

РПР 4. Задача №2.

Чугунный короткий стержень сжимается продольной силой  $F$ , приложенной в точке А.

Требуется:

1) вычислить наибольшее растягивающее и наибольшее сжимающее напряжения в поперечном сечении, выразив эти выражения через  $F$ , и размеры сечения;

2) найти допускаемую нагрузку  $F$  при заданных размерах сечения и допускаемых напряжениях для чугуна на сжатие  $[\sigma]_{сж}$  и на растяжение  $[\sigma]_р$ .

Данные взять из таблицы.

a, см	b, см	$[\sigma]_{сж}$ , МПа	$[\sigma]_р$ , МПа
5	4	70	45

Решение.

1. Определим положение центра тяжести сечения. Так как у фигуры имеется одна ось симметрии, то нам необходимо определить лишь одну координату центра тяжести.

2. Проведем через центр тяжести главные центральные оси симметрии. Точка А в I-ой четверти.

3. Определим величину главных центральных моментов инерции сечения.

$$I_x = I_{x1} - I_{x2} = \frac{(2a)^4}{12} - \frac{a^4}{12} = \frac{(10)^4}{12} - \frac{5^4}{12} = 833,33 - 52,0833 = 781,25 \text{ см}^4$$

$$I_y = I_{y1} - I_{y2} = \left( \frac{(2a)^4}{12} + b_1^2 \cdot A_1 \right) - \left( \frac{a^4}{12} + b_2^2 \cdot A_2 \right) = \\ (833,33 + 1,188^2 \cdot 25) - (52,0833 + 9,4^2 \cdot 25) = 868,6136 - 2261,0833 = -1392,47 \text{ см}^4$$

$$I_x = 781,25 \text{ см}^4 \quad I_y = -1392,47 \text{ см}^4$$

4. Определим отрезки, которые отсекают нейтральную ось на главных центральных осях инерции.

$$a_x = -\frac{i_y^2}{x_F}; \quad a_y = -\frac{i_x^2}{y_F};$$

$$x_F = 41,6\sqrt{2} \text{ мм} \quad y_F = 0 \text{ см}$$

$$i_y^2 = -\frac{I_y}{A} = -\frac{139247 \cdot 10^4}{75 \cdot 10^2} = -18,56 \cdot 10^2 \text{ мм}^2$$

$$i_x^2 = -\frac{I_x}{A} = \frac{781,25 \cdot 10^4}{75 \cdot 10^2} = 10,416 \cdot 10^2 \text{ мм}^2$$

$$a_x = -\frac{18,56 \cdot 10^2}{41,6\sqrt{2}} = -31,5 \text{ мм}$$

$$a_y = \frac{10,416 \cdot 10^2}{0} = \infty$$

5. 1) Зона сжатых волокон, точка А.

$$\sigma_{\max} = F_{\max} \left( \frac{1}{A} + \frac{x_F \cdot x_A}{I_y} + \frac{y_F \cdot y_A}{I_x} \right) \leq [\sigma]_{\text{сж}}$$

$$x_F = x_A = 41,6\sqrt{2} \text{ мм}$$

$$y_F = y_A = 0 \text{ мм}$$

$$F_{\max} \left( \frac{1}{75 \cdot 10^2} - \frac{41,6\sqrt{2} \cdot 41,6\sqrt{2}}{139247 \cdot 10^4} + \frac{0 \cdot 0}{781,25 \cdot 10^4} \right) \leq 70 \text{ МПа}$$

$$F_{\max} (1,33 \cdot 10^{-4} - 2,485 \cdot 10^{-4}) \leq 70 \text{ МПа}$$

$$F_{\max} (-1,15 \cdot 10^{-4}) \leq 70 \text{ МПа}$$

$$F_{\max} \leq -\frac{70}{1,15 \cdot 10^{-4}} = -60,86 \cdot 10^4 \text{ Н} = -608,6 \text{ кН}$$

Чтобы выполнялось условие прочности в точке А, в этой точке можно приложить силу не превышающую 608,6 кН.

2) Зона растянутых волокон, точка В.

$$\sigma_{\max} = F_{\max} \left( \frac{1}{A} + \frac{x_F \cdot x_B}{I_y} + \frac{y_F \cdot y_B}{I_x} \right) \leq [\sigma]_p$$

$$x_B = -94 \text{ мм}$$

$$y_B = 0 \text{ мм}$$

$$F_{\max} \left( \frac{1}{75 \cdot 10^2} + \frac{94 \cdot 41,6\sqrt{2}}{139247 \cdot 10^4} + \frac{0 \cdot 0}{781,25 \cdot 10^4} \right) \leq 45 \text{ МПа}$$

$$F_{\max} (1,33 \cdot 10^{-4} + 3,971 \cdot 10^{-4}) \leq 45 \text{ МПа}$$

$$F_{\max}(-5,3 \cdot 10^{-4}) \leq 45 \text{ МПа}$$

$$F_{\max} \leq \frac{45}{5,3 \cdot 10^{-4}} = 8,49 \cdot 10^4 \text{ Н} = 84,9 \text{ кН}$$

Чтобы выполнялось условие прочности в точке В, в точке А можно приложить силу не превышающую 84,9 кН.

Ответ:  $F_{\max}=84,9 \text{ кН}$ .