

# Спонтанное излучение в диэлектрических наночастицах

К. К. Пухов<sup>1)</sup>, Т. Т. Басиев, Ю. В. Орловский

Институт общей физики им. А. М. Прохорова РАН, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 11 марта 2008 г.

После переработки 3 июня 2008 г.

Получено аналитическое выражение для скорости излучательного распада возбуждения оптического центра в эллипсоидальной диэлектрической наночастице (с размерами, гораздо меньшими длины световой волны), помещенной в диэлектрическую окружающую среду. Найдено, что отношение скорости распада возбуждения оптического центра в наночастице  $A_{\text{nano}}$  к скорости распада возбуждения оптического центра в массивном образце  $A_{\text{bulk}}$  не зависит от значения поправки на локальное поле и, тем самым, не зависит от выбора той или иной модели локального поля. Из полученного выражения следует также, что в вытянутых и сплюснутых эллипсоидах отношение  $A_{\text{nano}}/A_{\text{bulk}}$  существенно зависит от ориентации дипольного момента перехода относительно осей эллипса. Для сферических наночастиц дана формула, устанавливающая связь скорости распада  $A_{\text{nano}}$  с диэлектрическими характеристиками нанокомпозита и с величиной их объемной доли в нанокомпозите. В предельном случае  $c \ll 1$  формула приводит к известному ранее результату для сферических наночастиц, а при устремлении  $c$  к единице отношение  $A_{\text{nano}}/A_{\text{bulk}}$  также стремится к единице. Проведенный анализ показывает, что принятый в ряде работ [1, 3–5, 7, 8] подход, при котором выражение для  $A_{\text{nano}}$  получают из выражения для  $A_{\text{bulk}}$  простой заменой показателя преломления массивного образца на эффективный показатель преломления нанокомпозита, нуждается в пересмотре, поскольку приводит к зависимости отношения  $A_{\text{nano}}/A_{\text{bulk}}$  от выбора той или иной модели локального поля. Выведено выражение для сечений излучения и поглощения  $\sigma_{\text{nano}}$  в наночастицах. Показано, что отношения  $\sigma_{\text{nano}}/\sigma_{\text{bulk}}$  и  $A_{\text{nano}}/A_{\text{bulk}}$  в общем случае отличаются друг от друга, и это обстоятельство может быть использовано для улучшения лазерных характеристик. Проведено сравнение экспериментально измеренных и теоретически рассчитанных величин времени распада метастабильных уровней примесных редкоземельных ионов в кристаллических наночастицах YAG и  $\text{Y}_2\text{O}_3$  с аналогичными величинами в массивных кристаллах той же структуры.

PACS: 78.55.–m, 78.67.Bf

**Введение.** В последнее время значительно возрос интерес к исследованию оптических свойств наноразмерных материалов, в том числе к теоретическим и экспериментальным исследованиям спонтанного времени жизни оптических центров (ОЦ) в наноразмерных образцах [1–8]. Изменение спонтанного времени жизни ОЦ в наноразмерных образцах по сравнению с массивными телами представляет значительный интерес как для фундаментальной физики, так и для практических применений. Так, увеличение времени жизни метастабильного уровня в лазерных средах позволяет, увеличивая длительность импульсной накачки в несколько раз, уменьшить мощность и стоимость источника диодной лазерной накачки и снизить потери на суперлюминесценцию при сохранении энергии и мощности выходного излучения.

На данном этапе исследований вопросом первостепенной важности является адекватная теоретическая интерпретация экспериментальных результатов. А

именно: как нужно модифицировать выражение для скорости спонтанного излучательного распада возбуждения в массивном образце при переходе кnanoобъектам. Существование спонтанного излучения было постулировано в 1917 г. Эйнштейном в его квантовой теории взаимодействия равновесного излучения с веществом [9]. В этой работе Эйнштейн показал, что статистическое равновесие между веществом и излучением достигается только тогда, когда наряду с поглощением и вынужденным излучением имеется спонтанное излучение. Кvantovomеханическое выражение для коэффициента Эйнштейна  $A$ , равного вероятности спонтанного излучения двухуровневого атома в вакууме, было получено Дираком [10]. В 1946 г. Пёрселл [11] показал, что вероятность спонтанного излучения может значительно увеличиться при помещении излучающего диполя в резонатор (см. также [12, 13] и ссылки там). Противоположное явление – ингибирование спонтанного излучения – может происходить в трехмерных периодических диэлектрических структурах [14]. Эта область настолько

<sup>1)</sup>e-mail: pukhov@Lst.gpi.ru

бурно развивается, что к настоящему времени число ссылок на работу [14] приближается к 5000. С семидесятых годов прошлого столетия начались интенсивные исследования изменения вероятности спонтанного излучения ОЦ, помещенных вблизи плоских граней раздела диэлектриков [15–22]. Исследуется также модификация спонтанной эмиссии ОЦ при помещении их вблизи металлического зеркала [23]. Модификацию спонтанной эмиссии ОЦ внутри и вне диэлектрической сферы рассматривал Чу [24, 25], моделируя ОЦ осциллирующим диполем. Позднее его аналитические результаты были подтверждены в работе [26], где исследовалось спонтанное излучение двухуровневого атома в диэлектрической сфере. Задача о спонтанном излучении атома вблизи вытянутого эллипсоида вращения рассмотрена в работе [27]. В недавней работе [28] рассмотрена задача о спонтанном излучении атома вблизи трехосного наноэллипсоида. (Разумеется, этот краткий обзор далеко не исчерпывающий.) В данной работе теоретически исследуется скорость спонтанного излучательного распада возбуждения оптических центров малого радиуса (примесные ионы элементов переходных групп) в кристаллических наночастицах сферической и эллипсоидальной формы с линейными размерами, гораздо меньшими длины световой волны ( $2R, a, b, c \ll \lambda$ ), и проводится сравнение с экспериментальными данными для редкоземельных (РЗ) ионов в кристаллических наночастицах YAG и  $\text{Y}_2\text{O}_3$ , взвешенных в диэлектрической окружающей среде. Используемый теоретический подход к решению проблемы существенно отличается от подхода, применяемого в работах [1, 3–5, 7, 8].

