

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский университет  
«Высшая школа экономики»

Факультет экономических наук  
Образовательная программа «Экономика»  
Департамент финансов

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА  
БАКАЛАВРА  
на тему  
**«Теория ожиданий временной структуры процентных  
ставок в России»**

Выполнил студент группы БЭК126  
Догадкина Анастасия Арсеньевна

Научный руководитель:  
доцент, к. ф-м.н.,  
Лапшин Виктор Александрович

Рецензент:  
д.ф-м.н., профессор,  
Хаметов Владимир Минирович

---

МОСКВА, 2016

## Оглавление

<b>ВВЕДЕНИЕ .....</b>	<b>4</b>
ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ .....	5
ОПРЕДЕЛЕНИЕ КЛЮЧЕВЫХ ТЕРМИНОВ .....	6
<b>ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ .....</b>	<b>8</b>
ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ .....	8
ТЕОРИИ ВРЕМЕННОЙ СТРУКТУРЫ ПРОЦЕНТНЫХ СТАВОК .....	10
<i>Теория ожиданий .....</i>	<i>10</i>
<i>Теория предпочтения ликвидности .....</i>	<i>12</i>
<i>Теория об изменяющейся во времени премии за срок .....</i>	<i>12</i>
<i>Теория сегментации рынков .....</i>	<i>13</i>
<i>Теория временных предпочтений .....</i>	<i>15</i>
<i>Основные выводы .....</i>	<i>17</i>
МОДЕЛИ КРИВОЙ ДОХОДНОСТИ .....	18
<i>Параметрические модели .....</i>	<i>18</i>
<i>Аффинные структурные модели .....</i>	<i>20</i>
<i>Макроэкономические модели .....</i>	<i>21</i>
ВЫВОДЫ .....	22
<b>ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ .....</b>	<b>24</b>
СКОРРЕКТИРОВАННЫЙ МЕТОД НЕЛЬСОНА-ЗИГЕЛЯ .....	24
<i>Данные .....</i>	<i>24</i>
<i>Тестирование .....</i>	<i>31</i>
ТЕСТИРОВАНИЕ НА ОСНОВЕ ДЮРАЦИЙ .....	33
<i>Данные .....</i>	<i>34</i>
<i>Тестирование .....</i>	<i>35</i>
СРАВНЕНИЕ ПОДХОДОВ .....	36
МОДЕЛЬ С МАКРОЭКОНОМИЧЕСКИМИ ПЕРЕМЕННЫМИ .....	38
ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ .....	44
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....</b>	<b>46</b>
<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....</b>	<b>48</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЯ .....</b>	<b>50</b>

Приложение 1. Графическое представление премии за срочность на основе скорректированной модели Нельсона-Зигеля.....	50
Приложение 2. Регрессии для LPY-теста (на основе данных, полученных с помощью скорректированного метода Нельсона-Зигеля).....	51
Приложение 3. Характеристики используемых государственных облигаций ГКО-ОФЗ .....	53
Приложение 4. Регрессии для LPY-теста (на основе данных, полученных с помощью расчета дюрации).....	56

## Введение

После дефолта России в 1998 году рынок государственных финансовых инструментов стал постепенно восстанавливаться, и его значение растет с каждым годом. Поэтому необходимыми стали новые исследования его структуры и принципов работы.

Одним из показателей, который имеет большое значение для понимания работы финансового рынка, для прогнозирования стоимости различных финансовых инструментов, является безрисковая процентная ставка в стране. Говорить о полностью безрисковой ставке в России мы не можем ввиду нестабильности российской экономики, однако мы будем рассматривать наиболее приближенную к ней версию, доходности российских государственных облигаций, обращающихся на рынке. Использование государственных финансовых инструментов связано с тем, что государство в большинстве стран является наиболее надежным заемщиком, то есть кредитный риск по его обязательствам сведен к минимуму. Более того, анализ государственных облигаций становится проще от того, что в результате их большого обращения в стране и активной торговле ими, не составит большой проблемы нахождение данных для исследования. Однако сразу стоит отметить, что, говоря о доходности как о процентной ставке, обычно имеются ввиду бескупонные государственные облигации, которые в России не обращаются. Поэтому в этом исследовании мы постараемся перейти к бескупонной доходности, используя купонные облигации, при этом не сильно нарушив их структуру и не упустив важные параметры.

Данная работа будет посвящена анализу срочной структуры процентных ставок в России, представленной кривыми бескупонной доходности, то есть соотношению государственных бескупонных доходностей и сроков их погашения. Если бы инвесторы не были

обеспокоены риском изменения процентных ставок в течение инвестиционного периода, доходность по облигациям равнялась бы средней ожидаемой краткосрочной ставке, устанавливаемой государством в течение срока жизни этой облигации. Это происходило бы потому, что инвесторы могут выбрать, покупать им долгосрочную облигацию или же инвестировать свои средства в приобретение серии краткосрочных облигаций, и при этом обе эти стратегии должны были бы иметь одинаковую итоговую доходность, то есть принимается за допущение отсутствие риска, арбитража и дополнительной прибыли за время. Однако такая ситуация является утопической на финансовом рынке, такие допущения имеют место лишь в теории. На практике инвесторы в большинстве своем не склонны к риску и поэтому ожидают дополнительную премию в виде большей ожидаемой доходности от инвестирования в долгосрочные облигации. Эта дополнительная ожидаемая отдача также известна как «премия за срочность» (term premium). Таким образом, доходность долгосрочной облигации может быть разложена на две составляющие – ожидания относительно будущих процентных ставок, а также премию за срочность. Обе эти компоненты являются очень полезной информацией для участников финансового рынка. Во-первых, ожидаемые будущие краткосрочные ставки отражают отношение инвесторов к монетарной политике, проводимой государством. Во-вторых, премия за срочность отражает уверенность инвесторов в «завтрашнем дне» или, другими словами, степень неопределенности относительно будущих процентных ставок и размер дополнительного дохода, который участники финансового рынка ожидают за нее получить.

### **Постановка задачи**

Если российский рынок адекватно описывается теорией ожиданий, то это означает, что текущие процентные ставки содержат в

себе информацию относительно будущих процентных ставок, что можно описать формулой:

$$R_t^{(n)} = \left(\frac{1}{k}\right) \sum_{i=0}^{k-1} E_t R_{t+mi}^{(m)} + c$$

Данная формула говорит о том, что процентная ставка срочности  $n$  в текущий момент времени равняется некой константе и среднему текущей и будущих процентных ставок срочности  $m$  (где  $n > m$ ) до наступления  $n-m=(k-1)m$  момента в будущем. При этом сумма коэффициентов процентных ставок срочности  $m$  равняется единице. Что касается параметра  $c$ , он отражает премию за срочность, ожидаемый дополнительный доход за инвестирование в ставку срочности  $n$  вместо серии краткосрочных ставок срочности  $m$ . В рамках теории ожиданий предполагается, что  $c$  может меняться в зависимости от размера  $n$  и  $m$ , но она постоянна во времени.

Основной задачей данной работы будет проверка, выполняется ли теория ожиданий на российском рынке. И в противном случае, который как раз и ожидается, будет проведен дополнительный анализ для понимания того, как происходит формирование временной структуры процентных ставок на российском рынке.

Также будет проведена попытка включения в модель макроэкономических переменных, которые могут иметь влияние на российские процентные ставки. Ожидается, что включение таких переменных даст более точное описание временной структуры процентных ставок.

### **Определение ключевых терминов**

Прежде, чем перейти к основной части работы, для ее понимания необходимо ознакомиться с рядом использовавшихся в работе терминов и понятий:

*Бескупонная кривая доходности* – кривая, отражающая значения бескупонных доходностей для различных сроков до погашения.

*Временная структура процентных ставок* - соотношение между доходностями ценных бумаг с фиксированным доходом (например, государственные облигации) и сроком до их погашения.

*Дюрация* – показатель, предложенный экономистом Макколлеем. Используется для расчета эффективной срочности инструментов финансового рынка с постоянной фиксированной доходностью. Рассчитывается как средневзвешенный срок до погашения финансового инструмента (взвешивается по приведенной к настоящему моменту времени стоимости).

*Премия за срок (term premium)* – дополнительный доход, которые инвесторы ожидают получить за инвестирование в долгосрочные ценные бумаги.

*Спот-ставка* – процентная ставка в текущий момент времени

*Форвардная ставка* – будущие процентные ставки, которые рассчитываются на основании текущей структуры кривой доходности

## Основная часть

### Обзор литературы

В настоящее время существует много работ, посвященных изучению поведения процентных ставок, однако сразу стоит отметить, что почти все эти работы являются зарубежными, в то время как в России качественных работ, посвященной данной теме достаточно мало. В первую очередь это, конечно, связано с тем, что финансовый рынок в России стал развиваться относительно недавно и до сих пор законы, по которым он работает, не стабильны, что делает анализ достаточно сложным, а где-то даже пока и невозможным.

Работы, о которых будет сказано в данном исследовании, можно условно разделить на три категории: работы, посвященные тому, как формируется временная структура процентных ставок, работы, предлагающие модели построения кривых доходности и работы, которые на основе реальных данных пытаются описать поведение процентных ставок в конкретных странах.

О первых двух категориях в данном разделе сказано не будет, так как они будут достаточно подробно рассмотрены в следующих двух разделах. А на последней категории работ далее в этом разделе будет сказано подробнее.

Особое значение для данной работы имеют статьи [A Three-Factor Yield Curve Model: Non-Affine Structure, Systematic Risk Sources, and Generalized Duration]<sup>1</sup>, [Evaluating the robustness of UK term structure decompositions using linear regression methods]<sup>2</sup>, в которых был проведен анализ, похожий на то, что будет сделано в данной работе в практической части, только эти статьи основываются на американских и английских

---

<sup>1</sup> Francis X. Diebold (2008)

<sup>2</sup> Malik S., Meldrum A. (2014)



данных соответственно. Интересно будет также сравнить результаты, полученные в разных странах.

В первой статье, которая была написана в 2008 году был использован эмпирический подход для определения общих факторов, которые влияют на доходность американских государственных облигаций. Такой подход был противопоставлен простому анализу дюраций ценных бумаг. Было показано, что большая часть изменений доходностей всех ценных бумаг с фиксированным доходом может быть объяснена с помощью трех факторов, а именно, максимальным уровнем кривой доходности, ее наклоном и кривизной. Такая трехфакторная модель была представлена авторами для анализа хеджирования. Также была показана разница между хеджированием на основе дюраций и использованием трехфакторной модели. Рассмотрение воздействия на финансовый портфель каждого из трех факторов, как было показано в статье, помогает инвесторам добиться лучшей хеджирующей позиции, чем той, которой они могут добиться, минимизируя процентный риск с использованием показателя дюрации, и стремясь к тому, чтобы средневзвешенный срок погашения пассивов был равен нулю.

В статье, написанной в 2014 году английскими исследователями, Маликом Ш. и Мелдрамом А., оценивается устойчивость премии за срочность, полученной с помощью аффинных структурных моделей на английских данных. Было показано, что такой подход к моделированию кривой доходности не противоречит спецификации стандартных тестов. Более того, было выявлено, что премия за срочность не является циклической и положительно зависит от неопределенности относительно будущей инфляции. Также было показано, что временные премии устойчивы к включению в модель макроэкономических переменных. Однако включение в модель ожиданий относительно будущих краткосрочных ставок на основе опросов людей, работающих в

экономических сферах и имеющих хорошее представление о работе финансового рынка, привели к ухудшению модели, что было показано с помощью стандартных тестов спецификации модели, а также проанализировано с точки зрения экономической правдоподобности оцененной премии. Более того, в статье было показано, что введение нулевой нижней границы премии внутри временной структуры процентных ставок не имеет большого влияния на оценки долгосрочных ставок.

### **Теории временной структуры процентных ставок**

В данном разделе будут рассмотрены различные теории относительно того, как именно формируется временная структура процентных ставок. Будет сказано о недостатках и преимуществах каждой из теорий.

#### ***Теория ожиданий***

Теория ожиданий временной структуры процентных ставок является наиболее применимой и проверяемой на практике. Основное положение данной теории заключается в том, что с помощью долгосрочных спотовых процентных ставок можно прогнозировать будущие краткосрочные процентные ставки. Данную теорию можно разделить на два подкласса, чистую теорию ожиданий и просто теорию ожиданий.

