последующий отрезок получают делением предыдущего пополам. Процесс построения последовательности отрезков позволяет найти корень уравнения f(x)=0 с любой заданной точностью.

В качестве параметров подпрограммы метода половинного деления можно выбрать

следующие: F,A,B,EPS,C,N,IER.

Входные параметры:

F - имя внешней функции f(x);

A,B - соответственно левая и правая граница отрезка,содержащего один корень уравнения f(x)=0;

EPS - точность вычисления корня.

Выходные параметры:

C - корень уравнения (если он найден);

N - количество итераций, которое потребовалось выполнить для вычисления корня с заданной точностью;

IER - код ошибки. IER=0, если корень найден; IER=1, если A>B или на отрезке [A,B] нет корня, т.е. если F(A)*F(B)>0.

Алгоритм метода половинного деления:

1) Зададим код ошибки IER=1.

2) Проверим, правильно ли заданы исходные данные: если F(A)*F(B)>0 или A>B, то возвращаемся в вызывающую программу.

3) Зададим текущие границы отрезка, содержащего корень A1=A, B1=B; зададим начальное число итераций N=0 и IER=0; вычислим значение функции в точке A1: Y=F(A1).

4) Вычислим середину отрезка [A1,B1]: C=.5*(A1+B1); изменим счетчик итераций на единицу : N=N+1.

5) Если длина текущего отрезка [A1,B1] меньше заданной точности, то возвращаемся в вызывающую программу.

6) Проверим, внутри какого из отрезков [A1,C] или [C,B1] лежит корень уравнения. Если корень лежит внутри [A1,C], то изменяем правую текущую границу отрезка, содержащего корень, в противном случае - левую: если F(A1)* F(C)<0, то B1=C, иначе A1=C; итерационный процесс повторяется с пункта 4.

Метод половинного деления - наиболее универсальный метод отыскания корней нелиней ных уравнений. К его недостаткам относится невысокая скорость сходимости.

МЕТОД НЬЮТОНА (метод касательных) является одним из наиболее эффективных методов нахождения корней нелинейных уравнений. Он состоит в построении итерационной последовательности xi+1=xi-f(xi)/f'(xi), сходящейся к корню уравнения f(x)=0. Геометрическая интерпретация метода следующая: если через точку с координатами (xi ,f(xi)) провести касательную к функции y=f(x), то точка пересечения этой касательной с осью абсцисс принимается за уточненное значение корня xi+1. Метод Ньютона особенно эффективен, когда известно хорошее приближение корня и в окрестности корня функция имеет большую крутизну.

В качестве параметров подпрограммы метода Ньютона можно рекомендовать следующие:

F,PF,X0,EPS,NMAX,X,N,IER.

Входные параметры:

F - имя внешней функции f(x);

PF - имя внешней функции f '(x);

X0 - начальное приближение для корня уравнения;

EPS - точность вычисления корня;

NMAX - максимальное количество итерационных циклов.

Выходные параметры:

X - корень уравнения;

N - количество итераций, выполненных для вычисления корня с заданной точностью;

IER - код ошибки. Если корень найден, то IER=0; если корень не найден за NMAX итерационных циклов, то IER=1.

Используемый в подпрограмме метода Ньютона алгоритм:

1) Зададим: IER=1; начальное значение количества итераций N=0; текущее значение корня X=X0.

2) Выполним итерационный цикл: изменим содержимое счетчика итераций на единицу N=N+1; если количество итераций превысило NMAX, осуществим возврат в вызывающую программу; вычислим уточненное значение корня по формуле Y=X-F(X)/PF(X); вычислим модуль разности между уточненным и текущим значениями корня E=ABS(Y-X); в качестве нового текущего зададим уточненное значение корня X=Y; проверим, следует ли продолжать уточнение корня: если E>EPS, то итерационный цикл следует повторить с начала пункта 2.

3) Если точность вычисления корня достигнута, то следует изменить код ошибки IER=0 и осуществить возврат в вызывающую программу.