**Теория.** Спонтанное излучательное время жизни в нанокристаллах. Скорость  $A_{\text{bulk}}$  спонтанного излучательного электродипольного распада ОЦ малого радиуса в массивном кристалле определяется известным выражением [29, 30]

$$A_{\text{bulk}} = \frac{1}{\tau_{\text{bulk}}} = n_{cr}(E^{\text{loc}}/E)^2 A_0 = n_{cr} f_L A_0, \quad (1)$$

где  $n_{cr}$  – показатель преломления кристалла,  $A_0$  – скорость распада в вакууме (в среде с  $n_{cr} = 1$ ),  $E^{\text{loc}}$  и  $E$  – соответственно микроскопическое и макроскопическое значения напряженностей электрических полей, действующих в месте расположения ОЦ. Отношение  $(E^{\text{loc}}/E)^2 = f_L$  (так называемая поправка на локальное поле;  $f_L = 1$  для ОЦ в вакууме) во всех известных моделях локального поля является функцией показателя преломления  $n_{cr}$  (см. детальный обзор всех моделей локального поля в [31]). То есть,  $(E^{\text{loc}}/E)^2 = f_L(n_{cr})$  и  $f_L(1) = 1$ . В известных

нам работах (в том числе и в цитированных выше [1, 3–5, 7, 8]) формулу (1) трансформируют в формулу для  $A_{\text{nano}}$  заменой  $n_{cr}$  на  $n_{\text{eff}}$  и, применяя ту или иную модель локального поля, заменяют  $f_L(n_{cr})$  на  $f_L(n_{\text{eff}})$ :

$$A_{\text{nano}} = n_{\text{eff}} f_L(n_{\text{eff}}) A_0. \quad (2)$$

Это вызывает определенный произвол при интерпретации экспериментальных данных, связанный с конкретизацией выражения для поправки  $f_L(n)$  (см. обсуждение этой проблемы в работе [8]). Но главное, по нашему мнению, заключается в необоснованности перехода от формулы (1) к формуле (2). Рассмотрим этот вопрос подробнее. Если образец представляет собой нанокомпозитную среду (в дальнейшем – нанокомпозит), то можно рассматривать электрическое поле, усредненное по объемам, большим по сравнению с масштабами неоднородностей, и ввести “эффективную” диэлектрическую проницаемость  $\epsilon_{\text{eff}} = n_{\text{eff}}^2$ , исходя из определения  $\mathbf{D} = \epsilon_{\text{eff}} \mathbf{E}$  [32] ( $\mathbf{D}$  и  $\mathbf{E}$  – усредненные, в указанном выше смысле, значения индукции и напряженности электрического поля). Таким образом, замена первого множителя в (1)  $n_{cr}$  на  $n_{\text{eff}}$  в (2) вполне оправдана, так как, во-первых, меняется плотность фотонных состояний с  $n_{cr}^3 \rho_{\text{vac}}(\omega)$  на  $n_{\text{eff}}^3 \rho_{\text{vac}}(\omega)$ , и, во-вторых, взаимодействие макроскопического поля  $E$  с диполем, пропорциональное в массивном кристалле величине  $1/n_{cr}$ , меняется на взаимодействие, пропорциональное  $1/n_{\text{eff}}$  в нанокомпозите. Однако при замене  $f_L(n_{cr})$  на  $f_L(n_{\text{eff}})$  не учитывается, что среднее макроскопическое поле  $E$  будет отличаться как от среднего макроскопического поля  $\langle E_{\text{med}} \rangle$ , действующего в среде, в которой взвешены нанокристаллы, так и от среднего макроскопического поля  $\langle E_{cr} \rangle$ , действующего в месте расположения ОЦ в нанокристалле. (В дальнейшем среду, окружающую нанокристаллы, будем называть просто средой.) Соответственно, поправка на локальное поле, определяемая отношением локального и макроскопического полей в месте расположения ОЦ, будет теперь равна не  $(E^{\text{loc}}/E)^2$ , а величине  $(E^{\text{loc}}/\langle E_{cr} \rangle)^2$ . Следовательно, для нанокристаллов в нанокомпозите выражение (1) модифицируется к виду