Если говорить о чистой теории ожиданий, то она представляет собой некую идеализированную ситуацию на рынке, когда долгосрочная спот-ставка равна среднему из будущих краткосрочных ставок, то есть предполагается абсолютное отсутствие неопределенности на рынке, а также рациональность инвесторов и нейтральность их к риску. Однако очевидно, что такие допущения очень далеки от реальной ситуации на рынке и необходима была какая-то корректировка такой теории.

Впоследствии дальнейшее развитие рассматриваемой модели преодолело эти противоречия. В новую версию теории ожиданий была включена премия за срочность, которая равняется одинаковой для облигаций различной срочности постоянной величине.

Теория ожиданий имеет ряд преимуществ и недостатков с точки зрения объяснения формы кривых доходности. Прежде всего стоит отметить, что она дает разумное объяснение того факта, что доходности облигаций разной срочности изменяются в одном направлении. Если сегодня на рынке наблюдается рост спотовых краткосрочных ставок, и такой рост воспринимается участниками финансового рынка как долгосрочный эффект, то растут и долгосрочные спот-ставки.

Более того, данная теория объясняет также и положительный наклон кривой доходности в ситуации, когда краткосрочные ставки находятся на низком уровне и, отрицательный наклон в обратном случае. При низком уровне краткосрочных спот-ставок участники финансового рынка ожидают их роста в будущем или снижения в случае, когда они высоки. Такая ситуация подводит нас к тому, что долгосрочные ставки по облигациям равны среднему краткосрочных ставок, которые устанавливаются на финансовом рынке в течение обращения этих долгосрочных облигаций. Также теория ожиданий объясняет и большую изменчивость краткосрочных ставок, если сравнивать их с долгосрочными.

Однако несмотря на все положительные стороны данной теории, стоит также упомянуть и о ее недостатках. Во-первых, теория ожиданий не может объяснить почему иногда кривая доходности может иметь отрицательный наклон. Более того, исходя из данной теории, если участники финансового рынка ожидают, что уровень краткосрочных процентных ставок в будущем меняться не будет, временная структура должна стремиться к горизонтальной прямой, тогда как на практике такая ситуация почти никогда не наблюдается. Такое противоречие дало ход

развитию нового направления в теориях описания срочной структуры процентных ставок, теории предпочтения ликвидности.

Таким образом, теория ожиданий способна объяснить достаточно сложную структуру кривой доходности, однако она не может объяснить тот факт, что большую часть времени долгосрочные процентные ставки находятся на уровне выше, чем краткосрочные. Стоит также отметить, что большинство практических исследований, проводимых на основе теории ожиданий, показало, что хотя теория ожиданий в чистом виде полностью не соответствует реальной ситуации на рынке, однако она адекватна с точки зрения общей тенденции того, что информация о форвардных краткосрочных ставках содержится в текущих долгосрочных ставках<sup>3</sup>.

### ***Теория предпочтения ликвидности***

Следующая теория, о которой уже было упомянуто выше – теория предпочтения ликвидности. Основное положение данной теории заключается в том, что будущая премия за срок не меняется во времени, но при этом находится в зависимости от срочности облигации. То есть, приобретая облигации с большим сроком до погашения, инвесторы видят больший риск от такой операции и, поэтому ожидают большую премию за срок.

Так же как и теория ожиданий, теория предпочтения ликвидности способна объяснить тот факт, что текущие краткосрочные и долгосрочные ставки двигаются в одном направлении, и так же не может объяснить отрицательный наклон кривой доходности.

### ***Теория об изменяющейся во времени премии за срок***

Дальнейшее изучение природы процентных ставок пошло в направлении поиска ответа на вопрос: постоянна ли премия за срок во времени, либо она зависит от каких-то других факторов.

---

<sup>3</sup> См. Campbell, Shiller (1991)

Это привело к зарождению новой теории, которая говорит о том, что премия за срок зависит не только от различий в сроках до погашения облигаций, но также и других экзогенных факторов, непостоянных во времени. Таким образом, в рамках этой теории было дано объяснение, почему в некоторых случаях кривая доходности может иметь отрицательный наклон.

В работах в рамках данной теории предлагались различные виды экзогенных переменных, способных оказывать влияние на премию за срочность. В большинстве случаев рассматривались макроэкономические переменные, связывающие изменения премии за срок с экономическими циклами и дающие объяснение возможного отрицательного наклона кривой доходности в результате изменения деловой активности участников рынка во времени. Изучалось также влияние фискальной и монетарной политики на изменение форвардных краткосрочных и долгосрочных ставок.

### ***Теория сегментации рынков***

Следующим этапом по изучению поведения процентных ставок стала теория сегментации рынков. В рамках этой теории было выдвинуто предположение о том, что разные участники финансового рынка могут основываться также и на каких-то своих, не связанных напрямую с доходностью и рисками, предпочтениях при выборе срока на который они будут инвестировать свои средства в облигации. То есть, говоря другими словами, рынок поделен на некие ниши, сегменты, в которых оперируют определенные группы инвесторов. И каждый такой сегмент ограничен с точки зрения предпочтений, законодательства, экономических условий и пр.

Так, например, для некоторых организаций существуют определенные требования по ликвидности их активов, следовательно, скорее всего, такие организации будут инвестировать свои средства в

ценные бумаги с меньшим сроком до погашения. Напротив, компании, которые заключают долгосрочные сделки, например, страховые компании, хотят захеджировать свои риски, связанные с изменением экономических условий в будущем и, поэтому вкладываются в ценные бумаги с большим сроком до погашения.

Таким образом, внутри разных сегментов возникает разная структура спроса на ценные бумаги разной срочности, что влияет в разной степени на структуру предложения. Можно сказать, что прямой связи между процентными ставками разной срочности нет. Согласно теории сегментации рынков, существуют отдельные рынки для ценных бумаг разной срочности, на которых по-разному выстраиваются спрос и предложение, причем наибольшее значение в построении спроса играют не спекулятивные игроки, прогнозирующие процентные ставки и старающиеся добиться максимальной прибыли, а участники рынка, основной целью которых является хеджирование риска изменения процентных ставок с помощью построения оптимального портфеля своих активов и обязательств. Таким образом, согласно рассматриваемой теории, для понимания временной структуры процентных ставок необходимо понимать, какие предпочтения имеют наиболее крупные инвесторы внутри своих сегментов.

В большинстве случаев спрос в различных сегментах больше направлен на краткосрочные инструменты, тогда как эмитенты ценных бумаг больше заинтересованы в выпуске более долгосрочных инструментов. В связи с этим в большинстве случаев на рынке устанавливается равновесие, при котором долгосрочные ставки превышают краткосрочные, однако, если значительно растет спрос со стороны сегментов с долгосрочными инвесторами, таких как пенсионные фонды, страховые организации и т.п., то ситуация может измениться, и угол кривой доходности снизится.

Таким образом, рассматриваемая теория говорит о том, что то, как будет выглядеть временная структура процентных ставок, объясняется уровнем спроса и предложения на ценные бумаги различной срочности в разных сегментах рынка, которые функционируют независимо друг от друга. Такое положение теории делает невозможным прогнозирование будущих изменений условий рынка из текущей структуры процентных ставок, что делает теорию сегментации рынка несовместимой с рассматриваемой ранее теорией ожиданий. Впоследствии компромисс был найден в рамках теории, которая будет рассмотрена в следующем разделе.

### ***Теория временных предпочтений***

В этом разделе мы рассмотрим теорию временных предпочтений, которая больше приближена к практике, чем теория ожиданий и при этом позволяет прогнозировать изменения форвардных процентных ставок на основе текущей информации о временной структуре, что было невозможно сделать в рамках теории сегментации рынка. Согласно данной теории участники финансового рынка стремятся к как можно большему сокращению процентного риска. То есть, если они решают принять на себя этот риск, то ожидают дополнительной доходности по такой инвестиции.

Говорить о временной структуре процентных ставок на основе только лишь доходностей и времени до погашения облигаций было бы неправильно. В своей работе Б. Малкиел<sup>4</sup> показал, что цена облигации также зависит и от других ее характеристик, таких, например, как размер купонных выплат или частота этих выплат. И для того, чтобы эти характеристики были учтены был придуман новый показатель, именуемый дюрацией.

Дюрация (дюрация Макколея) позволяет оценить эффективную срочность ценных бумаг, которые имеют постоянный фиксированный доход, и рассчитывается как средневзвешенный срок потока платежей по

---

<sup>4</sup> B. Malkiel, "Expectations, bond prices, and the term structure of interest rates", 1962

финансовому инструменту до получения выплат, в котором весами является их приведенная стоимость. Макколей в качестве ставки дисконтирования использовал доходность к погашению или показатель IRR (внутренняя норма доходности).

Общая формула для расчета дюрации выглядит следующим образом:

$$D = \frac{\sum_{i=1}^T (t_i - t_0) * \frac{CF_i}{(1+r)^{\frac{t_i - t_0}{365}}}}{P}, \text{ где}$$

$D$  – дюрация;

$CF$  – платеж по финансовому инструменту в момент времени  $t_i$ ;

$t_0$  – текущая дата;

$t_i$  – дата  $i$ -й выплаты;

$T$  – общее количество выплат;

$P$  – текущая цена финансового инструмента;

$r$  – ставка дисконтирования.

В случае непрерывного исчисления процентов формула дюрации принимает следующий вид:

$$D = \frac{\sum_{i=1} (t_i - t_0) * CF_i * e^{-r * (t_i - t_0)}}{P}, \text{ где}$$

$$P = \sum CF_i * e^{-r * (t_i - t_0)}$$

Таким образом, очевидно, что если мы имеем дело с бескупонной облигацией, ее дюрация полностью совпадает со сроком ее погашения, тогда как в случае с облигациями с купонными выплатами их дюрация меньше, чем срок до погашения.

Дюрация помогает приблизительно рассчитывать то, как изменится цена облигации при изменении доходности к погашению,



причем с увеличением дюрации растет чувствительность цены финансового инструмента к доходности до погашения и, следовательно, растет размер возможных потерь участника финансового рынка в случае сдвига временной структуры в неблагоприятную сторону. Однако стоит отметить, что зависимость между ценой финансового инструмента и его доходностью к погашению не линейна. Чувствительность цены становится больше к снижению доходности, чем к ее увеличению. Более того, финансовые инструменты с одинаковой дюрацией могут в разной степени реагировать на изменения доходности к погашению.

Изучение того, как цена облигации зависит от ее доходности, позволяет получить оценку чувствительности финансовых инструментов с неизменной доходностью к изменению процентных ставок. Однако стоит отметить, что такой подход имеет свои недостатки. Использование в расчетах доходности к погашению делает невозможным точное нахождение характеристик совокупности нескольких финансовых инструментов с помощью характеристик отдельно взятых, входящих в эту совокупность, финансовых инструментов. Более того, с помощью такого подхода нельзя проанализировать изменение цен облигаций в ответ на изменение формы срочной структуры процентных ставок.

### ***Основные выводы***

Таким образом, рассмотрев различные подходы к объяснению временной структуры процентных ставок, можно сделать вывод о том, что каждая из теорий имеет свои достоинства и недостатки, о которых было сказано.

В практической части данного исследования основной упор будет сделан на проверке теории ожиданий на российском рынке. Была выбрана именно эта теория, так как она является хорошей основой для дальнейшего тестирования. Во-первых, ее относительно несложно проверить, и, во-вторых, полученные результаты позволяют получить достаточно

обширную информацию о поведении премии за срочность во времени. И, если теория ожиданий не будет подтверждаться, мы сместимся к другим теориям для поиска приближенного к реальным данным объяснения временной структуры процентных ставок.

