

УДК 631.352.2

## ДИНАМІЧНА МОДЕЛЬ ЕНЕРГОЗБЕРІГАЮЧОГО ПРИВОДНОГО МЕХАНІЗМУ КОСАРКИ

Бабій А.В., к.т.н., доцент; Бабій М.В., здобувач

*(Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя)*

*В роботі проведено математичне моделювання енергозберігаючого кривошипно-шатунного приводного механізму косарки сегментно-пальцевої. Представлено математичні залежності для додаткового пристрою, що забезпечує мінімальне енергоспоживання косаркою на будь-яких режимах її роботи.*

**Постановка проблеми.** Забезпечення високої ефективності роботи сільськогосподарської техніки лежить в площині підвищення її продуктивності при високій надійності та мінімальному енергоспоживанні. Всі ці проблеми є достатньо актуальними та потребують свого вирішення. Не винятком є і машини для скошування трав. Тут підвищення продуктивності часто тягне за собою збільшення швидкості руху різального апарату. А це, в свою чергу, викликає збільшення інерційних сил рухомих мас різального апарату та його приводу. Тому виникає необхідність розробки нових ефективних конструкцій таких апаратів та математичних моделей, які описують їх роботу.

**Аналіз досліджень і публікацій.** Розробка нових конструкцій різальних апаратів, питання їх продуктивності та енергоспоживання лежать в основі багатьох досліджень. Дана проблематика розвинута в працях відомих вчених: Алферова С.А., Босого Е.С., Василенка П.М., Геронімуса Я.Л., Горячкіна В.П., Желіговського В.А., Карпенка В.Д., Лістопада Г.Е. [1-4] та ін.

Аналізуючи літературні джерела, можна знайти різні математичні моделі, якими описують роботу різального апарату, зокрема, з кривошипно-шатунним приводним механізмом. Одним з основних недоліків таких апаратів є їхня динамічна незрівноваженість, зменшення ефекту якої досягається використанням різного роду додаткових елементів. Серед таких елементів є пружини, що сприймають кінетичну енергію рухомих мас механізму, перетворюють її в потенціальну енергію деформації, акумулюють та назад віддають в систему. Недоліком розглянутих моделей є нездатність змінювати параметри додаткових пружних елементів, виходячи з навантаження на різальний апарат, а їх розрахунок ведеться з умови повного перетворення наявної кінетичної енергії механізму в потенціальну енергію деформації пружних елементів.

**Мета досліджень.** Розробити математичну модель енергозберігаючого приводного механізму косарки, що містить додатковий пристрій з регульованими параметрами, які встановлюються відповідно до умов роботи і

забезпечують мінімальне енергоспоживання машиною.

**Результати досліджень.** Принцип роботи приводного механізму косарки з регульованими параметрами є викладений в роботах [5–7]. Тут представимо його розрахункову схему для побудови динамічної моделі, рис. 1.