$$A_{\text{nano}} = n_{\text{eff}} (E^{\text{loc}}/E)^2 A_0, \quad (3)$$

а очевидные преобразования выражения (3) дают

$$\begin{aligned} A_{\text{nano}} &= n_{\text{eff}} \left[ \frac{\langle E_{cr} \rangle}{E} \right]^2 \left[ \frac{E^{\text{loc}}}{\langle E_{cr} \rangle} \right]^2 A_0 = \\ &= n_{\text{eff}} \left[ \frac{\langle E_{cr} \rangle}{E} \right]^2 f_L(n_{cr}) A_0 = n_{\text{eff}} f_N f_L(n_{cr}) A_0, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $f_N = (\langle E_{cr} \rangle / E)^2$  – поправка, учитывающая отличие макроскопического поля в месте расположения ОЦ ( $\langle E_{cr} \rangle$ ) от макроскопического поля  $E$  в нанокомпозите. Доводы в пользу того, что величина  $f_N$  отлична от единицы, ясно и детально изложены в работе [33], где исследовались скорость спонтанной излучательной электрон-дырочной рекомбинации в двойных гетероструктурах III-V полупроводников. Не повторяя здесь эти доводы, отметим отличие формулы (4) от соответствующего выражения в [33] (формула (5) в [33]). Основное отличие – появление в (4) множителя  $f_L$ , который для процесса, рассмотренного в [33], равен, очевидно, единице. Кроме того, подход в работе [33] ограничен случаем сферических наночастиц. Ниже мы еще вернемся к сравнению наших результатов с результатами работы [33]. Выражение (4), с учетом (1), записывается, таким образом, в виде

$$A_{\text{nano}} = \frac{n_{\text{eff}}}{n_{cr}} f_N A_{\text{bulk}}. \quad (5)$$

Важным следствием выражения (5) является то, что теперь при оценке отношения  $A_{\text{nano}}/A_{\text{bulk}}$  не нужно прибегать к той или иной модели локального поля. Задача теоретического определения отношения  $A_{\text{nano}}/A_{\text{bulk}}$  сводится теперь к задаче определения поправки  $f_N$  (и, конечно, к определению  $n_{\text{eff}}$ ). Рассмотрим сначала наиболее важный случай сферических нанокристаллов.

*Сферические нанокристаллы.* Рассмотрим случай нанокристаллов сферической формы, радиус  $R$  которых удовлетворяет условиям  $a_L \ll 2R \ll \lambda$  (точнее,  $2kR \ll 1$ ,  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda = \lambda_0/n_{\text{eff}}$ ,  $\lambda_0$  – длина волны спонтанного излучения в вакууме), где  $a_L$  – постоянная решетки. (В случае некристаллических наночастиц величина  $a_L$  определяется равенством объема формульной единицы исходного материала величине  $a_L^3$ .) Поле  $\mathbf{E}_{cr}$  внутри диэлектрической сферы, помещенной во внешнее поле  $\mathbf{E}_{\text{med}}$ , равно [32]

$$\mathbf{E}_{cr} = [3/(\varepsilon + 2)]\mathbf{E}_{\text{med}}, \quad (6)$$

где  $\varepsilon = \varepsilon_{cr}/\varepsilon_{\text{med}} = n_{cr}^2/n_{\text{med}}^2$ , где  $n_{\text{med}}$  – показатель преломления среды. Ввиду параллельности полей  $\mathbf{E}_{cr}$  и  $\mathbf{E}_{\text{med}}$  макроскопические поля  $E$ ,  $\langle E_{\text{med}} \rangle$  и  $\langle E_{cr} \rangle$  связаны соотношением  $E = (1 - c)\langle E_{\text{med}} \rangle + c\langle E_{cr} \rangle$ , где  $c$  – фактор заполнения (объемная доля нанокристаллов в среде). Тогда

$$f_N^{\text{spher}} = (\langle E_{cr} \rangle / E)^2 = \{3/[2 + \varepsilon - c(\varepsilon - 1)]\}^2 \quad (7)$$

и для сферических нанокристаллов выражение (5) запишется в виде

$$A_{\text{nano}}^{\text{spher}} = \frac{n_{\text{eff}}}{n_{cr}} \left[ \frac{3}{2 + \varepsilon - c(\varepsilon - 1)} \right]^2 A_{\text{bulk}}. \quad (8)$$

(Для конкретности мы говорим о нанокристаллах, но все выводы в равной степени относятся и к наночастицам из диэлектрического материала с показателем преломления  $n_{cr}$ .) Соответствующее выражение для  $n_{\text{eff}}$ , полученное с помощью соотношения  $D = \varepsilon_{\text{eff}} E$  и выражения  $E = (1 - c)\langle E_{\text{med}} \rangle + c\langle E_{cr} \rangle$ , имеет вид

$$\varepsilon_{\text{eff}} = n_{\text{eff}}^2 = \varepsilon_{\text{med}} \left[ 1 + \frac{3c\beta}{1 - c\beta} \right], \quad (9)$$

где  $\beta = (\varepsilon - 1)/(\varepsilon + 2)$ .