## **Модели кривой доходности**

### ***Параметрические модели***

Начало исследования параметрических моделей было положено Нельсоном и Зигелем в 1987 году<sup>5</sup>. Подход, описанный авторами, предполагает, что в кривой доходности могут быть выделено три фактора:  $\beta_0$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ , которые будут отвечать за динамику разной срочности (кратко-, средне- и долгосрочную). Общий вид функции дисконтирования данной модели представлен ниже:

$$d(t) = \exp(-r(t)t) = \exp\left(-\int_0^t f(x)dx\right)$$

А функция форвардной ставки, которая ставит в соответствие значение процентной ставки сроку заимствования, принимает следующий вид:

$$f(t) = \beta_0 + \beta_1 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \beta_2 \frac{t}{\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

Фактор  $\beta_0$  отражает средний уровень оцениваемой кривой доходности,  $\beta_1$  – то, к какой величине стремится процентная ставка в долгосрочном периоде,  $\beta_2$  – величину горба на кривой.

Весь процесс построения кривой доходности данным методом можно разделить на два этапа: построение регрессионных моделей и дальнейшая оптимизация. Сначала для определения неизвестных параметров  $\beta_0$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  на каждую доступную дату строятся регрессии при различных значениях параметра  $\tau$  (обычно с шагом 0.1). Далее

---

<sup>5</sup> Nielson, Siegel (1987)

определяется  $\tau$ , которая наилучшим образом приближает модель к реальным данным.

Такой метод достаточно прост и на его реализацию уходит не так много времени. Важно отметить, что модель Нельсона-Зигеля направлена не на прогнозирование будущей временной структуры процентных ставок, а на анализ доходности, которая превышает доступный интервал сроков.

Исследуя структуру процентных ставок на данных Швеции Свенссон обнаружил, что модель Нельсона-Зигеля недостаточно гибкая, когда описываются некоторые отдельные участки кривой доходности. Свенссон расширил модель Нельсона-Зигеля, новая модель позволила получать более разнообразные формы кривых доходностей и получила название «модель Свенссона»<sup>6</sup>. В данной модели добавлен еще один параметр,  $\beta_3$ , который описывает второй горб на кривой доходности:

$$f(t) = \beta_0 + \beta_1 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \beta_2 \frac{t}{\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \beta_3 \frac{t}{\tau_2} \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right)$$

В процессе оценивания неизвестных параметров модели достаточно часто сначала используют значения параметров модели Нельсона-Зигеля и при этом проверяют значимость дополнительного коэффициента из модели Свенссона. Если добавление дополнительного слагаемого значительно улучшает качество кривой доходности, приближает ее к реальным рыночным данным, используется данная модель, в противном случае остается базовая модель Нельсона-Зигеля. Такой алгоритм используется, например, Национальным банком Бельгии при построении кривой бескупонной доходности. Однако в большинстве стран все же используется модель Нельсона-Зигеля, иногда со своими корректировками. Это связано с тем, что, во-первых, такая модель проще, и, во-вторых, полученные с помощью нее результаты более устойчивы.

---

<sup>6</sup> Svensson L.O. (1994)

В класс параметрических моделей входят также и сплайновые модели. В таких моделях используется кусочное приближение отдельных частей кривой доходности специальными сплайновыми функциями, то есть в такой модели число параметров больше, чем входящих данных. Для того, чтобы обеспечить гладкость кривой, используются полиномы разной степени (чем выше степень, тем выше точность модели), чаще всего квадратичные или кубические, а также производится подбор параметров соседних участков кривой таким образом, чтобы их производные (того же порядка, что и используемые полиномы) совпадали на стыке. Однако если число рассматриваемых отрезков сплайна очень велико, можно потерять необходимую гладкость кривой. Поэтому в дальнейшем был разработан новый метод сглаживающих сплайнов, который помогает избежать данной проблемы путем исключения некоторых узловых точек с наименьшей потерей качества модели.

Использование сплайновых моделей дает адекватные результаты только в том случае, если имеется большое количество данных, которые равномерно распределены по срочности. При этом такие модели позволяют построить кривую доходностей только в промежутке между минимальным и максимальным сроком до погашения облигаций, входящих в модель в качестве исходных данных, что является существенным недостатком данной модели, если необходим анализ ставок большой срочности, по которым сложно найти ценные бумаги с таким же сроком до погашения.

### ***Аффинные структурные модели***

Еще один достаточно популярный и быстро развивающийся подход к объяснению временной структуры процентных ставок – АСМ модели (аффинные структурные модели). В таких моделях заложен принцип отсутствия арбитража, то есть предполагается, что стратегии

инвестирования на длительный срок и пролонгации краткосрочных вложений эквивалентны:

$$1 + tR^{LR} = (1 + R^{SR})(1 + E(R^{SR}))^{t-1}, \text{ где}$$

$t$  – срок долгосрочного вложения

Такая зависимость отражает то, что ожидание инвесторами снижения будущих краткосрочных ставок ведет к снижению текущих долгосрочных ставок.

Основные работы, описывающие безарбитражные модели – это статьи Васичека (1977г.)<sup>7</sup> и Кокса (1985г.)<sup>8</sup>.

Впоследствии такие модели были пересмотрены и возникло новое направление – аффинные структурные модели. В таких моделях процентные ставки находятся в зависимости от некоторых ценовых факторов, которые находятся из имеющихся данных о процентных ставках разной срочности в разные моменты времени.

Такой подход к изучению кривой доходности был рассмотрен в работах Даффи и Кана в 1996г.<sup>9</sup>, а также Даи и Синглентона в 1998 году.

### ***Макроэкономические модели***

Еще один подход к изучению кривой доходности – это использование в модели различных макроэкономических переменных. Так, зачастую в модели вводится информация относительно ожидаемой инфляции, безработицы, различные показатели ликвидности и т.д.

Так, например, в описанной ранее статье [Evaluating the robustness of UK term structure decompositions using linear regression methods] авторы включали в модель скорректированный на сезонность показатель безработицы, уровень ожидаемой инфляции, полученный на основе опросов населения, а также ожидаемое изменение уровня ВВП страны.

---

<sup>7</sup> Vasicek (1977)

<sup>8</sup> Cox, J.C., J.E. Ingersoll and S.A. Ross (1985)

<sup>9</sup> Duffie, Kan (1996)

Зачастую включение макроэкономических показателей в модель делает моделирование временной структуры процентных ставок более точным, однако зачастую бывает трудно определить, какие именно макроэкономические показатели имеют реальное влияние на кривую доходностей.

Также в статье британских ученых (M. Modugno, K. Nikolau)<sup>10</sup> было показано, что включение в модель информации о зарубежных временных структурах процентных ставок также улучшают ее.

Важно отметить, что такой подход может использоваться только лишь для получения качественной кривой доходностей, тогда как для прогнозирования он не очень хорош, в первую очередь, по причине того, что для этого требуется иметь прогнозные значения всех макроэкономических переменных, что получить зачастую достаточно сложно, да и дисперсия по этим переменным может оказаться настолько велика, что прогноз будет очень неточным.

## **Выводы**

Таким образом, в данной главе были рассмотрены основные теории и положения относительно объяснения временной структуры процентных ставок, а также рассмотрены виды построения кривой доходности. Каждая теория и метод имеет свои достоинства и недостатки. Эталонной модели на данный момент не существует. Это, в первую очередь, связано с тем, что мировая экономика не стоит на месте, она меняется с каждым днем, становятся необходимыми все новые и новые исследования ее поведения. Более того, экономики разных стран также сильно различаются между собой, и для каждой из них необходима своя теория, своя модель.

---

<sup>10</sup> Modugno, M., and K. Nikolaou (2009): "The forecasting power of international yield curve linkages," Working Paper Series 1044, European Central Bank

В следующей части данного исследования будет рассмотрена временная структура процентных ставок на российском рынке. Будет проведен анализ того, выполняется ли теория ожиданий в чистом или общем виде. Ожидается, что данная теория выполняться не будет, поэтому в этом случае для лучшего понимания того, как процентные ставки устроены в России, будет проведен дополнительный анализ.

## **Практическая часть**

В данном разделе представлена практическая часть работы, в рамках которой тестируется выполнение теории ожиданий на российском рынке. То есть, другими словами, мы попытаемся понять, какая информация содержится в текущих процентных ставках относительно будущих доходностей, а также, как устроена премия за срочность: есть ли она на Российском рынке, постоянна ли и от каких условий рынка зависит.

Исследование посвящено именно российскому рынку, поэтому в качестве материала были взяты обращающиеся российские государственные облигации. Как уже было сказано ранее, в процессе сбора данных возникла существенная проблема: на российском рынке не обращаются бескупонные государственные облигации. Поэтому в рамках данного исследования были взяты купонные государственные облигации, из которых далее будут получены значения бескупонной доходности с учетом купонного эффекта. Для получения таких доходностей использовалось два метода: расчет с помощью дюрации и на основе скорректированного метода Нельсона-Зигеля.

### **Скорректированный метод Нельсона-Зигеля**

#### ***Данные***

На сайте Московской Биржи<sup>11</sup> представлена методология расчета бескупонных доходностей, на основе которой каждый день рассчитывается кривая бескупонных доходностей (КБД). База расчета состоит из государственных облигаций (ГКО-ОФЗ) и пересчитывается каждые три месяца. В базу не входят облигации сроком до погашения менее трех месяцев, а также те облигации, у которых есть хотя бы одна неустановленная купонная ставка, или эта купонная ставка не является фиксированной, постоянной величиной. При выборе, какие облигации войдут в базу, учитывается среднесуточный объем торгов в режиме

---

<sup>11</sup> <http://moex.com>



основных торгов и среднее количество сделок в день. Далее для облигаций, которые обладают необходимыми параметрами, рассчитывается показатель ликвидности, формула которого представлена ниже:

$$L_m = \left(\frac{T_m}{\bar{T}}\right)^{0.8} * \left(\frac{V_m}{\bar{V}}\right)^{0.2}, \text{ где}$$

$T_m$  – число сделок, которые были совершены с  $m$ -ым выпуском рассматриваемых облигаций в прошлом;

$V_m$  – объем сделок с  $m$ -ым выпуском облигаций в прошлом;

$\bar{T}$  – среднее арифметическое  $T_m$ ;

$\bar{V}$  – среднее арифметическое  $V_m$ .

Далее отбираются те виды облигаций, индикатор ликвидности по которым составлял не менее 0.4.

Модель, которая используется Московской Биржей для расчета бескупонных доходностей – параметрическая модель Нельсона-Зигеля, о которой уже говорилось ранее. Однако используется она не в чистом виде, а с добавлением некой корректировки<sup>12</sup> (см. вторую строку в формуле ниже), которая позволяет добиться более точного описания КБД на начальном участке:

$$R(t) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \frac{\tau}{t} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] - \beta_2 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \\ + g_1 \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) + g_2 \exp\left(-\frac{(t-1)^2}{2}\right) + g_3 \exp\left(-\frac{(t-2)^2}{2}\right)$$

Расчет искомых параметров ведется непрерывно с каждой совершенной сделкой по облигациям, которые были включены в базу. После нахождения всех параметров рассчитывается сама кривая бескупонной доходности по формуле:

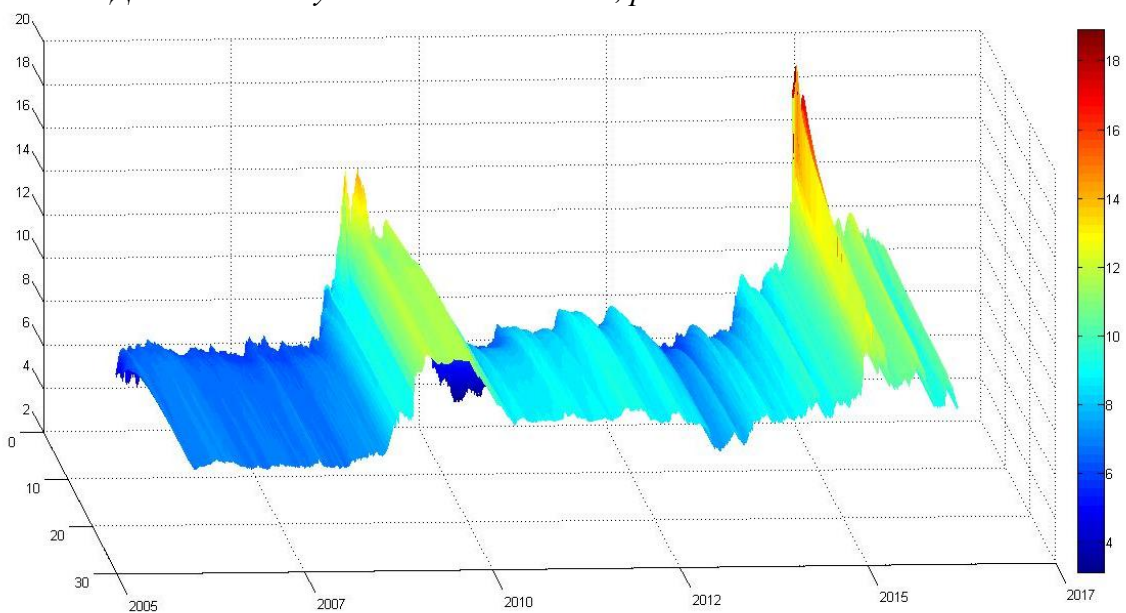
---

<sup>12</sup>

$$Y(t) = 10000 \left[ \exp \left( \frac{R(t)}{10000} \right) - 1 \right]$$

Далее на сайте Московской биржи публикуется база ежедневных рассчитанных параметров модели, кривая бескупонной доходности и некоторые значения бескупонной доходности. В рамках данного исследования мы воспользуемся базой рассчитанных параметров и с их помощью сможем вычислить бескупонную доходность любой срочности. На рисунке 1 показана динамика рассчитанных в программе Matlab бескупонных доходностей, начиная с 2005г. и заканчивая началом 2016 года.

