

## 1. Временные и спектральные характеристики аналоговых методов модуляции.

### Амплитудная модуляция гармонической несущей

Амплитудная модуляция – процесс изменения мгновенной амплитуды несущего колебания по закону изменения непрерывного информационного сигнала.

**Амплитудная модуляция гармоническим колебанием.** В простейшем случае модулирующий сигнал является гармоническим колебанием с частотой  $\Omega \ll \omega_0$  и начальной фазой  $\Psi$ . При этом выражение:

$$S_{AM}(s_c, t) = A_0 [1 + m_{AM} \cos(\Omega t + \Psi)] \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (1)$$

представляет собой аналитическое выражение однотонового АМ сигнала, представленного на рисунке 1.

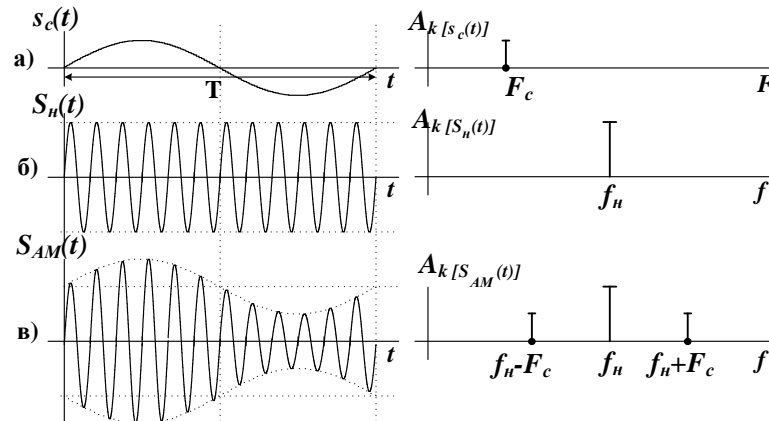


Рис. 1. Временные и спектральные диаграммы процесса формирования АМ гармонического колебания

Однотоновый АМ сигнал можно представить в виде суммы гармонических составляющих:

$$S_{AM}(s_c, t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + \frac{A_0 m_{AM}}{2} \cos[(\omega_0 + \Omega)t + \varphi_0 + \Psi] + \frac{A_0 m_{AM}}{2} \cos[(\omega_0 - \Omega)t + \varphi_0 - \Psi] \quad (2)$$

Из (2) следует, что в однотоновом АМ сигнале имеется три гармонических спектральных составляющих с частотами:  $\omega_0$  – несущей;  $\omega_0 + \Omega$  – верхней боковой;  $\omega_0 - \Omega$  – нижней боковой.

Спектральная диаграмма однотонового АМ сигнала, построенная по (2), симметрична относительно несущей частоты  $\omega_0$  (рис. 1, в). Амплитуды боковых колебаний одинаковы и не превышают половины амплитуды несущего колебания  $A_0$ .

### Методы угловой модуляции

#### Принципы частотной и фазовой (угловой) модуляции

Фазовая модуляция – процесс изменения мгновенной фазы несущего колебания по закону изменения непрерывного информационного сигнала.

Если модуляция осуществляется гармоническим колебанием  $s_c(t) = A_{0\Omega} \cos \Omega t$  (тональная модуляция), то:

$$S_{\Phi M}(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + a A_{0\Omega} \cos \Omega t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + m_{\Phi M} \cos \Omega t),$$

где  $\Omega$  – частота модулирующего колебания.

Между мгновенной фазой  $\varphi(t)$  и мгновенной частотой  $\omega(t)$  имеют место соотношения:

$$\omega(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt}; \quad \varphi(t) = \int_0^t \omega(t) dt. \quad (3)$$

Из этих соотношений следует, что изменение фазы колебания по закону  $\varphi(t)$  вызывает изменение мгновенной частоты по закону производной от  $\varphi(t)$ , а изменение мгновенной частоты по

закону  $\omega(t)$  приводит к изменению фазы по закону интеграла от  $\omega(t)$ .