Выражение (9) представляет собой ни что иное, как хорошо известную формулу Максвелла Гарнетта [34, 35]. Отметим, что точные решения, приведенные в [32] для случаев  $|\varepsilon - 1| \ll 1$  и  $c \ll 1$ , согласуются с соответствующими предельными выражениями, следующими из (9). Приведем предельные, относительно концентрации  $c$ , значения скорости распада  $A_{\text{nano}}$ . При  $c \rightarrow 1$  имеем из (8), (9) очевидное  $A_{\text{nano}} \rightarrow A_{\text{bulk}}$ . При  $c \rightarrow 0$  имеем из (8), (9):

$$A_{\text{nano}}^{\text{spher}} / A_{\text{bulk}} = \frac{n_{\text{med}}}{n_{cr}} \left[ \frac{3}{2 + \varepsilon} \right]^2. \quad (10)$$

Формула (10) определяют отношение  $A_{\text{nano}}/A_{\text{bulk}}$ , справедливое для всех функциональных зависимостей  $f_L(n_{cr})$ . Полученный результат (10) для отношения  $A_{\text{nano}}^{\text{spher}}/A_{\text{bulk}}$  согласуется с результатом работы [33], полученным для частного случая  $f_L(n_{cr}) = 1$ , а также с аналитическим результатом работы [25], полученным также без учета эффекта локального поля. (В работе [25] рассматривалось излучение электрического диполя, помещенного в сферу, заполненную непрерывной диэлектрической средой.) Подчеркнем еще раз, что совпадение результата (10) для отношения  $A_{\text{nano}}^{\text{spher}}/A_{\text{bulk}}$  с результатами работ [33] и [25], полученных для частного случая  $f_L = 1$ , обусловлено тем, что, как показывает формула (10), отношение  $A_{\text{nano}}^{\text{spher}}/A_{\text{bulk}}$  не зависит от поправки на локальное поле  $f_L$ . Таким образом, формула (10) имеет большую область применимости, обобщая результаты работ [33] и [25] на случай, когда нельзя игнорировать поправку на локальное поле  $f_L$ .

Следует иметь в виду, что формула (8), как и формула Максвелла Гарнетта (9), выведена на основе формул (6), (7), справедливых лишь для однородного внешнего поля, и в пренебрежении пространственными флуктуациями локального электрического поля в нанокомпозите (что накладывает ограничение на величину фактора заполнения  $c$ ; другое ограничение на фактор заполнения с обусловлено пренебрежением эффектами запаздывания). Поэтому формулу (8) нужно рассматривать как “сшивающую” форму-

лу, дающую правильный результат при  $c \rightarrow 1$  и результат, согласующийся с результатами работ [25] и [33] при  $c \rightarrow 0$  (см. обсуждение выше). Вопрос о том, насколько хорошо эта формула будет работать в области промежуточных концентраций, остается пока открытым ввиду сравнительной немногочисленности экспериментальных данных и трудностях при экспериментальном определении концентрации, контроля формы и степени агломерации нанокристаллов.

**Нанокристаллы эллипсоидальной формы.** Математическое осложнение, возникающее при рассмотрении нанокристаллов эллипсоидальной формы, состоит в том, что поле  $\mathbf{E}_{cr}$  внутри диэлектрического эллипсоида, помещенного во внешнее поле  $\mathbf{E}_{med}$ , не параллельно  $\mathbf{E}_{med}$  [33]. Здесь мы ограничимся случаем  $c \rightarrow 0$  (тогда  $n_{eff} \rightarrow n_{med}$  и  $\mathbf{E}_{med} \rightarrow \mathbf{E}$ ). Компоненты поля  $\mathbf{E}_{cr}$ , записанные в главных осях эллипсоида  $a$ ,  $b$  и  $c$ , связаны с компонентами  $\mathbf{E}$  соотношением [32]

$$E_{\alpha}^{(cr)} = E_{\alpha}/[1 + (\varepsilon - 1)N_{\alpha}] \equiv g_{\alpha}E_{\alpha}, \quad (11)$$

где  $N_{\alpha}$  – коэффициенты деполяризации ( $N_a + N_b + N_c = 1$ ).

Таким образом, макроскопическое поле в нанокристаллах (наночастицах) эллипсоидальной формы анизотропно, и этот факт нужно учитывать при расчете  $A_{nano}$ . Если для двухуровневого ОЦ в изотропном поле результат усреднения величины  $|E^{(cr)}(\mathbf{k}, \sigma)\mathbf{d}|^2$  по всем ориентациям вектора поляризации  $\mathbf{e}(\mathbf{k}, \sigma)$  макроскопического поля  $\mathbf{E}^{(cr)}$ , действующего на ОЦ с дипольным моментом перехода  $\mathbf{d}$ , приводил к выражению  $\text{const} \cdot \sum_{\alpha} |d_{\alpha}|^2/3$  ( $d_{\alpha}$  – компоненты  $\mathbf{d}$ ), то усреднение в анизотропном поле приводит к выражению  $\text{const} \cdot \sum_{\alpha} g_{\alpha}^2 |d_{\alpha}|^2/3$ . В результате получаем

$$A_{nano}^{\text{ell}}/A_{bulk} = \frac{n_{med}}{n_{cr}} \sum_{\alpha=a,b,c} \left[ \frac{\gamma_{\alpha}}{1 + (\varepsilon - 1)N_{\alpha}} \right]^2, \quad (12)$$

где  $\gamma_{\alpha} = d_{\alpha}/\sqrt{\sum_{\alpha} |d_{\alpha}|^2}$  – направляющие косинусы дипольного момента перехода, записанные в главных осях эллипсоида  $a$ ,  $b$  и  $c$ . (Для сферы  $N_a = N_b = N_c = 1/3$ , и выражение (12) переходит в (10)). То есть отношение  $A_{nano}/A_{bulk}$  теперь зависит от ориентации диполя относительно главных осей эллипсоида. Особенно существенной эта зависимость будет в вытянутых и сплюснутых эллипсоидах. Отметим, что формула (12), как и следующая из нее формула (10), справедливы в пренебрежении влиянием поля оптического центра на поляризацию содержащей его наночастицы.