*Рис. 1. Динамика бескупонных доходностей, рассчитанных на основе ГКО-ОФЗ*



Немного также стоит сказать о том, какие формы принимают кривые бескупонной доходности в зависимости от текущих экономических условий в стране. Всего существует четыре типичных формы кривых (см. рис. 2).

На рисунке 2.а показана кривая доходности вида горизонтальной прямой, то есть в таком случае процентная ставка не меняется для различных сроков до погашения. Очевидно, что такая ситуация на рынке

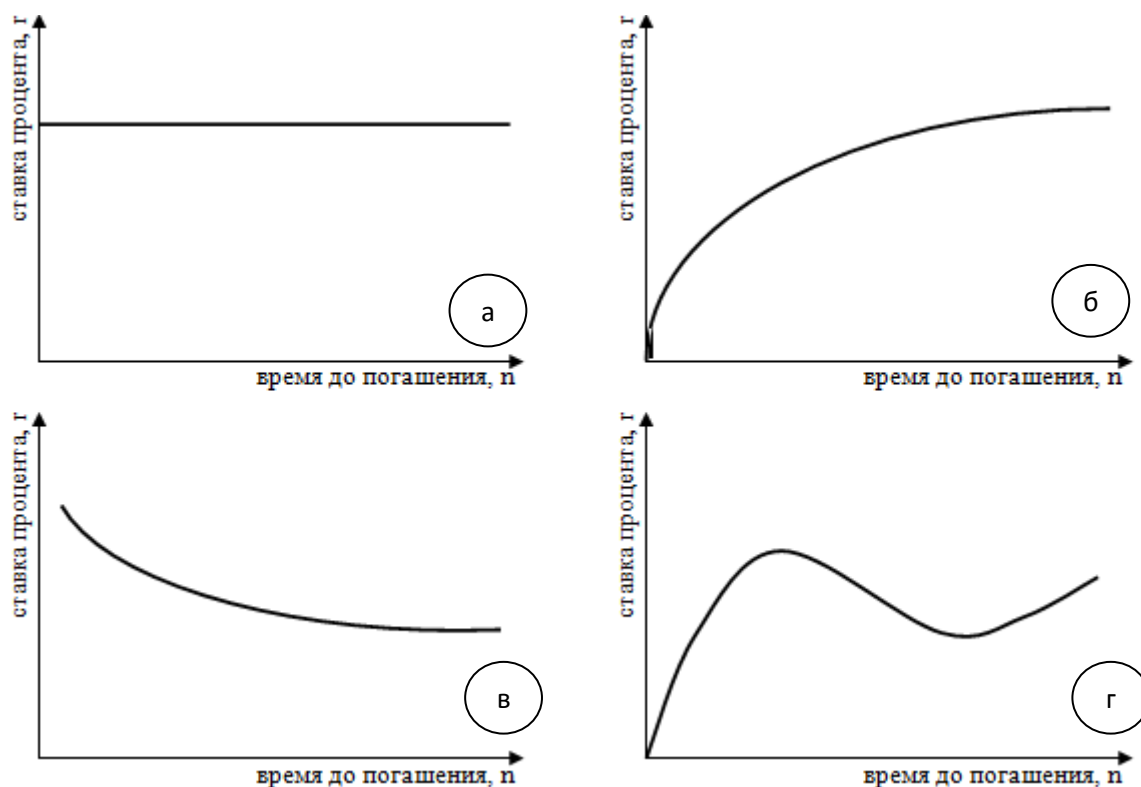
невозможна, либо крайне маловероятна, потому что инвесторы имеют какие-либо ожидания о будущей конъюнктуре рынка и для них не безразлично на какой срок инвестировать свои средства.

На рисунке 2.б показана ситуация, когда величина процентной ставки растет с ростом срока до погашения. Такая кривая доходностей является наиболее распространенной для нормальных рыночных условий, так как с ростом срока до погашения растет неопределенность относительно будущих рыночных условий, инвесторы понимают, что экономическое положение в стране в долгосрочной перспективе может поменяться и ожидают за этот риск дополнительную премию.

На рисунке 2.в показана ситуация, обратная 2.б. Кривая доходностей в данном случае является вогнутой и убывающей. Такой случай может наблюдаться на рынке, когда в стране начинает интенсивно расти инфляция и правительство для ее сдерживания уменьшает предложение денег и повышает краткосрочную процентную ставку. Также такая форма кривой может возникнуть в том случае, если участники финансового рынка ожидают спад в экономике.

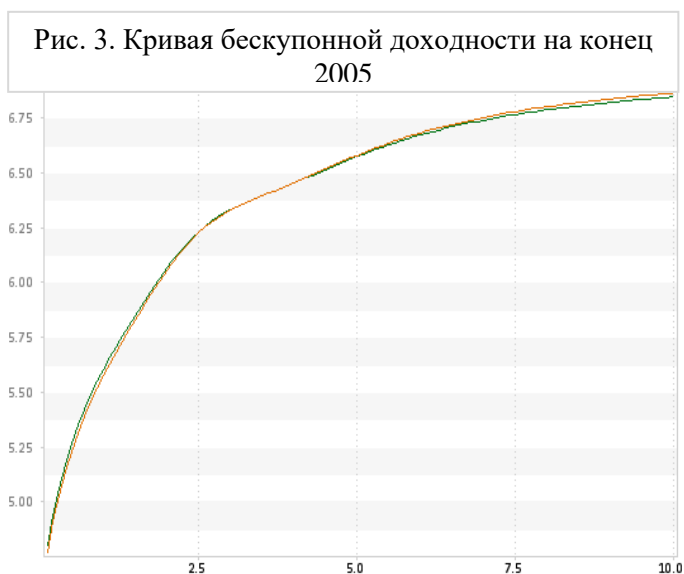
На последнем рисунке (г) можно увидеть ситуацию, когда краткосрочные и долгосрочные процентные ставки ниже среднесрочных, то есть участники финансового рынка вначале ожидают получить дополнительную премию за срок в среднесрочной перспективе, однако они очень не уверены в экономической ситуации в долгосрочной перспективе, хотят захеджировать свои риски, инвестируя в ценные бумаги большого срока до погашения, то есть на них растет спрос, отчего процентная ставка падает.

Рис. 2. Виды кривых доходности



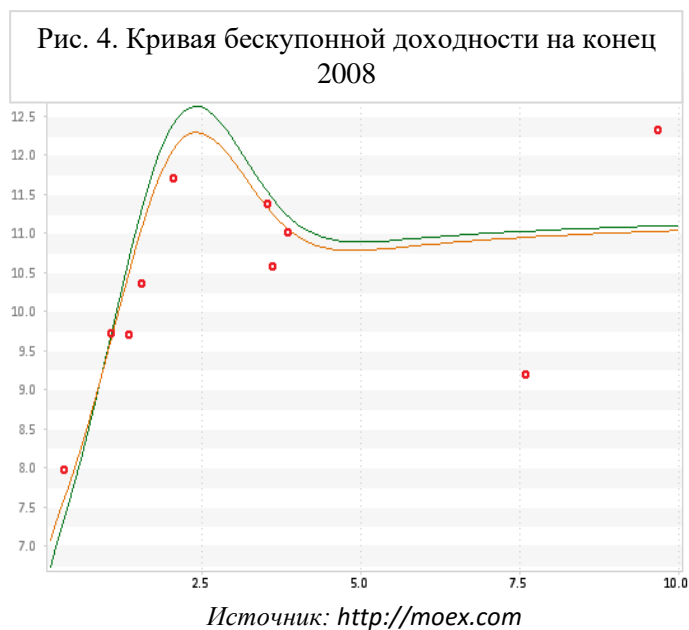
Что касается российского финансового рынка, на нем в разные периоды времени можно увидеть самые разные формы кривых доходностей, кроме, разве что, случая (а).

Так, например, в конце 2005 года, когда на рынке наблюдалась относительная стабильность и экономический рост, кривая соответствовала случаю (б) для нормальных рыночных условий (см. рис 3)

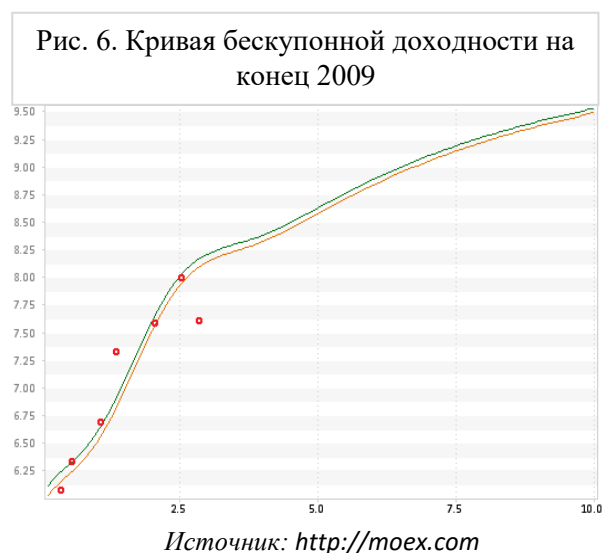
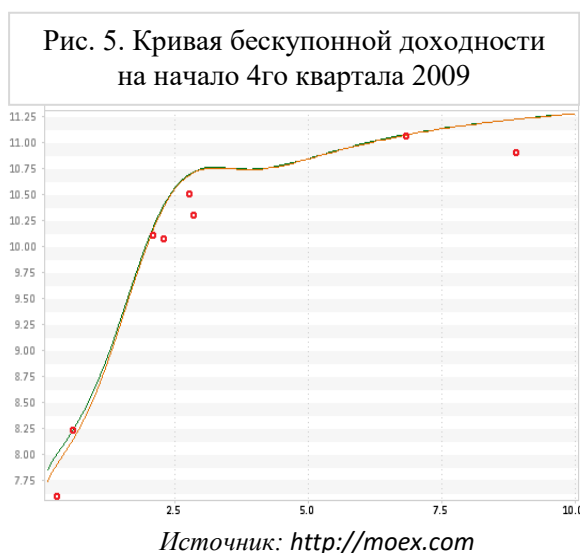


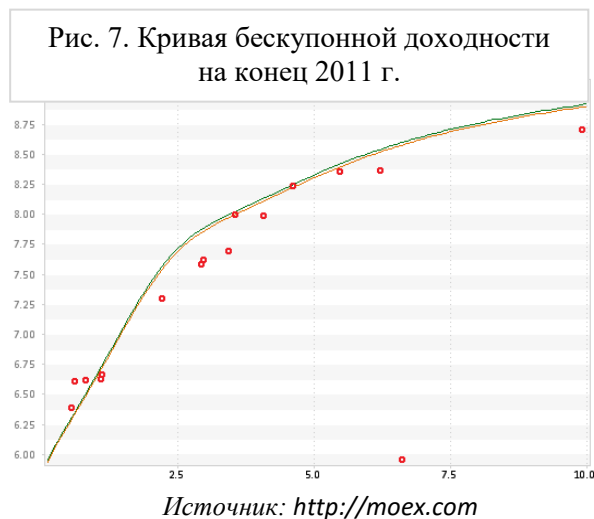
Источник: <http://moex.com>

В конце 2008 года в условиях кризиса кривая соответствовала случаю (г):