Один из недостатков метода Ньютона состоит в том, что пользуясь им, приходится дифференцировать функцию f(x). Если сделать это затруднительно, то можно производную заменить конечной разностью.

При выполнении задания требуется:

1) Построить графики функций y1=f1(x) и y2=f2(x) в MathCad для того, чтобы определить количество корней и отрезки, где они расположены. Функции могут иметь один, несколько или бесчисленное множество корней. Необходимо решить вопрос с преподавателем, какие корни подлежат определению.

2) Составить все необходимое для расчетов программное обеспечение: подпрограммы-функции для вычисления f1(x), f1'(x), f2(x), f2'(x) ,p1(x), p2(x); подпрограммы для локализации корней, методов половинного деления, Ньютона, простых итераций; головную программу. 3) Провести счет. Результаты оформить в виде таблицы. Предусмотреть печать не только окончательных, но и промежуточных результатов (отрезков [A, B], числа итераций, кодов ошибок)

Варианты задания приведены в таблице 4.

Таблица 4. Варианты заданий

N	f1(x)	f2(x)
1	x+sqrt(x)+x**(1/3)-2.5	tg(1.5773*x)-2.3041*x
2	cos(2/x)-2*sin(1/x)+1/x	ln(7.6221*x)-8.591*x+1.5
3	cos(x)-exp(-x**2/2)+x-1	9.33*sin(6.977*x)-7.25*x
4	sin(x**2)+cos(x**2)-10*x	0.9737*exp(-.5067*x)-x
5	tg(x/2)-ctg(x/2)+x	tg(2.2083*x)-3.2258*x
6	x-sin(x)-.25	ln(6.0976*x)-6.872*x+2.01
7	sqrt(x)-cos(.387*x)	7.67*sin(5.983*x)-6.01*x
8	x**2+4*sin(x)	0.9286*exp(-.5185*x)-x
9	1.8*x**2-sin(10*x)	tg(3.7855*x)-5.5301*x
10	3*x-cos(x)-1	ln(4.5732*x)-3.963*x+5.154
11	2*x-ln(x)-7	6.67*sin(5.387*x)-5.25*x
12	x**2*cos(2*x)-1	0.5458*exp(-.5391*x)-x
13	sin(x+pi/3)-.5*x	tg(9.1483*x)-13.364*x
14	cos(x+pi/8)-x**3	ln(3.9634*x)-4.4868x+2.01
15	2*arctg(x)-3*x+2	5.67*sin(4.794*x)-4.55*x
16	3*x-cos(x)-1	0.7593*exp(-.5683*x)-x
17	(x-3)*cos(x)-1	tg(5.9937*x)-8.7558*x
18	sqrt(1-x)-tg(x)	ln(3.0488*x)-3.436*x+2.5
19	ctg(1.05*x)-x**2	4.33*sin(4.008*x)-3.55*x
20	.6*3**x-2.3*x-3	0.5909*exp(-.6286*x)-x
21	$\sin(x+1)-1$	$2x+\cos x-2$
22	$\sin(x)+2x-1$	$x+\cos(x-1)-0.7$
23	$\cos(x-1)+x-0.5$	$x-\cos(x)-1$
24	$\cos(x)+x-1.5$	$2x-\sin(x-0.5)-1$
25	$\sin(x)+2x-2$	$x+\cos(x-1)-2$
26	$\sin(x+0.5)-x-0.7$	$x+\cos(x-2)$
27	$\cos(2x)+x-1$	$2x-\sin(x-0.5)-1$
28	$\cos(x+0.5)+x-3$	$\sin(x)-2x-1.6$
29	$\sin(x+0.5)-x-1$	$x+\cos(x-2)-2$
30	$\sin(x-1)+x-1.3$	$x-\sin(x+1)-0.8$

Рекомендуется в качестве отрезка [A, B] для всех вариантов принять [0; 1]. Кроме № 10, интервал [0; 1.5], №20, интервал [1.5; 2.5], №23, интервал [1.5; 2.5]