Фактор анизотропии  $K$ , равный отношению вероятности перехода в эллипсоиде  $A_{nano}^{\text{ell}}$  к вероятности перехода в сфере  $A_{nano}^{\text{spher}}$ , будет равен

$$K = \frac{A_{nano}^{\text{ell}}}{A_{nano}^{\text{spher}}} = \left[ \frac{\varepsilon + 2}{3} \right]^2 \sum_{\alpha=a,b,c} \left[ \frac{\gamma_{\alpha}}{1 + (\varepsilon - 1)N_{\alpha}} \right]^2, \quad (13)$$

и излучательное время распада в несферических наночастицах по сравнению со сферическими может изменяться в широких пределах. Более детальное рассмотрение выходит за рамки настоящего сообщения и будет дано в последующей работе. Здесь заметим только, что известные параметры Джадда-Офельта  $\Omega_k$  [36] для РЗ ионов в эллипсоидальных нанокристаллах будут зависеть от коэффициентов деполяризации  $N_{\alpha}$  и ориентации кристаллографических осей относительно главных осей эллипсоида.

**Интегральные сечения излучения и поглощения в нанокристаллах.** Наряду со временем жизни, важной характеристикой лазерных материалов являются интегральные сечения излучения и поглощения. Выражение для интегрального сечения электродипольного излучения полосы  $i \rightarrow j$  имеет вид [29]

$$\sigma_{\text{bulk}}^{em}(i \rightarrow j) = W_{\text{bulk}}(i \rightarrow j)/[8\pi c n_{cr}^2 \bar{\nu}^2], \quad (14)$$

где  $W_{\text{bulk}}(i \rightarrow j)$  – вероятность спонтанного распада в канале  $i \rightarrow j$  и  $\bar{\nu}$  – средняя энергия перехода  $i \rightarrow j$  в  $\text{cm}^{-1}$  (здесь  $c$  – скорость света). Чтобы найти интегральное сечение электродипольного излучения полосы  $i \rightarrow j$  в нанокристалле, надо, очевидно, в формуле (14) заменить  $W_{\text{bulk}}(i \rightarrow j)$  на  $W_{\text{nano}}(i \rightarrow j)$  и  $n_{cr}$  на  $n_{eff}$ . В результате получаем

$$\sigma_{\text{nano}}^{em}(i \rightarrow j) = W_{\text{nano}}(i \rightarrow j)/[8\pi c n_{eff}^2 \bar{\nu}^2]. \quad (15)$$

Подставляя сюда выражение

$$W_{\text{nano}}(i \rightarrow j) = \frac{n_{eff}}{n_{cr}} f_N W_{\text{bulk}}(i \rightarrow j), \quad (16)$$

вывод которого аналогичен выводу выражения (5), находим

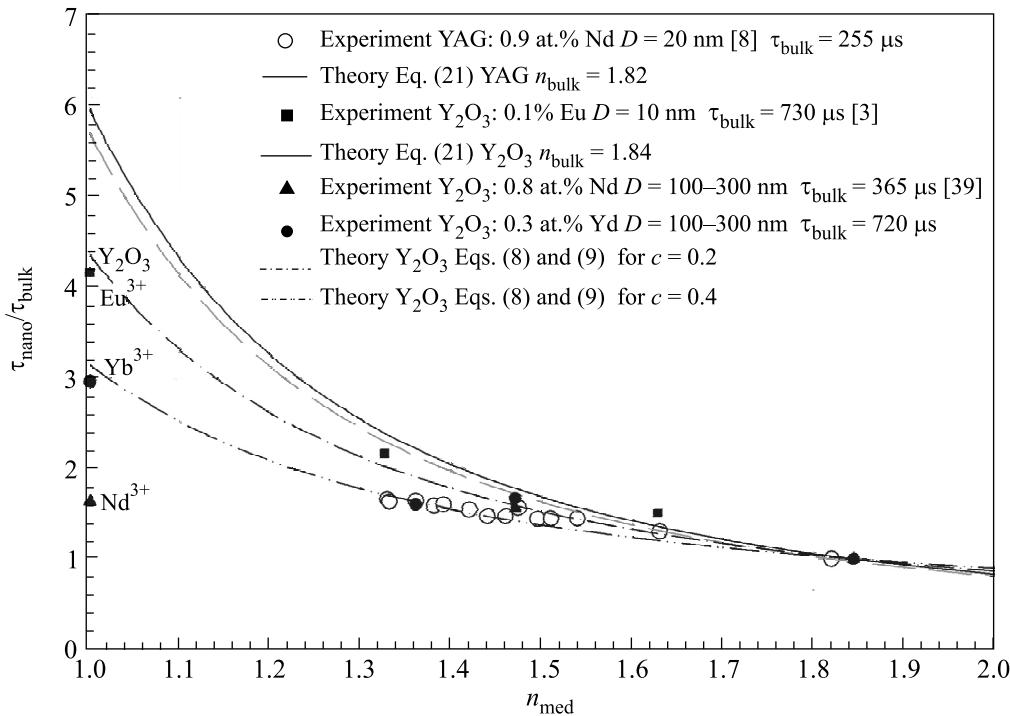
$$\sigma_{\text{nano}}^{em} = \frac{n_{cr}}{n_{eff}} f_N \sigma_{\text{bulk}}^{em}. \quad (17)$$