На рис. 2 показано, как изменяются мгновенная частота, фаза при тональной фазовой и частотной модуляциях и вид модулированных колебаний. Для случая ФМ:

а) информационный сигнал  $s_c(t) = A_{0\Omega} \cos \Omega t$ ;

б) несущее колебание частоты  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$  ( $\varphi_0 = 0$ );

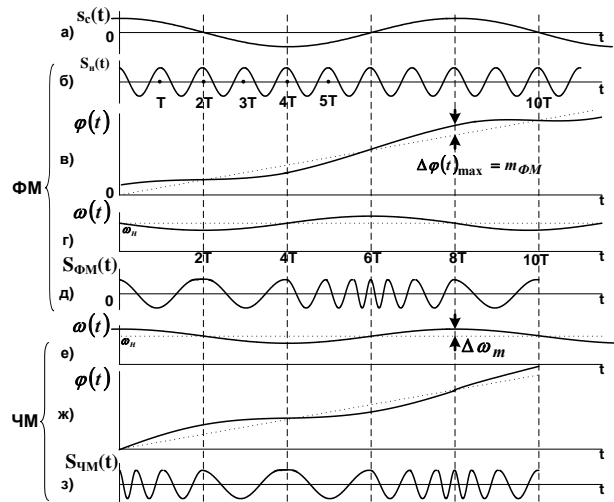


Рис. 2. Временные диаграммы процесса формирования ФМ и ЧМ сигналов

в) закон изменения мгновенной фазы несущего колебания  $\varphi(t) = \omega_0 t + a s_c(t)$  при этом на линейное изменение фазы (пунктир на рисунке) накладывается переменное приращение  $\Delta\varphi(t) = a s_c(t)$  повторяющее закон изменения  $s_c(t)$ ;

г) закон изменения мгновенной частоты несущего колебания, после дифференцирования:

$$\omega(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt} = \frac{d}{dt}(\omega_0 t + a A_{0\Omega} \cos \Omega t) = \omega_0 - a A_{0\Omega} \sin \Omega t;$$

д) фазомодулированное колебание  $S_{\Phi M}(t)$ , которое построено на основании графика  $\omega(t)$ , в моменты времени  $t = 2T$  и  $t = 10T$  колебание  $S_{\Phi M}(t)$  имеет минимальную, а в момент  $t = 6T$  максимальную мгновенную частоту.

Частотная модуляция – процесс изменения мгновенной частоты несущего колебания по закону изменения непрерывного информационного сигнала.

Учитывая, что  $\omega(t)$  связано с  $\varphi(t)$  соотношением (3), аналитическое выражение для тональной модуляции формула принимает вид:

$$S_{\text{ЧМ}}(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + m_{\text{ЧМ}} \sin \Omega t). \quad (4)$$

Временные диаграммы для тональной частотной модуляции приведены на рис. 2:

е) закон изменения мгновенной частоты  $\omega(t) = \omega_0 + a A_{0\Omega} \cos \Omega t$ , повторяющий закон изменения  $s_c(t)$ ;

ж) закон изменения мгновенной фазы, после интегрирования  $\varphi(t) = \omega_0 t + m_{\text{ЧМ}} \sin \Omega t$ ;

з) колебание  $S_{\text{ЧМ}}(t)$ , построенное в соответствии с графиком  $\omega(t)$ ; в моменты времени  $t = 0$ ,  $t = 8T$  мгновенная частота максимальна, в момент  $t = 4T$  – минимальна.

Сравнение выражений (4) и (5) показывает, что при ФМ приращение фазы пропорционально модулирующему колебанию  $s_c(t)$ , при ЧМ интегралу от  $s_c(t)$ . Если сначала проинтегрировать  $s_c(t)$ , а затем этим колебанием модулировать несущую по фазе, то получится ЧМ сигнал. Такой способ формирования ЧМ сигнал применяется практически. Подобным же образом, если продифференцировать  $s_c(t)$  и это колебание использовать для модуляции частоты, то получится ФМ сигнал.

Сигналы с угловой модуляцией, как и при АМ, могут быть представлены в виде суммы гармонических колебаний.

Спектр для однотоновой угловой модуляции является сложным.

$$S_{qM}(t) = A_0 J_0(m) \cos(\omega_0 t) + \sum_{k=1}^{\infty} A_0 J_k(m) \cos(\omega_0 + k\Omega)t + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k A_0 J_k(m) \cos(\omega_0 - k\Omega)t \quad (5)$$

где  $J_k(m)$  – функция Бесселя  $k$ -го порядка от аргумента  $m$ .

В (7) первый член – гармоническая составляющая с частотой несущей, средняя группа гармонических составляющих с частотами  $(\omega_0 + k\Omega)$  является верхней боковой полосой частот, третья группа составляющих с частотами  $(\omega_0 - k\Omega)$  представляет нижнюю боковую полосу частот. Число верхних и нижних боковых частот теоретически бесконечно. Боковые гармонические колебания расположены симметрично относительно  $\omega_0$  на расстоянии  $\Omega$ . Амплитуды всех компонент спектра, в том числе и с частотой  $\omega_0$ , пропорциональны  $J_k(m)$ .