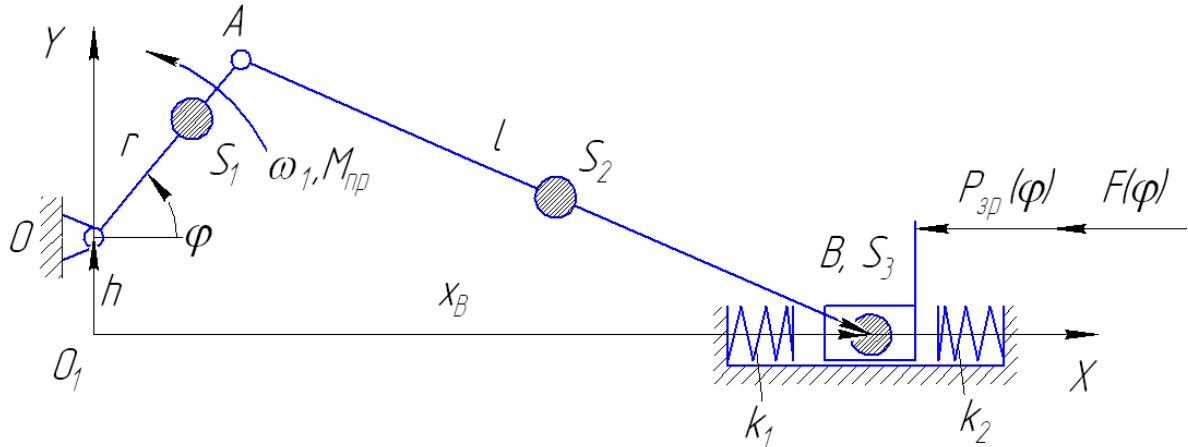


Рисунок 1 – Розрахункова схема енергозберігаючого приводного механізму косарки

Для побудови динамічної моделі запишемо рівняння Лагранжа другого роду:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} + \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} = Q, \quad (1)$$

де  $T$  – кінетична енергія системи;  
 $\Pi$  – потенціальна енергія системи;  
 $Q$  – узагальнена сила;  
 $t$  – час;  
 $\varphi$  – узагальнена координата;  
 $\dot{\varphi}$  – узагальнена швидкість.

Відомо, що кінетична енергія механізму залежить від величини приведенного моменту інерції всього механізму  $J_{S_{np}}(\varphi)$  [1, 5].

$$T = J_{S_{np}}(\varphi) \frac{\dot{\varphi}^2}{2}. \quad (2)$$

де  $\dot{\varphi}$  – кутова швидкість кривошипа (виступає узагальненою швидкістю), що є похідною кута його повороту  $\varphi$  по часу  $t$ , тобто:

$$\dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt}. \quad (3)$$

Тоді частинна похідна кінетичної енергії по кутовій швидкості кривошипа в загальному вигляді буде становити:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = J_{S_{np}}(\varphi) \dot{\varphi}. \quad (4)$$

Відповідно частинна похідна кінетичної енергії по узагальненій координаті:

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi} = \frac{\partial J_{s_{np}}(\varphi)}{\partial \varphi} \frac{\varphi^2}{2}. \quad (5)$$

Тоді повна похідна по часу від частинної похідної по кутовій швидкості набуде вигляду:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \varphi} = J_{s_{np}}(\varphi) \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \frac{\partial J_{s_{np}}(\varphi)}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial t} \varphi = J_{s_{np}}(\varphi) \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \frac{\partial J_{s_{np}}(\varphi)}{\partial \varphi} \varphi^2. \quad (6)$$

Таким чином, на цьому етапі віднайдені всі складові, що відносяться до кінетичної енергії розглядуваного механізму.

Потенціальна енергія, яка існує в механізмі, відображає роботу пружних елементів з регульованими параметрами. Її представимо як суму потенціальних енергій окремих елементів

$$\Pi = \Pi_1 + \Pi_2, \quad (7)$$

де  $\Pi_1$  – потенціальна енергія деформації першого пружного елемента з жорсткістю  $k_1$ ;

$\Pi_2$  – потенціальна енергія деформації другого пружного елемента з жорсткістю  $k_2$ .

Виходячи з цього, потенціальна енергія системи буде становити

$$\Pi = \frac{k_1(X_1(x))^2}{2} + \frac{k_2(X_2(x))^2}{2}, \quad (8)$$

де  $X_1(x)$ ,  $X_2(x)$  – функції переміщення, відповідно, першого і другого пружних елементів;

$x$  – узагальнена координата, яка виражає кут повороту кривошипа  $\varphi$ , або ж розрахунок можна вести за переміщенням ножа  $S$ .

Функції переміщення  $X_1(x)$ ,  $X_2(x)$  запишемо наступним чином.

$$X_1(x) = \frac{a_{10}}{2} + \sum_n (a_{1n} \cdot \cos(n \cdot x) + b_{1n} \cdot \sin(n \cdot x)), \quad (9)$$