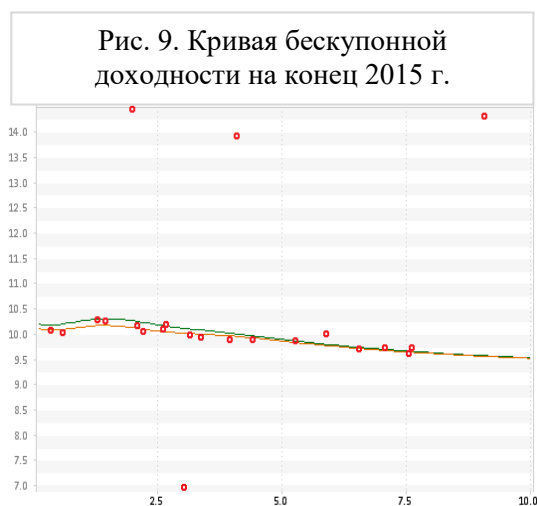
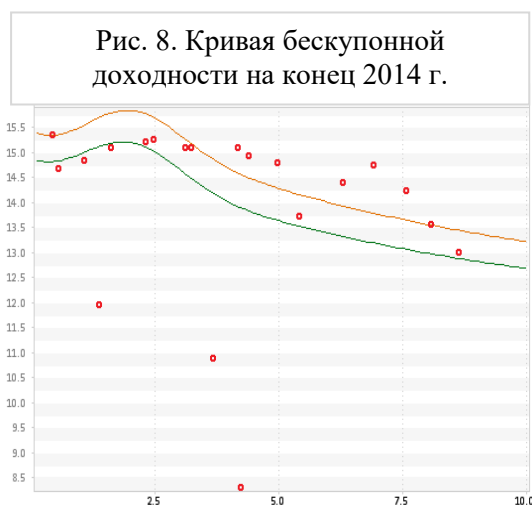


И только к концу 2009 года, когда кризис пошел на спад, кривая стала опять приближаться к нормальным рыночным условиям (случай (б)) и к концу 2011 года обрела полностью нормальный вид:





Однако в период кризиса 2014 года кривая бескупонной доходности приняла новую, еще более причудливую форму, которая является чем-то средним между случаем (в) и (г), то есть кривая является убывающей, но доходность среднесрочных ценных бумаг является наибольшей:



В настоящее время кривая также отражает неуверенность инвесторов в завтрашнем дне, а также ожидание спада, она является наиболее приближенной к случаю (в):

Рис. 10. Кривая бескупонной доходности на 22.02.2016

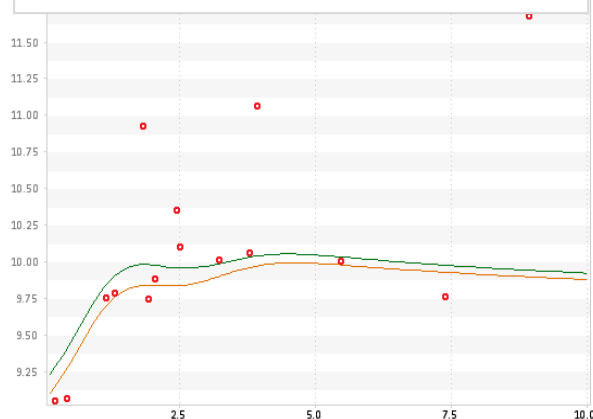
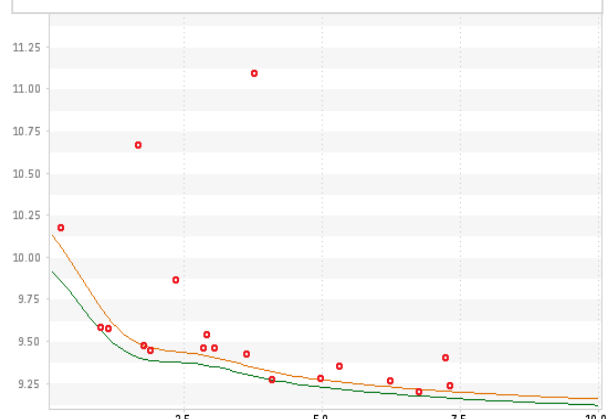


Рис. 11. Кривая бескупонной доходности на 22.04.2016



Итак, в работе будут использоваться бескупонные доходности, полученные с помощью скорректированного метода Нельсона-Зигеля. И, прежде чем перейти, собственно, к вычислениям, важно упомянуть еще один факт. Использование в качестве исходных данных для тестирования доходности, полученные с помощью скорректированной модели Нельсона-Зигеля может привести к не очень хорошему результату, ведь в этом случае мы имеем дело не с чистым срезом данных на определенно заданную точку времени, а с гипотетическими доходностями, посчитанными с помощью модели. Поэтому в дальнейшем также будет проведено тестирование другим методом (с помощью использования дюраций) и сравнение двух этих подходов.

### **Тестирование**

В стандартном подходе для моделирования временной структуры процентных ставок в США<sup>13</sup> было взято 3 ценовых фактора. В аналогичном исследовании для Великобритании было взято 4 главных компонента<sup>14</sup>.

<sup>13</sup> Adrian, T., R. K. Crump, and E. Moench (2013). Pricing the term structure with linear regressions. Journal of Financial Economics 110, 110-138

<sup>14</sup> Malik S., Meldrum A. (2014) Evaluating the robustness of UK term structure decompositions using linear regression methods, Bank of England, Working Paper No. 518

Скорректированный метод Нельсона-Зигеля – это по сути тоже своего рода метод главных компонент с тремя компонентами, то есть иметь дело мы будем с трехфакторной моделью (ценовые факторы -  $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ ).

Для того, чтобы понять, выполняется ли теория ожиданий в чистом виде на Российском рынке, далее будет проведен LPY-тест, впервые предложенный Кэмбеллом и Шиллером в 1991 году. Данный тест рассматривает, какие коэффициенты дает модель для разной срочности. Теоретическое значение коэффициентов равно 1 для чистой теории ожиданий. На практике, впрочем, редко когда мы сможем увидеть такое значение. Регрессия LPY-теста имеет следующий вид:

$$y_{t+1}^{(n-1)} - y_t^{(n)} = \alpha^{(n)} + \varphi^{(n)}(y_t^{(n)} - r_t)/(n-1) + \zeta_t^{(n)}$$

В таблице 1 и Приложении 2 представлены результаты по данному тесту. Тот же тест, проведенный на английских данных в работе Малика и Мелдрума показал, что коэффициенты наклона, полученные из исходных данных убывают с увеличением срока до погашения. Такой же результат был получен и в работе Даи и Синглентона в 2002 году<sup>15</sup>. Однако, как можно увидеть в таблице, в России дела обстоят не совсем так: примерно к двум годам коэффициент падает, уходя в отрицательные значения, затем немного растет, оставаясь при этом отрицательным, а затем в долгосрочной перспективе опять начинает падать.

---

<sup>15</sup> Dai, Q. and K. J. Singleton (2002). Expectation puzzles, time-varying risk premia, and affine models of the term structure. *Journal of Financial Economics* 63, p. 415-441



*Таблица 1.  $LPY(i)$  тест для данных, полученных  
с помощью метода Нельсона-Зигеля*

<b>Срочность</b>	<b>Коэффициент</b>	<b>Стандартная ошибка</b>
6 месяцев	2.064927	0.254088
2 года	-3.26809	0.101309
5 лет	-2.3104	0.27206
10 лет	-1.65767	0.393494
20 лет	-2.36672	0.585864

О чем может говорить такая ситуация? Во-первых, о том, что в России достаточно часто наблюдается отрицательная премия за срочность (дополнительно см. Приложение 1). Это связано с тем, что российская экономика крайне нестабильна и участники рынка показывают достаточно большой спрос на долгосрочные ценные бумаги в целях хеджирования своих будущих рисков. Во-вторых, тенденция роста премии за срочность, начиная примерно с 1-2 лет срочности отражает также и то, что есть и другое направление спроса на ценные бумаги. Инвесторы, покупая более долгосрочные ценные бумаги все же ожидают получить какую-то дополнительную выгоду, однако спрос на хеджирование все же больше, от чего мы и видим отрицательные значения. И к срочности 20 лет мы уже наблюдаем ситуацию, когда премия за срочность опять падает, то есть ценные бумаги такого большого срока до погашения покупаются по большей части только для долгосрочного хеджирования.

### **Тестирование на основе дюраций**

В предыдущем разделе мы рассмотрели выполнение теории ожиданий на основе данных, полученных с помощью скорректированного метода Нельсона-Зигеля. Однако, как уже было сказано ранее, использование таких данных могло дать неточные результаты. Во-первых, скорректированная модель Нельсона-Зигеля – это аналог метода главных компонент с тремя факторами, то есть часть информации мы так или иначе теряем. Во-вторых на некоторых участках кривой доходности мы могли получить не совсем корректные доходности ввиду ограниченного

количества входящих в модель данных, а также не стоит забывать о том, что ставки очень большой срочности (от 15 лет) рассчитываются в модели очень приблизительно по той причине, что в режиме реальных торгов происходит не так много сделок с бумагами такой срочности, более того, некоторые значения рассчитываются с помощью скорректированного метода Нельсона-Зигеля приблизительно, если по ним нет истории торгов.

Поэтому в рамках данного исследования важно также рассмотреть и другой подход, чтобы понять, насколько адекватные результаты дает скорректированный метод Нельсона-Зигеля. Для этого мы возьмем другие входящие данные, которые будут получены с помощью расчета дюрации.

### *Данные*

В рамках данного подхода будут использованы все те же купонные ГКО-ОФЗ, но теперь будет по-другому рассчитываться доходность по ним. В приложении 3 представлены виды используемых облигаций с указанием из основных характеристик: номинал, срочность, величина купона, частота выплаты купона.

По каждой из облигаций были выгружены данные по bid-ask ценам на все доступные даты<sup>16</sup>, а также доходности до погашения. Далее была использована процедура расчета дюрации Маколея по формуле, которая уже была упомянута в теоретической части данного исследования:

$$D = \frac{\sum_{i=1}^T (t_i - t_0) * \frac{CF_i}{(1 + r)^{\frac{t_i - t_0}{365}}}}{P}$$

В качестве цены бралось среднее по bid-ask ценам, а в качестве ставки дисконтирования – доходность до погашения.

Далее полученные значения дюрации использовались в качестве срока до погашения, а в качестве доходности бралась соответствующая

---

<sup>16</sup> Источник: moex.com

доходность до погашения облигации. То есть был выполнен переход к бескупонным доходностям и соответствующим им срокам до погашения.

Сразу стоит отметить, что у такого подхода есть свои недостатки. Во-первых, в отличие от метода Нельсона-Зигеля, достаточно трудно выйти за пределы максимального значения дюрации. То есть максимальный срок до погашения, с которым получится работать – 7-8 лет, да и по этим срокам соответствующих значений доходности получилось не так много, так что в дальнейшем тестирование будет вестись в основном для сроков до 7 лет. Более того, сложность такого подхода заключается еще и в том, что рассчитанные значения дюрации – в основном, не целые числа, а приближение их к целым путем экстраполяции сильно бы ухудшило качество данных.

### ***Тестирование***

Итак, для дальнейшего тестирования мы имеем доходности и соответствующие им сроки до погашения, большинство которых являются нецелыми числами.

Для таких данных также будет проведен LPY-тест, однако для его проведения будут произведены некоторые преобразования. Во-первых, имеющиеся срочности будут разделены на подгруппы: 0,7-1,5 года, 2-3 года, 4-5 лет и 6-7 лет. Для каждой подгруппы для каждой доходности в соответствие будут ставиться ставки срочности в соответствии со следующей таблицей:

*Таблица 2. Сопоставление срочностей*

Срочность $R(t; n)$	Срочность $R(t; m)$
0,7-1,5 года	0,3-0,6 года
2-3 года	1-2 года
4-5 лет	1-2 года
6-7 лет	1-2 года

Далее подбирались ставки в момент времени  $t+m$  с временем до погашения  $n-m$  так, чтобы время до погашения  $R(t; n)$  было равно сумме времени до погашения  $R(t; m)$  и  $R(t+m; n-m)$ . После проводился LPY тест по той же процедуре, что в случае скорректированного Нельсона-Зигеля.