## 2. Временные и спектральные характеристики дискретных методов модуляции.

**Амплитудной манипуляцией** (АМн) называется процесс изменения амплитуды несущего (высокочастотного, манипулируемого) колебания в соответствии с законом изменения амплитуды дискретного информационного (первичного электрического, манипулирующего) сигнала.

Амплитудно-манипулированный сигнал имеет вид последовательности радиоимпульсов (отрезков гармонических колебаний) с прямоугольной огибающей (рис. 3, в), а их единичные элементы с длительностью  $\tau_{II}$  единичных интервалов, соответствующих символам кодовой комбинации (1 и 0 или +1 и -1) преобразовываются в вид:

$$S_{AMn}(t) = \frac{1}{2} A_m \cdot [1 + x_c(t)] \cdot \cos(\omega_n t + \varphi_0), \quad (6)$$

где:  $x_c(t)$  – нормированная функция, повторяющая закон изменения  $S_c(t)$  (рис. 3, а) и принимающая значения  $\pm 1$ .

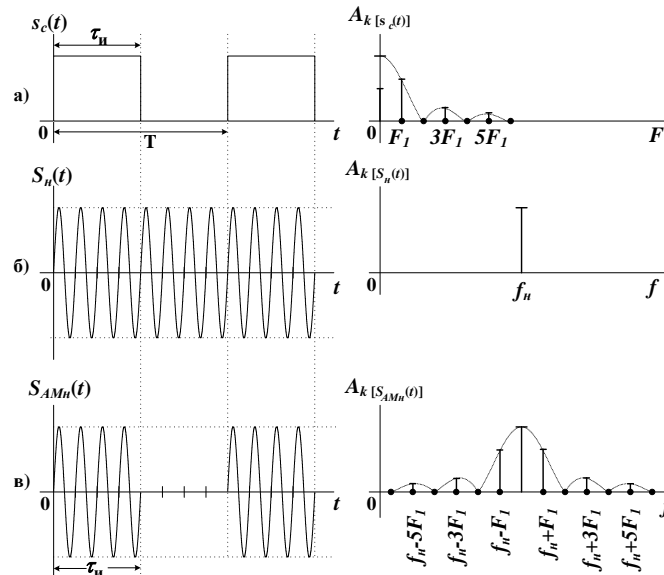


Рис. 3. Временные и спектральные характеристики формирования АМн сигнала

Спектральный состав периодической последовательности АМн сигналов определяется выражением:

$$S_{AMn}(t) = \frac{A_m \cdot \tau_u}{T} \left[ 1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cdot \cos(k 2\pi F_1 t) \right] \cdot \cos(2\pi f_n t) = \frac{A_m \cdot \tau_u}{T} \cdot \cos(2\pi f_n t) + \frac{A_m \cdot \tau_u}{T} \sum_{k=1}^{\infty} \left| \frac{\sin(k\pi F_1 \tau_u)}{k\pi F_1 \tau_u} \right| \times [\cos(f_n + kF_1)2\pi + \cos(f_n - kF_1)2\pi] \quad (7)$$

Спектр модулированного сигнала содержит в своем составе:

составляющую с амплитудой  $\frac{A_m \cdot \tau_u}{T}$  на несущей частоте  $f_n$ ;

две симметричные боковые полосы с частотами составляющих  $(f_n + kF_1)$ ;  $(f_n - kF_1)$  и амплитудами  $\frac{A_m \cdot \tau_u}{T} \cdot \left| \frac{\sin(k\pi F_1 \tau_u)}{k\pi F_1 \tau_u} \right|$ .

Для периодических сигналов – спектр дискретный, а при случайном следовании кодовых символов (непериодических сигналов) – спектр становится сплошным.

**Частотной манипуляцией** (ЧМн) называется процесс изменения частоты несущего колебания в соответствии с законом изменения амплитуды дискретного информационного сигнала.

Общий вид ЧМн можно представить в виде суммы 2-х АМн сигналов с разными несущими частотами  $f_1$  и  $f_2$ :  $S_{\text{ЧМн}}(t) = S_{\text{АМн}}^1(t) + S_{\text{АМн}}^2(t)$ .