де

$$\begin{aligned} a_{10} &= \frac{1}{\varphi_S} \int_0^{\theta_1} (\theta_1 - x) dx + \int_{\theta_4}^{\varphi_{2S}} (x - \theta_4) dx, \\ a_{1n} &= \frac{1}{\varphi_S} \int_0^{\theta_1} (\theta_1 - x) \cdot \cos(n \cdot x) dx + \int_{\theta_4}^{\varphi_{2S}} (x - \theta_4) \cdot \cos(n \cdot x) dx, \\ b_{1n} &= \frac{1}{\varphi_S} \int_0^{\theta_1} (\theta_1 - x) \cdot \sin(n \cdot x) dx + \int_{\theta_4}^{\varphi_{2S}} (x - \theta_4) \cdot \sin(n \cdot x) dx. \end{aligned}$$

Тут використано наступні позначення:

$\theta_1, \theta_3$  – кути повороту кривошипа, що позначають кінець дії пружних елементів;  $\theta_2, \theta_4$  – кути повороту кривошипа, що позначають початок дії пружних елементів;  $\varphi_s$  – кут повороту кривошипа, що відповідає максимальному відхиленню ножа (кінець робочого ходу);  $\varphi_{2s}$  – кут повороту кривошипа, що відповідає максимальному відхиленню ножа при зворотному ході. Кути  $\varphi_s$  і  $\varphi_{2s}$  для аксіального кривошипно-шатунного механізму дорівнюють, відповідно  $\pi$  та  $2\pi$ .

Підставивши межі інтегрування та спростивши, матимемо:

$$a_{10} = \frac{1}{\varphi_s} \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \theta_1^2 + \frac{1}{2} \cdot \varphi_{2s}^2 - \theta_4 \cdot \varphi_{2s} + \frac{1}{2} \cdot \theta_4^2 \right); \quad (10)$$

$$a_{1n} = \frac{1}{\varphi_s} \left( \frac{-\cos(\theta_1 n) + 1 + \cos(\varphi_{2s} n) + \varphi_{2s} n \sin(\varphi_{2s} n) - \theta_4 \sin(\varphi_{2s} n) n - \cos(\theta_4 n)}{n^2} \right); \quad (11)$$

$$b_{1n} = \frac{1}{\varphi_s} \left[ \frac{-(\sin(\theta_1 n) - \theta_1 - \sin(\varphi_{2s} n) + \varphi_{2s} n \cos(\varphi_{2s} n) - \theta_4 \cos(\varphi_{2s} n) n + \sin(\theta_4 n))}{n^2} \right]. \quad (12)$$

Для функції  $X_2(x)$ :

$$X_2(x) = \frac{a_{20}}{2} + \sum_n (a_{2n} \cos(nx) + b_{2n} \sin(nx)), \quad (13)$$

тут

$$a_{20} = \frac{1}{\varphi_s} \int_{\theta_2}^{\varphi_s} (\theta_2 - x) dx + \int_{\varphi_s}^{\theta_3} (x - \theta_3) dx;$$

$$a_{2n} = \frac{1}{\varphi_s} \int_{\theta_2}^{\varphi_s} (\theta_2 - x) \cdot \cos(n \cdot x) dx + \int_{\varphi_s}^{\theta_3} (x - \theta_3) \cdot \cos(n \cdot x) dx;$$

$$b_{2n} = \frac{1}{\varphi_s} \int_{\theta_2}^{\varphi_s} (\theta_2 - x) \cdot \sin(n \cdot x) dx + \int_{\varphi_s}^{\theta_3} (x - \theta_3) \cdot \sin(n \cdot x) dx.$$

Після підстановки меж інтегрування:

$$a_{20} = \frac{1}{\varphi_s} \cdot \left( \theta_2 \cdot \varphi_s - \varphi_s^2 - \frac{1}{2} \cdot \theta_2^2 - \frac{1}{2} \cdot \theta_3^2 + \theta_3 \cdot \varphi_s \right); \quad (14)$$

$$a_{2n} = \frac{1}{\varphi_s} \frac{(\theta_2 \sin(\varphi_s n) n - 2 \cos(\varphi_s n) - 2 \varphi_s n \sin(\varphi_s n) + \cos(\theta_2 n) + \cos(\theta_3 n) + \theta_3 \sin(\varphi_s n) n)}{n^2}; \quad (15)$$

$$b_{2n} = \frac{1}{\varphi_s} \left[ \frac{-(\theta_2 \cos(\varphi_s n) n + 2 \sin(\varphi_s n) - 2 \varphi_s n \cos(\varphi_s n) - \sin(\theta_2 n) - \sin(\theta_3 n) + \theta_3 \cos(\varphi_s n) n)}{n^2} \right]. \quad (16)$$

Таким чином, представлені залежності дозволяють виразити потенціальну енергію, що існує в приводному механізмі косарки.