В итоге были получены следующие результаты по тесту (данные по регрессиям см. в Приложении 4):

*Таблица 3. LPY-тест для модели на основе расчета дюрации*

Срочность	Коэффициент	Стандартная ошибка
0,7-1,5 года	-2,817442	0,2940067
2-3 года	-2,581202	0,2528797
4-5 лет	-1,175012	0,2311013
6-7 лет	-1,571351	0,4352043

Как можно заметить, результаты, полученные на таких данных ничуть не противоречат результатам, полученным в случае скорректированного Нельсона-Зигеля, по крайней мере для данных до 7 лет. Премия за срочность все также является отрицательной величиной и растет с увеличением срочности.

### **Сравнение подходов**

В данном разделе оба рассмотренных подхода будут сравниваться между собой.

В качестве исходных данных для обеих моделей были использованы облигации ГКО-ОФЗ, исходя из рыночных данных которых, рассчитывались ценовые факторы в скорректированной модели Нельсона-Зигеля, либо дюрации при ином подходе.

Каждый из методов имеет свои достоинства и недостатки, о которых уже говорилось ранее. Основным недостатком скорректированной модели Нельсона-Зигеля является потеря части информации, однако такой подход дает данные, которые удобно

анализировать. Поэтому далее будет произведено сравнение моделей для понимания того, можно ли в дальнейшем использовать скорректированную модель Нельсона-Зигеля.

В первую очередь для сравнения данных, полученных с помощью расчета дюрации, с доходностями, полученными методом Нельсона-Зигеля, было проведено графическое сравнение этих двух методов (см. рис. 12). Сравнение проводилось для премий за срочность для сроков до погашения 2 года и 7 лет.

*Рис. 12. Сравнение премий за срочность в моделях, построенных с помощью дюрации и скорректированного метода Нельсона-Зигеля*



На построенных графиках видно, что модели отклоняются друг от друга совсем незначительно.

Более того, как мы уже убедились ранее, что LPY-тесты для обеих моделей также показали, что оба метода показывают сопоставимые результаты.

Также на этих графиках интересно также посмотреть на то, как ведет себя премия за срочность с течением времени, особенно в период кризиса 2008 года. По графикам видно, что в это время премия за срочность сильно упала, что говорит о сложных экономических условиях, в которых участники рынка не уверены в будущем и показывают большой спрос на инструменты для хеджирования своих рисков.

Очевидно, что премия за срочность не является постоянной величиной, как говорит теория ожиданий (вторая версия теории ожиданий, последовавшая за чистой теорией ожиданий). А это означает, что есть какие-то внешние факторы, которые оказывают существенное влияние на временную структуру процентных ставок. И этот вопрос будет подробнее рассмотрен в следующем разделе.

Таким образом, мы видим, что различия между двумя рассмотренными методами не существенны. Из всего этого мы можем сделать вывод, что скорректированная модель Нельсона-Зигеля дает достаточно адекватные для российского рынка доходности, которые можно использовать в дальнейшем исследовании.

### **Модель с макроэкономическими переменными**

В данном разделе будет произведена попытка добавить в модель некоторые макроэкономические переменные для объяснения изменяющейся во времени премии за срочность, а также понимания того, как временная структура процентных ставок зависит от текущих экономических условий в стране. В качестве показателей временной структуры будут использоваться ценовые факторы из скорректированной модели Нельсона-Зигеля (то есть коэффициенты  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  и  $\beta_2$ ).

Далее необходимо решить, какие макроэкономические показатели стоит попробовать включить в модель. Первое, что приходит на ум при тестировании каких-либо российских экономических показателей – цены на нефть и курс доллара. Также будут взяты два индекса: известный индекс S&P500 и российский индекс ММВБ10.

S&P500 – это фондовый индекс, который рассчитывается на основе выборки из 500 американских акционерных компаний, которые имеют наибольшую капитализацию. Рассчитывается данный индекс известной компанией Standard&Poor's. Базовое значение данного индекса 10.

Что касается ММВБ10, это фондовый индекс, который рассчитывается как среднее изменение цен десяти акций, обращающихся на Московской бирже, признанных наиболее ликвидными (состав акций пересматривается каждый квартал). Базовое значение равно 100. Данный индекс пересчитывается постоянно, в режиме реального времени с каждой новой сделкой.

Далее будет исследовано, как десятилетняя премия за срочность зависит от этих макроэкономических переменных:

$$TP = \alpha_0 + \alpha_1 Oil + \alpha_2 SP500 + \alpha_3 MMVB10 + \alpha_4 Dollar + u_t,$$

где *Oil* – цена на нефть, *SP500* – значение индекса S&P500, *MMVB10* – значение индекса ММВБ 10, *Dollar* – курс доллара

Вначале была построена самая простая линейная регрессия премии за срочность от выбранных переменных:

```
reg premium oil sp500 mmvb10 doll
```

Source	SS	df	MS	
Model	3614.92743	4	903.731857	
Residual	2064.45815	1271	1.62427864	
Total	5679.38558	1275	4.45442007	

Number of obs =	1276
F( 4, 1271) =	556.39
Prob > F =	0.0000
R-squared =	0.6365
Adj R-squared =	0.6354
Root MSE =	1.2745

	premium	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
oil		.0418144	.0023741	17.61	0.000	.0371569 .046472
sp500		.0041759	.0001657	25.20	0.000	.0038508 .0045009
mmvb10		-.0006333	.0000667	-9.50	0.000	-.0007641 -.0005025
doll		-.1663252	.0070515	-23.59	0.000	-.180159 -.1524914
_cons		-1.828579	.2668596	-6.85	0.000	-2.352113 -1.305045

Уже сейчас понятно, что премия за срочность достаточно сильно зависит от выбранных показателей. Все P-value оказались равны машинному нулю. Более того, мы имеем достаточно большой R-квадрат.

Учитывая то, какие переменные мы взяли, можно предположить, что модели присутствует достаточно большая мультиколлинеарность, с которой нужно бороться. Поэтому было проведено дополнительное тестирование.

Вначале была рассмотрена корреляция между переменными (см. Таблицу 4). Наибольшая корреляция наблюдается между курсом доллара и индексом S&P500, а также между индексом ММВБ 10, ценой на нефть и индексом S&P500. Однако сделать вывод о том, нужно ли бороться с мультиколлинеарностью только на основе корреляции нельзя. Поэтому также был рассчитан индекс вздутия дисперсии (VIF). Нормальные значения данного индекса расположены на интервале [0; 3]. Все рассчитанные VIF оказались меньше 3, что говорит о том, что бороться с мультиколлинеарностью не нужно.



Таблица 4. Тестирование мультиколлинеарности в модели

	Цена на нефть	S&P 500	Курс доллара	ММВБ10	VIF
Цена на нефть	1				1.7484
S&P 500	0.2449379	1			2.0555
Курс доллара	-		1		2.0545
ММВБ10	0.4223583	0.447805	0.16581646	1	1.4585

Также важно проанализировать модель на автокорреляцию, ведь по некоторым переменным могут возникать временные лаги, которые также необходимо учесть.

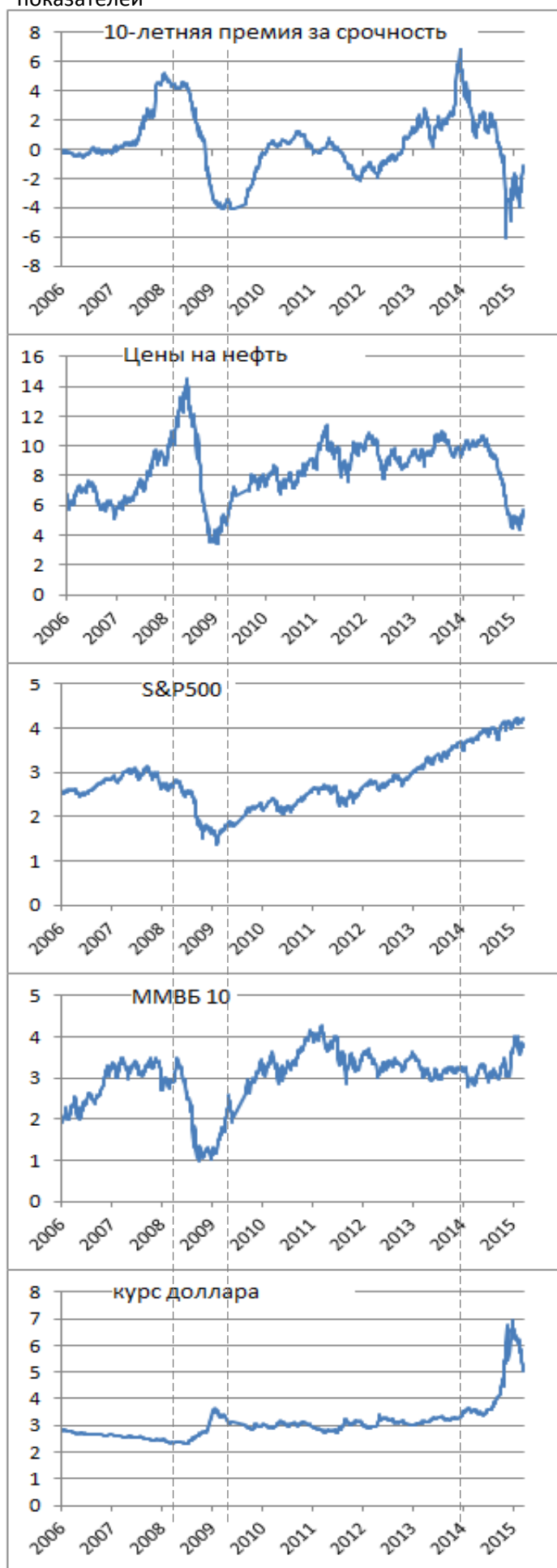
Для того, чтобы понять, по каким переменным лаги могут влиять на модель, были построены графики, отражающие динамику каждой из переменных (см. Рис. 13.).

Первое, что заметно невооруженным взглядом – это лаг переменной ММВБ 10 на несколько месяцев. Была произведена попытка «подвигать» переменную на полмесяца в промежутке между 1 и 5 месяцами. Оказалось, что смещение индекса ММВБ на 3 месяца немного улучшило модель (R-квадрат увеличился примерно на 0.01 пункта). Такая же попытка сдвига индекса S&P500 никаких результатов не принесла.

Также положительный результат принес сдвиг на 3 месяца цены на нефть (R-квадрат увеличился на 0.02 пункта).

Что касается курса доллара, то тут наблюдалась другая ситуация – обратный лаг. То есть смещение курса доллара на 2 месяца назад заметно улучшило модель (R-квадрат вырос на 0.02 пункта).