Это представление позволяет и спектр колебания  $S_{\text{ЧМн}}(t)$  найти как результат наложения двух спектров колебаний АМн, который будет иметь вид:

$$S_{\text{ЧМн}}(t) = \frac{A_m \cdot \tau_u}{T} \cdot \cos(2\pi f_1 t) + A_m \cdot \left(1 - \frac{\tau_u}{T}\right) \cdot \cos(2\pi f_2 t) + \frac{A_m \cdot \tau_u}{T} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(k\pi F_1 \tau_u)}{k\pi F_1 \tau_u} \times \\ \times [\cos(f_1 + kF_1)2\pi + \cos(f_1 - kF_1)2\pi - \cos(f_2 + kF_1)2\pi - \cos(f_2 - kF_1)2\pi]$$

Первое слагаемое определяет составляющую на частоте  $f_1$ , второе слагаемое определяет составляющую на частоте  $f_2$ , а перед знаком суммы, составляющие для частот  $f_1$  и  $f_2$ . Формирование сигнала ЧМн показано на рисунке 4.

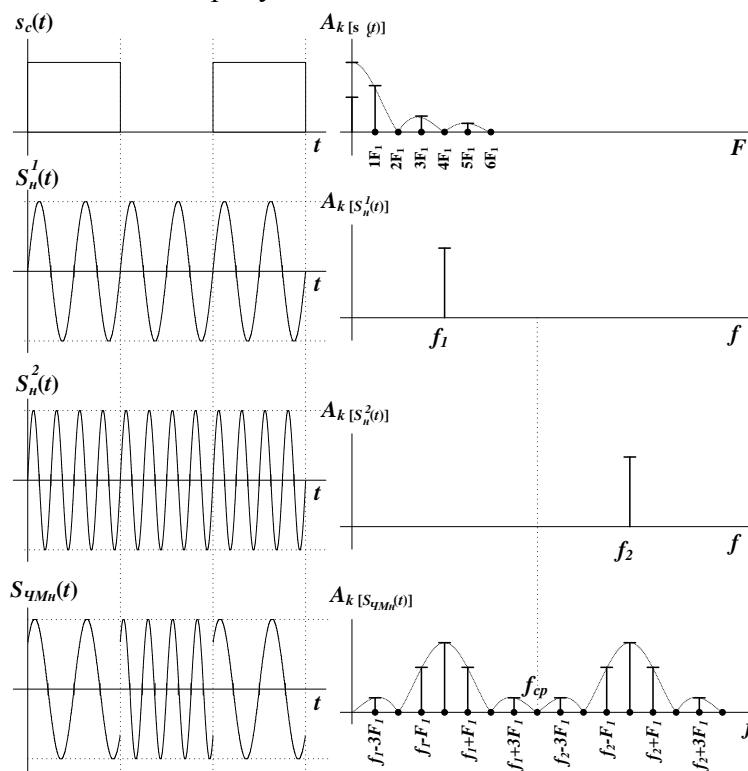


Рис. 4. Временные и спектральные характеристики формирования ЧМн сигнала с разрывом фазы

**Фазовой манипуляцией** (ФМн) называется процесс изменения фазы несущего колебания в соответствии с законом изменения амплитуды дискретного информационного сигнала.

Наиболее простой является бинарная ФМн, при которой изменение фазы несущего колебания происходит скачком в значащие моменты первичного сигнала (рис. 5, а) на 0 или 180°, при этом его амплитуда и частота остаются неизменными.

ФМн сигнал имеет вид последовательности радиоимпульсов (отрезков гармонических колебаний) с прямоугольной огибающей (рис. 5, в):

$$S_{\text{ФМн}} = A_m \cdot \cos[\omega_n t + (1 + x_c(t)) \cdot \Delta\varphi_m],$$

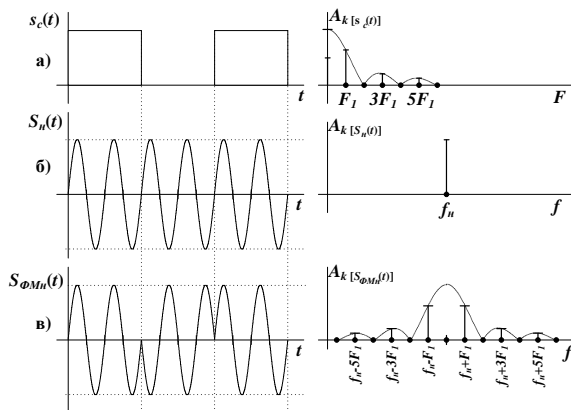


Рис. 5. Временные и спектральные характеристики формирования ФМн сигнала

где:  $x_c(t)$  – нормированная функция, повторяющая закон изменения информационного сигнала (рис. 5, а),

$\Delta\varphi_m$  – девиация фазы (максимальное отклонение фазы от начальной).