Наступним етапом дослідження є визначення узагальненої сили  $Q$ .

Вираз узагальненої сили запишемо наступним чином:

$$Q = \frac{1}{\phi} (P_{зр}(\phi) \mathcal{G}_{S_3} + F(\phi) \mathcal{G}_{S_3} - G_1 \mathcal{G}_{S_1Y} - G_2 \mathcal{G}_{S_2Y} - G_3 \mathcal{G}_{S_3Y} + M_{np} \phi), \quad (17)$$

де  $P_{зр}(\phi)$  – сила опору зрізу;

$F(\phi)$  – сила тертя;

$G_1, G_2, G_3$  – сили ваги кривошипа, шатуна і ножа;

$M_{np}$  – момент приводу, що підведений до кривошипа;

$\mathcal{G}_{S_3}$  – швидкість ножа коси (центра мас ножа) вздовж осі  $x$ , визначається

$$\mathcal{G}_B = \mathcal{G}_{S_3} = -\omega_1 r \frac{\sin(\phi - \phi_1)}{\cos \phi_1}, \quad (18)$$

де  $\omega_1$  – кутова швидкість кривошипа;  $r$  – радіус кривошипа;

$$\phi_1 = \arcsin\left(-\frac{h + r \sin \phi}{l}\right), \quad (19)$$

$h$  – величина дезаксіалу;  $l$  – довжина кривошипа;

$\mathcal{G}_{S_2Y}$  – швидкість центра мас шатуна вздовж осі  $y$

$$\mathcal{G}_{S_2Y} = \mathcal{G}_A \sin \alpha_A + \mathcal{G}_{S_2A} \sin \alpha_{S_2A}, \quad (20)$$

де  $\mathcal{G}_A$  – лінійна швидкість т. А кривошипа,  $\mathcal{G}_A = \omega_1 r$ ;

$\mathcal{G}_{S_2A}$  – відносна швидкість центра мас  $S_2$  відносно т. А (рис. 1)

$$\mathcal{G}_{S_2A} = |\omega_2| l_{AS_2}, \quad (21)$$

$$\omega_2 = -\frac{\omega_1 r \cos \phi}{l \cos \phi_1}; \quad (22)$$

де  $\alpha_A, \alpha_{S_2A}$  – направляючі кути векторів швидкостей  $\mathcal{G}_A$  та  $\mathcal{G}_{S_2A}$ ;

$\mathcal{G}_{S_3Y}$  – швидкість центра мас ножа вздовж осі  $y$ ,  $\mathcal{G}_{S_3Y} = 0$ ;

$\mathcal{G}_{S_1Y}$  – швидкість центра мас кривошипа вздовж осі  $y$

$$\mathcal{G}_{S_1Y} = \phi l_{OS_1} \sin \phi, \quad (23)$$

тут  $l_{OS_1}$  – відстань до центру мас  $S_1$ .

Підставляємо записані вирази в рівняння Лагранжа другого роду (1)

$$\begin{aligned} J_{S_{np}}(\phi) \frac{d^2 \phi}{dt^2} + \frac{J'_{S_{np}}(\phi)}{2} \cdot \left( \frac{d\phi}{dt} \right)^2 + \Pi'(\phi) = \\ = \frac{1}{\phi} (P_{зр}(\phi) \mathcal{G}_{S_3} + F(\phi) \mathcal{G}_{S_3} - G_1 \mathcal{G}_{S_1Y} - G_2 \mathcal{G}_{S_2Y} + M_{np} \phi) \end{aligned} \quad (24)$$