Рис. 13. Динамика макроэкономических показателей



В итоге, была получена следующая зависимость премии за срочность от выбранных переменных:

```
reg premium lagoon sp500 lagdoll lagMMVB
```

Source	SS	df	MS	Number of obs = 1195		
-----+-----				F( 4, 1190) = 625.76		
Model	3527.53552	4	881.883879	Prob > F = 0.0000		
Residual	1677.06796	1190	1.4093008	R-squared = 0.6778		
-----+-----				Adj R-squared = 0.6767		
Total	5204.60347	1194	4.35896438	Root MSE = 1.1871		
-----						
premium	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
-----+-----						
lagoil	.0428559	.0019666	21.79	0.000	.0389975	.0467143
sp500	.0049723	.0001327	37.47	0.000	.004712	.0052327
lagdoll	-.2922721	.0123608	-23.65	0.000	-.3165236	-.2680207
lagMMVB	-.0010503	.0000702	-14.96	0.000	-.0011881	-.0009126
_cons	1.948058	.3276803	5.94	0.000	1.305163	2.590954
-----						

Также интересно попробовать добавить в данную модель ценовые факторы (параметры скорректированной модели Нельсона-Зигеля), ведь текущая структура процентных ставок скорее всего также влияет на премию за срочность. Далее была построена регрессия с включением ценовых факторов:

```
reg premium lag4oil sp500 var23 lagMMVB b0 b1 b2
```

Source	SS	df	MS	Number of obs = 1195		
-----+-----				F( 7, 1187) = 660.42		
Model	4141.27441	7	591.610629	Prob > F = 0.0000		
Residual	1063.32907	1187	.895812188	R-squared = 0.7957		
-----+-----				Adj R-squared = 0.7945		

Total | 5204.60347 1194 4.35896438 Root MSE = .94647

premium	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
lag4oil	.0152116	.001921	7.92	0.000	.0114427	.0189806
sp500	.0042152	.0002195	19.20	0.000	.0037845	.0046459
var23	-.2605092	.0184042	-14.15	0.000	-.2966176	-.2244007
lagMMVB	-.0009046	.0000658	-13.75	0.000	-.0010337	-.0007755
b0	-.0035204	.0004759	-7.40	0.000	-.0044541	-.0025867
b1	-.004072	.000372	-10.95	0.000	-.0048018	-.0033421
b2	-.0209063	.0011573	-18.06	0.000	-.023177	-.0186357
_cons	8.064217	.7944484	10.15	0.000	6.505537	9.622897

Действительно, включение в модель ценовых факторов заметно улучшило ее. R-квадрат стал равен 0.796, что является очень неплохим результатом.

Таким образом, видно, что премия за срочность в России находится под большим влиянием от экономических условий в стране и мире. Было выяснено, что она положительно зависит от прошлых цен на нефть (со сдвигом на 3 месяца), а также текущих значениях американского индекса S&P500. Также на премию отрицательно влияют прошлые значения российского индекса ММВБ 10 (со сдвигом на 3 месяца) и будущие значения курса доллара (со сдвигом в 2 месяца).

### Основные выводы

Таким образом, в данной части было рассмотрено, выполняется ли теория ожиданий на российском рынке. Было выяснено, что ни чистая теория ожиданий, ни просто теория ожиданий не выполняются. То есть, другими словами, премия за срочность в России не является постоянной величиной. Поэтому было проведено дополнительное исследование того, от чего она может зависеть. Было показано, что премия за срочность очень чувствительна к конъюнктуре рынка, поэтому в модель были включены

такие показатели, как цена на нефть, курс доллара, американский индекс S&P 500, а также российский индекс ММВБ 10. Все эти переменные оказались значимы в модели.

## **Заключение**

Итак, в работе были рассмотрены основные теории объясняющие временную структуру процентных ставок. Все изначально поставленные цели и задачи были выполнены. Было протестировано выполнение теории ожиданий. Опровержение данной теории было получено сразу на двух видах данных: доходностях, рассчитанных с помощью скорректированной модели Нельсона-Зигеля, а также данных, полученных с помощью расчета дюрации.

Также было выяснено, что скорректированная модель Нельсона-Зигеля достаточно хорошо описывает кривую доходности на российском рынке и данные, полученные с помощью этого метода можно использовать для анализа.

Также в модель включались макроэкономические переменные, некоторые с учетом временного лага. Было показано, что премия за срочность достаточно сильно зависит от этих переменных, что значит, что она находится под влиянием экономических условий в стране и, поэтому, не постоянна во времени для одних и тех же срочностей.

Полученные результаты показали также, что премия за срочность в России устроена совсем не так, как в таких странах как Англия и США, в которых результаты были схожи. Достаточно часто на российском рынке можно наблюдать отрицательную премию за срочность, даже на не сильно больших сроках, что не является нормальным для хорошей, стабильной экономики и отражает неуверенность участников финансового рынка в завтрашнем дне.

Таким образом, все полученные результаты показали, что изучение структуры процентных ставок в России является актуальным на сегодняшний день, тем более, что российский финансовый рынок стал

более-менее нормально функционировать совсем недавно и сейчас находится на стадии развития.

Что касается продолжения данной работы, в будущем, возможно, стоит рассмотреть модель с включением в нее макроэкономических переменных более подробно. Можно попробовать включить в нее новые переменные, а также подробнее изучить временные лаги старых.

## Список литературы

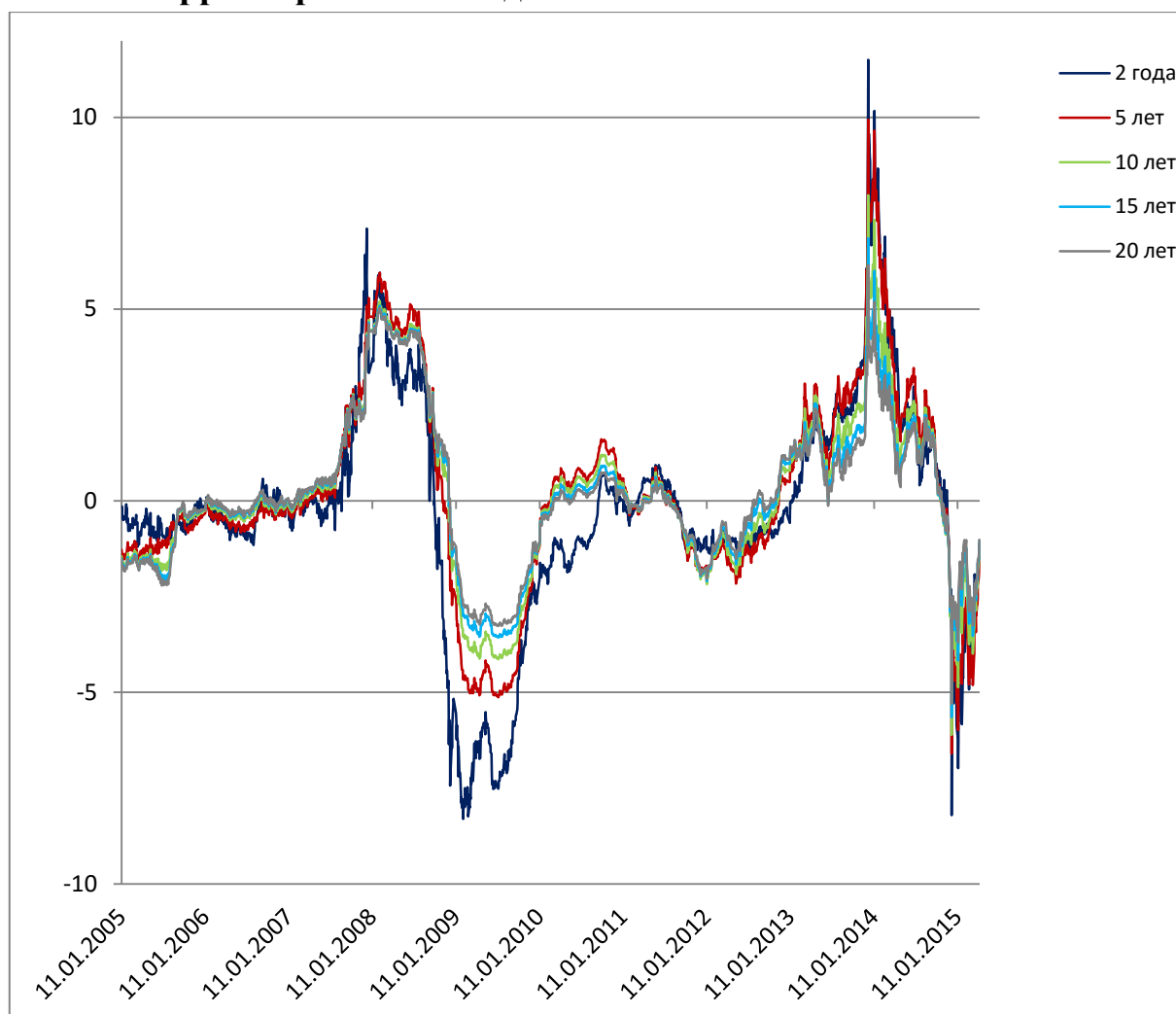
1. Медведев Г.А. (2012) О временной структуре доходности. Вестник Томского Государственного университета, №2(19)
2. Bodie Z., Kane A., Marcus A. Essentials of Investments, 2004
3. Campbell, J. Y. and R. J. Shiller. (1991) Yield spreads and interest rate movements: a bird's eye view. –NBER Working Paper 3153.
4. Cox, J.C., J.E. Ingersoll and S.A. Ross (1985). "A Theory of the Term Structure of Interest Rates". *Econometrica* 53: 385–407
5. Dai, Q. and K. J. Singleton (2002). Expectation puzzles, time-varying risk premia, and affine models of the term structure. *Journal of Financial Economics* 63, p. 415-441
6. Duffee, G. R. (2002). Term premia and interest rate forecasts in affine models. *Journal of Finance* 57, 405-443.
7. Duffee, G. R. (2011). Information in (and not in) the term structure. *Review of Financial Studies* 24, 2895-2934.
8. Fabozzi F. J. (2000) Investment management, Prentice Hall International, Inc
9. Litterman, R. and Scheinkman (1991). Common factors affecting bond returns. *Journal of Fixed Income* 1, 54-61
10. Malik S., Meldrum A. (2014) Evaluating the robustness of UK term structure decompositions using linear regression methods, Bank of England, Working Paper No. 518
11. Malkiel B. (1962) Expectations, bond prices, and the term structure of interest rates. – *Quarterly Journal of Economics*, Vol.76, No.2. – p.197–218
12. Nelson C. R., Siegel A. F. (1987). Parsimonious Modeling of Yield Curves. *The Journal of Business*, Volume 60, Issue 4 (Oct. 1987), 473-489



- 13.Svensson E. O. (1994) Estimating Forward Interest Rates with the Extended Nelson and Siegel Method, Sveriges Riksbank Quarterly Review 1995:3, pp 13-26

## Приложения

### Приложение 1. Графическое представление премии за срочность на основе скорректированной модели Нельсона-Зигеля



## Приложение 2. Регрессии для LPY-теста (на основе данных, полученных с помощью скорректированного метода Нельсона-Зигеля)

Регрессии построены в программе Excel

2 года  
ВЫВОД ИТОГОВ

Регрессионная статистика	
Множественный R	0.5867537
R-квадрат	0.3442799
Нормированный R-квадрат	0.343949
Стандартная ошибка	2.3861056
Наблюдения	1984

Дисперсионный анализ					
	df	SS	MS	F	Значимость F
Регрессия	1	5924.8327	5924.8327	1040.631	7.12E-184
Остаток	1982	11284.517	5.6935		
Итого	1983	17209.35			

	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%	Нижние 95.0%	Верхние 95.0%
Y-пересечение	2.1964996	0.0929208	23.638411	4.89E-109	2.014267	2.3787323	2.014267	2.3787323
(R(t,n)-r(t))/(n-m)	-3.2680933	0.1013085	32.258813	7.12E-184	-3.4667757	3.0694109	3.4667757	3.0694109

5 лет  
ВЫВОД ИТОГОВ

Регрессионная статистика	
Множественный R	0.5873742
R-квадрат	0.351091
Нормированный R-квадрат	0.346223
Стандартная ошибка	2.5730603
Наблюдения	1984

Дисперсионный анализ					
	df	SS	MS	F	Значимость F
Регрессия	1	477.46895	477.46895	72.118257	3.915E-17
Остаток	1982	13122.107	6.6206391		
Итого	1983	13599.576			

	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%	Нижние 95.0%	Верхние 95.0%
Y-пересечение	0.9220934	0.1011851	9.1129404	1.908E-19	0.7236531	1.1205336	0.7236531	1.1205336
(R(t,n)-r(t))/(n-m)	-2.3104016	0.2720601	-8.4922469	3.915E-17	-2.8439554	1.7768478	-2.8439554	1.7768478

10 лет  
ВЫВОД ИТОГОВ

Регрессионная статистика	
Множественный R	0.3942048
R-квадрат	0.1088746
Нормированный R-квадрат	0.1083745
Стандартная ошибка	2.1626125
Наблюдения	1984

Дисперсионный анализ

	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>
Регрессия	1	83.000146	83.000146	17.746857	2.636E-05
Остаток	1982	9269.6015	4.6768928		
Итого	1983	9352.6017			