Величина  $\Delta\varphi_m$  может быть любой, однако, для лучшего различения этих двух сигналов на приеме необходимо, чтобы они максимально отличались друг от друга по фазе, т.е. на  $180^\circ$ , это возможно при  $\Delta\varphi_m = \pi/2$ .

Таким образом, одни из ФМн колебаний будут синфазны с колебаниями несущей, а другие

противоположны по фазе на  $180^\circ$ .

Такой сигнал можно представить в виде суммы двух АМн сигналов, с противофазными несущими  $0^\circ$  и  $180^\circ$ :  $S_{\Phi M_n}(t) = S_{AM_n}^1(t) + S_{AM_n}^2(t)$ .

Тогда очевидно и спектр колебания ФМн находится суммированием спектров колебаний  $S_{AM_n}^1(t)$  и  $S_{AM_n}^2(t)$ :

$$S_{\Phi M_n}(t) = A_m \left( \frac{2\tau_u}{T} - 1 \right) \cdot \cos(2\pi f_n t) + 2A_m \frac{\tau_u}{T} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(k\pi F_1 \tau_u)}{(k\pi F_1 \tau_u)} \times [\cos(f_n + kF_1)2\pi + \cos(f_n - kF_1)2\pi] \quad (8)$$

Анализ спектров сигналов ФМн (рис. 6) при различных значениях  $\Delta\varphi_m$  показывает, что при

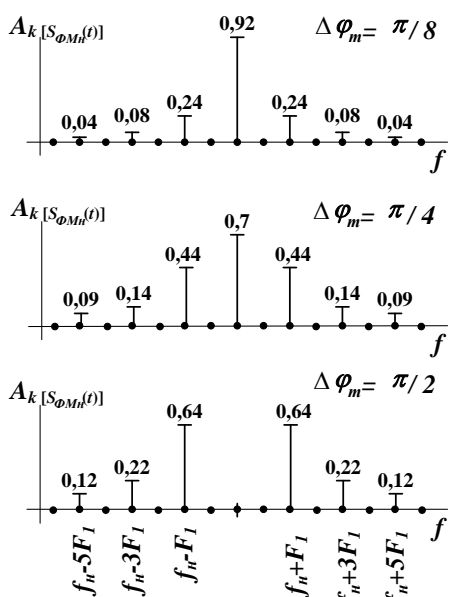


Рис. 6. Спектры сигналов фазовой манипуляции при различных значениях девиации фазы

изменении  $\Delta\varphi_m$  от 0 до  $\pi/2$  происходит перераспределение энергии сигнала между несущим колебанием и боковыми составляющими, а при  $\Delta\varphi_m = \pi/2$  вся энергия сигнала содержится только в боковых полосах.

Из рисунка 6 видно, что спектр амплитуд ФМн сигнала содержит те же составляющие, что и спектр АМн сигнала, а для скважности  $\left( \frac{T}{\tau_H} = 2 \right)$  составляющая на несущей частоте отсутствует. Амплитуды боковых составляющих ФМн сигнала в 2 раза больше, чем АМн сигнала.

При ФМн начальная фаза является информационным параметром, и в алгоритмах работы фазового демодулятора с целью получения сведений о начальной фазе должны формироваться и храниться образцы вариантов передаваемого сигнала, достаточно точно совпадающие с ним по частоте и начальной фазе, данная задача решена в технике связи. Но на приеме нет признаков по которым можно точно установить однозначное соответствие между переданными двоичными

символами и образцами сигнала на входе демодулятора, в результате возможно явление «обратной работы».

Неопределенность начальной фазы объясняется с одной стороны тем, что вследствие преобразований сигнала в канале связи к переданной фазе добавляется произвольный и неизвестный фазовый сдвиг, и с другой стороны, тем что фаза сигнала всегда приводится к интервалу  $2\pi$  и сигналы, различающиеся по фазе на  $2\pi$ , в приемнике не различимы.

Данное свойство неоднозначности решения характерно именно для ФМн. При АМн сигнал, прошедший канал связи, также отличается от переданного, однако если на выходе модулятора сигналу с большей амплитудой соответствовал некоторый двоичный символ, то и на входе демодулятора варианту сигнала с большей амплитудой будет соответствовать тот же самый символ –

неоднозначность не имеет места. При ЧМн так же, если одна из двух частот больше другой на выходе модулятора, то после всех преобразований в канале она останется больше и на входе демодулятора – перепутывание вариантов сигнала невозможно.