Перепишемо рівняння (24) в наступному вигляді:

$$J_{S_{np}}(\varphi) \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -\frac{J'_{S_{np}}(\varphi)}{2} \cdot \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 - \frac{\partial \left( \frac{k_1(X_1(x))^2}{2} + \frac{k_2(X_2(x))^2}{2} \right)}{\partial \varphi} + \quad (25)$$

$$+ \frac{g_{S_3}}{\varphi} (P_{zp}(\varphi) + F(\varphi)) - G_1 \frac{g_{S_1 Y}}{\varphi} - G_2 \frac{g_{S_2 Y}}{\varphi} + M_{np}.$$

Отримане рівняння (25) є рівнянням руху змодельованого приводного механізму. Його аналіз показує, що всі величини, які в нього входять є описаними та визначеними, крім параметрів пружних елементів, які введені в систему. Вважаючи, що до вала кривошипа підводиться потужність з постійною кутовою швидкістю  $\frac{d\varphi}{dt} = const$ , ставимо умову мінімального споживання потужності на привод різального апарату та визначаємо значення регульованих параметрів пружних елементів. До таких параметрів входить визначення зазорів між контактуючою частиною спинки ножа та пружними елементами, а також жорсткості самих пружних елементів.

**Висновки.** На основі розроблених конструктивних рішень проведено математичне моделювання процесу роботи енергозберігаючого приводного механізму косарки сегментно-пальцевої. Отримана динамічна модель дозволяє забезпечити необхідний діапазон зміни значень регульованих параметрів введених в систему пружних елементів. А також її використання дозволяє напрацювати ряд значень регульованих параметрів пружних елементів щоб забезпечити мінімальне енергоспоживання приводу косарки в конкретних умовах її роботи.

### Список літератури

1. Алферов С. А. Динамика зерноуборочного комбайна [Текст] / С. А. Алферов. – М.: «Машиностроение», 1973. – 256 с.
2. Теория, конструкция и расчет сельскохозяйственных машин [Текст] / Е. С. Босой, О. В. Верняев, И. И. Смирнов, Е. Г. Султан-Шах – М.: Машиностроение, 1980. – 565 с.
3. Карпенко В. Д. Скоростная уборка зерновых [Текст] / В. Д. Карпенко и др. – М.: Россельхозиздат, 1976, – 40 с.
4. Листопад Г. Е. Сельскохозяйственные и мелиоративные машины [Текст] / Г. Е. Листопад, А. Н. Семенов, Т. К. Демидов и др. – М.: Колос, 1976. – 751 с.
5. Бабій А. В. Обґрунтування конструктивних особливостей енергозберігаючого приводного механізму косарки [Текст] / А. В. Бабій, Т. І. Рибак, М. В. Бабій // Вісник Харківського національного технічного

університету сільського господарства. Випуск 134 “Технічний сервіс машин для рослинництва”. – Харків, 2013. – С. 116–122.

6. Пат. 61217 Україна, МПК (2011.01) A01D 34/00. Приводний механізм косарки сегментно-пальцевої / *Бабій А. В.*; заявник та власник Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя. – № U201015889; заявл. 29.12.2010; опубл. 11.07.2011, Бюл. № 13.

7. Пат. 86536 Україна, МПК A01D 34/30 (2006.01). Привідний механізм косарки / *Бабій А.В., Рибак Т.І., Бабій М.В.*; заявник та власник Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя. – № U 201303244; заявл. 18.03.2013; опубл. 10.01.2014, Бюл. № 1.

## Аннотация

### ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩЕГО ПРИВОДНОГО МЕХАНИЗМА КОСИЛКИ

**Бабий А.В., Бабий М.В.**

*В работе проведено математическое моделирование энергосберегающего кривошипно-шатунного приводного механизма косилки сегментно-пальцевой. Представлены математические зависимости для дополнительного устройства, которое обеспечивает минимальное энергопотребление косилкой на любых режимах ее работы.*

## Abstract

### DYNAMIC MODEL OF ENERGY-SAVING DRIVE MECHANISM OF MOWER

**A. Babiy, M. Babiy**

*Mathematical modeling of energy-saving crank-rod driving mechanism of segment-finger mower is presented in this paper. Mathematical formulas are presented for additional device which provides the lowest power consumption of mower on any mode of operation.*