То же самое соотношение будет выполняться и для интегрального сечения электродипольного поглощения. То есть для всех видов интегральных электродипольных сечений имеем

$$\sigma_{\text{nano}} = \frac{n_{cr}}{n_{eff}} f_N \sigma_{\text{bulk}}. \quad (18)$$

Для сферических наночастиц, подставляя в (18) выражение (7) для  $f_N^{\text{spher}}$ , получаем

$$\sigma_{\text{nano}} = \frac{n_{cr}}{n_{eff}} \left[ \frac{3}{2 + \varepsilon - c(\varepsilon - 1)} \right]^2 \sigma_{\text{bulk}}. \quad (19)$$



Отношение времени распада в нанокристалле к его значению в массивном кристалле  $\tau_{\text{nano}}/\tau_{\text{bulk}}$  для метастабильных уровней  ${}^4\text{F}_{3/2}$  иона  $\text{Nd}^{3+}$  в кристаллической матрице YAG [8] (светлые кружки) и  $\text{Y}_2\text{O}_3$  [39] (черные треугольники),  ${}^2\text{F}_{5/2}$  иона  $\text{Yb}^{3+}$  в кристаллической матрице  $\text{Y}_2\text{O}_3$  (черные кружки) и  ${}^5\text{D}_0$  иона  $\text{Eu}^{3+}$  [3] в кристаллической матрице  $\text{Y}_2\text{O}_3$  (черные квадраты), измеренные на дальней стадии кинетики затухания люминесценции в зависимости от  $n_{\text{med}}$ . Теоретические кривые  $\tau_{\text{nano}}/\tau_{\text{bulk}}$ , построенные по формуле (21), справедливы при  $c \rightarrow 0$  ( $n_{\text{eff}} = n_{\text{med}}$ ) для кристаллических матриц YAG ( $n_{\text{cr}} = 1.82$ ) – штриховая кривая и  $\text{Y}_2\text{O}_3$  ( $n_{\text{cr}} = 1.84$ ) – сплошная кривая. Штрих-пунктирные кривые построены для  $\text{Y}_2\text{O}_3$  ( $n_{\text{cr}} = 1.84$ ) с учетом формул (8) и (9) при  $c = 0.2$  (верхняя кривая) и  $c = 0.4$  (нижняя кривая)

Обратим внимание, что множитель  $n_{\text{cr}}/n_{\text{eff}}$  в (17)–(19) обратен множителю  $n_{\text{eff}}/n_{\text{cr}}$ , стоящему в правых частях выражений (5), (8) и (16). Вследствие этого, имеем

$$\sigma_{\text{nano}}/\sigma_{\text{bulk}} = \left[ \frac{n_{\text{cr}}}{n_{\text{eff}}} \right]^2 [A_{\text{nano}}/A_{\text{bulk}}] = \\ = \left[ \frac{n_{\text{cr}}}{n_{\text{eff}}} \right]^2 [\tau_{\text{bulk}}/\tau_{\text{nano}}], \quad (20)$$

где  $\tau_{\text{bulk}} = 1/A_{\text{bulk}}$  и  $\tau_{\text{nano}} = 1/A_{\text{nano}}$ .

Следует заметить, что, например, при  $n_{\text{cr}} = 1.82$  (YAG) увеличение времени излучательного распада в наночастице в 5 раз по сравнению с массивным кристаллом приводит к падению соответствующего сечения излучения только на 42%. Незначительное падение сечений поглощения накачки и излучения не может вызвать негативных последствий для лазерной среды, тогда как пятикратный рост времени жизни при той же мощности накачки позволяет увеличить накопленную инверсию в лазерном генераторе или усилителе в 5 раз, что резко удешевляет и упрощает лазерную систему.

**Сравнение теории с экспериментальными результатами.** В последующей части статьи будет проведено сравнение формулы

$$\tau_{\text{nano}}/\tau_{\text{bulk}} = \frac{n_{\text{cr}}}{n_{\text{med}}} \left[ \frac{2 + \varepsilon}{3} \right]^2, \quad (21)$$

справедливой для сферических наночастиц размера  $2R \ll \lambda$  при  $c \rightarrow 0$ , с экспериментальными результатами. Для этого были построены зависимости  $\tau_{\text{nano}}/\tau_{\text{bulk}}$  для активированных наночастиц иттрий-алюминиевого граната (YAG) и оксида иттрия ( $\text{Y}_2\text{O}_3$ ) (см. рисунок). В случае, если наночастицы имеют одинаковую форму (морфологию), но не являются сферическими, вместо выражения (21) необходимо руководствоваться общей формулой (12), дающей для отношения величин времени распада выражение

$$\tau_{\text{nano}}/\tau_{\text{bulk}} = \frac{n_{\text{cr}}}{n_{\text{med}}} \left[ 1 / \sum_{\alpha=a,b,c} \left[ \frac{\gamma_{\alpha}}{1 + (\varepsilon - 1)N_{\alpha}} \right]^2 \right]. \quad (22)$$

Чем ближе  $n_{\text{med}}$  к показателю преломления наночастицы  $n_{cr}$ , тем, согласно формуле (22), меньше влияние морфологии наночастиц на скорость излучательной релаксации РЗ иона. Это хорошо иллюстрируют измеренные в работе [8] скорости излучательной релаксации уровня  ${}^4F_{3/2}$  иона  $\text{Nd}^{3+}$  в наночастицах YAG: (0.9 ат.%  $\text{Nd}^{3+}$ ) диаметром  $2R = 20$  нм с малой объемной долей их содержания в различных иммерсионных жидкостях ( $c = 1.1 \cdot 10^{-3}$ ) (светлые кружки на рисунке). Размер кружков соответствует погрешности измерения. Видно, что совпадение экспериментальных точек с теоретической кривой хорошее для  $n_{\text{med}} = 1.55 - 1.85$ . Отклонение экспериментальных данных от теории становится заметным при  $n_{\text{med}} = 1.5$  и увеличивается при уменьшении  $n_{\text{med}}$ , что может быть связано с отклонением формы наночастиц от сферической.