	<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t- статистика</i>	<i>P- Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>	<i>Нижние 95.0%</i>	<i>Верхние 95.0%</i>
Y-пересечение	0.5115378	0.0895076	5.7150197	1.263E-08	0.3359989	0.6870767	0.3359989	0.6870767
(R(t,n)-r(t))/(n-m)	-1.6576733	0.3934941	4.2127018	2.636E-05	-2.4293788	0.8859678	2.4293788	-0.8859678

20 лет

ВЫВОД ИТОГОВ

<i>Регрессионная статистика</i>	
Множественный R	0.0903689
R-квадрат	0.2816653
Нормированный R-квадрат	0.2766611
Стандартная ошибка	1.8530502
Наблюдения	1984

Дисперсионный анализ

	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>
Регрессия	1	56.037257	56.037257	16.319336	5.556E-05
Остаток	1982	6805.7821	3.4337952		
Итого	1983	6861.8193			

	<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t- статистика</i>	<i>P- Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>	<i>Нижние 95.0%</i>	<i>Верхние 95.0%</i>
Y-пересечение	0.4478837	0.0748086	5.9870588	2.53E-09	0.3011719	0.5945956	0.3011719	0.5945956
(R(t,n)-r(t))/(n-m)	-2.3667244	0.5858635	4.0397198	5.556E-05	-3.5156975	1.2177514	3.5156975	-1.2177514

### Приложение 3. Характеристики используемых государственных облигаций ГКО-ОФЗ

№	Название	ISIN	Дата выпуска	Дата погашения	Номинал	Информация о купоне (в процентах годовых, если не сказано другое)
1	Россия, 25068	RU000A0JQAE3	16.09.2009	20.08.2014	1000	12% (выплаты 2 раза в год)
2	Россия, 25071	RU000A0JQLL5	02.12.2009	26.11.2014	1000	8.1% (выплаты 2 раза в год)
3	Россия, 25075	RU000A0JQYN4	01.09.2010	15.07.2015	1000	6.88% (выплаты 2 раза в год)
4	Россия, 25077	RU000A0JR7G1	13.02.2012	20.01.2016	1000	7.35% (выплаты 2 раза в год)
5	Россия, 25079	RU000A0JRHZ1	21.12.2011	03.06.2015	1000	7% (выплаты 2 раза в год)
6	Россия, 25080	RU000A0JS751	21.12.2012	19.04.2017	1000	7.4% (выплаты 2 раза в год)
7	Россия, 26202	RU000A0JQCL4	23.09.2009	17.12.2014	1000	27.92% (выплаты 4 раза в год)
8	Россия, 26203	RU000A0JQZ18	08.09.2010	03.08.2016	1000	6.9% (выплаты 2 раза в год)
9	Россия, 26204	RU000A0JRCJ6	21.12.2011	15.03.2018	1000	7.5% (выплаты 2 раза в год)
10	Россия, 26205	RU000A0JREQ7	21.12.2011	14.04.2021	1000	7.6% (выплаты 2 раза в год)
11	Россия, 26206	RU000A0JRJU8	21.12.2011	14.06.2017	1000	7.4% (выплаты 2 раза в год)
12	Россия, 26207	RU000A0JS3W6	21.12.2012	03.02.2027	1000	8.15% (выплаты 2 раза в год)
13	Россия, 26208	RU000A0JS4M5	21.12.2012	27.02.2019	1000	7.5% (выплаты 2 раза в год)
14	Россия, 26209	RU000A0JSMA2	21.12.2012	20.07.2022	1000	7.6% (выплаты 2 раза в год)
15	Россия, 26210	RU000A0JTG59	19.12.2012	11.12.2019	1000	6.8% (выплаты 2 раза в год)
16	Россия, 26214	RU000A0JTYA5	23.10.2013	27.05.2020	1000	6.4% (выплаты 2 раза в год)
17	Россия, 26215	RU000A0JU4L3	18.09.2013	16.08.2023	1000	7% (выплаты 2 раза в год)
18	Россия, 26216	RU000A0JU9V1	13.11.2013	15.05.2019	1000	6.4% (выплаты 2 раза в год)
19	Россия, 46010	RU0002867839	14.02.2003	17.05.2028	200 выплачивается 20.05.2026, 300 - 19.05.2027, 500 - 17.05.2028	10%, начиная с 05.06.2013
20	Россия, 46012	RU0002868001	14.02.2003	05.09.2029	25 выплачивается 19.09.2018, 25 - 18.09.2019, 125 - 09.09.2026, 125 - 08.09.2027, 125 - 06.09.2028, 575 - 05.09.2029	Ставка купона разная для каждого года, но фиксирована изначально
21	Россия, 46014	RU0002868076	05.03.2003	29.08.2018	250 - 10.03.2010; 250 - 08.09.2010; 250 - 28.02.2018; 250 - 29.08.2018	10% (выплаты 2 раза в год)
22	Россия, 46017	RU000A0DY8K8	16.02.2005	03.08.2016	500 - 05.08.2015; 500 - 03.08.2016	Ставка купона разная для каждого года, но фиксирована изначально (выплаты 4 раза в год)
23	Россия,	RU000A0D0G29	16.03.2005	24.11.2021	300 - 27.11.2019;	Ставка купона разная

	46018				300 - 25.11.2020; 400 - 24.11.2021	для каждого года, но фиксирована изначально (выплаты 4 раза в год)
24	Россия, 46020	RU000A0GN9A7	15.02.2006	06.02.2036	250 - 09.08.2034; 250 - 07.02.2035; 250 - 08.08.2035; 250 - 06.02.2036	6.9% (выплаты 4 раза в год)
25	Россия, 46021	RU000A0JP2S9	21.02.2007	08.08.2018	500 - 09.08.2017; 500 - 08.08.2018	Ставка купона разная для каждого года, но фиксирована изначально (выплаты 2 раза в год)
26	Россия, 46022	RU000A0JPLH5	23.01.2008	19.07.2023	500 - 20.07.2022; 500 - 19.07.2023	Ставка купона разная для каждого года, но фиксирована изначально (выплаты 2 раза в год)
27	Россия, 46023	RU000A0JRTL6	30.09.2011	23.07.2026	Каждый год, начиная с 02.02.2017 выплачивается 100 р.	27% (выплаты 2 раза в год)
28	Россия, 2015	XS0504954180	13.02.2012	29.04.2015	100 usd	3.625% (выплаты 2 раза в год)
33	Россия, 25081	RU000A0JTKZ1	06.02.2013	31.01.2018	1000	6.2% (выплаты 2 раза в год)
34	Россия, 25082	RU000A0JTWV3	19.06.2013	11.05.2016	1000	6% (выплаты 2 раза в год)
35	Россия, 26211	RU000A0JTJL3	16.01.2013	25.01.2023	1000	7% (выплаты 2 раза в год)
36	Россия, 26212	RU000A0JTK38	23.01.2013	19.01.2028	1000	7.05% (выплаты 2 раза в год)
37	Россия, 46005	RU0002867631	13.02.2012	09.01.2019	700 - 10.01.2018; 300 - 09.01.2019	0%
38	Россия, 46011	RU0002867854	14.02.2003	20.08.2025	100 - 26.08.2020; 100 - 25.08.2021; 200 - 24.08.2022; 100 - 23.08.2023; 200 - 21.08.2024; 300 - 20.08.2025	10% с 04.от 09.2013
39	Россия, 46019	RU000A0JNHJ4	28.12.2005	28.12.2005	100 - 27.03.2013; 100 - 26.03.2014; 100 - 25.03.2015; 100 - 23.03.2016; 200 - 22.03.2017; 200 - 21.03.2018; 200 - 20.03.2019	2.005% от 27.03.2013
40	Россия, 25076	RU000A0JR779	25.05.2011	13.03.2014	1000	7.1% (выплаты 2 раза в год)
42	Россия, 25057	RU000A0DY3C6	26.01.2005	20.01.2010	1000	7.4% (выплаты 4 раза в год)
43	Россия, 25059	RU000A0GMSX0	25.01.2006	19.01.2011	1000	6.1% (выплаты 4 раза в год)
44	Россия, 25060	RU000A0GM3Q7	20.12.2006	29.04.2009	1000	5.8% (выплаты 4 раза в год)
45	Россия, 25061	RU000A0JP1U7	07.11.2007	05.05.2010	1000	5.8% (выплаты 4 раза в год)
46	Россия, 25062	RU000A0JPLY0	11.11.2009	04.05.2011	1000	5.8% (выплаты 4 раза в год)
47	Россия, 25063	RU000A0JPVH4	18.12.2009	09.11.2011	1000	6.2% (выплаты 4 раза в год)
48	Россия, 25064	RU000A0JQ359	27.07.2009	18.01.2012	1000	11.9% (выплаты 4 раза в год)
49	Россия,	RU000A0JQ714	26.08.2009	27.03.2013	1000	12% (выплаты 4 раза в

	25065					год)
50	Россия, 25066	RU000A0JQ7J6	10.09.2009	06.07.2011	1000	10.55% (выплаты 4 раза в год)
51	Россия, 25067	RU000A0JQ987	05.10.2009	17.10.2012	1000	11.3% (выплаты 4 раза в год)
52	Россия, 25069	RU000A0JQCM2	25.11.2009	19.09.2012	1000	10.8% (выплаты 4 раза в год)
53	Россия, 25070	RU000A0JQD55	25.11.2009	28.09.2011	1000	10% (выплаты 2 раза в год)
54	Россия, 25072	RU000A0JQQE9	23.12.2010	23.01.2013	1000	7.15% (выплаты 2 раза в год)
55	Россия, 25073	RU000A0JQQW1	23.12.2010	01.08.2012	1000	6.85% (выплаты 2 раза в год)
56	Россия, 25078	RU000A0JR829	09.02.2011	06.02.2013	1000	6.7% (выплаты 2 раза в год)
57	Россия, 26200	RU000A0JPLJ1	24.11.2009	17.07.2013	1000	6.1% (выплаты 4 раза в год)
58	Россия, 26201	RU000A0JPWY7	23.12.2010	16.10.2013	1000	6.55% (выплаты 4 раза в год)
59	Россия, 46002	RU0002867581	05.11.2004	08.08.2012	250 - 09.02.2011; 250 - 10.08.2011; 250 - 08.02.2012; 250 - 08.08.2012	Ставка купона разная для каждого года, но фиксирована изначально (выплаты 2 раза в год)

## Приложение 4. Регрессии для LPY-теста (на основе данных, полученных с помощью расчета дюрации)

Регрессии построены в программе STATA

var1 соответствует  $R(t+m; n-m) - R(t, n)$

var2 соответствует  $(R(t, n) - r(t)) / (m / (n - m))$

reg var1 var2 - регрессия для 0,7-1,5 лет

```
Number of obs =      985
F( 1, 983) =    91.83
Prob > F      =    0.0000
R-squared     =    0.3450
Adj R-squared =    0.3423
Root MSE     =    .01645
```

var1	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
var2	-2.817442	.2940067	-9.58	0.000	-3.396159	-2.238724
_cons	.0159578	.0014779	10.80	0.000	.0130487	.018867

reg var1 var2 - регрессия для 2-3 лет

```
Number of obs =      586
F( 1, 584) =   104.19
Prob > F      =    0.0000
R-squared     =    0.3134
Adj R-squared =    0.3114
Root MSE     =    2.489
```

var1	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
var2	-2.581202	.2528797	-10.21	0.000	-3.078405	-2.084
_cons	1.986836	.2063259	9.63	0.000	1.581166	2.392506

reg var1 var2 - регрессия для 4-5 лет

```
Number of obs =      388
F( 1, 386) =    25.85
Prob > F      =    0.0000
R-squared     =    0.2311
Adj R-squared =    0.2222
```



Root MSE = .01739

var1	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
var2	-1.175012	.2311013	-5.08	0.000	-1.634426	-.7155977
_cons	.0036893	.0033713	1.09	0.277	-.0030127	.0103913

reg var1 var2 - регрессия для 6-7 лет

Number of obs = 381  
F( 1, 379) = 13.04  
Prob > F = 0.0004  
R-squared = 0.2679  
Adj R-squared = 0.2627  
Root MSE = .02013

var1	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
var2	-1.571351	.4352043	-3.61	0.000	-2.430142	-.7125601
_cons	.0068287	.0023788	2.87	0.005	.0021345	.0115229