Следует отметить, что при концентрации ионов  $\text{Nd}^{3+}$  (0.9 ат.%) даже на дальней стадии кинетики затухания люминесценции нельзя не учитывать безызлучательную релаксацию вследствие концентрационного тушения Nd–Nd [37]. При этом скорость затухания люминесценции будет определяться суммой скоростей двух процессов: скорости излучательного распада и скорости кросс-релаксационного тушения. Не учет последней будет приводить к завышенным значениям скорости излучательного распада, а следовательно, к заниженным величинам  $\tau_{\text{nano}}$ , что также может приводить к отклонению экспериментальной зависимости  $\tau_{\text{nano}}/\tau_{\text{bulk}}(n_{\text{eff}})$  для YAG:Nd от теоретической. Чтобы минимизировать вклад межцентрового тушения возбуждения в кинетику люминесценции, например, время жизни в кристалле YAG:Nd ( $\tau_{\text{bulk}} = 255$  мкс [38]) определялось при концентрации иона  $\text{Nd}^{3+}$ , существенно меньшей, чем в исследуемых в работе [8] наночастицах. Аналогичная ситуация наблюдается для уровня  ${}^4F_{3/2}$  иона  $\text{Nd}^{3+}$  в наночастицах  $\text{Y}_2\text{O}_3$ : 0.8%  $\text{Nd}^{3+}$  диаметром  $2R = 100 - 300$  нм (рисунок, черные треугольники), где приведены скорости, определенные на дальней стадии кинетики затухания люминесценции [39]. Однако в этом случае дополнительным фактором, понижающим отношение  $\tau_{\text{nano}}/\tau_{\text{bulk}}$ , была значительная величина объемной доли наночастиц в среде  $c$ , пре-небречь которой нельзя (см. формулы (8) и (9), спрavedливые для сферических наночастиц и произвольных значений  $c$ ). Также эксперимент по светодинамическому рассеянию показал, что, вследствие агломерации, в образце  $\text{Y}_2\text{O}_3$ : 0.8%  $\text{Nd}^{3+}$  присутствовали частицы диаметром от 700 нм до 2 мкм. Скорость радиационного распада в таких частицах близка к скорости распада в массивном кристалле, а из-

меренная кинетика затухания люминесценции всего образца должна иметь неэкспоненциальный временной профиль, что в действительности и наблюдалось в [39].

Меньшее отклонение от теоретической кривой по сравнению с ионом  $\text{Nd}^{3+}$  наблюдается для уровня  ${}^2F_{5/2}$  иона  $\text{Yb}^{3+}$  в наночастицах  $\text{Y}_2\text{O}_3$ : 0.3%  $\text{Yb}^{3+}$  диаметром  $2R = 100 - 300$  нм (черные кружки на рисунке), что связано с меньшим влиянием тушения люминесценции ионов  $\text{Yb}^{3+}$  на скорость затухания их люминесценции на дальней стадии кинетики. Наилучшее совпадение с теоретической кривой наблюдается для времени затухания люминесценции уровня  ${}^5D_0$  иона  $\text{Eu}^{3+}$  в наночастицах  $\text{Y}_2\text{O}_3$ : 0.1%  $\text{Eu}^{3+}$  диаметром  $2R = 7 - 10$  нм (черные квадраты на рисунке) [3], которое наблюдается уже при  $n_{\text{med}} = 1.3$ . Отклонение при  $n \rightarrow 1$ , возможно, связано с их значительной объемной долей или отклонением от сферичности. Для иллюстрации поведения зависимости  $\tau_{\text{nano}}/\tau_{\text{bulk}} = f(n_{\text{med}})$  при  $c > 0$  на рисунке приведены кривые, рассчитанные для наночастиц  $\text{Y}_2\text{O}_3$  ( $n_{cr} = 1.84$ ) с учетом формул (8) и (9) при  $c = 0.4$  (рисунок, нижняя штрих-пунктирная кривая) и при  $c = 0.2$  (верхняя штрих-пунктирная кривая).

Таким образом, анализ экспериментальных результатов и теоретических выражений показывает, что излучательные характеристики наночастиц значительно отличаются от характеристик массивного кристалла. Меняя объемную долю наночастиц в суспензии, показатель преломления окружающей наночастицу среды, морфологию и размеры наночастиц, можно управлять их свойствами, создавая новые лазерные и люминесцентные среды с улучшенными характеристиками.

Полученные результаты могут быть также использованы для разработки флюоресцентно-кинетического метода контроля формы наночастиц и степени их агломерации при их последующем использовании для синтеза оптической лазерной керамики, при управлении временем жизни люминесценции нанофосфоров, а также для наблюдения наноагломераторов в органических и биологических структурах.

Авторы выражают благодарность В.В. Осико за обсуждение результатов и интерес к работе, П.П. Федорову, Е.А. Ткаченко и С.В. Кузнецову за предоставление образцов наночастиц  $\text{Y}_2\text{O}_3$ :  $\text{Nd}^{3+}$  и  $\text{Y}_2\text{O}_3$ :  $\text{Yb}^{3+}$  для исследования и О.К. Алимову за помощь при проведении измерений кинетики люминесценции этих наночастиц. Авторы также выражают свою благодарность фондам Российскому фонду фундаментальных исследований (проект # 08-

02-01058-а) и CRDF (проект # RUP2-1517-MO-06) за частичную поддержку исследований.

1. H. P. Christensen, D. R. Gabbe, and H. P. Jenssen, Phys. Rev. B **25**, 1467 (1982).
2. G. L. J. A. Rikken and Y. A. R. R. Kessener, Phys. Rev. Lett. **74**, 880 (1995).
3. R. S. Meltzer, S. P. Feofilov, B. Tissue, and H. B. Yuan, Phys. Rev. B **60**, R14012 (1999).
4. Р. И. Захарченя, А. А. Каплянский, А. Б. Кулинкин и др., ФТТ **45**, 2104 (2003).
5. G. Manoj Kumar, D. Narayana Rao, and G. S. Agarwal, Phys. Rev. Lett. **91**, 203903 (2003).
6. F. Vetrone, J.-C. Boyer, J. A. Capobianco et al., Nanotechnology **15**, 75 (2004).
7. Chang-Kui Duan, Michael F. Reid, and Zhongqing Wang, Physics Lett. A **343**, 474 (2005).
8. K. Dolgaleva, R. W. Boyd, and P. W. Milonni, J. Opt. Soc. Am. B **24**, 516 (2007).
9. A. Einstein, Physik. Z. **18**, 121 (1917).
10. П. А. М. Дирак, *Принципы квантовой механики*, М.: Гос. изд. физ.-мат. литературы, 1960.
11. E. M. Purcell, Phys. Rev. **69**, 681 (1946).
12. A. H. Ораевский, УФН **164**, 415 (1994).
13. P. W. Milonni, J. Mod. Opt. **54**, 2115 (2007).
14. E. Yablonovitch, Phys. Rev. Lett. **58**, 2059 (1987).
15. H. Kuhn, J. Chem. Phys. **53**, 101 (1970).
16. C. K. Carniglia and L. Mandel, Phys. Rev. D **3**, 280 (1971).
17. K. H. Tews, Ann. Phys. (Leipzig) **29**, 97 (1973).
18. H. Morawitz and R. Philott, Phys. Rev. B **10**, 4863 (1974).
19. G. S. Agarwal, Phys. Rev. A **12**, 1475 (1975).
20. W. Lukosz and R. E. Kunz, J. Opt. Soc. Am. **67**, 1607 (1977).
21. R. R. Chance, A. Prock, and R. Sibley, Adv. Chem. Phys. **37**, 1 (1978).
22. H. Khosravi and R. Loudon, Proc. R. Soc. London A **433**, 337 (1991).
23. S. R. Brueck, V. A. Smagley, and P. G. Eliseev, Phys. Rev. E **68**, 036608 (2003).
24. H. Chew, J. Chem. Phys. **87**, 1355 (1987).
25. H. Chew, Phys. Rev. A **38**, 3410 (1988).
26. Fam Le Kien, Nguyen Hong Quang, and K. Hakuta, Opt. Comm. **178**, 151 (2000).
27. В. В. Клинов, М. Дюклуа, В. С. Летохов, Квантовая электроника **31**, 569 (2001).
28. D. V. Guzatov and V. V. Klimov, Chem. Phys. Lett. **412**, 341 (2005).
29. W. B. Fowler and D. L. Dexter, Phys. Rev. **128**, 2154 (1962).
30. G. F. Imbush and R. Kopelman, *Optical spectroscopy of electronic centers in solids, Laser spectroscopy of solids*, Eds. E. W. W. Yen and P. M. Selzer, Berlin etc., Springer, 1981, p. 1–36.
31. S. F. Wuister, Celso de Mello Donega, and A. Meijerink, J. Chem. Phys. **121**, 4310 (2004) и ссылки там.
32. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, М.: Наука, 1982.
33. E. Yablonovitch, T. J. Gmitter, and R. Bhat, Phys. Rev. Lett. **61**, 2546 (1988).
34. J. C. Maxwell Garnett, Philos. Trans. R. Soc. London A **203**, 384 (1904).
35. J. C. Maxwell Garnett, Philos. Trans. R. Soc. London, A **205**, 237 (1906).
36. W. F. Krupke, Phys. Rev. **145**, 325 (1966).
37. Ю. К. Воронько, Т. Г. Мамедов, В. В. Осико и др., ЖЭТФ **65**, 1141 (1973).
38. Т. Т. Басиев, Е. М. Дианов, А. М. Прохоров, И. А. Шербаков, ДАН СССР **216**, 297 (1974).
39. Ю. В. Орловский, О. К. Алимов, Т. Т. Басиев и др., *Люминесценция наночастиц  $Y_2O_3:Nd^{3+}$  для оксидной лазерной керамики*, XIII Всероссийская конференция “Оптика и спектроскопия конденсированных сред”, Краснодар, 2007, Тезисы докладов, с. 74, 75.